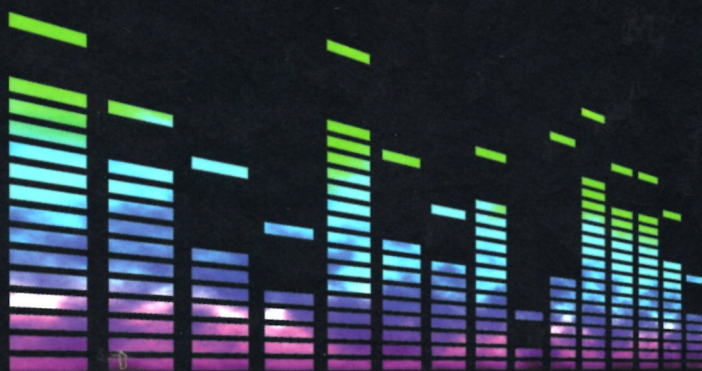


LAS PARADOJAS CUÁNTICAS

# SCHRÖDINGER

El universo  
está en la onda



NATIONAL GEOGRAPHIC



**ERWIN SCHRÖDINGER** planteó la famosa paradoja del gato para evidenciar el absurdo de la interpretación física de la teoría cuántica que defendían contemporáneos como Niels Bohr y Werner Heisenberg. El gato de Schrödinger, atrapado en un limbo a la espera de un observador que le dé la vida o le condene a la muerte, se ha convertido en el paradigma de todo aquello que hace a la mecánica cuántica profundamente contraria a la intuición. Schrödinger perdió esa particular batalla, pero su nombre está por siempre escrito con letras de oro en la historia de la ciencia gracias a su ecuación de onda, un instrumento fundamental en la descripción del mundo físico a escala atómica.

**LAS PARADOJAS CUÁNTICAS**  
**SCHRÖDINGER**

**El universo  
está en la onda**



**NATIONAL GEOGRAPHIC**

DIGITALIZADO POR

**QS** Colecciones

DAVID BLANCO LASERNA es físico y escritor. Ha publicado numerosos libros de divulgación científica entre los que destacan sendas biografías de Vito Volterra y de una ilustre contemporánea de Einstein, la matemática Emmy Noether.

© 2012, David Blanco Laserna por el texto

© 2012, RBA Contenidos Editoriales y Audiovisuales, S.A.U.

© 2012, RBA Coleccionables, S.A.

Realización: EDITEC

Diseño cubierta: Llorenç Martí

Diseño interior: Luz de la Mora

Infografías: Joan Pejoan

Fotografías: Archivo RBA: 116; Biblioteca Central de Física de Viena: 47ai, 47ad, 47bi, 47bd, 55a, 55b, 75a, 75b, 107ai, 107ad; Getty Images: 107b; Universidad de Monterrey: 25; Universidad de Viena: 21.

Reservados todos los derechos. Ninguna parte de esta publicación puede ser reproducida, almacenada o transmitida por ningún medio sin permiso del editor.

ISBN: 978-84-473-7631-5

Depósito legal: B-2619-2016

Impreso y encuadernado en Rodesa, Villatuerta (Navarra)

Impreso en España - *Printed in Spain*



# Sumario

<b>INTRODUCCIÓN</b>	7
<b>CAPÍTULO 1</b> Luz y materia	15
<b>CAPÍTULO 2</b> La ecuación de ondas	49
<b>CAPÍTULO 3</b> La búsqueda del sentido	97
<b>CAPÍTULO 4</b> El gato encerrado	141
<b>LECTURAS RECOMENDADAS</b>	163
<b>ÍNDICE</b>	165



## Introducción

Erwin Schrödinger fue el magnífico ejemplar de una especie ya extinguida, hijo de la gran cultura centroeuropea que floreció a orillas del Danubio y que exterminaron o dispersaron a los cuatro vientos las guerras mundiales y la política extrema del siglo xx. Vivió en la Viena de Freud, Klimt, Schönberg y Wittgenstein y en el Berlín de Mann, Grosz o Brecht. Se bañó en la claridad de sus luces, pero también lo cubrieron sus sombras. Participó en la Primera Guerra Mundial, como oficial de artillería en el frente italiano, conoció la ruina material y anímica de la posguerra, asistió al despojamiento de los judíos y se vio obligado a emigrar en dos ocasiones, cuando Hitler subió al poder en Alemania y tras la anexión de Austria. Fue testigo del desmoronamiento de dos grandes épocas, que determinaron su formación: una histórica, de paz en Europa, y otra científica, de física clásica.

Hijo único de una familia acomodada, se educó con todos los privilegios que el dinero y un entorno cultivado pueden otorgar. Entre la comodidad inicial y las dificultades posteriores, se construyó una personalidad apasionada, tan atractiva como contradictoria. En ella confluyeron una vena rebelde, que se manifestó sobre todo en sus relaciones sentimentales, que rompieron el estrecho marco del matrimonio burgués, y otra más conservadora, en lo político y en lo científico.

Su fascinación por el misticismo hindú obedeció a principios más estéticos que prácticos, ya que no mostró ninguna inclinación



hacia los ejercicios ascéticos. La filosofía vedanta, que conoció a través de la lectura de Schopenhauer, tampoco condicionó su obra científica, aunque inspiró en gran medida su concepción del mundo. Se le puede imaginar como un Visnú de cuatro brazos, dada la cantidad de intereses y habilidades que supo desarrollar a lo largo de su vida. Alimentó una cultura de una amplitud asombrosa, espoleado por una curiosidad que no se conformó dentro de los límites de la ciencia. Schrödinger era capaz de escribir un artículo sobre mecánica cuántica donde, con la misma soltura, saltaba de los *Principia* de Newton a un episodio del viaje de Darwin a bordo del *Beagle* o introducía un análisis sobre la evolución de la poesía de Luis de Góngora. Aprovechaba cualquier oportunidad para acudir al teatro, fue un lector compulsivo, en sus ratos libres dibujaba, esculpía o tejía tapices. Estuvo a punto de abandonar la ciencia para dedicarse a la filosofía y en algún momento reconoció que su primera vocación había sido la poesía. El escritor Stefan Zweig estimaba que la literatura no había perdido gran cosa con el cambio y en cierta ocasión le comentó con malicia: «Espero que su física sea mejor que su poesía». Entre sus aficiones la única ausencia reseñable es la música, que cultivaron casi todos los físicos teóricos de la época.

Le gustaba presentarse envuelto en un aura romántica, como si acabara de dar media vuelta en un paisaje de Caspar David Friedrich, en lo alto de un precipicio. Su vestimenta desenfadada destaca en multitud de fotografías, donde una chaqueta luminosa, unos pantalones bombachos o una pajarita sobresalen entre un mar de trajes y corbatas oscuras. Era un conversador formidable, que disfrutaba seduciendo, ya fuera a las mujeres o al auditorio de sus clases y conferencias. Su encanto solo le acarreaba problemas por exceso, dando alas a una exuberante vida sentimental que en ocasiones lo asfixiaba. Tuvo tres hijas con tres mujeres distintas, ninguna de ellas su esposa, de la que no se separó jamás. La llegada de Schrödinger a Oxford del brazo de dos consortes levantó una polvareda. A pesar de sus incontables aventuras y del empeño con el que persiguió a algunas mujeres, su perfil se aleja de un conquistador a ultranza. Era un enamorado del amor, alguien para quien el subidón romántico se había convertido en una droga, un

estímulo creativo que jugaba un papel decisivo en su obra. O al menos, él así lo pensaba. La inconstancia, o visto desde el ángulo opuesto, la constancia en su inconstancia, también dominaría su carrera como científico, impulsándole a saltar sin descanso de una indagación a la siguiente.

Un breve repaso a su obra produce vértigo. Se interesó por el estudio de los materiales dieléctricos, el magnetismo, el movimiento browniano, la termodinámica, la espectroscopia, la mecánica cuántica, la relatividad general, la cosmología, los calores específicos, las teorías de unificación, la radiactividad, los rayos cósmicos, la tensión superficial, la acústica, la superconductividad y la fisiología de la visión. Su destreza matemática innata no lo mantuvo apartado del laboratorio ni del trabajo de campo.

Los primeros trabajos de Schrödinger estuvieron muy condicionados por los intereses de sus maestros en Viena. Se especializó en enmendar errores ajenos, antes que en hacer aportaciones originales. Iniciaba muchos de sus artículos repasando los enfoques previos, exponiendo con perspicacia y claridad cada desacuerdo, para a continuación ofrecer su propia explicación. Arrojaba entonces la imagen de un estudiante extraordinariamente dotado que todavía no había encontrado ni su voz ni su lugar. La primera ruptura con la tradición se produjo con su incursión en la relatividad general, con la que se familiarizó durante su servicio en la Primera Guerra Mundial. Escribió en el frente un artículo que apuntaba a uno de los flancos más delicados de la teoría: la ambigüedad a la hora de definir la energía gravitatoria. Siempre sintió una profunda admiración por Einstein.

Produjo su gran obra maestra, la mecánica ondulatoria, a los treinta y nueve años, cuando ya nadie la esperaba, ni siquiera él mismo, después de una larga sequía y a una edad en la que muchos físicos ya estaban liquidando las últimas reservas de creatividad. La ecuación de Schrödinger llegó en un momento en el que cundía el desánimo entre los físicos, ante una maraña de resultados experimentales que los teóricos no terminaban de desenredar. Muchos habrían suscrito las palabras del austriaco Wolfgang Pauli, que en 1925 se desesperaba: «En este momento la física resulta decididamente confusa. En cualquier caso, es demasiado difícil

para mí y ojalá nunca hubiera oído hablar de ella». En este ambiente de perplejidad, Schrödinger situó una ecuación familiar, con una factura clásica irreprochable, en el centro de la áspera e inhóspita mecánica cuántica.

No existe una relación directa entre la motivación de un científico y el éxito de los descubrimientos que le impulsa a conquistar. Esta circunstancia llama poderosamente la atención en el caso de Schrödinger. Su mecánica ondulatoria surgió como una reacción ante la pretensión de Werner Heisenberg de destruir cualquier imagen intuitiva en el dominio de los átomos. Schrödinger trató de preservar el espíritu clásico, creando un imaginario nuevo basado en las ondas, en lugar de las partículas: «El objetivo de la investigación atómica es encajar las experiencias que adquirimos de ella en nuestra forma de pensar cotidiana». Un propósito en el que fracasó. Es famosa su reacción ante la posibilidad de que, después de todo, las criaturas cuánticas no se sometieran a un comportamiento razonable: «¡Entonces lamento haber perdido el tiempo con la mecánica cuántica!». «Pero los demás le estamos muy agradecidos de que lo haya hecho —le replicó Niels Bohr—, ya que la claridad matemática y la simplicidad de su mecánica ondulatoria suponen un gran avance frente a toda la mecánica cuántica anterior». Si bien es cierto que Schrödinger dedicó sus mejores esfuerzos a una causa perdida, por el camino forjó la que sería la llave maestra de gran parte de la física moderna: la ecuación de ondas, que serviría de faro en la oscuridad, como había hecho en la física clásica la expresión  $F = m \cdot a$  de Newton.

El nacimiento de la mecánica cuántica introdujo una tensión entre modos y sensibilidades contrapuestas. La que se terminaría imponiendo fue el fruto colectivo de una serie de científicos excepcionales, agrupados en torno a dos centros de investigación, en Copenhague y Gotinga: Niels Bohr, Werner Heisenberg, Max Born, Wolfgang Pauli y Pascual Jordan, a los que se sumaría Paul Dirac, desde Cambridge. Frente a ellos, Schrödinger, como Einstein, trabajó en solitario:

En mi trabajo científico (y por lo demás, también en mi vida) nunca he seguido una línea maestra, un programa que definiera una direc-



ción durante mucho tiempo. A pesar de que solo puedo trabajar mal en colaboración, y por desgracia tampoco con estudiantes, mi obra a este respecto tampoco llega a ser del todo independiente, ya que si una cuestión ha de interesarme, a otros debe pasarles lo mismo.

Aunque no fue el fundador de ninguna escuela ni congregó a su alrededor un círculo de discípulos, fue autor de uno de los libros científicos más inspiradores del siglo xx: *¿Qué es la vida?*, que recogía un ciclo de conferencias que pronunció en el Trinity College de Dublín, en 1943. Con él persuadió a toda una generación de científicos de que la física tenía una perspectiva original que ofrecer al estudio de los seres vivos. Intuyó los rasgos estructurales que debía adoptar la molécula hereditaria dentro del cromosoma e introdujo el concepto moderno de código genético.

Uno de los rasgos más sobresalientes del legado de Schrödinger es lo sugerente de su lenguaje. Su capacidad para poner en pie imágenes o situaciones evocadoras, que estimulan el pensamiento hasta en sus adversarios científicos. Concibió la paradoja del gato, que también lleva su nombre, y que se ha terminado convirtiendo en el gran icono de la mecánica cuántica, en la suma de sus enigmas y dificultades. Un animal encerrado en una cámara de acero ve cómo su destino depende, a través de un mecanismo perverso, de una desintegración nuclear. En cuanto esta se desencadena, se liberará el gas venenoso que acabará con él. Las leyes físicas son incapaces de fijar una fecha para la ejecución, porque solo pueden asignar probabilidades al suceso. Mientras no se abra la cámara, la desintegración, al mismo tiempo, tiene y no tiene lugar. El gato suspendido en un estado alucinatorio, entre la vida y la muerte, se erige como un desafío, una prueba de fuego con la que cada interpretación de la teoría debe medirse. Schrödinger también contribuyó al léxico científico, acuñando el término «entrelazamiento», para dar nombre al que quizá sea el más enigmático entre todos los enigmáticos fenómenos de la mecánica cuántica.

Él mismo supo resumir mejor que nadie, en tan solo seis palabras, las virtudes y defectos de su obra: «Antepongo la belleza a la ciencia». Esta concepción estética de Schrödinger arrojó una de las imágenes más cautivadoras y plásticas que se hayan proyectado

sobre los dominios del átomo. Por desgracia, la naturaleza eligió otra senda. Paul Dirac se sentía tocado por la misma debilidad: «De todos los físicos que he conocido, tengo la impresión de que Schrödinger es el que más se me parece [...]. Pienso que esto se debe a que tanto Schrödinger como yo sentimos un profundo aprecio hacia la belleza matemática, que ha dominado nuestro trabajo».

En el aspecto técnico la mecánica cuántica es una de las teorías más productivas creadas por la ciencia. En cada dispositivo con un circuito integrado, ya sea un ordenador, un teléfono móvil o un reproductor de MP3, late un corazón cuántico. Puede decirse lo mismo de la resonancia magnética, los superconductores, los láseres o el microscopio electrónico. La fábrica matemática de la teoría fue completada por Heisenberg, Born, Jordan y Schrödinger en la década de 1920. Sin embargo, sus implicaciones para nuestra comprensión del mundo siguen siendo objeto de debate. Para muchos científicos, más interesados por la vertiente operativa, las cuestiones filosóficas ocupan un plano muy secundario. Otros, sin embargo, ven en ellas su faceta más atrayente. Resulta poco probable que la polémica sobre la interpretación de la teoría se resuelva de un modo que satisficiera a Schrödinger, pero su búsqueda de la belleza en la construcción de la ciencia seguirá sirviendo de estímulo a las futuras generaciones de físicos.

- 1887** Nace en Viena, el 12 de agosto, Erwin Schrödinger, hijo único de Rudolf Schrödinger y Georgine Bauer.
- 1898** Ingresa en el Akademisches Gymnasium de Viena, donde recibe una sólida formación humanística.
- 1910** Obtiene el grado de doctor en la Universidad de Viena, con su investigación «Sobre la conducción de la electricidad en la superficie de aislantes en presencia de aire húmedo», enfocada a mejorar el aislamiento del instrumental científico expuesto a la corrosión atmosférica.
- 1914-1918** Participa en la Primera Guerra Mundial como oficial de artillería en el frente italiano.
- 1920** Se casa con Annemarie Bertel. Abandona Viena para ocupar un puesto de ayudante en la Universidad de Jena.
- 1921** Es nombrado profesor titular de Física Teórica en la Universidad de Zúrich.
- 1926** Crea la famosa ecuación que lleva su nombre y funda su versión ondulatoria de la mecánica cuántica en seis artículos. En ellos también demuestra la equivalencia matemática entre su formalismo y la mecánica matricial de Heisenberg.
- 1927** Sucede a Planck en la cátedra de Física Teórica de la Universidad de Berlín.
- 1933** Abandona Alemania ante la subida al poder de los nazis y se refugia en el Magdalen College de Oxford. En noviembre recibe la noticia de que se le ha concedido el premio Nobel de Física, que comparte con Paul Dirac.
- 1935** Publica «El estado actual de la mecánica cuántica», el artículo donde introduce la paradoja del gato y acuña el término de «entrelazamiento».
- 1936** Regresa a Austria, para ocupar un puesto como profesor en la Universidad de Graz.
- 1938** Después de la anexión de Austria a Alemania, emigra a Oxford.
- 1939** Se instala en Dublín y al año siguiente se incorpora a su recién creado Instituto de Estudios Avanzados.
- 1944** Publica uno de los textos científicos de divulgación más influyentes del siglo xx: *¿Qué es la vida?*
- 1956** Regresa a Viena, tras una estancia de casi diecisiete años en Dublín.
- 1961** Fallece en Viena, el 4 de enero, a la edad de setenta y tres años.





# Luz y materia

A finales del siglo XIX la física había coronado dos teorías formidables: la interpretación mecánica y estadística de la termodinámica y la electrodinámica de Maxwell. Nada parecía resistir su capacidad de elucidación. Armados con ellas, los científicos trataron de apuntarse un nuevo éxito: desentrañar la relación entre la luz y la materia.





Erwin Rudolf Josef Alexander Schrödinger vino al mundo bajo los mejores auspicios, un 12 de agosto de 1887, en la ciudad de Viena. Si las biografías del Renacimiento se abrían precisando las posiciones de los astros en el momento del parto, en el caso de Schrödinger no hace falta buscar indicios tan lejos como en el firmamento. Se puede decir que la ciencia hizo guardia junto a su cuna. Su abuelo materno, Alexander Bauer, fue catedrático de química y solo moderó su pasión investigadora después de perder un ojo en un accidente de laboratorio, al reventarle un matraz. La ciencia actuó también de celestina entre los padres: Rudolf Schrödinger fue alumno de Alexander en la Technische Hochschule de Viena (la actual Universidad de Tecnología) y así vino a tratar a una de sus hijas, Georgine Bauer, que se convertiría en su mujer en 1886. Poco podían imaginar el padre y el abuelo que el pequeño Erwin crecería para explicar, con una sola ecuación, toda la química que ellos habían aprendido.

Rudolf heredó una modesta empresa familiar dedicada al comercio de linóleo, que le procuró una vida desahogada hasta que el desastre austriaco de la Primera Guerra Mundial lo arrastró a la quiebra. Para él supuso un regalo envenenado, del que renegaba cada mañana al levantarse, por las horas que le robaba a sus verdaderos intereses: la pintura italiana, la cerámica oriental y el estudio de la filogenia. Schrödinger atribuyó a sus padres el origen

de sus dos principales fascinaciones, la pasión por el conocimiento y el universo femenino:

Para un hijo en pleno desarrollo, [mi padre] fue un amigo, un maestro y un infatigable interlocutor, la corte de apelación para cualquier asunto que de verdad pudiera interesarle [...]. Al margen de su entrega sacrificada, le debo agradecer [a mi madre], según creo, mi estima hacia las mujeres.

La familia de la abuela materna, de apellido Russell, era de origen anglosajón. Una de las tías de Schrödinger, Minnie, quiso preservar los genes insulares en suelo austriaco y, esgrimiendo un libro con historias de la Biblia, le enseñó al niño la lengua de Shakespeare antes de que aprendiera a escribir en alemán. Su madre también podía decretar aleatoriamente que el resto del día se hablara en inglés. Esta disciplina improvisada resultó providencial décadas después, cuando la ola nacionalsocialista barrió Alemania y Austria.

«A pesar de verme obligado a abandonar el país donde nací, nunca me sentí un extraño en el extranjero.»

— ERWIN SCHRÖDINGER.

El abuelo Alexander aprovechó su carrera académica como trampolín para introducirse en la alta sociedad vienesa, donde se hizo merecedor de dos títulos, uno de ellos oficial, de *Hofrat*, o consejero de Estado, y otro, más informal pero no menos distinguido, de *salönlowe* («león de los salones»), que señalaba a quienes sobresalían por su gracia y maneras en los círculos elegantes. Su buena fortuna le permitió comprar un edificio de cinco plantas en uno de los mejores barrios de la ciudad. El último piso lo alquiló a su yerno y allí vivió Schrödinger mientras permaneció en Viena, hasta 1921. En este espacio privilegiado, con dos habitaciones para él solo, que daban a un patio interior, Erwin, hijo único, se crió en un entorno emocional entregado, servido por su madre, sus tías Minnie y Rhoda, y una corte de criadas y niñeras.

La enseñanza de Schrödinger se confió a tutores privados hasta los once años. Cuando llegó la hora de someterse a la educación pautada por el Estado, no halló ningún problema para integrarse, aunque era un año mayor que el resto de los alumnos. En el otoño de 1898 ingresó en el Akademisches Gymnasium, donde recibió una sólida formación humanística, que en su madurez le permitiría traducir a Homero del griego al inglés y a los trovadores provenzales, al alemán. Ya entonces su endiablada facilidad para la física y las matemáticas llamó la atención de uno de sus compañeros de clase:

[...] poseía un don para la asimilación que le permitía, sin necesidad de estudiar en casa, comprender y aplicar la materia de forma inmediata y directa durante las horas de clase. Después de que nuestro profesor Neumann [...] completara su exposición, podía llamar de inmediato a Schrödinger a la pizarra y plantearle problemas que él resolvía con una facilidad festiva. A los estudiantes normales, las asignaturas de física y matemáticas nos resultaban aterradoras, pero él las consideraba sus áreas de conocimiento preferidas.

Desde muy joven Schrödinger alimentó inquietudes muy diversas, entre ellas la afición por el teatro, en particular por las obras del dramaturgo austriaco Franz Grillparzer. Le gustaba coleccionar los programas de las funciones a las que asistía y cubrir los márgenes de notas con sus impresiones. Su padre lo introdujo, no del todo convencido, en la teoría de la evolución, una materia que se estigmatizaba en las escuelas. Después de devorar las casi mil páginas de *El origen de las especies*, Schrödinger se declaró «un darwinista entusiasta, naturalmente».

Al calor de la pubertad despegó su carrera de donjuán. Aunque nunca pudo presumir del repertorio que desgranaba Leporello al admirar las conquistas de su amo Don Giovanni en la ópera de Mozart, durante toda su vida Schrödinger llevó por escrito la cuenta de las mujeres que seducía. La lista llegó a ser casi tan extensa como la de los artículos científicos que publicó. El primer amor del que nos queda constancia era la hermana de su mejor amigo del instituto y se llamaba Lotte.

En el otoño de 1906 Schrödinger comenzó sus estudios de física en la Universidad de Viena, donde de nuevo atrajo la atención la facilidad de su inteligencia. Los demás alumnos descubrieron en él «un espíritu de fuego en acción, que siempre sabía abrirse camino hasta algo original en cualquier investigación». Su mejor amigo durante los años de universidad fue Franz Frimmel, un estudiante de botánica, con quien debió de recorrer entera la ciudad de Viena, mientras discutían hasta el agotamiento sobre el sentido de

### **BOLTZMANN: EL ÁTOMO O LA VIDA**

Ludwig Boltzmann (1844-1906) compartía con Schrödinger la afición desde niño por las ciencias naturales y una admiración sin límites hacia la obra de Charles Darwin. Así la expresó, por ejemplo, en una conferencia que pronunció en la Academia de Ciencias de Berlín, en 1886:

Si me preguntasen cuál es mi convicción íntima, si el siglo XIX será recordado algún día como el siglo del acero, o el siglo de la máquina de vapor, o el siglo de la electricidad, respondería sin la menor vacilación que se llamará el siglo de la concepción mecanicista de la naturaleza, el siglo de Darwin.

Schrödinger estiró un poco la denominación para hacer sitio al físico de Viena y hacer del XIX también el siglo de Boltzmann. Fue uno de los fundadores de la mecánica estadística, una disciplina que supo reescribir la termodinámica en torno a la hipótesis de que la materia se compone de átomos. Del caos aparente en el que bulle un pandemónium de moléculas, emerge el orden del mundo que conocemos, ligado por leyes macroscópicas de apariencia continua y determinista. En particular, Boltzmann dotó a la entropía de su interpretación estadística y fundamentó la segunda ley de la termodinámica sobre principios mecánicos. La ecuación que vincula la entropía con el número de posibles configuraciones microscópicas compatibles con un estado macroscópico fue grabada en el monumento funerario que decora su sepultura en un cementerio de Viena.

#### **La pasión por la ciencia**

El nombre de Boltzmann adorna leyes y constantes fundamentales, y muchos de los conceptos que forjó fueron herramientas que inspiraron, o sirvieron directamente para armar, la mecánica cuántica. De ahí que los fundadores de la primitiva teoría, como Einstein o el propio Schrödinger, convirtiesen su obra

la vida, que siempre se les terminaba escapando al doblar la última esquina. La capital del Imperio austro-húngaro, por la que paseaban, era un caldero donde se cocinaban toda clase de revoluciones. Los aficionados a la pintura podían escandalizarse ante los desnudos de Klimt y Schiele; los melómanos, criticar las sinfonías de Mahler o silbar a Schoenberg; cualquier ciudadano de a pie, exigir la demolición de las casas cubistas de Adolf Loos; y todos ellos podían exorcizar sus demonios interiores en el diván de Sigmund

en objeto de culto. A Boltzmann le gustaba relatar que su carácter ciclotímico se fraguó en el mismo instante de su nacimiento, una noche de carnaval. Así, el contraste entre la fiesta de disfraces que se desarrollaba en la taberna situada debajo de su casa y el sufrimiento de su madre durante el parto dejaría una impronta en su temperamento. Su vida tuvo algo de torbellino, en su constante mudanza de un puesto académico al siguiente, de Viena a Graz, pasando por Heidelberg y Berlín, Viena de nuevo, y de vuelta a Graz, después a Múnich, para regresar a Viena, partir hacia Leipzig y retornar a Viena, de la que nunca terminaba de marcharse, y en



los vaivenes violentos de su ánimo, que lo mismo lo encumbraban que lo hundían en una sima sin esperanza. Montado en este carrusel de emociones atravesó también sus polémicas científicas. Ciertamente sus puntos de vista encontraron resistencias entre grandes personalidades, como el premio Nobel de Química Wilhelm Ostwald y Ernst Mach, pero tampoco le faltaron los apoyos. Sus adversarios negaban la realidad de los átomos, el cimiento de sus teorías, al considerarlos una licencia excesiva de la especulación, que no se podía verificar mediante un experimento directo. Boltzmann se sintió acorralado, más por un espejismo de su espíritu atormentado que por los motivos que pudiera dictarle la razón. La mala salud también lo hostigaba, con jaquecas frecuentes y una pérdida de visión que le impedía leer. Ya había coqueado con el suicidio en Leipzig. El 5 de septiembre de 1906, consumó finalmente el idilio en las horas de luz más intensa del verano. Se ahorcó mientras su mujer y su hija se bañaban al pie de las montañas, en la bahía de Trieste.

Freud. Las clases acomodadas se arrimaban a la lumbre de un esplendor cultural sin precedentes, que también iluminó a la ciencia.

Dentro de la física, el foco de la polémica se centraba en Ludwig Boltzmann. Después de completar su último año en el instituto, Schrödinger había pasado el verano contando las semanas y los días, anhelando que llegase la inauguración del nuevo curso para atender a sus clases. Las lecciones sobre filosofía de Boltzmann se abarrotaban de un público que desbordaba la sala y se derramaba hasta el arranque de las escaleras. Sin embargo, el encuentro nunca llegaría a materializarse. Hundido en el pozo de un humor sombrío, Boltzmann se quitó la vida nada más comenzar el mes de septiembre.

«En la física, ninguna sensibilidad me ha parecido más importante que la de Boltzmann, aun a costa de Planck y Einstein.»

— ERWIN SCHRÖDINGER.

Aunque no llegaron a conocerse, Schrödinger se inició en la física bajo la tutela espiritual del padre de la termodinámica moderna. Los profesores que ejercieron una mayor influencia en sus años de formación, Fritz Hasenöhl y Franz Exner, habían sido discípulos de Boltzmann, a los que un golpe del destino encomendaba ahora la tarea de administrar su legado. Una herencia que se podía resumir en un lema de batalla: «los fundamentos atómicos de la materia impregnan toda la física con su naturaleza estadística». En particular, las clases del sucesor en la cátedra de Boltzmann, Fritz Hasenöhl, fortalecieron la inclinación de Schrödinger hacia la física teórica.

## LA VICTORIA DEL DESORDEN

Las leyes de la termodinámica se establecieron de modo empírico a lo largo del siglo XIX, mediante un proceso lento y laborioso. Un repaso a su historia nos enfrenta a un rosario de engranajes, calderas y pistones. Los títulos de los primeros clásicos de la disciplina, como las *Reflexiones sobre la potencia motriz del fuego* (1824), de



Sadi Carnot, o *Acerca de la fuerza motriz del calor* (1850), de Rudolf Clausius, transpiran el esfuerzo por sacarle el máximo rendimiento industrial al calor. No en vano muchos de sus cultivadores fueron ingenieros, que con frecuencia abandonaban la mesa de sus reflexiones para solicitar una patente sobre lo que acababan de descubrir. Su gran legado fueron las tres leyes de la termodinámica, que extienden su jurisdicción a sistemas infinitamente más sofisticados que las máquinas de vapor que en primera instancia las inspiraron. Su labor demostró que es posible analizar sistemas de una gran complejidad y formular leyes sobre ellos ignorando por completo los detalles de su estructura interna. Para estudiar el comportamiento del viento o los flujos de calor no es preciso contar con una radiografía que exponga sus componentes.

La primitiva termodinámica se ocupaba de la materia y de sus propiedades, pero no se molestaba en formular preguntas incómodas acerca de su constitución. A medida que se desarrollaba, fue reuniendo su particular juego de herramientas, con magnitudes que en ocasiones poseían un significado claro, como el volumen; en otras, resultaban más imprecisas pero intuitivas, caso de la temperatura y la presión; también las había que rayaban con la metafísica, como el calor y la energía, hasta caer en lo manifiestamente esotérico, con la entropía. Sadi Carnot estableció su ciclo para optimizar el trabajo de las máquinas térmicas sin necesidad de hablar de moléculas o incluso guiado por la idea de que el calor era un fluido.

Ludwig Boltzmann, James Clerk Maxwell y Josiah Gibbs iluminaron esta termodinámica arcaica al someterla a una interpretación estadística. Partieron de la hipótesis atómica, considerando que la materia está formada por una enorme cantidad de partículas, que pueden ser átomos o moléculas, gobernadas por la mecánica de Newton, y la aplicaron con un éxito sin precedentes a los gases ideales, es decir, a gases cuyas moléculas no sienten prácticamente ninguna atracción eléctrica mutua. Las leyes de la probabilidad son pésimas adivinas cuando se aplican a números pequeños, pero se vuelven casi infalibles con los números grandes. La materia ofrecía una cantidad abrumadora de elementos con los que jugar, del orden de  $2 \cdot 10^{19}$  moléculas en un  $1 \text{ cm}^3$  de

aire. Con su obra, Boltzmann, Maxwell y Gibbs tendieron un puente entre la física de nuestro entorno cotidiano y la escala molecular. Las viejas variables termodinámicas se despojaron así de sus velos y opacidades. La presión era el efecto de la colisión de billones de moléculas contra las paredes de un recipiente, la temperatura medía su agitación térmica media... Relaciones bien conocidas, como la correspondencia inversa entre el volumen y la presión de un gas, establecida en el laboratorio por Robert Boyle, adquirirían un sentido inmediato: al disminuir el espacio disponible para las moléculas, estas regresaban antes a las paredes y chocaban con mayor frecuencia contra ellas. Su propio éxito operó en los dos sentidos y supuso una ratificación de la hipótesis molecular. Al asociarse con la física, la estadística actuó como una sonda, que permitía atisbar lo que sucedía en los niveles más profundos, inaccesibles entonces a la experimentación. Esta rama de las matemáticas permitía poner a prueba modelos atómicos de la materia, extrapolando su comportamiento a gran escala y confrontando sus predicciones con magnitudes observables. Un buen ejemplo lo encontramos en el análisis de Einstein de las trayectorias caóticas que desarrollan partículas muy pequeñas suspendidas en líquidos (movimiento browniano) y que responden al hostigamiento de millones de moléculas de agua, que chocan sin cesar contra ellas.

La gran innovación que aportó la termodinámica clásica fue el concepto de *entropía*. A su vez, fue uno de los que iluminó con más acierto su interpretación estadística. La entropía se define a menudo como una medida del grado de desorden de un sistema. Los trillones de moléculas que integran un gas o una sustancia pueden variar sus posiciones y velocidades individuales sin que, desde nuestro punto de vista, se altere el estado general de los sistemas que componen. Vale decir que infinidad de situaciones distintas, vistas desde la perspectiva de un átomo (ámbito microscópico), se vuelven indistinguibles a nuestra escala (ámbito macroscópico). En la terminología termodinámica se habla de distintas configuraciones que corresponden a un mismo estado. Las moléculas del aire en una habitación cambian sin descanso sus posiciones sin que sus ocupantes perciban ninguna mudanza

## LA SEGUNDA PARADOJA DE SCHRÖDINGER

Eclipsada por la celebridad cuántica del gato (véase el capítulo 4), existe una segunda paradoja de profundas implicaciones filosóficas, surgida de la inquieta imaginación de Schrödinger. Este la presentó en público en 1943, durante una serie de conferencias en el Trinity College de Dublín, donde, ante una audiencia muy diversa, en la que se confundían diplomáticos, religiosos, estudiantes y damas de la alta sociedad, trató de responder a la pregunta: ¿Qué es la vida? Si nos proporcionan 60 kg de átomos de calcio, fósforo, carbono, hidrógeno, nitrógeno y oxígeno, con trazas de otros elementos, como el azufre y el sodio, el azar dicta muchísimas combinaciones donde no adivinaríamos ninguna clase de orden. Todas ellas ganarían una puntuación entrópica muy elevada. Al barajar los átomos, seríamos incapaces de registrar ninguna modificación. Tras un intervalo de tiempo que nos costaría distinguir de la eternidad, los átomos podrían disponerse en largas cadenas de moléculas, que se enroscarían quizá en proteínas, para organizarse en células, fabricar tejidos, componer órganos, hasta construir un ser vivo. En él, como en el cuarto ordenado de un niño, los pequeños cambios saltarían de inmediato a la vista. Los organismos puntúan muy bajo en entropía. Schrödinger enunció así su paradoja:

¿Cómo consigue un organismo concentrar una corriente de orden en sí mismo y escapar de ese modo a la desorganización del caos atómico prescrito por la segunda ley de la termodinámica?

Para responder, abrió un poco el foco en torno a los seres vivos. El precio por el orden que representa cada organismo se paga con un aumento en la entropía neta de su entorno. Los seres vivos bombean organización, pero la compensan con el desorden que desatan a su paso, acumulando residuos, generando gases y excrementos, degradando las formas de energía que consumen. La vida, por tanto, prospera a costa de un balance positivo de entropía.



Escultura dedicada a la entropía en la Universidad de Monterrey, México.

en la temperatura, la presión o el volumen que ocupan. La entropía mide precisamente el número de cambios microscópicos que se pueden introducir en un sistema sin que nos demos cuenta. Una noción que se puede relacionar de modo natural con el orden: cuanto más ordenado está un sistema, más fácil es detectar cualquier cambio en él, y viceversa. Los padres estiman pocas disposiciones de los juguetes de sus hijos como ordenadas. Por contra, una infinidad de ellas les parecen desordenadas. El cuarto infantil puede mostrarse desordenado de muchas maneras y de muy pocas en orden. Además, una vez ordenado, cualquier accidente siembra de nuevo el desbarajuste.

Existe una relación entre el orden de una configuración y su probabilidad. Si el destino de los juguetes se deja por completo en manos del azar, resulta casi imposible que acaben repartidos en una disposición que los padres puedan considerar ordenada. Ellos saben por experiencia del segundo principio de la termodinámica: el cuarto de los niños tiende siempre a aumentar su desorden.

Los sistemas en la naturaleza evolucionan de modo espontáneo de forma que sus elementos tienden a distribuirse según sus configuraciones más probables, o de máxima entropía, que también coinciden con aquellas que presentan un grado mayor de desorden. Dejándose arrastrar por una corriente de pura aleatoriedad, la materia tiende a acomodar sus átomos en combinaciones cada vez más desorganizadas.

Según Boltzmann, había que interpretar la segunda ley en un sentido estadístico. Nada impedía a un sistema evolucionar hacia configuraciones menos probables y más organizadas, pero solo como una etapa más de su evolución azarosa. Aunque improbable, las moléculas de aire dentro de una habitación podrían concentrarse en una de sus esquinas, a causa de una combinación muy particular de todos sus movimientos individuales y aleatorios. La probabilidad existe, pero es tan baja que habría que esperar la edad del universo para asistir a su advenimiento.

Los gases ideales, que la mecánica estadística había logrado someter, formaban un pequeño protectorado de la materia. Los físicos no tardaron en diseñar nuevos planes de conquista para extender los dominios de su nueva termodinámica y a continua-

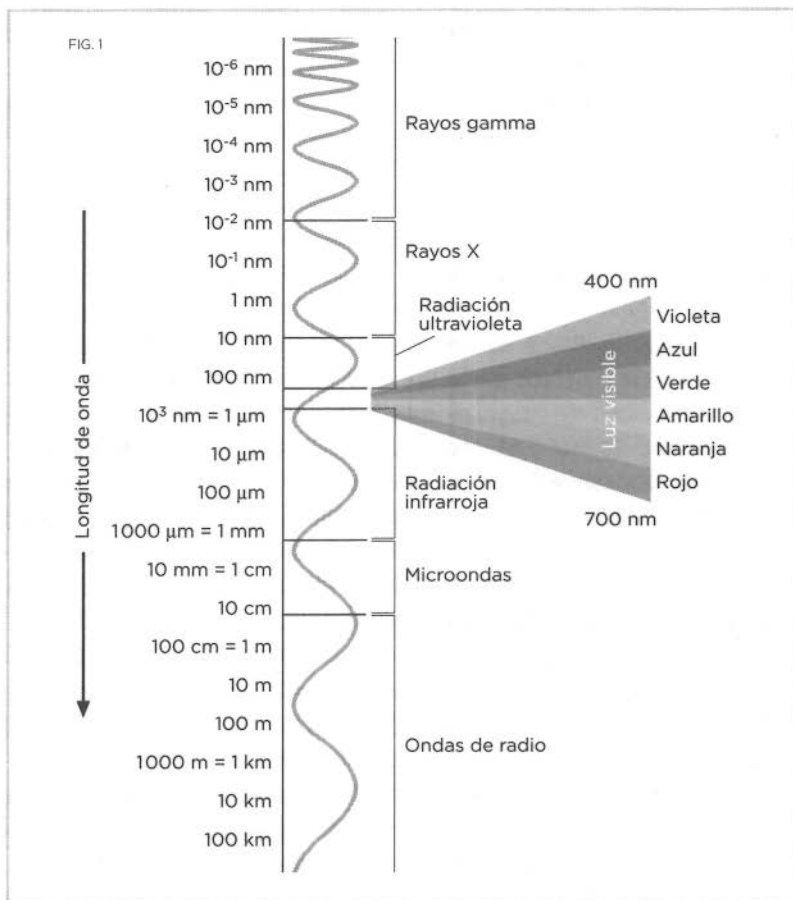
ción fijaron su atención en la interacción entre la materia y la luz. Antes de examinar esta cuestión, sin embargo, conviene hacer un rápido repaso de qué entendían por «luz» los científicos de la época.

## LO VISIBLE Y LO INVISIBLE

La mecánica cuántica es una teoría que trata de las relaciones entre la luz y la materia. En la época en que se desarrolló, los científicos acababan de adquirir una perspectiva nueva y muy moderna sobre la luz. Al unificar los fenómenos eléctricos y magnéticos, Maxwell había encontrado en sus ecuaciones que cualquier perturbación en una distribución de cargas o de imanes, o en una corriente, se propaga a través del espacio en forma de onda, cuya velocidad coincidía de modo asombroso con la de la luz en el vacío. De hecho, concluyó Maxwell, la radiación electromagnética y la luz eran lo mismo. Siguiendo su criterio, a partir de este momento utilizaremos ambas expresiones como equivalentes. Por esta vía inesperada, se estableció un primer nexo entre la materia, donde residían las cargas, y la radiación.

Aunque asociamos la luz con la visión, para un físico los ojos son prácticamente ciegos a la radiación electromagnética. Dentro de esa pequeña ventanilla que nos abren los sentidos, modificar  $\lambda$  equivale a cambiar el color. Cuando una onda se estira más allá de los 700 nm desaparece de nuestra vista, para esfumarse en la región infrarroja. Cuando se encoge por debajo de los 400 nm vuelve a desvanecerse, ya que la retina no se aventura en la región ultravioleta (figura 1, página siguiente).

El pionero que se adentró por primera vez en este territorio incierto fue el astrónomo alemán William Herschel, en 1800, mediante un sencillo experimento que cualquiera puede reproducir en casa. Siguiendo los pasos de Newton, descompuso un rayo de luz en sus componentes mediante un prisma. A continuación fue situando un termómetro en cada una de las franjas de color que se desplegaban. Al llegar al rojo, no se detuvo, y observó que la



temperatura variaba también en la zona de oscuridad inmediata (en el infrarrojo). Esta experiencia pone de manifiesto que la radiación que no vemos también posee energía. Se puede decir lo mismo de las ondas de radio que agitan los electrones de una antena o de los rayos gamma que escapan de los núcleos atómicos.

La radiación no dialoga del mismo modo con todos los cuerpos. Basta con introducir en un microondas un vaso de agua o una pieza de aluminio para comprobarlo. El agua absorbe con intensidad las microondas, mientras que el aluminio las refleja. La atmós-



fera se muestra opaca ante la luz ultravioleta, pero transparente a las ondas de radio.

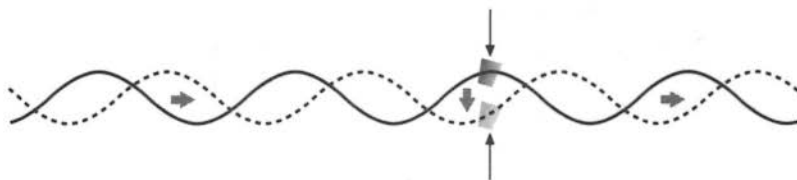
¿Qué leyes ordenan la interacción de la luz con la materia? ¿Cómo emiten radiación los cuerpos? ¿Cómo la absorben? Si bien los científicos presumían de una imagen muy nítida de la luz después de que Maxwell la retratara como una onda en sus ecuaciones, la materia mostraba una imagen más borrosa. La termodinámica y la electrodinámica se alzaban como las dos joyas de la corona de la física decimonónica. Con ellas, los investigadores sentían una confianza razonable antes de lanzarse al abordaje de las asociaciones más esquivas y nebulosas de los átomos y las moléculas. La pista de que les haría falta una ciencia nueva la ofrecería, una vez más, la estadística, ejerciendo su papel de sonda de las profundidades.

## ESPECTROS DE EMISIÓN

Los cuerpos calientes generan radiación electromagnética, aunque no siempre podamos verla. Un radiador de agua, por ejemplo, emite ondas de frecuencias que corresponden a la luz visible, pero con tan poca intensidad que nuestros ojos no alcanzan a percibirlas ni siquiera en la oscuridad. En general, un sólido produce luz dentro de un abanico muy amplio de longitudes de onda a cualquier temperatura, pero el grueso de la energía se concentra en torno a un valor determinado. A medida que aumenta la temperatura del cuerpo, esa  $\lambda$  de referencia decrece. Para expresarlo con más claridad, pensemos en la distribución de pesos en una población muy amplia. Los datos se repartirán a lo largo de un rango extenso de valores, pero la mayoría se agrupará alrededor de la media. Si cambiamos de población, también lo hará la media. En una región bien alimentada, el peso promedio será superior que en otra con escasos recursos, aunque encontremos personas extremadamente delgadas o muy obesas en ambas poblaciones. Podemos establecer una analogía entre el grado de alimentación general de una población y la temperatura de los cuerpos. El grueso de la energía se

## LAS VARIEDADES DE LA LUZ

Al representar la luz como una onda, se recurre a dos rasgos para caracterizarla: la amplitud (o altura de la onda) y su longitud o frecuencia (su grado de estiramiento o compresión). Para verlo con más claridad, imaginemos un corcho que flota sobre la superficie de un mar cuyas olas viajan siempre con la misma velocidad. El corcho no se desplaza en sentido horizontal: se limita a subir y bajar siguiendo el ritmo que le impone el paso de la onda. Su punto más alto corresponde a las crestas del agua y el más bajo, a sus valles. La extensión de este recorrido vertical determina la amplitud.



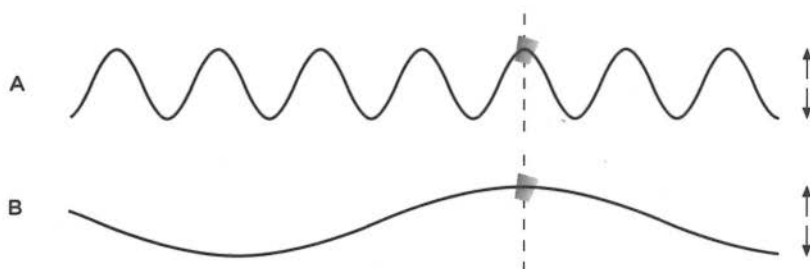
El grado de agitación del corcho se puede considerar como una medida intuitiva de la energía que transportan las ondas. Depende de la frecuencia ( $\nu$ ) o de la longitud de onda ( $\lambda$ ). Ambas magnitudes reflejan la misma información y una es la inversa de la otra: una longitud de onda larga corresponde a una frecuencia corta, y viceversa. En el caso de la luz, que se desplaza en el vacío con velocidad constante  $c$ :  $c = \lambda \cdot \nu$ . Para que  $c$  se mantenga constante, el incremento de cualquiera de las dos variables impone la disminución de la otra. En la figura siguiente se muestra  $\lambda$  como la distancia entre dos cumbres seguidas de la ola. Valdría también la distancia entre otros dos puntos consecutivos cualesquiera situados a la misma altura y con la misma pendiente.

concentra en torno a una longitud de onda (como la media en los pesos) que se va desplazando a medida que varía la temperatura (la calidad y la cantidad de la alimentación en la población).

Nuestros ojos pueden asistir a este desplazamiento de frecuencias solo cuando sobreviene dentro de la franja entre los 400 y los 700 nm. En una fragua, el acero adquiere un color rojo pálido cerca de los 500 °C, que gana en intensidad a medida que se aproxima a los 600. A medio camino entre los 700 y los 800 °C, se tiñe de un tono cereza, que se vuelve salmón cuando rebasa



Si ahora dirigimos dos ondas de la misma velocidad contra el corcho, una con  $\lambda$  corta (A), y otra, con  $\lambda$  larga (B), se aprecia cómo la primera lo hará subir y bajar muchas veces en poco tiempo, mientras que la segunda le dará un tratamiento más suave:



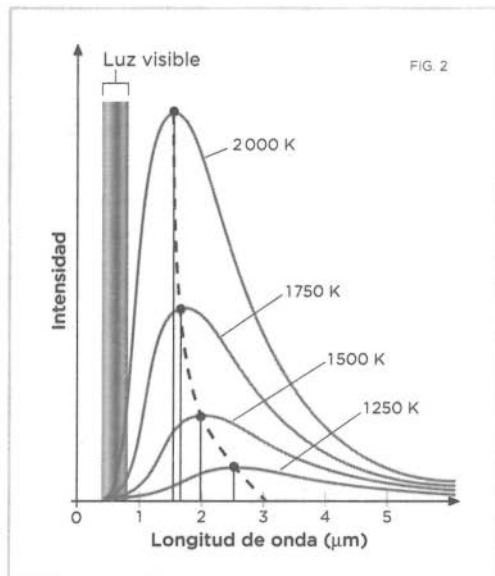
La altura del corcho se relaciona con la altura de la onda en el punto donde se encuentra con él. Igual que la onda reitera su sucesión de crestas y depresiones, el corcho reproduce su recorrido arriba y abajo, una y otra vez. Por eso una  $\lambda$  corta, frenética, se asocia con una  $v$  alta (el corcho pasa por las mismas posiciones con mucha frecuencia) y una  $\lambda$  larga, plácida, con una  $v$  baja (el corcho repite las posiciones más despacio, con una frecuencia menor). Por supuesto, las ondas de  $\lambda$  corta consumen mucha más energía que las largas, puesto que comunican una agitación mayor.

los 840. El naranja se impone pasados los 900 °C y el color limón, bordeando los 1000. Al superar la barrera de los 1200 °C, el metal se despoja de sus matices amarillos, llega a ser blanco y se prepara para la temperatura de fusión.

De modo parecido a como se muestra gráficamente la distribución de pesos en una población, se puede dibujar cómo se reparte la densidad de energía para cada longitud de onda en un cuerpo a una temperatura dada. Esta clase de representaciones recibe el nombre de «espectro energético».

A la hora de estudiar la relación entre la materia y la luz, convenía identificar una situación experimental libre, en lo posible, de interferencias con otros fenómenos que estorbaran o complicaran el análisis. Los físicos buscaron un territorio que permitiera a los átomos y a las ondas electromagnéticas manifestar de la manera más desenvuelta y clara sus vínculos. Encontraron la respuesta en los hornos. Descubrieron que cuando un horno se calienta a una temperatura y se mantiene aislado de su entorno, al llegar al equilibrio, en su interior se desarrolla un espectro de radiación universal, que solo depende de la temperatura. Es decir, da igual el material de las paredes del horno o cuál sea su forma, o su tamaño, todos los hornos a la misma temperatura desarrollan un espectro idéntico. Esta universalidad apuntaba a que en el interior del horno el diálogo materia-radiación se establecía de un modo profundo y directo.

En los laboratorios, al abrir el horno se medía el espectro que se muestra en la figura 2. Se aprecia cómo la energía se concentra sobre todo en torno al punto más alto de cada curva y cómo la  $\lambda$  que corresponde a ese valor extremo se desplaza hacia las longitudes



de onda más cortas (más energéticas) a medida que se incrementa la temperatura ( $T$ ). Este desplazamiento fue enunciado en 1893 por el físico alemán Wilhelm Wien y se resalta en la gráfica con una línea discontinua: la  $\lambda$  máxima es inversamente proporcional a  $T$ . Según se eleva la temperatura, la  $\lambda$  máxima se acorta. Se trata de una tendencia esperable: las longitudes de onda cortas se asocian a grandes energías, igual que una temperatura alta.

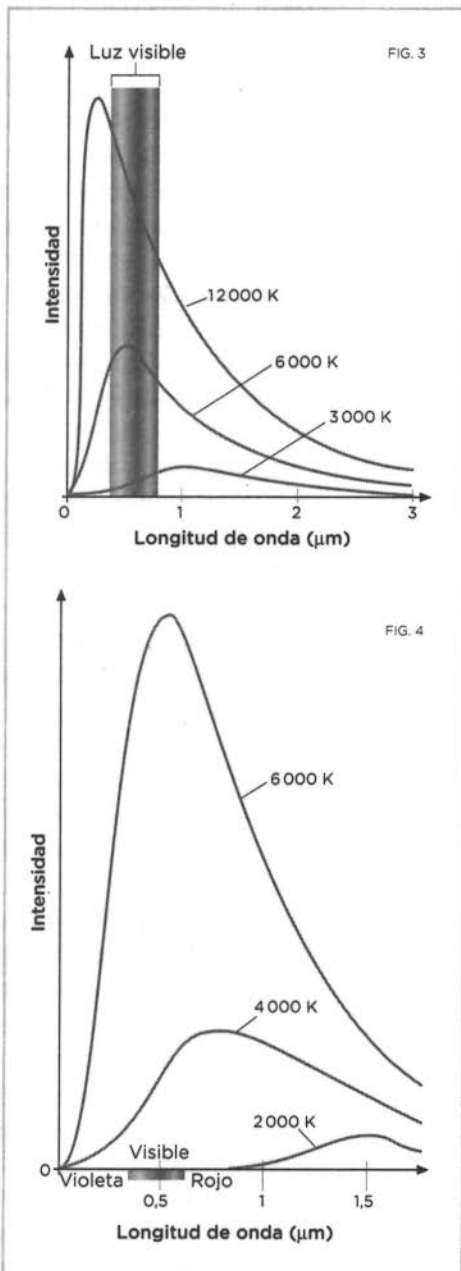
Para las temperaturas consideradas, la mayor parte de la luz cae fuera del espectro visible, una situación que cambia a medida

que  $T$  sigue creciendo y  $\lambda$ , menguando (figura 3). En estas curvas se puede leer otro gran resultado relacionado con la emisión luminosa de los sólidos. La densidad de energía total emitida por el horno, que es el área encerrada debajo de cada curva, aumenta con la cuarta potencia de la temperatura si esta se expresa en grados Kelvin. Es la llamada ley de Stefan-Boltzmann, que descubrió primero en el laboratorio el físico austriaco Josef Stefan y que cinco años después dedujo su discípulo Ludwig Boltzmann, valiéndose de argumentos termodinámicos.

En la figura 4, el área bajo la curva que corresponde a 6000 K es 81 veces mayor que la superficie que limita el espectro de radiación a 2000 K:

$$\frac{6\,000^4}{2\,000^4} = \frac{6^4}{2^4} = 3^4 = 81.$$

El espectro de radiación del horno acotó los límites del terreno de juego donde se resolvería el desafío. La física clásica, que tan bien había modelizado los gases o la propia luz, ¿podía ofrecer una justificación teórica para estas curvas? Ese es el empeño al que se consagró un científico prusiano poco amigo de las sorpresas y que, tras cuarenta años de vida ordenada, no parecía llamado a grandes aventuras.



## UNA REVOLUCIÓN INVOLUNTARIA

Aunque se pueden señalar indicios en la obra de científicos anteriores, se suele considerar que el certificado de nacimiento de la mecánica cuántica lo extendió Max Planck el 14 de diciembre de 1900, cuando presentó ante la Sociedad Alemana de Física los resultados de su investigación *Sobre la teoría de la ley de distribución de energía en el espectro normal*. Lo hizo con un sentido dramático de la oportunidad, el último mes del último año del siglo XIX. Así clausuraba cien años de ciencia particularmente feliz con el hallazgo que derrumbaría los pilares en los que se fundamentaba.

Hasta entonces, Planck había consagrado su carrera científica al estudio y aplicación de la segunda ley de la termodinámica. El principal motor de su curiosidad era la búsqueda de leyes absolutas, de principios que permanecieran «para siempre y para todas las culturas», de ahí que la radiación universal del horno llamara su atención. Con frecuencia se le ha tildado de «revolucionario poco entusiasta», un apelativo que no hace del todo justicia a su tenacidad. Seguramente se trata del científico que partió de presupuestos más conservadores entre quienes participaron en la creación de la teoría cuántica. Durante años negó la existencia de los átomos, defendiendo la continuidad de la materia, una postura que se puede entender dada su especialización en la termodinámica clásica, que no necesita hurgar en las entrañas de los sistemas que investiga. Con tales antecedentes resulta irónico que recayera en él la responsabilidad de asestar el golpe de gracia a la continuidad clásica. Tampoco aceptaba la interpretación estadística de la segunda ley, convencido de que el incremento de la entropía era un absoluto. No temía la posibilidad de que todas las moléculas de su habitación se concentraran en un rincón y lo asfixiaran, pero le repugnaba el trasfondo anárquico de la idea. La mezcla de su determinación por comprender y de sus prejuicios lo colocó en una situación comprometida. En algunos puntos de sus artículos muestra la circunspección de un profesional del póquer que se está jugando una fortuna y resulta difícil adivinar la motivación de muchas de sus jugadas.

Antes de justificarla teóricamente, Planck había hallado en octubre de 1900 la curva matemática del espectro de radiación que

hemos considerado en las gráficas del apartado anterior. Es decir, había descubierto una función que dependía de la frecuencia y de la temperatura, tal que, al dar valores numéricos a  $v$  y  $T$ , dibujaba las mismas curvas que se obtenían en el laboratorio. Había atrapado, por así decir, la huella matemática de la ley de radiación que estaba buscando. Este resultado por sí solo suponía un mérito más que notable, pero la ambición de Planck no era escribir la fórmula, sino derivarla de un modelo físico del mundo del que se desprendiera lógicamente. Él reconocía sin ambages su determinación: «Desde el mismo instante en que formulé [la ley], me dediqué a la tarea de dotarla de sentido físico». Lo que no podía sospechar era la naturaleza desconcertante de ese sentido que buscaba.

«Una de las interpolaciones más significativas y trascendentales que jamás se hayan hecho en la historia de la física; revela una intuición física casi sobrenatural.»

— COMENTARIO DE MAX BORN SOBRE LA FÓRMULA DE RADIACIÓN DESCUBIERTA POR PLANCK.

De entrada, le faltaban piezas importantes para poder afinar la imagen de lo que sucedía en el interior del horno. En el momento en el que Planck se enfrentó a la tarea no se conocían, por ejemplo, los neutrones ni los protones. Los electrones acababan de llegar a la física tres años atrás, en 1897.

Sin embargo, contaba con el auxilio de las dos grandes creaciones de la física del siglo XIX, la termodinámica y la electrodinámica de Maxwell. El matemático escocés sostenía que al agitar una carga eléctrica se generan ondas electromagnéticas. Así funcionan las antenas emisoras, que no tardarían en revolucionar el mundo de las telecomunicaciones y que cada día nos envuelven en las microondas que producen los teléfonos móviles. De manera simétrica, una onda electromagnética también pone en movimiento los electrones que encuentra a su paso, por ejemplo, en la antena receptora de una radio. Por tanto, las paredes del horno hablarían con la radiación del interior a través del vaivén de sus electrones. Estos quedarían anclados en sus átomos y oscilarían en torno a posiciones fijas. Planck en su artículo no se refiere en

ningún momento a los electrones o a la materia, habla solo de «osciladores».

Con el horno vacío y apagado no tendríamos luz. En el momento en el que se comunica temperatura al sistema, comienza el ajetreo de los electrones y la producción de radiación electromagnética. Las ondas generadas se propagan, cruzan la cavidad y terminan arribando a otras paredes e incidiendo sobre nuevos electrones. Estos, con su actividad, se comportan como antenas que reciben y emiten. El intercambio entre la luz y la materia se ha puesto en marcha. Pasado un tiempo, se alcanza una situación estable, con el horno lleno de radiación, repartida entre las diversas frecuencias, en función de la curva espectral conocida.

Planck aprovechó la circunstancia de que llegado el equilibrio se cumpliría la segunda ley de la termodinámica. El horno podía atravesar toda clase de vicisitudes, pero el paso del tiempo acabaría premiando el desorden. Tenía que delimitar todas las configuraciones microscópicas asociadas a cada estado macroscópico de su sistema, asignar una probabilidad a cada uno y decantarse por el más probable (el de máxima entropía). En este punto su determinación de avanzar ya había ganado la partida a sus prejuicios, porque se vio obligado a acatar la interpretación estadística de Boltzmann y considerar que la probabilidad de cada estado era proporcional al número de configuraciones microscópicas compatible con él. Para resolver la tarea de adjudicar probabilidades, recurrió también a un truco del físico vienés.

A la hora de hacer cuentas con la entropía se pueden manejar dos clases de variables: discretas o continuas. Si tratamos de repartir un grupo de veinte espectadores en el patio de butacas de un cine, las posiciones que pueden ocupar son finitas, están numeradas. Un espectador no puede pasar de una butaca a otra sin transición. Visto sobre un plano del local, cada cambio de sitio se traduce en un salto abrupto. En este caso, la posición es una variable discreta. Sin embargo, si hemos de repartir un grupo de veinte moléculas en el espacio de una caja, ahora las posibilidades se vuelven infinitas. Para cambiar de localización, la molécula no precisa ningún salto brusco: con desplazarse una distancia tan pequeña como quiera ya se verá en una posición nueva.



FIG. 5

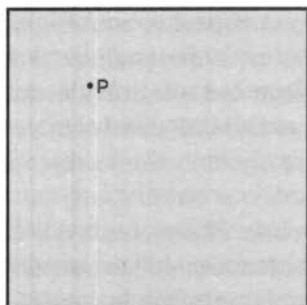
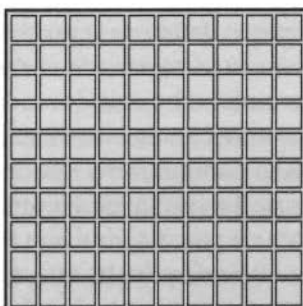
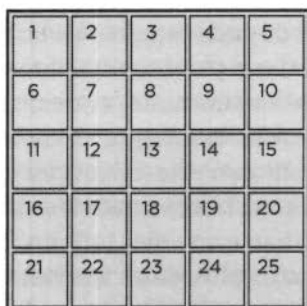


FIG. 6



FIG. 7



Desde un punto de vista matemático resulta mucho más cómodo operar en el caso discreto que en el continuo. El truco de Boltzmann consiste en parcelar el espacio continuo y tratarlo como si fuera discreto. Por ejemplo, partamos de una superficie cuadrada como la que se muestra en la figura 5.

Dentro de sus límites, las posiciones que puede ocupar una partícula puntual son infinitas. ¿Cómo las contabilizamos? Aplicamos una rejilla, dividimos el cuadro y asignamos a todos los puntos que caigan dentro de una misma parcela la misma posición (figura 6).

Ahora podemos numerar los estados, como en las butacas del cine, y contarlos. Esta aproximación será mejor cuanto más minuciosa sea la labor de fragmentación (figura 7).

En el límite en el que el tamaño de los cuadros sea cero ( $\square \rightarrow 0$ ), recuperamos el escenario continuo de infinitos puntos. Por tanto, al trabajar con variables continuas la estrategia consiste en trocear el rango de posibilidades, lo que permite armar la estructura matemática para contabilizar los estados y definir las probabilidades. Hecho esto se retira el andamio, es decir, se hace tender a cero el tamaño de cada trozo, y del cálculo discreto se deriva el cálculo continuo.

Al enfrentarse al problema del horno, Planck tenía que repartir la energía disponible entre los osciladores de las paredes y la radiación del interior. Para llevar a cabo las cuentas, decidió «trocear» la energía en paquetes discretos:  $\varepsilon = h \cdot \nu$ , siendo  $h$  una constante y  $\nu$  la frecuencia de la radiación.

Cuando definiera la probabilidad de cada estado e hiciera tender  $h$  a cero, recuperaría el caso continuo y alcanzaría el resultado que andaba buscando. Lo más desconcertante, sin embargo, fue que antes de dar ese último paso, con la energía todavía despedazada, se encontró con la fórmula correcta de la radiación. ¿Qué pasaba si insistía en tomar el límite? Entonces obtenía una divergencia que disparaba la energía hacia un valor infinito. En la práctica esto implicaba que, al abrir el horno, de su interior escaparía una ráfaga letal de rayos ultravioleta. Esa era la predicción de la física clásica.

Por tanto,  $h$  no podía encogerse a capricho. Además aparecía en la ecuación de la radiación y al comparar la curva teórica con la experimental, la constante adquiría un valor preciso que no menguaba:  $6,62 \cdot 10^{-34}$  J s. Es decir, un oscilador forzado a completar un vaivén en 1 s ganaría una energía de  $6,62 \cdot 10^{-34}$  J. Es una cantidad francamente minúscula, sobre todo si se tiene en cuenta que en el caso de 1 J ya se está hablando de una energía modesta (es, por ejemplo, la energía necesaria para lanzar una pelota de frontón hacia arriba y que recorra 1 m).

Einstein llamó poco después a cada uno de los paquetes de energía «cuanto» y al proceso de división, «cuantización». La mecánica cuántica acuñaba así las primeras palabras de su hermético vocabulario, que además servían para denominarla. Como homenaje a su creador,  $h$  recibió el nombre de «constante de

Planck». Funciona como un calibrador, que señala a partir de qué escala hay que tomar en consideración las intermitencias de la energía. El troceado que impone es finísimo, de ahí que para la perspicacia limitada de nuestros sentidos resulte indistinguible de la continuidad. Esta circunstancia explicaba que la naturaleza discreta de la energía hubiera pasado desapercibida hasta entonces, pero eso no reducía la perplejidad de Planck. Cuando uno se levanta y comienza a correr, imagina que su energía cinética parte de cero y aumenta atravesando un continuo de valores, no que progresa a saltos, por muy imperceptibles e insignificantes que sean. La idea no podía resultar más ajena al espíritu clásico.

Muchos años después, en 1931, Planck recordaba así su situación:

Se puede describir lo que hice como un acto de desesperación, ya que por naturaleza soy pacífico y rechazo cualquier aventura dudosa. Pero por entonces llevaba luchando sin éxito seis años (desde 1894) con el problema del equilibrio entre radiación y materia [...]. Tenía que encontrar, al precio que fuera, una justificación teórica.

Planck se hallaba tan incómodo con la cuantización de la energía que intentó relativizarla y confinarla a un caso particular. Prefirió pensar que se trataba de un rasgo accidental, asociado al mecanismo singular de intercambio entre osciladores. Se puede establecer un paralelismo con un cubo con el que se extrae agua de un pozo. Las cantidades que se retiran del fondo son múltiplos del volumen del cubo, pero el líquido que transporta (la energía) es continuo y fuera del recipiente se puede presentar en cualquier proporción.

Un joven licenciado que se ganaba mal la vida dando clases particulares y que andaba ya comprometido con otras ideas para poner la física patas arriba, leyó con mucha atención los artículos de Planck. Albert Einstein gozaba de un don especial para la generalización y su agudísimo sentido físico encontró en el horno razones inmejorables para ejercitarlo a fondo.

En 1905, desde la más absoluta marginalidad académica, publicó una serie de artículos que lo ubicaron de golpe, no ya en el

mapa de la ciencia, sino en un puesto de honor de su historia. En una carta a su amigo Conrad Habicht solo destacaba uno de ellos con la distinción de «muy revolucionario». ¿Se refería quizá a su esbozo de la relatividad especial? ¿Al apéndice donde establecía su ecuación  $E = mc^2$ ? En absoluto, estaba hablando de *Sobre un punto de vista heurístico concerniente a la producción y transformación de la luz*, el artículo donde abordaba la hipótesis cuántica de Planck. Einstein abría sus reflexiones apuntando a un malestar de índole conceptual:

Según la teoría de Maxwell, se considera que la energía es una función espacial continua para todos los fenómenos puramente electromagnéticos y, por tanto, también para la luz, mientras que, según la opinión actual de los físicos, la energía de un cuerpo ponderable debería representarse como una suma sobre los átomos y los electrones. La energía de un cuerpo ponderable no puede descomponerse en un número arbitrario de partes, arbitrariamente pequeñas, pero de acuerdo con la teoría de Maxwell (o, de un modo más general, de acuerdo con la teoría ondulatoria) la energía de un rayo de luz emitido desde una fuente puntual se extiende de forma continua sobre un volumen cada vez mayor.

Existía un desacuerdo profundo entre la continuidad de la luz y la discontinuidad de la materia. Einstein halló en el trabajo de Planck una manera de armonizarlos, a base de romper la energía: «Él mostró de modo convincente que, además de la estructura atomística de la materia, existe una forma de estructura atomística de la energía». El propio Planck no estaba de acuerdo, por supuesto, con esta interpretación de su trabajo:

[...] yo soy de la opinión de que [...] se puede salir adelante con éxito buscando el significado del cuanto de energía  $h \cdot \nu$  solo en las acciones mutuas con las que los osciladores se influyen entre sí.

Einstein, sin embargo, defendía que la segmentación era consustancial a la radiación y que de hecho se mantenía cuando viajaba por el espacio lejos de la materia. Solo vista desde muy lejos,

una densidad alta de cuantos luminosos adoptaba el contorno familiar de una onda clásica, maxwelliana.

La magnitud de la constante de Planck resulta tan diminuta que a nuestra escala no se revela la naturaleza discreta de la energía, igual que las pinceladas impresionistas no se aprecian a diez metros del cuadro. Las oleadas de color, que parecen extenderse en transiciones suaves, se descomponen en manchas a medida que nos aproximamos. Lo mismo sucede con el impresionismo cuántico de la luz. No obstante, en su diálogo con la materia no se puede soslayar su condición fragmentaria. Una realidad profunda que la sonda de la estadística acababa de poner en evidencia.

En su primer artículo cuántico, Einstein sacó el fraccionamiento de la energía del horno de Planck y, para demostrar que trascendía el capricho de los osciladores, lo aplicó para esclarecer tres fenómenos conocidos. El que le granjearía una mayor notoriedad sería el llamado «efecto fotoeléctrico». Años después, proporcionaría la excusa a la Real Academia de Ciencias de Suecia para concederle el premio Nobel, en vista de que se resistían a tomar en consideración las dos teorías de la relatividad, especulaciones teóricas demasiado aventuradas que el tiempo podía echar por tierra.

Con el curso de los años, Einstein extremó más todavía la cuantización. Puesto que, de acuerdo con su famosa ecuación relativista ( $E=mc^2$ ), la energía implica la presencia de masa, también cabía leer los cuantos en clave de partículas. Fueron bautizadas con el nombre de *fotoes*, proyectiles luminosos que podían chocar contra los electrones, por ejemplo, y desviarlos de su trayectoria. Arthur Compton confirmó su hipótesis en un laboratorio de Missouri, en 1923, tras ametrallar átomos con rayos X (luz de longitud de onda muy corta).

Planck, asustado ante las consecuencias de su éxito, rogaba moderación a los físicos: «La introducción del cuanto debe hacerse con el ánimo más conservador posible, es decir, solo deberían introducirse alteraciones que demuestren por sí mismas ser absolutamente necesarias». Desde luego, no era el espíritu de los tiempos.

## EL EFECTO FOTOELÉCTRICO

Al dirigir un haz luminoso contra una lámina metálica se liberan electrones (figura 1). En 1902, el físico húngaro Philipp Lenard había hallado que la velocidad de las partículas que escapan del metal aumentaba con la frecuencia de la luz incidente, pero no con su intensidad (figuras 2 y 3). Einstein explicó el misterio al suponer que la luz se componía de cuantos. La carga energética que transporta cada uno de ellos depende de la frecuencia, así que al incrementarla se emiten paquetes más energéticos que ceden más energía a los electrones, haciendo a su vez que se desplacen más rápido. Un aumento de la intensidad del haz se traduce, sin embargo, en un mayor número de paquetes, que alcanzan con la misma energía a más electrones. Por tanto, en ese caso escapan más partículas pero con la misma velocidad.

Cada cuanto  $c_1$ , con frecuencia  $\nu_1$ , arranca un electrón con velocidad  $\nu_1$ . Los cuantos  $c_2$ , con frecuencia  $\nu_2$ , arrancan electrones con velocidad  $\nu_2$ .

FIG. 1

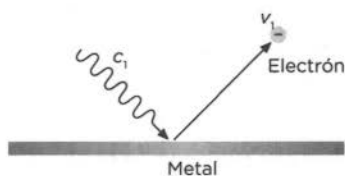


FIG. 2

Aumento de la intensidad

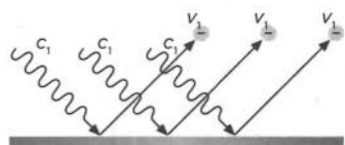
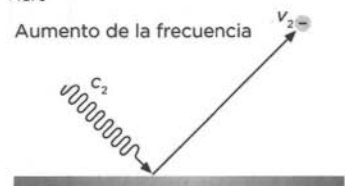


FIG. 3

Aumento de la frecuencia



## EN LA GUERRA

Muchas de las obras primerizas de Schrödinger, dominadas por los intereses de sus maestros, pertenecen a una física híbrida, incompleta, que mantenía un pie en un mundo clásico que ya se desvanecía, mientras el otro se aventuraba en un paisaje neblinoso que

todavía no se atisbaba con claridad. Son los frutos de una ciencia de transición, que erradicaría el triunfo de la teoría cuántica.

En mayo de 1910 Schrödinger conquistó el grado de doctor, gracias a un trabajo *Sobre la conducción de la electricidad en la superficie de aislantes en presencia de aire húmedo*. Desde el título cuesta adivinar ese «espíritu de fuego en acción, que siempre sabía abrirse camino hasta algo original en cualquier investigación», que habían admirado sus compañeros de clase. El artículo recogía una colección de medidas disciplinadas, que registraban los efectos del agua atmosférica sobre la capacidad de ciertos aislantes, como el vidrio, la ebonita o el ámbar, para conducir la electricidad. Su principal interés residía en su relación con el aislamiento del instrumental científico expuesto a los rigores meteorológicos.

Nada más completar sus estudios, quedó libre una plaza de ayudante en el departamento de Física Teórica. Atendiendo a los méritos académicos, el puesto le hubiera correspondido a Schrödinger, que contaba con el mejor expediente. Sin embargo, se interpusieron en su camino el servicio militar y el accidente que sufrió su compañero de universidad Hans Thirring, mientras esquiaba en los alrededores de Mariazell, un pueblo pintoresco situado en los Alpes estirios. A consecuencia de una mala caída, Thirring se rompió un pie, se liberó de sus obligaciones castrenses y, en una última carambola, se hizo con la plaza de ayudante.

Cuando un año después Schrödinger se reincorporó a la vida civil, tuvo que conformarse con un puesto de ayudante en el Instituto de Física Experimental que dirigía Exner, que cuadraba mucho menos con su temperamento científico. Contamos con su testimonio de cómo se desenvolvió en el laboratorio:

Aprendí dos cosas durante aquellos años: primero, que yo mismo no estaba dotado para el trabajo experimental. Segundo, que la tierra donde vivía, y la gente con la que vivía, no estaban mejor dotados que yo para lograr un progreso experimental de primer orden.

Lo cierto es que aprendió algunas cosas más. Jugando con la colección de instrumentos ópticos del departamento, descubrió una

anomalía en su percepción de los colores, que reducía su sensibilidad al verde y realizaba la gama de matices rojos. Su bagaje experimental también le permitió presumir de pertenecer «a ese grupo de teóricos que saben por observación directa lo que quiere decir realizar una medición».

Pasada la Navidad de 1913 coronó el siguiente rellano de su escalada académica: la obtención de la llamada *venia legendi*. El título le autorizaba a dar clases como Privatdozent, a cambio de unos modestos honorarios que corrían a cargo de los estudiantes que lograra atraer a sus cursos.

En sus primeros artículos científicos Schrödinger exhibió un notable virtuosismo matemático que, no obstante, se apoyaba en una intuición física todavía sin afilar. El aislamiento de Viena, apartada de las corrientes de la vanguardia tras la muerte de Boltzmann, frenó su maduración, sin enfrentarlo a retos que de verdad pusieran a prueba sus capacidades.

Además, otra clase de desafíos distraía su atención, hasta el punto de comprometer su incipiente carrera. La amenaza tenía nombre propio: Felicie. El atractivo o la inteligencia de los pretendientes no pesaba lo más mínimo en la balanza del matrimonio burgués y la madre de Felicie, la baronesa Krauss, tenía claro que Erwin no estaba a la altura de sus aspiraciones. Este, desde luego, no podía sostener el tren de vida de la joven con sus ingresos casi inexistentes como Privatdozent. Desesperado, le pidió a su padre que lo introdujera en el negocio del linóleo. Rudolf se opuso con la misma determinación que la baronesa al matrimonio, así que el compromiso que habían establecido en secreto los enamorados naufragó sin remedio. Quizá la frustración de este amor, por el que se había mostrado dispuesto a sacrificarlo todo, templó el entusiasmo de Schrödinger ante el matrimonio convencional, justificando el circo de tres pistas en el que se convertiría más adelante su vida sentimental.

Aunque ya de capa caída, la física atmosférica y la radiactividad eran dos especialidades tan vienesas como la tarta Sacher. En el verano de 1913 la universidad enroló a Schrödinger en la recogida de datos de una de las estaciones, instalada en Seeham, cerca de Salzburgo. El registro de trazas de radón en el aire podía matar



de aburrimiento, pero la localidad era un pueblecito popular durante las vacaciones estivales, a orillas del lago Mattsee, y Schrödinger supo hallar el modo de mitigar su tedio. Sobre todo después de que el director del proyecto le presentara a la canguro de sus hijos: Annemarie Bertel. Cuando la adolescente, hija de un fotógrafo de la corte, encontró al joven profesor «muy bien parecido», el radón quedó relegado definitivamente a un segundo plano. Parece que Schrödinger se sintió algo frenado por la diferencia de edad, así que prefirió aguardar unos cuantos años antes de casarse con ella.

«Si esto continúa mucho más tiempo me convertiré en una ruina física y mental. He perdido la costumbre de trabajar o incluso de pensar media hora.»

— REFLEXIÓN DE SCHRÖDINGER DURANTE SU ESTANCIA EN EL FRENTE.

La escritora Edith Wharton recordaba cómo una hermosa tarde de junio de 1914 se había acercado a los corrillos que se arremolinaban en torno a los cafés de Auteuil: «¿No lo has oído? El archiduque Fernando asesinado... en Sarajevo... ¿Dónde está Sarajevo? Su esposa iba con él. ¿Cómo se llamaba? Han muerto los dos». Wharton reconocía que para la mayoría el archiduque era un perfecto desconocido y que la conversación pronto había derivado de vuelta hacia el último libro publicado, el último cuadro adquirido por el Louvre, la última exposición... La noticia de que un joven nacionalista serbio había abatido a disparos al archiduque de Austria tampoco suscitó una gran conmoción en Viena. Hasta parece que el viejo emperador, contrariado con el heredero que le había asignado la línea sucesoria, quedaba más contento con el siguiente. En el resto de Europa nadie supo leer los signos de la tormenta que se avecinaba, la grieta invisible que se abría en la cúpula de cristal de sus salones de baile y que se extendía como una destructora tela de araña.

El último día de julio de 1914, Rudolf Schrödinger se presentó por sorpresa en el despacho donde trabajaba su hijo, en el Instituto de Física, para entregarle la orden de alistamiento que acababa de

llegar a casa. Juntos salieron a comprar un par de pistolas, que Erwin no llegó a disparar contra nadie. El tratamiento fue recíproco y tampoco sirvió de blanco para la puntería de ningún soldado enemigo.

Durante los años siguientes conoció diferentes destinos como oficial de artillería, a cargo de diversas baterías en el frente italiano. Primero recaló en Predilsattel, donde el acontecimiento más reseñable fue que por primera y última vez en su vida contempló unos fuegos de Santelmo. A partir del verano de 1915 las órdenes del estado mayor lo arrimaron a otras pirotecnias más comprometidas. A finales de año se distinguió por su valor en la tercera gran batalla del Isonzo, donde cayeron 80 000 soldados austrohúngaros y 125 000 italianos. Su principal responsabilidad era una aplicación rigurosa de la física newtoniana: calcular la trayectoria de los proyectiles y orientar los cañones, cosa que hizo con entereza a pesar del intenso fuego enemigo.

En la medida de sus posibilidades trató de sacarle provecho a su condición de físico teórico, que a fin de cuentas no precisaba de más laboratorio que el que cargaba ya sobre los hombros. Fue durante la guerra cuando entró en contacto con la relatividad general: «Mi primer encuentro con la teoría de Einstein de 1916 fue en Prosecco. Contaba con un montón de tiempo a mi disposición, pero tuve grandes dificultades para comprenderla». Hay que leer entre las líneas de su modestia, ya que dominó el complejo formalismo de la teoría hasta el punto de publicar dos artículos que llamaron la atención del propio Einstein, un logro al alcance de pocos físicos de la época. Uno de sus artículos apuntaba a uno de los aspectos más delicados de la teoría, la ambigüedad a la hora de definir la energía gravitatoria.

En los momentos en los que no tenía acceso a la literatura científica las condiciones de la guerra se le presentaban en toda su crudeza. También lo asaltaban extrañas epifanías, en sueños que protagonizaba Lotte, su primera novia del instituto: «Es como si todavía estuviera bajo el encantamiento de aquella tarde cuando por primera vez tendí su mano sobre la mía».

Su profesor Fritz Hasenöhrle murió bajo la explosión de una granada, el 7 de octubre de 1915, durante un asalto al monte Plaut, en Trento. En la primavera de 1916, Schrödinger fue promovido al grado de Oberleutnant y un año después se produjo el traslado a



FOTO SUPERIOR  
IZQUIERDA:  
**Erwin Schrödinger**  
con sus padres  
y su tía Minnie  
(derecha) en  
Innsbruck en 1892.



FOTO SUPERIOR  
DERECHA:  
**El físico austriaco**  
cuando tenía siete  
años.



FOTO INFERIOR  
IZQUIERDA:  
**En 1898,**  
**Schrödinger**  
ingresó en el  
**Akademisches**  
**Gymnasium de**  
**Viena, donde**  
**estudió durante**  
**ocho años.**  
**La imagen es**  
**de hacia 1905.**



FOTO INFERIOR  
DERECHA:  
**El soldado**  
**austriaco Erwin**  
**Schrödinger**  
**en 1915. Un año**  
**después, mientras**  
**estaba destinado**  
**en el frente de**  
**Prosecco, dedicó**  
**parte de su**  
**tiempo libre**  
**a estudiar la**  
**relatividad general**  
**de Einstein.**

Viena. Su nuevo destino revestía escasos peligros. Consistía en enseñar un primer curso de meteorología en una escuela de oficiales situada al sur de Viena, en la ciudad de Wiener Neustadt. Allí entretuvo el tiempo hasta el armisticio de 1918.

Para vadear la desolación anímica y la malnutrición de la posguerra, se volcó en la filosofía, como ya había hecho durante las horas más bajas en el frente. Leyó las obras completas de Schopenhauer, que le abrieron la puerta al pesimismo, la misantropía bien documentada y la filosofía oriental. Llenó páginas y páginas en sus cuadernos con los pensamientos que le inspiraba la lectura de los Upanishads, en un trance casi alucinatorio. Esta fiebre por los textos sagrados de los hindúes lo consumió con la misma avidez que años antes el amor de Felicie. Cuando le ofrecieron un puesto de profesor de física teórica en Chernivtsi, aceptó con el secreto propósito de limitar la ciencia a las aulas y consagrar todas sus horas libres a profundizar en el Vedanta. La desintegración del Imperio austro-húngaro frustró su inmersión orientalista:

Mi ángel de la guarda intervino: pronto Chernivtsi dejó de pertenecer a Austria. Todo quedó en agua de borrajas. Me tuve que mantener fiel a la física teórica y, para mi sorpresa, alguna que otra vez, algo salió de ella.

## La ecuación de ondas

La brecha abierta en la certidumbre clásica por Planck y Einstein se agrandaba a medida que la mecánica cuántica cobraba impulso. En el momento de máxima perplejidad, tras la revolucionaria propuesta de Heisenberg de renunciar a cualquier imagen intuitiva del átomo, Schrödinger puso sobre la mesa una ecuación clásica, que parecía devolver la cordura a la física.



Nunca contaremos con el cómputo definitivo de los muertos que alimentaron la maquinaria bélica de la Primera Guerra Mundial, pero se barajan cifras en torno a los 10 millones, sin contar los heridos y los soldados que quedaron mutilados, física o psicológicamente. Sin embargo, para la familia Schrödinger las bajas no se produjeron en las trincheras, sino durante la durísima posguerra. Los dos orgullosos imperios, alemán y austro-húngaro, que habían puesto en jaque al mundo durante cuatro años interminables, tuvieron que someterse a una dolorosa mutación en repúblicas. El káiser Guillermo II se exilió en Holanda, trastocando su afición a la estrategia militar por la jardinería, y el joven emperador Carlos I fue confinado en la isla de Madeira, donde conoció un triste final, tras contraer una neumonía. Hasta la primavera de 1919, Austria fue castigada por los aliados con un bloqueo de alimentos que situó a la población al borde de la inanición. A sus setenta y tres años, Schrödinger todavía conservaba vívido en la memoria ese período de escasez, donde buscó refugio en la renuncia que predicaba la antigua sabiduría hindú:

Para nosotros, los vieneses, lo que nos trajo la guerra y sus consecuencias, fue la incapacidad de cubrir nuestras necesidades básicas. El castigo que escogió la victoriosa entente para vengarse de la guerra ilimitada de submarinos de sus enemigos [...] fue el hambre. El

hambre imperó en todo el país excepto en las granjas, donde enviábamos a nuestras pobres mujeres a pedir huevos, mantequilla y leche. A pesar de los bienes con que pagaban —vestidos hechos a mano, bonitas enaguas, etc.— se burlaban de ellas y las trataban como a mendigos.

La familia terminó acudiendo a los comedores de beneficencia, donde se refinaba el arte de «elaborar platos de la nada». Allí, al menos, hallaban una excusa para alternar, ya que la vibrante vida cultural de la ciudad atravesaba también una etapa de riguroso racionamiento. Incluso los jóvenes, postrados tras la erosión del campo de batalla, se hallaban al límite de sus fuerzas. Un desnutrido Schrödinger quedó expuesto a la tuberculosis, después de contraer una afección pulmonar.

El espléndido edificio que el abuelo Bauer había adquirido en pleno centro del primer distrito de Viena languidecía. Los severos recortes en el suministro de gas condenaron el piso de la quinta planta al frío y la oscuridad. Aferrado a la lectura, Rudolf trató de combatir las tinieblas instalando faroles de minero en la biblioteca. Además de sumergir las vitrinas con sus libros en un resplandor abisal, las lámparas despedían un hedor insoportable. Los ocupantes sufrían la misma decadencia que el inmueble. Georgine había pasado por el quirófano durante la guerra, sometiéndose a una operación muy agresiva para erradicar un cáncer de mama. Rudolf, ya septuagenario, declinaba con rapidez en mitad de las privaciones. La fábrica de linóleo a la que había sacrificado los mejores años de su vida se había declarado en quiebra. Las excursiones al campo lo dejaban exhausto, los cinco tramos de escaleras que separaban la calle de su casa suponían un tormento cotidiano y sufría constantes hemorragias. Murió plácidamente, antes de la cena de Nochebuena de 1919, adormecido en el vaivén de una mecedora.

Schrödinger nunca se desprendió del sentimiento de culpa por haber intentado evadirse de la atmósfera opresiva que se respiraba en casa:

Aunque me muestre reacio a reconocerlo, hoy lo puedo hacer: de no haber sobrevenido la crisis súbita, aquella tarde también hubiera



dejado sola a mi madre durante horas, con un hombre desesperadamente enfermo, como venía haciendo con frecuencia en las últimas semanas. Esto, a pesar de que comprendía la importancia que la celebración tenía para ella y que mi padre nunca volvería a vivir otra. Así que la Navidad es una fiesta que no me inspira demasiado cariño, de la que no espero nada bueno y que, más que nada, me trae el recuerdo de deberes desatendidos.

Durante un tiempo su inconsciente no lo dejó tranquilo y le asaltaban pesadillas en las que malvendía la biblioteca de su padre y su instrumental científico.

Quizá bajo el influjo de Schopenhauer, que había completado un ensayo sobre la fisiología de la visión tras visitar a Goethe en Weimar y asistir a sus experimentos ópticos, Schrödinger se volcó en el estudio de la percepción de los colores, convirtiéndose en una autoridad en la materia. Era también uno de los tópicos favoritos del Instituto de Física de Viena, que habían investigado a conciencia su maestro Exner y uno de los supervisores de Schrödinger en el laboratorio, Fritz Kohlrausch. Desde luego, la disciplina, en un cruce de caminos entre la ciencia y el arte, tuvo que atraer la inquietud poliédrica del joven científico, que basó su investigación en las sensaciones y no en el registro con aparatos. Tituló su primer artículo *Teoría de los pigmentos de máxima luminosidad*.

Además de refugiarse en el laboratorio, una de sus principales distracciones durante la enfermedad de Rudolf había sido Annemarie Bertel, que ya había crecido lo suficiente para convertirse en su amante. Pasada la infausta navidad en la que tuvo que enterrar a su padre, Schrödinger recibió la oferta de una plaza de profesor asociado en el departamento de Física Teórica de su universidad. Sin embargo, el sueldo resultaba insuficiente para mantener a una familia y Erwin, que ya contaba con treinta y dos años, había resuelto casarse e independizarse. El sueldo que ganaba Annemarie en un mes como secretaria del director general de una gran aseguradora superaba sus ingresos anuales, un detalle que lo mortificaba. Erwin rechazó la oferta de Viena y la plaza que le estaba destinada fue a parar, una vez más, a manos de su amigo Hans Thirring.

Tras un largo período de maduración bajo la burbuja protectora de Viena, Schrödinger emprendió una frenética sucesión de traslados, espoleado por la búsqueda de la estabilidad financiera, en una Alemania menos afectada que Austria por la inflación de la posguerra. Aunque la principal motivación era el dinero, el cambio de aires benefició más su obra que su cuenta corriente. El periplo le pondría en contacto con otros científicos, fuera de su confortable círculo vienés, más críticos. El resultado fue un estímulo que lo incorporó a la ciencia que se practicaba en la vanguardia. Su primera parada fue como ayudante de Max Wien, en la Universidad de Jena, en la primavera de 1920. No tuvo que cargar él solo con las maletas: le ayudaría Annemarie, que para entonces ya se había convertido en su esposa, el 24 de marzo.

Parece que los rescoldos de la luna de miel se extinguieron antes de celebrar el primer aniversario de boda, hay quien especula que a causa de la infertilidad de Annemarie. Otros prefieren achacar las desavenencias a una incompatibilidad manifiesta de caracteres, que ellos no debían de tener tan clara. Annemarie, sin formación científica y poco dada a los devaneos poéticos o filosóficos, prefería la música, hacia la que Erwin profesaba una secreta aversión, convencido de que de algún modo había favorecido el cáncer de pecho de su madre, que tocaba con frecuencia el violín. Contraviniendo los deseos de su mujer, nunca permitió que entrara un piano en la casa. El divorcio sobrevoló la escena de vez en cuando, pero nunca se llegó a materializar. Poco a poco se fueron convenciendo de que su vínculo jamás respondería al ideal romántico, pero podía ser perfecto a su manera. Decidieron aferrarse a las comodidades del matrimonio burgués, una institución de indudable rentabilidad y eficacia, y buscar la pasión en otra parte. Ambos vivieron aventuras, pero siempre regresaban al otro, como un refugio donde resguardarse de las tormentas sentimentales del exterior. Fueron amigos, cómplices y compañeros, pero no los arquetipos de una comedia sentimental.

En cierta ocasión ella le confesó a un amigo común: «¿Sabes?, sería más fácil convivir con un canario que con un caballo de carreras, pero yo prefiero el caballo de carreras». Annemarie nunca ocultó la admiración que le inspiraba su marido y no ahorró es-



FOTO SUPERIOR:  
Antes de  
abandonar Viena,  
el 24 de marzo de  
1920 Schrödinger  
se casó con  
Annemarie Bertel.

FOTO INFERIOR:  
Una imagen de  
la recepción  
de la boda.  
Sentados,  
de izquierda  
a derecha: el  
matrimonio  
Kohlrausch  
(Vilma y Fritz),  
Annemarie y  
Erwin.



fuerzas para procurarle un entorno confortable y acogedor que le permitiera volcarse en su trabajo. Schrödinger aceptaba su entrega con una coartada hindú: «La meta del hombre consiste en conservar su karma y desarrollarlo. La meta de la mujer se parece, pero se diferencia de la masculina: consiste en crear una morada, por así decir, que acepte el karma del hombre». No cabe duda de que Annemarie cobijó su karma, hasta el punto de facilitarle sus escarceos.

Las tribulaciones familiares persiguieron a Schrödinger a poco de abandonar el nido. La inflación consumió como un fuego las finanzas del abuelo Bauer, que se vio obligado a alquilar el piso donde residía su hija. El desvalimiento económico de Georgine durante sus últimos años, agravado por el rebrote del cáncer, obsesionó a Schrödinger el resto de su vida. Fruto de esta preocupación, a su muerte dejó a Annemarie en una situación económica espléndida. Sin embargo, en 1920 sus recursos no daban para paliar en exceso la condición de su madre viuda. Todo lo que pudo hacer fue acogerla en su casa y verla sucumbir a la enfermedad en septiembre de 1921. Se cerraba así un período funesto para la familia, que había iniciado su duelo en abril, tras la muerte de Alexander Bauer, a los ochenta y cinco años.

El curso de los acontecimientos se aceleraba. Schrödinger perdió a sus padres y a su abuelo en menos de dos años. En el mismo lapso de tiempo conoció tres ciudades y cuatro puestos académicos: primero ayudante y después profesor asociado en Jena, profesor asociado en la Technische Hochschule de Stuttgart y profesor de Física Teórica en Breslavia. Schrödinger se referiría más adelante a esta época como «mis primeros años de vagabundeo». En la cultura germana la movilidad laboral representaba una rutina. Todas las universidades se conectaban entre sí como vasos comunicantes. Cada vacante ocasionaba una corriente de desplazamientos, como fichas de dominó, que se traducían en una cadena de ascensos, donde decenas de profesores se cruzaban en las estaciones de tren, intercambiando destinos, de Viena a Leipzig, de Gotinga a Berlín, de Hamburgo a Zúrich, de una plaza a la siguiente.

Para Schrödinger, el itinerario a lo largo y ancho de Alemania se tradujo en un viaje interior hacia la mecánica cuántica. Como

comentó en su día Arthur Eddington: «En aquellos días la teoría cuántica era un invento alemán». En Breslavia, por ejemplo, conoció a Otto Lummer, que había reunido parte de los datos experimentales manejados por Planck para derivar su ley de la radiación.

«Como profesor se expresa con una claridad extraordinaria y todo cuanto dice es fruto de una cuidadosa reflexión. Además tiene una esposa encantadora.»

— ERICH REGENER SOBRE SCHRÖDINGER, COMPAÑERO EN STUTTGART.

En Stuttgart se enfrascó en la lectura de *Estructura atómica y líneas espectrales*, de Arnold Sommerfeld, que se convirtió en un clásico desde el mismo día en que salió a la calle, con la tinta todavía fresca de la imprenta. La curiosidad antojadiza de Schrödinger cayó bajo su influjo y, como había hecho con la relatividad general, publicó casi de inmediato un artículo, puliendo detalles del modelo atómico de Sommerfeld. Tampoco tuvo ocasión de remolonear demasiado en Breslavia. Antes de incorporarse a su último puesto, mientras terminaba de preparar la mudanza desde Stuttgart, fue tanteado por el decano de la Universidad de Zúrich. Schrödinger no era el primer candidato de la lista, que encabezaba Max von Laue, pero sus exigencias económicas, más modestas, lo situaban inmediatamente a la zaga.

Zúrich se perfilaba como un ascenso claro y definitivo en su agitada carrera profesional. En la atmósfera de la ciudad flotaba alguna molécula, quién sabe si procedente del viento *fohen* que soplaba con fuerza desde los Alpes o del influjo del lago, que excitaba no solo la imaginación de los revolucionarios, como Lenin y Trotsky, o de los escritores como Joyce. Allí había cobrado su impulso decisivo la teoría de la relatividad general de Einstein y habían trabajado Laue y Peter Debye.

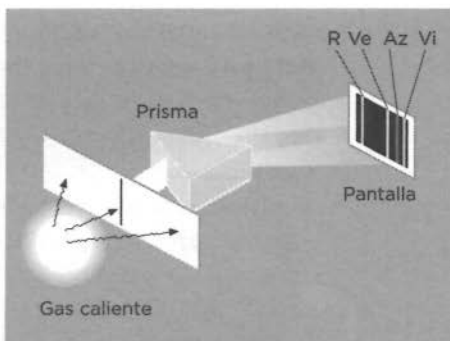
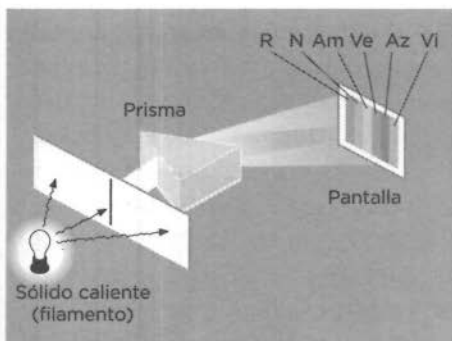
Hasta la fecha, Schrödinger había acreditado una versatilidad incuestionable, corrigiendo y ampliando el trabajo de otros científicos en casi cualquier disciplina que hubiera llamado su atención, una diversidad admirable que, sin embargo, parecía confirmar el dicho popular de que quien mucho abarca, poco

aprieta: todavía no había producido ninguna obra mayor en ninguno de los campos que había tentado. El comité de Zúrich pidió un informe sobre el físico vienés a Sommerfeld, que lo caracterizó en dos palabras: «Una cabeza de primera clase, muy sólido y crítico». En su elogio no asomaba la creatividad. Al final, la balanza se inclinó en favor de Schrödinger. La amplitud de su registro parecía capaz de contentar a todos. El comité de selección valoró en particular su investigación sobre la percepción de los colores, ya que su nombramiento permitiría «la celebración de conferencias sobre biometría, tan ansiadas por los biólogos desde hace mucho tiempo».

Cuando se presentó en Zúrich, a mediados de octubre de 1921, el peso de los lutos y las mudanzas lo habían dejado agotado. «Estaba de verdad tan *kaputt* —reconoció— que ya no se me ocurrían ideas sensatas.» La tuberculosis aprovechó la debilidad para amagar de nuevo con una infección pulmonar y, al poco de ocupar su nuevo puesto en la universidad, tuvo que pedir la baja para someterse a una cura de reposo absoluto en el balneario alpino de Arosa. Se reincorporó al trabajo siete meses después, en noviembre de 1922. Siguió un año estéril, en el que no publicó un solo artículo. Teniendo en cuenta sus treinta y seis años, una edad a la que el vigor creativo de muchos físicos se seca, se podía pensar que su carrera científica había tocado a su fin.

## LA MÚSICA DE LOS ÁTOMOS

En los sólidos y los líquidos los átomos gozan de escasa libertad, ya que sus movimientos se ven constreñidos por la interacción electromagnética, que los liga con fuerza entre sí. Esta influencia mutua, que acopla el destino de billones de núcleos y electrones —como los que componían las paredes del horno de Planck— introduce un factor de complejidad que desaparece en los gases, cuyas moléculas se pueden considerar con frecuencia casi independientes. En los sólidos y líquidos, la materia no solo atiende a la luz, sino que mantiene una conversación intensa con el resto de



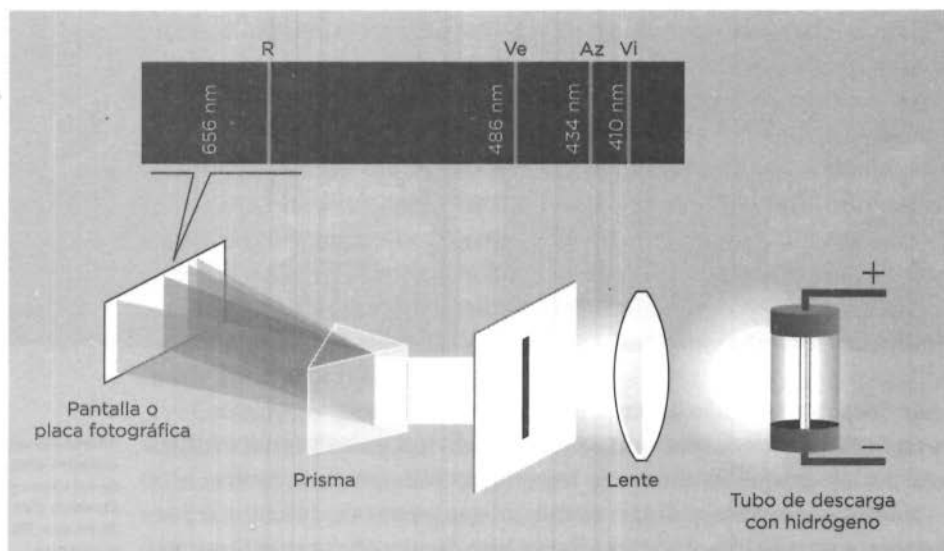
la materia. En cierto sentido, el estudio de los gases permite indagar el diálogo que establece la luz en privado con cada átomo.

Para hacer este diálogo visible, el gas se puede calentar o someter a una tensión eléctrica. Esta clase de experimentos floreció en los laboratorios del siglo XIX. Uno de los aparatos más populares entonces era el tubo de descarga: una ampolla de cristal provista de dos electrodos metálicos en los extremos, a los que se aplicaba una diferencia de potencial creciente. Dentro se encerraba un gas, como el hidrógeno, el helio, el kriptón o los vapores de mercurio y sodio. Superado un límite de la tensión eléctrica, el tubo desprendía un intenso resplandor. Al hacer pasar esa luz a través de un prisma, se observaba una sucesión de líneas delgadas, de diversos colores, separadas por franjas negras. El espectro de los gases, por tanto, es mucho más sencillo que el de los sólidos y líquidos (que se extiende de forma continua a lo largo de un amplio rango de frecuencias). Recuperando la analogía del capítulo anterior, correspondería a una distribución donde los pesos se concentraran en un puñado de valores discretos, sin ofrecer ningún registro de los valores intermedios (véase la figura).

Los espectroscopistas entendían que la diferencia de potencial que aplicaban arrancaba una corriente de electrones del cátodo (el electrodo negativo), que atravesaba el tubo en dirección al ánodo (el electrodo positivo). Si a medio camino chocaban contra una molécula de gas, se generaba la luz que ellos analizaban con el prisma. Pero ¿cómo? El mecanismo se desconocía. La úni-

Diferencia entre el espectro continuo de un sólido y el espectro discreto de un gas. En el primero se despliega un abanico de colores de forma gradual, desde el rojo al violeta. En el segundo, se obtienen rayas aisladas de color. R: rojo; N: naranja; Am: amarillo; Ve: verde; Az: azul; Vi: violeta.





Dispositivo experimental para determinar el espectro visible del átomo de hidrógeno. El tubo de descarga contiene el hidrógeno en estado gaseoso y comienza a brillar en cuanto la diferencia de potencial supera un umbral determinado. La lente y la rendija recogen y dirigen parte de la luz que emite hasta el prisma, que la descompone en colores.

ca pista que atesoraban se reducía a la colección de líneas brillantes que observaban en el espectro de cada gas. Como se aprecia en la figura, para el hidrógeno, a presiones muy bajas, se definían cuatro, que pertenecían a los colores con longitudes de onda de 410 nm (violeta), 434 nm (azul), 486 nm (verde) y 656 nm (rojo). ¿Por qué surgían siempre esas longitudes de onda y no otras? ¿Por qué para cada elemento se obtenían series diferentes? Era un misterio.

En 1885, Johann Jakob Balmer, un matemático suizo que se ganaba la vida dando clases en un instituto femenino de Basilea, aplicó su mente analítica al problema. Balmer no pisó ningún laboratorio para resolverlo y se limitó a jugar con los datos que los físicos experimentales publicaban en las revistas. Su temperamento se inclinaba hacia la geometría, pero el rompecabezas del hidrógeno atrajo su atención y a sus sesenta años supo hallar el patrón que burlaba la imaginación de los físicos. Era el siguiente:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right),$$



donde  $n$  es un número entero (3, 21, 102, etc.) que cumple  $n > 2$  y  $R$  es la constante de Rydberg, con valor  $R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ . Al introducir en esta ecuación los valores de  $n$ : 3, 4, 5 y 6, surgían como por ensalmo las  $\lambda$  del hidrógeno: 656 nm, 486 nm, 434 nm y 410 nm.

Ahora bien, Balmer había descifrado la estructura matemática que se escondía detrás del baile de cifras espectrales, pero faltaba el aval de una imagen clara de cómo la materia intercambiaba energía con la luz. La cuestión debía de rondar la cabeza de todos los espectroscopistas de la época, en particular, de uno afinado en Copenhague, de nombre Hans Marius Hansen. De la misma manera que su trabajo consistía en arrancar líneas cada vez más sutiles a todos los elementos conocidos, estaba convencido de que justificarlas incumbía a los físicos teóricos. Por eso, Hansen le espetó al que tenía más próximo, el joven danés Niels Bohr: «¿Por qué no intentas explicar la fórmula de Balmer?». Sus palabras redundaron en horas de intensas cavilaciones por parte de Bohr y en un modelo del átomo que por fin proporcionaba algunas respuestas sobre cómo la materia emitía y absorbía luz.

El desafío que había aceptado Bohr era de naturaleza muy distinta al que habían asumido Planck y Einstein. El danés se enfrentaba a la estructura de átomos aislados, puesto que la asamblea de átomos en un gas se comporta como un coro que canta las mismas notas al unísono. Al estudiar su espectro, uno puede deducir la canción de cada individuo. El continuo intercambio de cuantos entre la luz y los osciladores que componen las paredes del horno recuerda más bien al caos nada armonioso de una multitud que comenta el concierto a la salida del auditorio.

El punto de partida de Bohr fue el modelo de Rutherford: un átomo formado por un núcleo masivo, donde se concentra la carga eléctrica positiva, equilibrada por la carga negativa de los electrones que orbitan a su alrededor. La analogía con el sistema solar era inevitable. El núcleo interpretaba el papel del Sol y los electrones, el de los planetas. De hecho, la fuerza atractiva de la gravedad exhibía un comportamiento similar al de la fuerza atractiva eléctrica: ambas se debilitan con el cuadrado de la distancia. Igual que la Luna no se precipita contra la Tierra gracias a su velocidad, que la deja suspendida en un movimiento de caída

constante, los electrones tampoco se pueden permitir un minuto de reposo. Sin embargo, se enfrentan a un problema desconocido para la Luna: su carga eléctrica. Según la teoría de Maxwell, las cargas aceleradas emiten luz y, por tanto, el movimiento les roba energía. La sangría energética transforma la órbita del electrón en una espiral suicida hacia el núcleo. Los augurios de Maxwell condenaban al universo a una extinción melodramática: todos los electrones se acabarían estrellando contra los núcleos, aniquilándose con un estallido de luz cegadora transcurridos  $10^{-8}$  s. La idea resultaba sobrecogedora, pero los segundos pasaban y los átomos del universo, lejos de colapsar, exhibían una estabilidad inquebrantable. A cambio de sacar al modelo de Rutherford del atoladero, Bohr le impuso una serie de obligaciones. No las justificó y, al contrario de lo que sucede con los axiomas de la geometría euclídea, estaban muy lejos de satisfacer al sentido común.

Podemos resumir así su pliego de condiciones:

- Los electrones no tienen a su disposición todo el espacio que los rodea. Solo pueden girar en órbitas circulares, situadas a determinadas distancias del núcleo. Esta era una premisa cuántica: el radio de la órbita no admitía una serie continua de valores, sino que daba saltos.
- Mientras el electrón permanece en una órbita, se suspende la electrodinámica de Maxwell: no emite luz ni pierde energía. Se encuentra en lo que se conoce como un *estado estacionario*.
- A cada órbita le corresponde un valor diferente de la energía, de modo que la cuantización del espacio lleva aparejada una cuantización de la energía. Esta última aumenta con la distancia al núcleo, así que el estado fundamental, menos energético, coincide con el más próximo al protón.
- El electrón no está condenado a vagar *ad eternum* en su órbita. Se permite su mudanza, siempre y cuando se tras-

lade a otra de las órbitas permitidas. Puede descender, por su cuenta, a una órbita de radio más corto y menor energía. El electrón se desprende entonces de la energía que le sobra en su nuevo destino emitiendo un paquete de energía o fotón. También puede escalar a una órbita superior, pero para ello precisa una inyección de energía del exterior. La puede absorber de un fotón que salga a su encuentro o de una colisión con otra partícula, por ejemplo. Esta promoción lo deja en lo que se conoce como un *estado excitado*, efímero, puesto que, siguiendo una regla casi universal de la perezosa naturaleza, los electrones tienden a buscar el estado de menor energía disponible.

- Los saltos del electrón de una órbita a otra se cobran y pagan en efectivo con la moneda de los fotones, de modo que siempre cuadre el balance energético. La diferencia de energía entre el estado de la órbita final ( $E_f$ ) y la inicial ( $E_i$ ) viene dada por la relación de Planck:  $\Delta E = E_f - E_i = h \cdot \nu$ .

Tras haberse infiltrado en la luz, la constante de Planck hacía su incursión en el átomo. Según Bohr, los cuantos del horno eran el producto de los incesantes saltos, arriba y abajo, de los electrones a lo largo de la escalera energética que levanta la red de átomos que componen las paredes.

Las moléculas casi independientes de un gas ofrecen escaleras con peldaños amplios y bien definidos, sobre todo en los niveles más bajos. Por contra, en los sólidos y líquidos, los intensos vínculos entre un número exorbitado de partículas urden un entramado de peldaños de energía muy, muy pequeños, de altura casi insignificante. Los electrones tienen a su disposición una oferta casi ilimitada de transiciones, de saltos grandes o imperceptibles, que generan fotones de infinidad de frecuencias, que terminan dando a su espectro un aspecto continuo.

¿Por qué iba a asumir la física clásica los preceptos de Bohr, algunos de ellos tan arbitrarios en apariencia? Mediante una serie sencilla de cálculos, el joven teórico obtuvo con su modelo una expresión para la energía de cada órbita en función de un número

entero,  $n$ , que pasaría a recibir el nombre de *primer número cuántico*:

$$E_n = -\frac{2\pi^2 m e^4 K_c^2}{n^2 h^2} = -\frac{K}{n^2}, \quad [1]$$

donde  $m$  es la masa del electrón,  $e$ , su carga eléctrica,  $K_c$  corresponde a la constante de proporcionalidad de la ley de Coulomb y  $h$ , a la constante de Planck.

Cada  $n$  denota una órbita de radio distinto. El signo negativo implica que el electrón posee menos energía cuando está ligado en el átomo que cuando está en libertad: hace falta energía para arrancarlo y separarlo del núcleo (figura 1). Cuanto más bajo sea  $n$  más baja será también la energía. El estado fundamental corresponde a  $n = 1$ . Se desplegaba así una sucesión de círculos concéntricos (figura 2).

Al restar los valores de la energía para dos radios distintos e igualar la diferencia a la expresión de Planck, Bohr derivó la fórmula de Balmer. También dedujo el valor de la constante de Rydberg a partir de constantes más fundamentales, como la masa y la

carga del electrón o la velocidad de la luz. De hecho, su expresión era más completa que la del matemático de Basilea, puesto que el espectro visible del hidrógeno se componía solo de cuatro transiciones, desde las órbitas  $n = 3$ ,  $n = 4$ ,  $n = 5$  y  $n = 6$  a una órbita más baja, con  $n = 2$ . Bohr podía proporcionar la longitud de onda de cualquier transición entre órbitas cualesquiera. Los espectroscopistas ya habían detectado líneas que caían fuera del rango visi-

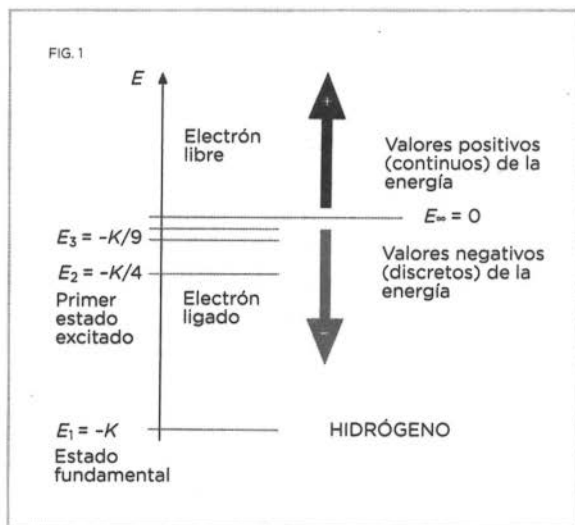
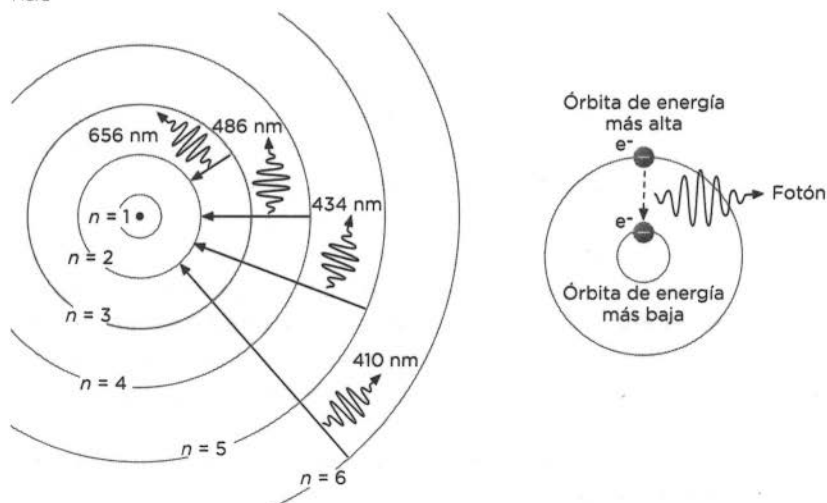


FIG. 2



ble del espectro, en el infrarrojo y el ultravioleta, y habían registrado sus frecuencias. La ecuación [1] daba cuenta de ellas con exactitud.

El modelo de Bohr ofrecía además una primera versión de lo que ocurría dentro de un tubo de descarga relleno de hidrógeno cuando se aplicaba un voltaje. Al chocar un electrón de la corriente que se generaba entre los electrodos con una molécula de gas, cedía energía a uno de sus electrones. Este la invertía en mudarse a una órbita superior, donde permanecía poco tiempo excitado. La frecuencia del fotón que emitía, al descender de nuevo, dependía de la magnitud del escalón energético. Cuanto más alto, mayor la energía del fotón y, por tanto, mayor su frecuencia. Las líneas del espectro de Balmer perfilaban así una especie de radiografía de los peldaños del átomo de hidrógeno (figura 2).

No es de extrañar que la publicación en tres partes de *Sobre la constitución de los átomos y las moléculas*, firmado por Bohr en 1913, se siguiera con la expectación de una novela por entregas. Infundió claridad en la penumbra cuántica, a cambio de dejar

fuera de la imagen una serie de cuestiones, que directamente no se abordaban. Como apuntó el matemático inglés James Jeans: «La única razón para aceptar [...] estas hipótesis es muy poderosa: su éxito». Sin embargo, pasada la euforia inicial adquirieron peso las suspicacias teóricas, centradas en lo que se ignoraba, que quedaba barrido bajo la alfombra de los postulados. Schrödinger resumió con acierto la situación:

[...] mientras que describía hasta el último detalle los llamados estados estacionarios, en los que se halla el átomo habitualmente, es decir, en los períodos comparativamente poco interesantes cuando nada sucede, la teoría guardaba silencio sobre los períodos de transición o «saltos cuánticos», como se comenzaban a denominar entonces.

El modelo sumía al átomo bajo una luz estroboscópica, donde los electrones se recolocaban en los interludios de oscuridad, pero nunca eran sorprendidos en mitad del proceso. Bohr era el primero en reconocer sus limitaciones: «No pretendo que este modelo sea verdaderamente una explicación; no he dicho nada sobre por qué se emite la radiación».

Al margen de la razón de los postulados, estos solo alcanzaban a descifrar los átomos con un solo electrón, es decir, el hidrógeno y una larga serie de iones positivos, como el  $\text{He}^+$  (un átomo de helio que ha perdido un electrón), el  $\text{Li}^{++}$  (un átomo de litio que ha perdido dos electrones), etc. A medida que las técnicas analíticas se depuraban, como ocurrió en los laboratorios al sustituir los prismas por redes de difracción, se descubrió que las líneas conocidas de los espectros en realidad se componían de agrupaciones de líneas más débiles. Ese conjunto de nuevas frecuencias integraba la estructura fina de los elementos y el átomo de Bohr no tenía nada que decir sobre ellas.

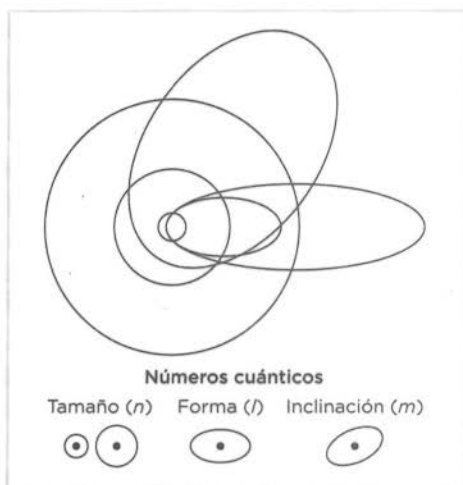
Desde un punto de vista teórico se le podían sacar aún más pegos. Se había estimado que el electrón orbitaba alrededor del núcleo a una velocidad aproximada de 1% la de la luz. Una fracción suficiente para que se manifestaran efectos relativistas, que brillaban por su ausencia en el modelo. Este tampoco tomaba en consideración otro aspecto: igual que para el conductor es la

carretera la que se desliza bajo las ruedas de su vehículo, desde la perspectiva del electrón, era el núcleo el que giraba a su alrededor, una carga positiva en movimiento que debía crear un campo magnético. En el fondo, los problemas de la estructura fina y de la relatividad estaban íntimamente relacionados.

El primer paso, antes de cambiar de paradigma, era perfeccionar, hasta donde diera de sí, el que ya se tenía. A esa tarea se aplicó con entusiasmo Arnold Sommerfeld, un hombre de extraordinario encanto personal que lucía en la frente un recuerdo de sus excesos estudiantiles: la cicatriz que le habían abierto durante un duelo de esgrima. Sommerfeld estaba convencido de que había que añadir estructura al átomo, para que diera cuenta de la riqueza de líneas de la estructura fina. Comenzó aceptando órbitas con formas elípticas, lo que, a su vez, le permitía jugar con las orientaciones. Asoció nuevos parámetros a estos nuevos atributos, números enteros relacionados entre sí que se sumaban al que había introducido Balmer.

Así,  $n$  pasaba a ser el número cuántico principal, que proporcionaba una idea del tamaño de la órbita. Un  $n$  pequeño correspondía a un electrón que habitara cerca del núcleo, mientras que uno grande lo situaba en la periferia del átomo. El siguiente número cuántico,  $l$ , determinaba el achatamiento de las elipses. El tercer número,  $m$ , apuntaba en qué direcciones se orientaban las órbitas (véase la figura).

Con todo, tras la reforma orbital, el átomo de Sommerfeld seguía arrojando los mismos niveles de energía que el de Bohr. Por tanto, en las transiciones generaba fotones con las mismas frecuencias, que al proyectarse contra una pantalla dibujarían las mismas líneas espectrales. Había llegado el momento de convocar a la relatividad especial. Según la teoría de Einstein, los cuerpos cambian de masa (y, por tanto, de energía:  $E = mc^2$ )



Un esquema del modelo de Sommerfeld, donde se observa que las trayectorias de los electrones pueden ser circulares o elípticas. El número cuántico  $n$  se relaciona con el tamaño de las órbitas, con la forma de las elipses y con su inclinación.

cuando aumenta o disminuye su velocidad. Para las aceleraciones que desarrollan los cuerpos macroscópicos de nuestro entorno cotidiano, se trata de un efecto imperceptible, pero no se podía pasar por alto en la vertiginosa vida de los electrones. Desde Kepler y Newton se sabía que para recorrer órbitas elípticas los cuerpos deben modificar constantemente su velocidad y esas pequeñas variaciones bastaban para provocar sutiles desplazamientos en los niveles de energía, explicando el desdoblamiento de las líneas.

El modelo de Bohr-Sommerfeld proporcionaba el atisbo de un mecanismo revolucionario, ajeno por completo a la física clásica, con sus saltos cuánticos generando paquetes de energía, pero planteaba casi tantas preguntas como las que conseguía responder. Dejando a un lado lo caprichoso de los postulados, ¿se podía calcular cuándo se iba a producir el salto de los electrones? ¿En qué dirección iba a salir disparado cada fotón? ¿En qué consistía realmente un «salto cuántico»? El electrón, como un mago de feria, ¿desaparecía de una órbita y reaparecía instantáneamente en otra? Semejante comportamiento resultaba tan desconcertante como si Júpiter se desvaneciera de improviso para reaparecer en la órbita de Marte. ¿O lo hacía de modo gradual? Para Schrödinger el carácter arbitrario de los postulados terminaba por invalidarlos: «Se dice que el electrón en una órbita estacionaria del átomo da vueltas periódicamente en una suerte de órbita sin emitir radiación. No hay explicación de por qué no debería radiar; de acuerdo con la teoría de Maxwell, tiene que radiar».

El simple hidrógeno se metía en problemas cuando lo sacaban de su celda de aislamiento y lo exponían a campos eléctricos y magnéticos. Cuando en el laboratorio se sometía el viejo tubo de descarga a un campo eléctrico, que se superponía al creado por los electrodos, las líneas conocidas volvían a multiplicarse (efecto Stark). Lo mismo sucedía cuando se aproximaban imanes (efecto Zeeman). Con campos débiles las nuevas líneas permanecían juntas, pero se dispersaban en cuanto se aumentaba la intensidad.

Para poner orden en esta jungla experimental, que se enmarañaba por momentos, primero hubo que introducir más confu-



sión. El paso siguiente lo dio un aristócrata francés, que colocó frente a los electrones un espejo cuántico. Si la luz, a pesar de toda su reputación ondulatoria, podía comportarse en el ámbito atómico como una partícula (el fotón), las partículas, con su fama corpuscular, ¿se conducirían como ondas?

## DE BROGLIE Y EL DESAFÍO DE SCHRÖDINGER

Maurice, sexto duque de Broglie, logró consumir la fantasía de cualquier físico experimental: montar un laboratorio a la medida de sus deseos y sin reparar en gastos. Como era aristócrata, aprovechó la mansión familiar de la *rue Châteaubriand*, en pleno centro de París. Allí atiborró los armarios Luis XV de toda suerte de aparatos eléctricos, cambió la servidumbre por un escuadrón de ayudantes y desarrolló un amplio programa de investigación centrado en los rayos X y el efecto fotoeléctrico. Su pasión científica acabó corrompiendo el espíritu humanista de su hermano pequeño, el príncipe Louis, enfrascado hasta entonces en el estudio de la Historia medieval, que abandonó para intentar una segunda carrera como físico. Según Louis, Maurice «consideraba los rayos X formados por ondas y corpúsculos, pero, como no era teórico, no tenía ideas muy precisas sobre el tema». Louis se encargó de definirlos. Tuvo ocasión de reflexionar a fondo sobre la naturaleza de la radiación electromagnética durante la Primera Guerra Mundial, que le sorprendió mientras completaba el servicio militar. Su siguiente destino fue un puesto de operador de radio en la torre Eiffel.

Quizá encaramado a su estructura de hierro tuvo la siguiente revelación: «Tras profundas reflexiones en soledad y meditación, de improviso me vino la idea, en 1923, de que el descubrimiento hecho por Einstein en 1905 debía generalizarse, para ampliarlo a todas las partículas materiales, en particular, a los electrones». Es decir, si la luz era capaz de exhibir propiedades corpusculares, los electrones debían mostrar también rasgos ondulatorios. De Broglie estaba sugiriendo que una partícula, como un electrón, que

viaja libremente por el espacio, llevaría asociada una onda, de longitud  $\lambda = h/p$ , donde  $p$  es una magnitud física llamada *momento*, que básicamente se define como el producto de la masa de la partícula por su velocidad ( $p = mv$ ).

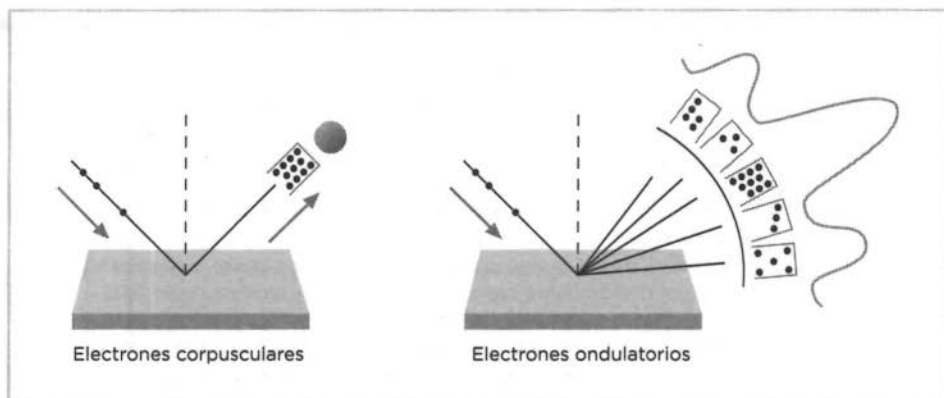
De Broglie hizo público el fruto de sus solitarias reflexiones una vez licenciado, ante la Academia francesa de ciencias, en dos breves comunicados en septiembre de 1923. Darían pie a una versión más completa, que convirtió en su tesis doctoral, al año siguiente. El director de la tesis, Paul Langevin, no sabía muy bien qué hacer con ella. Le pareció tan ocurrente como improbable, así que le pasó la patata caliente a Einstein, que la acogió con entusiasmo: «Me parece un primer rayo de tímida luz, sobre el peor de nuestros enigmas físicos».

El propio De Broglie acompañó su hipótesis de una sugerencia de cómo verificarla. Señaló que si se lanzaban contra un cristal electrones con una longitud de onda asociada de un tamaño semejante a las distancias interatómicas del sólido (unos  $10^{-10}$  m), al otro lado se manifestaría un patrón de interferencia. La interferencia es uno de los fenómenos que delata con más claridad la naturaleza ondulatoria de una entidad cualquiera (para más detalles, véase el recuadro «Cruce de ondas», páginas 72-73). Una vez que Einstein había estampado su sello de calidad sobre las especulaciones de De Broglie, se dio luz verde al proyecto.

Los norteamericanos Clinton Davisson y Lester Germer llevaron a cabo el experimento en los Bell Telephone Laboratories y los ingleses Alexander Reid y George Thomson hicieron lo propio en la Universidad de Aberdeen. Ambos equipos encontraron que, fueran lo que fuesen los electrones, se comportaban como ondas al atravesar un cristal de níquel o una película de metal ultrafina.

Si los electrones se hubieran comportado como partículas, al penetrar en la red de átomos de un sólido hubieran rebotado como pelotas diminutas, en direcciones bien definidas. Sin embargo, al contar los electrones desviados en cada dirección, se obtuvo una dispersión amplia de perfil ondulatorio (véase la figura).

Los experimentos dictaban un veredicto inapelable: los electrones escondían propiedades ondulatorias. Sin embargo, el avance de De Broglie, como venía siendo costumbre en los dominios



cuánticos, alentaba casi más interrogantes de los que despejaba. ¿En qué consistían las ondas asociadas a la materia? ¿De qué modo había que interpretarlas? ¿Cómo podía algo encarnar a un tiempo dos naturalezas tan contradictorias como una onda y una partícula? Las partículas se concentran en puntos sin dimensiones y las ondas tienden a no localizarse y a extenderse a lo ancho y largo del espacio, como las olas del mar o los círculos que se abren cuando una piedra atraviesa la superficie de un estanque. La ecuación de De Broglie,  $\lambda = h/p$ , hermanaba rasgos de mundos antitéticos:  $\lambda$  es una magnitud de raíz ondulatoria, mientras que  $p$  es corpuscular. Las ondas materiales, a diferencia de la luz, no estaban asociadas a ningún campo eléctrico o magnético y podían viajar en el vacío a cualquier velocidad distinta de  $c$ . Una pelota que cruce un campo de golf a 30 m/s lleva asociada una onda con  $\lambda = 1,9 \cdot 10^{-34}$  m. Una vez más, el factor de escala de Planck,  $h$ , hace su magnitud imperceptible desde nuestra experiencia cotidiana, pero aun así ¿cómo coexiste la pelota con su insignificante onda fantasmal?

De Broglie la interpretaba como una onda que guiaba a la partícula, pero aunque semejante afirmación proporcionara un cierto asidero intuitivo, tampoco aclaraba qué clase de relación mantenía con ella el electrón. Por ejemplo, una partícula que sufriese cualquier acción de su entorno (un choque con otra partícula, por ejemplo, o el influjo de un imán) modificaría su velocidad y, por tanto, su longitud de onda. Pero ¿de acuerdo con qué meca-

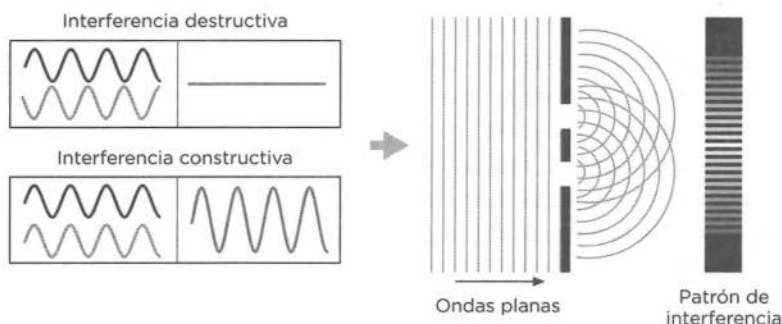
La figura presenta los dos posibles desenlaces del experimento de Davisson y Germer, en función del comportamiento de los electrones. Si fueran corpúsculos, se concentrarían todos en el mismo detector. Si fueran ondas, se repartirían en una serie de detectores y la cantidad de partículas en cada uno obedecería a un patrón ondulatorio. Se obtuvo el segundo resultado.

## CRUCE DE ONDAS

Con frecuencia la luz produce la sensación de viajar en línea recta. La formación de sombras o las imágenes reflejadas en un espejo responden muy bien a esa representación intuitiva. Toda una rama de la física, la óptica geométrica, se ocupa del estudio de los fenómenos donde los rayos luminosos se pliegan a la dictadura de las líneas rectas. Sin embargo, existe otra amplia gama de situaciones donde la luz se comporta como las ondas de sonido o las que se propagan en la superficie del agua.

Cuando un frente de ondas planas tropieza con una rendija, de la hendidura emerge una sucesión de ondas en semicírculo. Si hay dos rendijas, se superponen dos semicírculos. En adelante, en cada punto del espacio se combinan las perturbaciones generadas por cada nuevo frente. Como se muestra en la figura 1, allí donde coincide el valle de uno con la cresta de otro, se anulan (interferencia destructiva). En cambio, si coinciden dos valles o dos crestas, las perturbaciones se refuerzan (interferencia constructiva). En el resto de puntos se fraguan estados intermedios. En el caso de la luz, esta imbricación de las ondas compone una sucesión de franjas de luminosidad diversa, intercaladas con otras oscuras. En la figura 2 se observa cómo la gradación de intensidades revela la silueta de las ondas.

FIG. 1



nismo? No existía ninguna ecuación que permitiera calcular la dinámica de las ondas asociadas a los electrones.

Estas dificultades debían tener en ascuas al físico holandés Peter Debye, quien, a mediados de octubre de 1925, le espetó a

Una interferencia similar tiene lugar cuando, después de arrojar un par de piedras, coincide la propagación de dos ondas circulares en la superficie de un estanque. Al aumentar el número de focos que originan nuevas ondas, se obtienen configuraciones más complejas, como cuando una ola rompe contra los pilares de un embarcadero. Cada pilar se convierte en una fuente de círculos, que se entrelazan. Los patrones que resultan dependen de la separación entre pilares, igual que para la luz dependen de la distancia entre rendijas. Estudiando las figuras que compone la interferencia, se puede reconstruir matemáticamente la estructura que la provocó. El físico alemán Max von Laue, alumno destacado de Planck, pensó que el mismo efecto se pondría de manifiesto al hacer que ondas electromagnéticas de longitud de onda muy corta atravesaran la red de átomos que funda (como pilares distribuidos ordenadamente en tres dimensiones) la estructura de un sólido (figura 3).

FIG. 2

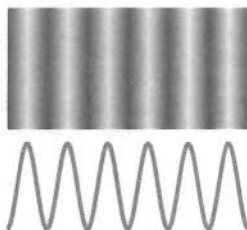
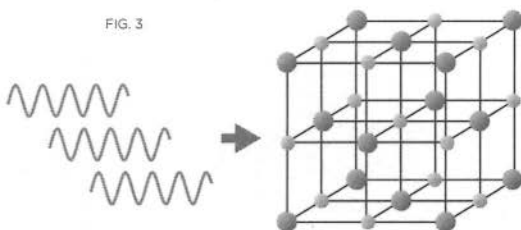


FIG. 3

Red cristalina de átomos.  
Cada átomo de la red actúa  
como un foco generador  
de nuevas ondas.

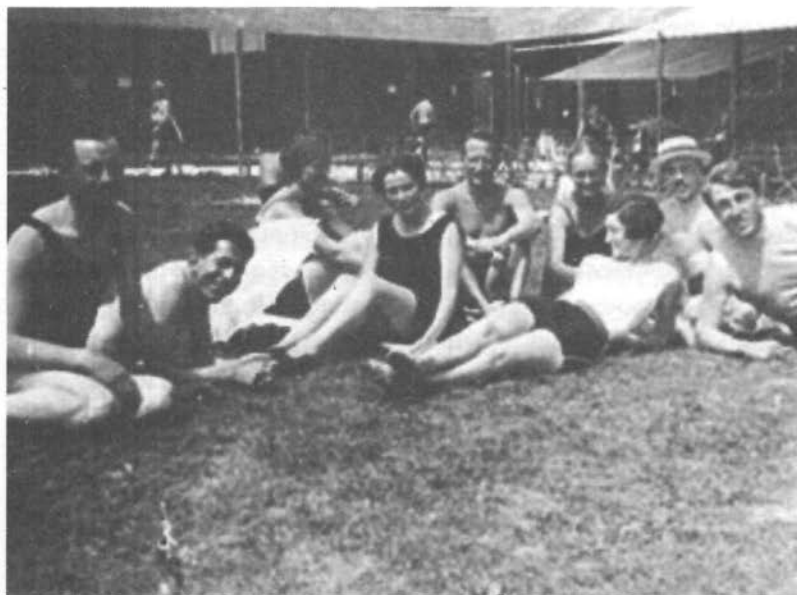


En abril de 1912, en la Universidad de Múnich, se hizo que un frente de rayos X (con  $\lambda$  del orden de  $10^{-11}$  m) rompiera contra la red atómica de un cristal de sulfato de cobre. Al otro lado, se obtuvo el patrón de interferencia esperado. En la década de 1950 se logró deducir la estructura de la mioglobina, la hemoglobina o el ADN a partir de un puñado de imágenes, generadas al someter versiones cristalizadas de las moléculas a un haz de rayos X.

Schrödinger en Zúrich: «Ahora, usted no está trabajando en nada de importancia. No entiendo todo este asunto de De Broglie. Léalo. A ver si puede dar una charla interesante». Schrödinger estudió la obra del príncipe francés y el 7 de diciembre la expuso

con brillantez en una conferencia. Sentado entre el público, esta vez Debye tampoco quedó satisfecho. Reprochó a Schrödinger que para hablar de ondas con propiedad, ya fueran vibraciones en la cuerda de una guitarra, oscilaciones en la presión de las moléculas del aire (sonido) o radiación electromagnética era necesario contar con una ecuación de ondas. Así que antes de abandonar la sala de conferencias se la reclamó: «¡Encuéntrela!».

El desafío recordaba al que le había lanzado Hans Marius Hansen a Bohr para justificar la fórmula de Balmer. Schrödinger recogió el guante que le arrojaba Debye y ese gesto fue el primer detonante de la que sería su obra maestra. El segundo provino de fuera del ámbito científico. Su matrimonio con Annemarie había arribado a Zúrich con una vía abierta bajo la línea de flotación. A punto de zozobrar, encontraron que en algunos rincones de la ciudad suiza flotaba todavía el espíritu libérrimo y antiburgués del dadaísmo, que había estallado en plena guerra mundial. Su nuevo círculo social mostraba una amplia tolerancia hacia las relaciones fuera del matrimonio, que a veces se alimentaban dentro del grupo. Según el matemático Hermann Weyl, amigo de Erwin y amante de Annemarie, Schrödinger «hizo su trabajo trascendental durante un arrebato amoroso tardío». Weyl debía de saber lo que se decía, ya que colaboró estrechamente con el físico austriaco, ayudándole a salvar las dificultades técnicas de la ecuación de ondas. Su comentario disparó toda clase de conjeturas sobre la identidad de la musa cuántica, sin éxito. Para añadir más misterio, el diario de Schrödinger de ese período se perdió. Todo lo que se conoce es que se trataba de una «antigua novia de Viena» y que pasó con ella las navidades, en la misma estación de esquí de Arosa donde cuatro años atrás se había sometido a una cura de reposo. ¿Se trataba quizá de Felicie? Al margen de quien fuera, alentó un período de esplendor creativo donde Schrödinger dio lo mejor de sí mismo. Si venía publicando una media de 40 páginas anuales en las revistas científicas, en 1926 casi multiplicó por siete su producción, alcanzando un máximo de 265. Además, esta vez no se limitó a criticar con lucidez el trabajo de otros, añadiéndole hondura matemática. Su obra conquistaba una cota diferente. De ser un físico de una solidez reco-



La vida de Schrödinger estuvo marcada por sus numerosas aventuras sentimentales con diferentes mujeres. En la imagen superior, el físico austriaco (en el centro) en la playa del lago de Zúrich, hacia 1925. Abajo, Schrödinger (sentado, a la derecha) en una fiesta celebrada en 1933.



nocida, pero sin ninguna obra memorable, se incorporaba al panteón de los grandes científicos del siglo xx. No derivó su ecuación de ondas a partir de datos experimentales ni de un marco teórico consistente, sino a tientas, de un golpe audaz de pura intuición física.

A la vuelta de las navidades, el decano de la Universidad de Zúrich le preguntó si había disfrutado del esquí en las laderas de Arosa. La respuesta de Schrödinger obvió el aspecto amoroso y se limitó a reconocer que una serie de cálculos lo habían despistado. Cuando se enfrentó a la primera conferencia del año nuevo, se dirigió a su audiencia con estas palabras: «Mi colega Debye me sugirió que debíamos contar con una ecuación de ondas. Pues bien, ¡he encontrado una!».

## ANATOMÍA DE UNA ECUACIÓN

La ecuación de ondas de Schrödinger es una ecuación diferencial en derivadas parciales:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + V(x, y, z) \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t},$$

donde  $\psi$  es una función del tiempo y de las tres coordenadas espaciales  $(x, y, z)$ ,  $i = \sqrt{-1}$  y  $\hbar = h/2\pi$ . Para abordarla hacen falta conocimientos matemáticos que caen fuera del alcance de este libro, así que limitaremos nuestra curiosidad a una versión reducida, en una sola dimensión y obviando la dependencia temporal:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x) \psi(x) = E \psi(x).$$

Esta simplificación tampoco supone una renuncia drástica, ya que basta y sobra para ilustrar un amplio abanico de paisajes cuánticos. Antes de interpretarla, vamos a presentar paso a paso cada uno de los elementos que la componen.



Al hablar de ecuaciones, la primera imagen que nos viene a la mente es una expresión algebraica, con una o varias incógnitas, del tipo:

$$x^2 + x = 7$$
$$x^3 - y^2 + 3 = 0.$$

En general, una ecuación somete a una o más variables, números cuya identidad se desconoce, a una serie de imposiciones expresadas a través de operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación, división, potencias y raíces), que solo cumplen las soluciones.

Antes de que el francés François Viète introdujera en el siglo xvi la notación simbólica moderna, con letras, los matemáticos egipcios o árabes expresaban con una prosa directa las condiciones. Por ejemplo, una ecuación de la forma:  $x^2 + x = 3$ , se formulaba como una pregunta: «¿Qué cosa multiplicada por sí misma más la propia cosa da tres como resultado?». Enunciado así, con palabras, resulta natural el impulso de generalizar «la cosa», con solo extender el juego de operaciones y el conjunto de entidades matemáticas a las que se aplican.

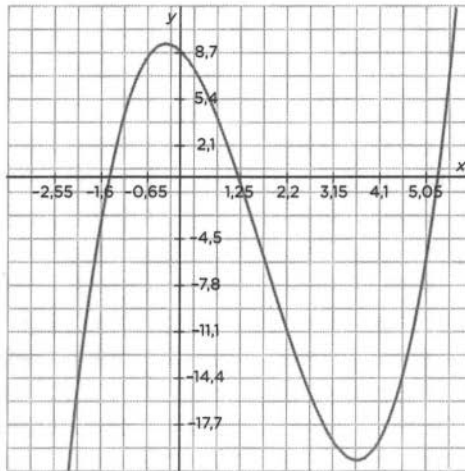
Siguiendo la ola de abstracción que se levantó a lo largo del siglo xix, los requisitos de las ecuaciones se asignaron no solo a números, sino también a objetos matemáticos cada vez más complejos, como funciones o matrices (estas últimas desempeñaron un papel importante, como veremos, en la historia de la mecánica cuántica). Por el momento, solo necesitamos incorporar a nuestro juego las funciones y una nueva operación: la derivación.

Las funciones más sencillas dependen de una sola variable:  $y(x)$ , y se representan mediante curvas (figura 3, página siguiente).

Para cada valor de  $x$  la ecuación produce una  $y$ , generando infinitos pares de puntos  $(x, y)$  que van dibujando la curva.

Las funciones de dos variables se representan mediante superficies que se despliegan en un espacio de tres dimensiones; las de tres variables en adelante desafían la capacidad del cerebro humano para visualizarlas. Las funciones, como los números, se pueden someter a un pliego de condiciones matemáticas. Aquellas que las satisfacen se convierten en soluciones.

FIG. 3



Gráfica de la función:

$$y(x) = x^3 - 5x^2 - 3x + 9$$

	punto (x,y)
$y(1) = 2$	(1,2)
$y(2) = -9$	(2,-9)
$y(3) = -18$	(3,-18)
...	

Con las ecuaciones diferenciales se juega básicamente del mismo modo que con las ecuaciones algebraicas, solo que el reparto se diversifica (ahora también se aceptan funciones), igual que las reglas (las operaciones incluyen derivadas). Veamos un ejemplo:

$$\frac{dy}{dx} = k y, \text{ donde } k \text{ es una constante.}$$

Expresada al estilo antiguo, se convierte en la pregunta: ¿qué función después de ser derivada resulta igual a una constante  $k$  multiplicada por la misma función? La respuesta es:  $y(x) = y_0 e^{kx}$ , donde  $y_0 = y(0)$ , que satisface los requisitos enunciados en la ecuación.

La propia notación  $y(x)$  pone de manifiesto que  $y$  depende de  $x$ . La derivada refleja a qué ritmo cambia la primera variable en función de la segunda. En la curva que se muestra en la figura 4,  $y$  evoluciona con suavidad a medida que el valor de  $x$  aumenta. Para hacer visible ese ritmo de cambio se puede recurrir a la «pendiente»: una recta que toca al dibujo de la función en un solo punto

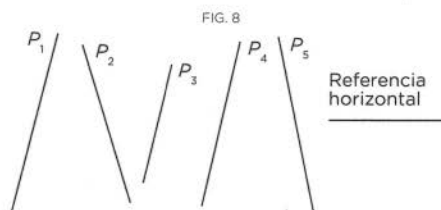
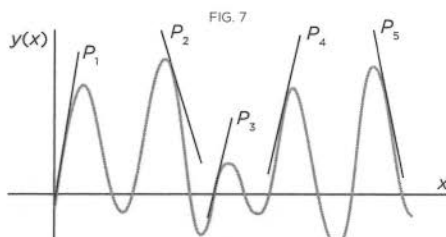
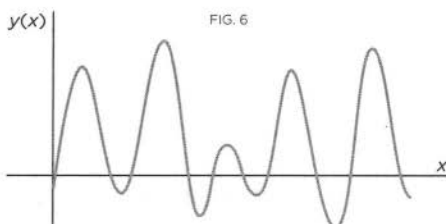
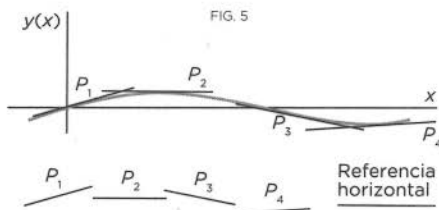
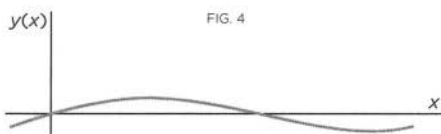
(es tangente a ella) para cada  $x$ . Al observar el ángulo que forma la recta pendiente con la horizontal se adquiere una idea intuitiva del valor de la derivada. Una pendiente plana equivale a una derivada nula ( $y$  no cambia con  $x$ ), mientras que una pendiente que se acerca a la vertical corresponde a una derivada que tiende al infinito ( $y$  crece muchísimo frente a una pequeña variación de  $x$ ). En nuestro caso, todas las pendientes son pequeñas, es decir, se desvían poco de la horizontal (figura 5).

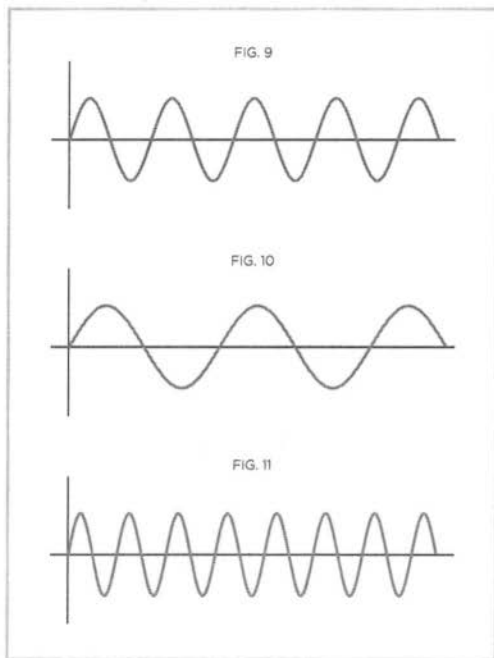
Si la curva representara una sección del terreno, al caminar sobre él apenas se notarían los accidentes. Sin embargo, podemos encontrar funciones donde la variable  $y$  cambie de forma abrupta (figura 6).

Al dibujar las derivadas (las pendientes), observamos que ahora abundan las que son casi verticales. Sería difícil andar sobre una superficie semejante sin dar un tropezizo (figura 7).

Las pendientes de la nueva función tienden más a la vertical y solo se aproximan a la horizontal cerca de las cumbres y los valles, donde frenan su ritmo de cambio (figura 8).

En las ecuaciones diferenciales también se pueden introducir derivadas segundas, o sea, deriva-





das de derivadas. La información que proporciona esta operación repetida es el ritmo con el que cambia la pendiente.

Se ve claramente si tomamos una función cualquiera, como la que se muestra en la figura 9, y a continuación la estiramos (figura 10) y luego la comprimimos (figura 11). En ambas circunstancias la variable  $y$  recorre los mismos valores, pero en la figura 10 lo hace de modo que la pendiente varía con suavidad a medida que progresa  $x$  (su derivada segunda es pequeña), mientras que en la figura 11 la pendiente oscila enérgicamente (su derivada segunda es grande).

Cuando la función incógnita depende de una sola variable, como en el caso de  $y(x)$ , la ecuación diferencial se llama *ordinaria*. Cuando depende de varias, como  $f(x, y)$  o  $g(x, y, z)$ , nos encontramos frente a una *ecuación diferencial en derivadas parciales*, como la ecuación de Schrödinger que, en general, depende de tres coordenadas espaciales y del tiempo.

Las derivadas se han revelado como una herramienta idónea para escribir las leyes de la naturaleza. La posición de las moléculas del aire cambia, igual que la temperatura de un metal, la presión de la atmósfera, la concentración de una disolución, el número de núcleos radiactivos que se desintegran, la densidad de un plástico, la tensión de la piel de un tambor... Pueden hacerlo súbitamente o demorarse, progresar de modo sostenido o con altibajos, en ciclos regulares o exhibir un comportamiento caótico. El propósito del científico es detectar pautas en esas variaciones, localizar sus agentes e intermediarios, conocer qué papel interpreta cada uno y establecer sus cadencias. Las ecua-

## LA LENGUA DE LAS DERIVADAS

El sentido de las derivadas ayuda a traducir el lenguaje algo críptico de las ecuaciones diferenciales. Veámoslo con el ejemplo ya familiar:

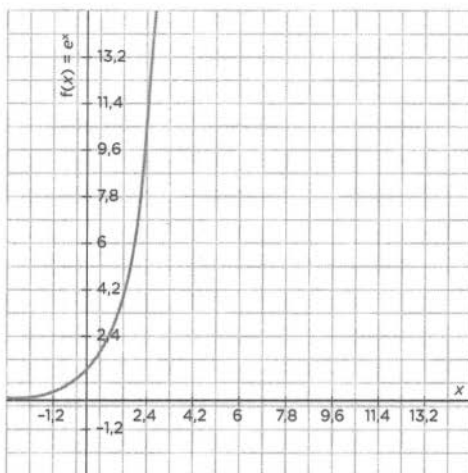
$$\frac{dy}{dx} = ky.$$

Con su solución:  $y(x) = y_0 e^{kx}$

Tomemos el caso más sencillo:

$$k = 1 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = y.$$

Ahora podemos leer en la ecuación que la pendiente es igual al valor de la función en cada punto. La solución  $y(x) = e^x$  presenta el aspecto que recoge la figura.



Algunos valores de la función:

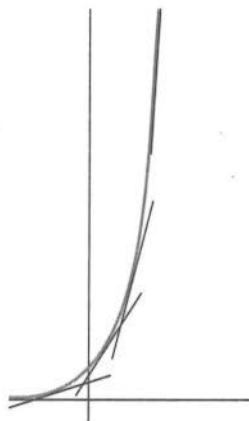
$$y(0) = e^0 = 1$$

$$y(1) = e^1 = 2,72$$

$$y(2) = e^2 = 7,39$$

$$y(3) = e^3 = 20,09$$

En efecto, comprobamos que  $y$  crece deprisa a medida que aumenta el valor de  $x$ , y que impone ese mismo ritmo de crecimiento a su pendiente (derecha).



ciones diferenciales desempeñan esa labor con la exactitud y rigor de la lógica matemática. A menudo describen fenómenos cuya existencia no se sospechaba en el momento en que fueron creadas, a partir de una intuición física o del análisis de una situación. A veces se llega a la ecuación como quien plantea un escenario con sus actores principales, para descubrir a continuación cómo, siguiendo su propia mecánica, se desarrolla un argumento acorde con las premisas iniciales, pero que no se había previsto. Por las mismas razones, las derivadas han terminado formando parte del bagaje profesional de químicos, ingenieros, biólogos y economistas.

A partir del siglo xvii, el desarrollo del aparato matemático que investiga las propiedades de las funciones y sus derivadas, el análisis, certificó la mayoría de edad de la física, concediéndole un poder de predicción que no tenía precedentes en la historia de la ciencia. Las consideraciones físicas conducían a una ecuación y las matemáticas proporcionaban una función solución que dibujaba dónde se situaría el planeta Marte dentro de quinientos años o el proyectil de una bala, tras una fracción de segundo.

Fue una relación simbiótica: ramas enteras del análisis se desarrollaron al intentar resolver problemas físicos. Los matemáticos se internaron así en la selva de las ecuaciones diferenciales, a la caza de nuevas especies.

Una de las primeras en despertar su curiosidad fue la ecuación de ondas. Surgió del apego a los instrumentos musicales, al estudiar la vibración de una cuerda de violín, sujeta entre los extremos del bastidor. La ecuación describía la evolución de la cuerda después de haber sido pulsada. La aplicación de las leyes de Newton conducía a la siguiente expresión, en derivadas parciales:

$$\frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = \frac{T}{\rho} \frac{\partial^2 a}{\partial x^2}$$

donde  $\rho$  y  $T$  son dos constantes (la densidad de la cuerda y la tensión a la que está sometida), y  $a$  es una función del espacio y el tiempo, que refleja la distancia vertical que separa cada punto de la cuerda de la horizontal (figura 12).

FIG. 12



FIG. 13

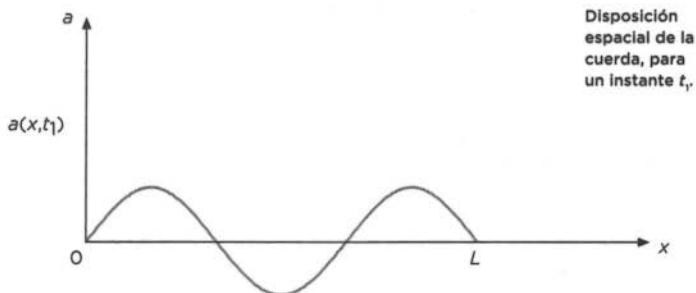


Esta ecuación admite infinidad de soluciones. Muchas de ellas son perfectamente asumibles para un matemático, pero carecen de sentido físico y se descartan; otras no satisfacen ciertas condiciones adicionales, como que los cabos de la cuerda nunca vibren, que la cuerda permanezca en reposo hasta el momento de soltarla o que en ese instante adopte una forma determinada (la que le impone el dedo que la pulsa). Lo singular del caso es que estos requisitos físicos no solo reducen el conjunto de soluciones aceptables, sino que también cuantizan el valor de la frecuencia ( $v$ ) con la que oscila la cuerda. Si se sueltan sus extremos, las soluciones son ondas que la recorren libremente, hacia la derecha o la izquierda. Pueden hacerlo con una frecuencia cualquiera: entonces  $v$  es una magnitud continua. Sin embargo, al sujetar la cuerda en el violín, las ondas quedan atrapadas entre los extremos,  $v$  se rompe y se transforma en una variable discreta. Su rango de valores debe restringirse a los múltiplos de una frecuencia fundamental,  $v_1$ , cuyo sonido puede ajustarse (mediante  $p$  y  $T$ ) a una nota musical pura (figura 13).

## RETRATO DE UNA CUERDA

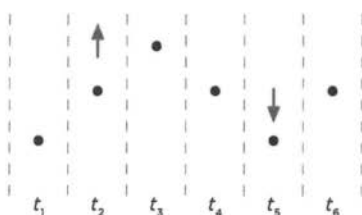
Para entender mejor la ecuación de ondas, podemos registrar el movimiento de la cuerda vibrante mediante una serie de fotografías. En cualquiera de ellas el tiempo se detiene, para captar un perfil ondulatorio como el que se muestra en la figura 1.

FIG. 1



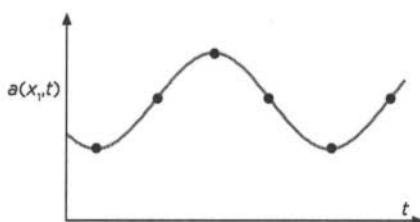
A continuación detenemos el espacio (en el eje  $x$ ) y volvemos a poner en marcha el tiempo. Es decir, solo nos vamos a fijar en un punto de la cuerda, para seguir su evolución, retratándolo a medida que oscila arriba y abajo. Si disponemos estas últimas fotografías en una fila, en orden, descubrimos que la secuencia dibuja una segunda onda (figura 2). También se puede representar cómo cambia la posición del punto en un eje temporal (figura 3).

FIG. 2



Secuencia de imágenes que refleja cómo cambia con el tiempo la altura de un punto de la cuerda (para una posición fija  $x_1$ ).

FIG. 3



Evolución temporal de un solo punto de la cuerda, que oscila arriba y abajo en la posición  $x_1$ .



Lo que nos dice la ecuación  $\frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = \frac{T}{\rho} \frac{\partial^2 a}{\partial x^2}$

es que la rapidez con que varía la pendiente a lo largo de la cuerda, en la forma que dibuja en el espacio

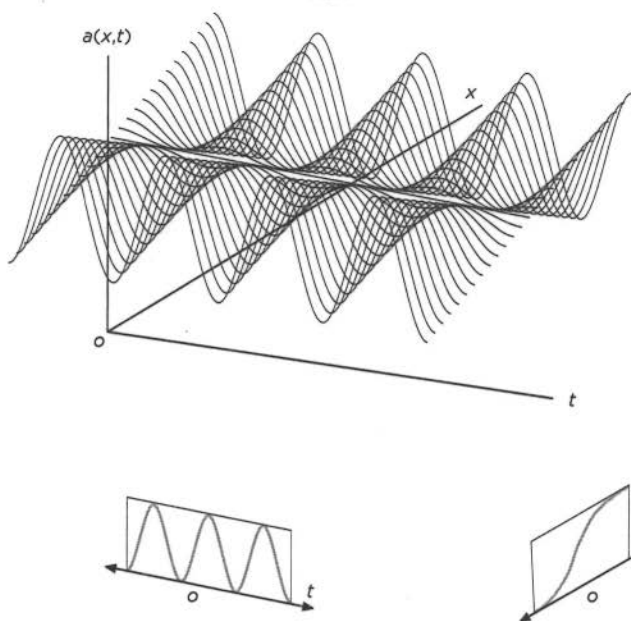
$$\left( \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} \right),$$

es proporcional a la rapidez con la que varía la pendiente en el dibujo de su evolución temporal

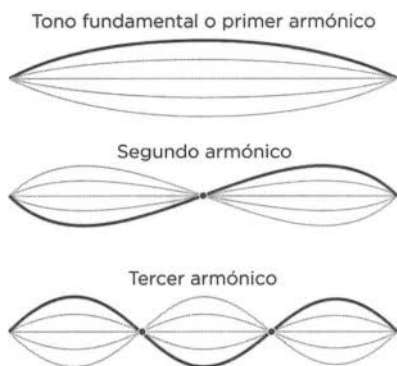
$$\left( \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} \right).$$

Si, por ejemplo, el cociente  $T/\rho$  es mayor que la unidad, la onda estará más comprimida en el eje temporal que en el espacial (figura 4).

FIG. 4



Si  $T/\rho$  es menor que la unidad, la relación se invierte y si  $T=\rho$ , las pendientes evolucionan con la misma cadencia en el espacio y el tiempo.



Estas vibraciones son ondas estacionarias, es decir, que no cambian su estado con el paso del tiempo. Se establecen cuando las ondas que en principio viajaban en libertad, hacia la izquierda y la derecha, tropiezan con los extremos fijos de la cuerda, donde rebotan. A partir de ahí las dos ondas vuelven a encontrarse, corriendo en sentidos opuestos, y su solapamiento compone una onda estacionaria, que no viaja.

La cuerda queda dividida en segmentos iguales, por un número entero de puntos en reposo, los nodos, mientras el resto de la cuerda se limita a oscilar entre ellos, arriba y abajo. El tono fundamental no presenta nodos, el segundo armónico cuenta con uno, el tercero, con dos, y así sucesivamente (véase la figura).

En otras palabras, aquí tenemos un sistema absolutamente clásico, que surge del ámbito familiar de los instrumentos musicales, con una cuerda fija, descrita por una función continua, pero con una de sus variables, la frecuencia, cuantizada. Desde un punto de vista formal, no existe diferencia alguna entre la cuantización de la energía de la ecuación de Bohr [1] para los átomos y la de la frecuencia de los armónicos. Resulta notable que esta poderosa analogía no llamara antes la atención de los físicos. Desde luego, Schrödinger no la pasó por alto. De modo similar, su ecuación admite infinidad de soluciones en un limbo matemático, pero cuando se somete a una serie de requisitos, uno de sus parámetros se cuantiza, en este caso la energía.

El primer artículo que dedicó Schrödinger a la estructura del átomo se titulaba *La cuantización como problema de autovalores* y se publicó en 1926. El término *autovalor* pertenece a la jerga matemática y designa el parámetro que queda cuantizado después de imponer determinadas condiciones a una ecuación diferencial. En el texto del artículo, Schrödinger aludía explícitamente a la cuerda vibrante. Los números enteros que aparecen en los

niveles de energía del átomo de hidrógeno «surgen con la misma naturalidad que los números enteros que especifican el número de nodos en una cuerda que vibra. Este enfoque nuevo se puede generalizar y creo que afecta al significado más profundo de las reglas cuánticas».

Con lo que ya sabemos, es el momento de recuperar la expresión:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x) \psi(x) = E \psi(x)$$

donde  $m$  es la masa del electrón y  $E$ , la energía del sistema. La función  $\psi$  se relaciona, de un modo que todavía no podemos dilucidar, con la información de dónde se halla el electrón.

A su vez, la función  $V(x)$  representa cualquier influencia que sufra el electrón a cuenta del resto del universo. Cuando vale cero, asumimos que el electrón es libre o se encuentra muy lejos de cualquier perturbación. Una autonomía que pierde en cuanto se aproxima a un núcleo y queda ligado al átomo. Entonces  $V(x)$  ya no vale cero y obedece a la presencia eléctrica de los protones:

$$V(x) = -K_e \frac{Z e^2}{x},$$

donde  $Z$  es el número de protones, que identifica al átomo. Ubicaremos el núcleo en el origen de coordenadas ( $x=0$ ), de modo que la variable  $x$  también mida la distancia que nos separa de él. Al introducir la expresión que acabamos de ver para  $V(x)$  en la ecuación de Schrödinger, esta adopta la forma:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - K_e \frac{Z e^2}{x} \psi(x) = E \psi(x).$$

Podemos considerar  $V(x)$  como el producto de una constante (que engloba a  $K_e$ ,  $Z$  y  $e^2$ ) por la función de la posición  $1/x$ :

$$V(x) = -\left(K_e \cdot Z \cdot e^2\right) \cdot \frac{1}{x}.$$

## EL ELECTRÓN LIBRE

Cuando la función  $V$  se anula, el electrón queda en libertad y la ecuación de Schrödinger, en una dimensión, se reduce a su forma más simple:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = E \psi(x) \quad [1]$$

que se parece mucho a la primera ecuación diferencial que consideramos:

$$\frac{dy}{dx} = k y(x).$$

Entonces interpretamos que la pendiente de  $y$  era proporcional al valor de la propia función en cada punto. Ahora lo es el ritmo con el que va cambiando la pendiente de la función  $\psi$ . Vemos que ante un valor de  $E$  grande (un electrón muy energético), para una misma  $\psi$  la derivada segunda será mayor. Estaremos en la situación de la onda comprimida, con una longitud de onda, por tanto, corta (véase de nuevo la figura 11). Recordando la expresión de De Broglie:  $\lambda = h/p$ , una  $\lambda$  pequeña corresponde a un momento  $p$  grande (es decir, a una gran velocidad:  $p = mv$ ). Al contrario, una  $E$  pequeña nos sitúa en el caso de la onda estirada, con una longitud de onda larga y, por tanto, poca velocidad: un electrón poco energético. En la ecuación [1], el electrón, al no sufrir ninguna influencia del entorno, se halla en un estado similar al de la cuerda libre y su frecuencia continua. De hecho, la forma de  $\psi$  se parece mucho a una onda que se propaga en libertad. La energía de la partícula tampoco está cuantizada y admite un espectro infinito de valores.

Donde la función  $1/x$  muestra el perfil de la figura 14, en la que se observa que la función  $1/x$  tiende a infinito cerca de  $x = 0$  y decrece hasta anularse cuando  $x$  se hace muy grande.

El dibujo de la curva revela que  $V$  se hace notar en la ecuación sobre todo cuando el valor de  $x$  es bajo (cuando el electrón deambula cerca del núcleo). Si dividimos un número por otro mucho más pequeño que la unidad, obtenemos como resultado un número grande. Cuanto más pequeño sea el divisor, mayor será el cociente. Por ejemplo:

$$\frac{1}{0,1} = 10$$

$$\frac{1}{0,000001} = 1\,000\,000.$$

Al contrario, si  $x$  aumenta, el cociente

$$K_c \frac{Z e^2}{x}$$

mengua hasta volverse insignificante. Estas dos tendencias reflejan que el electrón siente con fuerza la atracción de las cargas positivas cuando se encuentra en la proximidad del núcleo (donde  $V$  se agiganta) y prácticamente no advierte su presencia cuando se halla muy lejos (donde  $V$  decrece hasta desvanecerse). En este último caso, en que  $V$  tiende a cero, la ecuación se reduce a la del electrón libre (figura 15).

En todo momento suponemos que el núcleo se halla en reposo (o que podemos despreciar su velocidad frente a la de los electrones).

La acción de  $V$ , que liga los electrones al núcleo, equivale a fijar la cuerda al bastidor del violín. Igual que la función  $a(x, t)$  debía anularse en los extremos o representar la forma de la cuerda antes de soltarla, a  $\psi$  también se le exigen condiciones adicionales.

Entre ellas, que  $\psi$  sea continua y que su valor tienda a cero muy lejos del núcleo. No parecen descabelladas, pero su verdadero sentido no se despejará hasta el próximo capítulo. Al cumplirse todos los requisitos, la energía del sistema se cuantiza de acuerdo con la fórmula de Bohr. Las funciones solución  $\psi$  también se comportan como las ondas estacionarias, creando una situación estable en el átomo.

FIG. 14

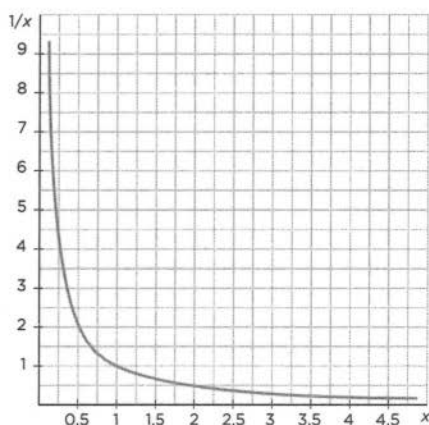
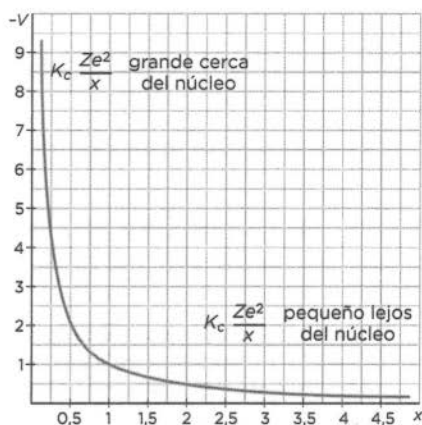


FIG. 15



## UNA INTUICIÓN DE $\Psi$

Para describir un átomo de hidrógeno real se deben incorporar las tres coordenadas espaciales:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) - K_c \frac{Z e^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \psi(x, y, z) = E \psi(x, y, z). \quad [1]$$

En tres dimensiones, el análisis de la ecuación se complica. De entrada, para visualizar las soluciones se precisan cuatro ejes: uno para  $\Psi$  y otros tres para  $x, y, z$ . Si incorporásemos el tiempo  $t$ , harían falta cinco. Con todo, se pueden extraer algunas nociones intuitivas sobre su aspecto. Por ejemplo, al despejar en [1], se obtiene que la suma de los ritmos de cambio de las pendientes de  $\Psi$

$$\left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right),$$

que llamaremos  $R_{\text{cambio}}$  es igual a:

$$R_{\text{cambio}} = \left( -\frac{2m}{\hbar^2} \right) \cdot \left( E + K_c \frac{Z e^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \psi.$$

Una expresión que se lee mejor después de replegar un poco las constantes:

$$R_{\text{cambio}} = \left( a + \frac{b}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \psi \quad \text{donde:} \quad \begin{aligned} a &= -\frac{2mE}{\hbar^2}; \\ b &= -\frac{2m K_c Z e^2}{\hbar^2}. \end{aligned}$$

Cuando nos alejamos del origen de coordenadas ( $x, y, z$  son grandes)  $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  adquiere un valor mucho mayor que  $b$  y el cociente decrece hasta desaparecer, a efectos prácticos. La ecuación se reduce a:

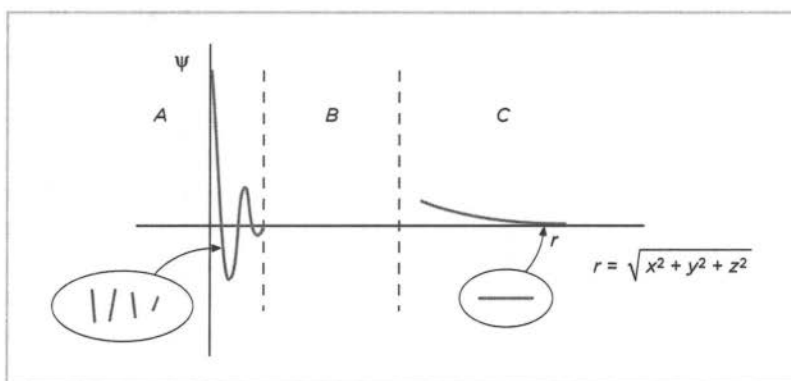
$$R_{\text{cambio}} = a \Psi.$$

El principal misterio de la ecuación de Schrödinger, que se resolverá en el próximo capítulo, es a qué magnitud física representa la incógnita, la famosa función  $\psi$ . La cuestión alimentó debates acalorados nada más difundirse su existencia. En vista de

Puesto que una de las condiciones que se imponían a  $\Psi$  era que tendiese a cero al separarse mucho del núcleo: el producto de la constante  $a$  por  $\Psi$  tenderá a cero también. La última ecuación señala entonces que la suma del ritmo de cambio de las tres pendientes tiende a cero con la distancia:  $R_{\text{cambio}} \rightarrow 0$ . Parece razonable asumir que tampoco variarán por separado. De hacerlo, tendrían que coordinarse para cancelarse en la suma. Lejos de los protones,  $\Psi$  se anula y las pendientes se abaten a la horizontal. Por contra, cuando el electrón ronda las proximidades del núcleo, donde los valores de las variables  $x, y, z$  son pequeños, la suma de los ritmos de cambio de las pendientes será elevada. Este comportamiento se debe a que en  $R_{\text{cambio}}$  el término

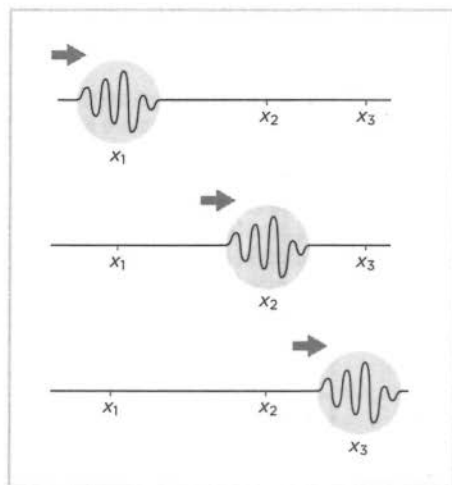
$$\frac{b}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

se dispara y eclipsa a la constante  $a$ . En la gráfica de la función  $\Psi$  tendremos subidas y bajadas cerca del origen de coordenadas; después la función se irá calmando, a medida que nos vayamos alejando (véase la figura).



A la hora de estudiar el aspecto de  $\psi$ , podemos dividir la función en tres zonas. En A,  $R_{\text{cambio}}$  es grande y  $\psi$  presenta diversas pendientes. En C,  $R_{\text{cambio}}$  tiende a 0, como la propia pendiente de  $\psi$ .

que la controversia no amainaba, Max Born, que acertó con la respuesta más satisfactoria, hubo de esperar casi treinta años antes de viajar a Estocolmo para recoger el premio Nobel. El propio Schrödinger se opuso con tenacidad a su interpretación.



Perturbación  
ondulatoria que se  
propaga  
confinada dentro  
de unos límites, de  
modo parecido a  
como lo haría una  
partícula.

Siempre pensó que  $\psi$  representaba la distribución de carga del electrón, como si la partícula, lejos de ser puntual, se diseminara por el espacio. Como el agua de un cubo que se derrama en el suelo, acumulándose entre los baldosines y evitando las prominencias, creando charcos en las pequeñas depresiones, la carga eléctrica se concentraba más en unos puntos, en otros menos. La función de onda levantaba un mapa del reparto de densidades. En el carácter de Schrödinger convergía un temperamento formado al calor de la física

clásica y el convencimiento de que su imaginiería tradicional naufragaba en los dominios del átomo. Él vislumbró una salida al abandonar la noción intuitiva de partícula: «Los puntos materiales se componen de, o no son otra cosa que, ondas». El universo se componía de un tejido de perturbaciones ondulatorias, que a menudo se concentraban en determinadas regiones del espacio, creando la ilusión, desde la distancia macroscópica, de corpúsculos. Los matemáticos pueden jugar con las interferencias constructivas y destructivas de las ondas, sumándolas y obligándolas a adoptar casi cualquier forma que deseen, en particular la de un grumo o, en un lenguaje técnico, de un paquete de ondas (véase la figura).

El problema radica en que, en general, no es posible mantener la cohesión de la estructura a medida que se desplaza, y se termina deshaciendo por el camino, como un iceberg rumbo al ecuador. Las ondas tienden a dispersarse ante el menor accidente y el paquete, a abrirse, un comportamiento muy distinto al que exhiben las partículas cuando se relacionan con su entorno. Pasados cuatro días, un electrón confinado dentro del volumen de un átomo podría esparcirse a lo largo y ancho de todo el sistema solar. El problema volvía a ser, como con De Broglie, armonizar dos modos de ser antagónicos: la onda y la partícula.



Una de las consecuencias más notables de la ecuación de Schrödinger es que interpreta los fenómenos cuánticos, como los saltos, mediante funciones continuas de variables continuas y con el lenguaje matemático de la física clásica, el de las ecuaciones diferenciales, que había estrenado Newton. Lo que seducía a Schrödinger era imaginar el núcleo atómico envuelto en nubes de carga eléctrica, que vibraban en el espacio y el tiempo siguiendo los dictados de  $\psi$ , sin los crípticos «saltos cuánticos» de Bohr:

Apenas hace falta insistir en cuánto más atractivo que el concepto de electrones que saltan es el concepto de que en las transiciones cuánticas la energía pasa de un modo vibratorio a otro.

Cuando el átomo absorbía o emitía luz,  $\psi$  cambiaba como el perfil de la cuerda pulsada por un guitarrista. Una serie de estados de energía diferentes equivalía a una sucesión de notas musicales. Schrödinger mantuvo esta visión hasta el final de su vida. La suya fue la primera gran ecuación diferencial de la mecánica cuántica; la primera que establecía un marco autosuficiente, sin apoyos ni muletas clásicas; la primera que no era un pastiche de física antigua y moderna. Pertenecía a la misma estirpe que  $F = ma$ , que había puesto en pie la mecánica de Newton. Y como ella, multiplicaba la capacidad operativa de cualquier formulación anterior. Permitía establecer por fin, si no entender, la evolución de los sistemas cuánticos. Una vez se conocía  $\psi$  en un instante y bajo unas circunstancias determinadas, la ecuación daba cuenta minuciosa de su destino. Schrödinger suministró el soporte que demandaban los físicos, que hasta entonces sentían que la ciencia cuántica solo minaba pilares clásicos para, a cambio, ofrecer muy pocos asideros. Levantó un mapa del territorio y proporcionó la brújula con la que explorarlo sin miedo a perderse. El físico Hans Bethe recordaba el entusiasmo que compartió con otros jóvenes investigadores a partir de 1926:

[...] cualquier problema que acometieras con las nuevas herramientas de la mecánica cuántica se podía resolver con éxito y cientos de

problemas, acumulados durante el trabajo experimental de décadas, estaban ahí, al alcance, esperando a que alguien los abordara.

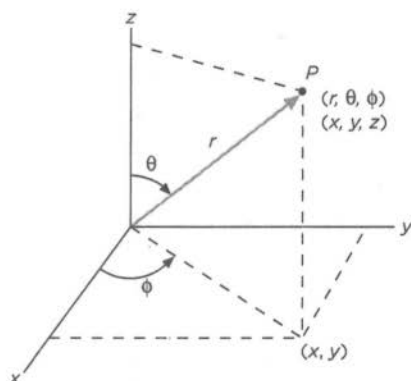
La ecuación de Schrödinger describía muchos fenómenos cuya existencia ni siquiera se sospechaba en el momento en que se formuló, como el efecto túnel, los superconductores o la superfluidez. Como señaló el físico británico Paul Dirac, los seis artículos que Schrödinger envió en 1926 a la revista *Annalen der Physik* «contienen mucho de física y todo de química». La ecuación pierde su capacidad adivinatoria allí donde predominan los efectos relativistas o el magnetismo (en esencia, otro efecto relati-

### ESPIANDO A $\Psi$

Como no podemos visualizar  $\psi$  en todo su esplendor de cuatro dimensiones, vamos a ensayar un pequeño rodeo para adquirir, al menos, una cierta intuición sobre el aspecto de las soluciones. Para señalar la posición de un punto cualquiera del espacio,  $P$ , a veces resulta más útil usar una sola distancia (un radio  $r$ ) y dos ángulos ( $\theta$  y  $\phi$ ) en lugar de las distancias a lo largo de tres ejes perpendiculares (véase la figura).

Estirando o reduciendo  $r$  como una antena extensible y modificando su orientación mediante los ángulos  $\theta$  y  $\phi$ , se puede situar cualquier punto del espacio con la misma precisión que con las coordenadas cartesianas. Los dos sistemas son equivalentes. En ese sentido,  $\psi$  se puede expresar tanto en función de  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , como de las variables  $r$ ,  $\theta$  y  $\phi$ :

$$\psi(x, y, z) = \psi(r, \theta, \phi).$$



La situación del punto  $P$  se puede indicar con tres coordenadas cartesianas (tres distancias a lo largo de tres ejes perpendiculares:  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) o con la longitud de una varilla de longitud  $r$  orientada según los ángulos  $\theta$  y  $\phi$ .

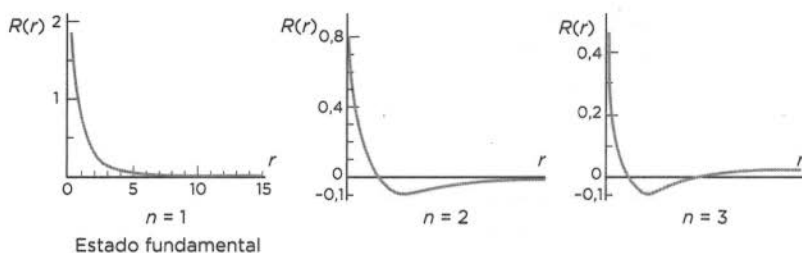
vista). En su tratamiento original, Schrödinger persiguió una ecuación que se integrara en el marco de la teoría de Einstein y de hecho encontró una, pero la abandonó, porque sus predicciones no se ajustaban a los resultados experimentales. El desacuerdo se debía a que no tuvo en cuenta una nueva propiedad de los electrones, que se comportan como minúsculos imanes, cuya existencia se desconocía cuando completó su trabajo. Fue Paul Dirac quien formuló la versión relativista en 1928.

La publicación de la ecuación fue saludada de forma casi unánime como una buena noticia. Planck confesó a Schrödinger que había leído sus artículos «como un niño impaciente que escucha

Se puede separar la dependencia radial de la angular, de modo que:

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r) \cdot f(\theta, \phi).$$

$R(r)$  describe cómo varía  $\psi$  a lo largo de una dirección determinada, que establecen los ángulos. En la figura siguiente se representa la función para distintos valores de la energía del sistema ( $E_1$ ,  $E_2$  y  $E_3$  de la fórmula de Bohr).



Como en la cuerda vibrante, el número de nodos aumenta con la energía. El nivel fundamental no presenta ninguno y, a partir de ahí, se van sumando de uno en uno. Estas soluciones en particular presentan simetría esférica: al girar en torno a ellas muestran el mismo aspecto, como haría una esfera. Existen otras muchas soluciones que recuerdan más a una estatua y que cambian con la orientación de los ángulos.

la solución a una adivinanza que le venía fastidiando desde hace mucho tiempo». Einstein los celebró con una de sus frases lapidarias: «la idea de tu trabajo surge de un golpe de auténtico genio». La excepción a la regla la encarnó un joven alemán dominado por un ideario revolucionario que sacaba a muchos físicos, Schrödinger sin ir más lejos, de sus casillas. Los separaban catorce años y un mundo en su forma de concebir el átomo. Su nombre era Werner Heisenberg y en los círculos de Gotinga y Copenhague se extendía su fama de *enfant terrible*. Cuatro meses antes de la entrada en escena de la ecuación de ondas, Heisenberg había iniciado la demolición de cualquier aproximación al dominio cuántico que se fundara en conceptos derivados de la experiencia cotidiana. En su opinión, en el átomo no se podían proyectar imágenes reconfortantes de electrones como balas o como ondas en el agua de un estanque. El choque entre Heisenberg, defensor de la discontinuidad y lo corpuscular, y Schrödinger, adalid de la continuidad y lo ondulatorio, resultó tan estimulante como inevitable. La pereza mental estaba del lado del austriaco. Los físicos se hallaban mucho más familiarizados con el lenguaje de las ecuaciones diferenciales que con el álgebra de matrices que manejaba Heisenberg, cuya radical abstracción les producía sarpullidos. Con todo, Schrödinger todavía debía solventar un problema crucial antes de cantar victoria: ¿a quién representaba  $\psi$ ? Entre los estudiantes de física de Zúrich había cundido la costumbre de componer poemas para satirizar a sus profesores. Circulaba uno que lanzaba la siguiente advertencia:

Erwin, con su psi, podrá  
completar cálculos a porrillo.  
Pero todavía no nos ha dicho:  
¿qué significa psi en realidad?

El signo para representar la función no se podía haber escogido con mayor acierto. Pertenecía al alfabeto griego, la letra psi, y era la inicial del radical griego *psykho* («alma»). La dilucidación de su espíritu produjo un giro inesperado en la pugna entre las visiones contradictorias de Schrödinger y Heisenberg.

## La búsqueda del sentido

La primitiva mecánica cuántica impuso a las teorías clásicas una serie de limitaciones, sin otra justificación que su eficacia a la hora de reproducir resultados experimentales. La ecuación de Schrödinger inauguraba un segundo acto en el drama cuántico. El único andamio clásico que persistía, y que su creador se resistía a retirar, era la interpretación física de sus soluciones. Ese fue el paso decisivo que acometieron Heisenberg, Born y Bohr.



La fiebre creativa de Schrödinger se dilató de enero a junio de 1926, a lo largo de seis meses en los que completó media docena de artículos que abrían un horizonte insospechado a la mecánica cuántica. Uno de los testigos de esta actividad frenética recordaría cómo, para no perder la concentración, se aislaba del ruido introduciéndose un par de perlas en los oídos. En lo fundamental, fue un maratón en solitario, con la ayuda puntual (pero crucial) de Hermann Weyl. Como señaló Sommerfeld, fue una coincidencia feliz que Schrödinger hiciera amistad en Zúrich con un matemático excepcional. Mientras duró el trabajo, ambos convinieron en reunirse cada semana los martes por la noche, para discutir los avances.

La mecánica ondulatoria despertó un rumor de expectación en el seno de la comunidad científica. Como sucede con las buenas novelas, el texto publicado no bastó para aplacar la curiosidad de los lectores. Unos lo leyeron con devoción; otros llenaron los márgenes de cada página con interrogantes, reparos o discrepancias. Cuando Schrödinger dejó por fin que la pluma descansara sobre su escritorio, se embarcó en una larga gira de conferencias. Los físicos querían debatir a fondo con él las ideas que acababa de proponerles.

En su peregrinaje regresó a los lugares de su meteórico ascenso académico, como Stuttgart y Jena, y visitó otros nuevos, que apuntaban a su futuro inmediato, en particular a Berlín, el Olimpo de la física alemana. Allí encontró a Planck, como un viejo

Zeus, cavilando sobre su inminente jubilación y sobre quién sería el digno heredero de su cetro.

En cierta ocasión, Schrödinger le había confiado a otro científico: «La física no se reduce solo a la investigación del átomo, como la ciencia no se reduce solo a la física, como la vida no se reduce a la física». Cumpliendo esta máxima propia, no consagró sus energías a las matemáticas superiores que imponía el protocolo cuántico. Accedió a dar clases particulares a Itha y Roswitha Junger, dos gemelas de catorce años, amigas de la familia de Annemarie, que habían suspendido la asignatura de álgebra. Schrödinger centró su atención en Itha, más necesitada de ayuda. La instrucción precisa de un mínimo de complicidad, que en este caso pronto desbordó los límites pedagógicos. Las clases fueron un éxito e Itha superó con facilidad los exámenes. Una vez extinguido el motivo que los reunía, Schrödinger se las ingenió para fabricar pretextos nuevos y se entregó a un cortejo cauteloso, que no cobraría verdadero impulso hasta que Itha cumplió los diecisiete años.

Este pequeño escaqueo no lo distrajo de sus compromisos profesionales. El 18 de diciembre de ese mismo año, 1926, se embarcó en el puerto de El Havre rumbo a Estados Unidos, para emprender una agotadora gira que le obligaría a dar cincuenta conferencias en tres meses. Schrödinger arrostró el viaje con un humor de perros. Antes de atracar en Nueva York encontró la Estatua de la Libertad «grotesca, entre lo cómico y lo espantoso». Annemarie tuvo que emplearse a conciencia para aplacar su pavor ante el ruido y la suciedad de las ciudades, la remota posibilidad de que fueran asaltados por cuatreros o se despeñaran por las serpenteantes carreteras del monte Wilson. La excesiva familiaridad de los dependientes en los comercios tampoco contribuyó a levantar su ánimo. Schrödinger, muy apegado a la cultura del vino, constató «que la prohibición había logrado dejar bien seco» al país. Cruzó Norteamérica de costa a costa, saltando como una pieza de ajedrez sobre el tablero de sus estados: Nueva York, Maryland, Massachusetts, Illinois, Iowa, Minnesota, Utah y California. Mientras se esforzaba por difundir la buena noticia de su mecánica ondulatoria, encontró tiempo para cumplir con todos



los tópicos del turista. Visitó con escaso entusiasmo una reserva india, el Gran Cañón del Colorado y las colinas de Hollywood. A su paso por Salt Lake City la poligamia de los mormones captó al fin su interés. Para el 10 de abril ya estaba de vuelta en Zúrich y pudo celebrarlo descorchando una botella de buen vino.

Al mes siguiente se abrió en Berlín el procedimiento para resolver la vacante de Planck en la cátedra de Física Teórica. Los candidatos más obvios fueron desestimados por motivos de índole diversa. Einstein, por ejemplo, ya estaba en Berlín, en un puesto cortado a su medida para eludir cualquier carga docente. Se reconocían los méritos indudables de Heisenberg, pero su juventud actuaba de contrapeso. Una opción inexcusable era Sommerfeld, pero este no quiso abandonar Múnich. Tras los primeros descartes, la disyuntiva se redujo a un mano a mano entre Schrödinger y Max Born. Una vez más la versatilidad del austriaco jugó en su favor. Además, Born era un hombre de carácter reservado y discreto, frente a un seductor nato como Schrödinger, cuya personalidad, más espectacular, remataba ahora una indiscutible obra maestra. Planck, convencido de que era el hombre llamado a reconducir la física hacia la senda del sentido común, movió los hilos de la administración para respaldarlo.

«Cuando recibió este llamamiento tan honorable de Berlín, lo primero que hizo fue escribir para decirles: “Lo lamento profundamente, pero no puedo respetar el horario de las clases. Soy incapaz de trabajar por las mañanas”.»

— ANNEMARIE BERTEL, RECORDANDO LA REACCIÓN DE SCHRÖDINGER AL CONOCER LA PROPUESTA DE LA UNIVERSIDAD DE BERLÍN.

Al escuchar los cantos de sirena de Berlín, una noche, los estudiantes de Zúrich organizaron una procesión de antorchas hasta la casa de Schrödinger, para rogarle que no los abandonara. Su profesor apreció el gesto de corazón, pero su cabeza ya había adoptado una decisión. Sin embargo, antes de instalarse en la capital de Prusia en el verano de 1927, le asaltó la premonición de que su nuevo destino era otra estación de tránsito. Quizá al abrir

por primera vez las ventanas de su piso berlinés, en el distinguido distrito de Grunewald, para aspirar el olor de las hayas y los pinos, tuvo ocasión de reflexionar sobre su fulgurante trayectoria. Desde que abandonara Viena por un puesto de ayudante en una modesta universidad alemana, le había llevado siete años escalar la cumbre más alta de la física internacional.

En las aulas de la Universidad de Berlín, Erwin deslumbró con sus dotes de gran orador, pero fuera de las clases prestaba escasa atención a los alumnos. Era un individualista elocuente, pero no un mentor en la línea de Bohr, Born o Sommerfeld. Como Einstein, Schrödinger era un cazador solitario. También causó sensación su indumentaria, que desafiaba las normas de etiqueta algo prusianas del claustro. Sin embargo, su estilo de vestir irreverente y desenfadado encubría a un conservador en materia científica, que no desentonaba con sus colegas Planck, Von Laue o Einstein. En febrero de 1929, se incorporó a la Academia Prusiana de Ciencias. A sus cuarenta y dos años, se convertía en el académico más joven. En Berlín estrechó los lazos de amistad con Einstein. No solo serían compañeros de barricada en la guerra cuántica que estaba a punto de librarse contra las nuevas generaciones, ambos presentaban síntomas de asfixia semejantes ante la atmósfera cargada de formalidad berlinesa.

Para compensar las asperezas de la vida matrimonial, que volvía a atravesar momentos de desencuentro, Erwin y Annemarie se zambulleron en una animada vida social. Su hogar celebraba cada semana una «tarde de salchichas vienesas» y patrocinaron toda clase de iniciativas festivas, como el baile de disfraces que trocó su piso en el Hotel  $\psi\psi^*$ . La ciudad también tentaba a Schrödinger con una formidable oferta cultural, que despertaba ecos de su juventud dorada en Viena. Ahora la novedad no radicaba en las obras de Franz Grillparzer, sino en los dramas de Bertolt Brecht. Schrödinger podía acudir al teatro a ver a Marlene Dietrich o Ruth Berlau, escuchar a Lotte Lenya o afilar su cinismo con las canciones de cabaré. Por desgracia, las artes no eran lo único que florecía en las aceras de Berlín. La mala hierba del nacionalsocialismo prosperaba en toda clase de terrenos y no tardó en medrar en los jardines de los profesores.

Schrödinger nunca destacó por su activismo político o sus compromisos públicos, pero abominaba de los nazis. El 1 de abril de 1933 se declaró un día nacional de boicot a los negocios judíos. Se cubrieron los escaparates de las tiendas con letreros disuasorios, la propaganda llamaba a los patriotas alemanes a no comprar y por si alguien no se daba por aludido, o simplemente no estaba de acuerdo con las consignas, matones con camisas pardas se apostaron en las entradas de los establecimientos, de las consultas médicas o los despachos de abogados judíos. Schrödinger increpó indignado a quienes amparaban este espectáculo de intimidación y los nazis se revolieron contra él. Uno de sus estudiantes, engalanado con la esvástica de rigor, lo arrastró fuera del tumulto y lo libró de la paliza preceptiva. El ascenso del nacionalsocialismo alentó la purga judía no solo en las calles, sino también en los organismos públicos. Una semana después del boicot, se anunciaba la ley que expulsaba de la administración a los funcionarios que no demostraran su pureza de sangre o cuya ideología resultara sospechosa. La reacción de la comunidad universitaria alemana fue demasiado compleja para que podamos despacharla en unas pocas líneas; baste con señalar que las protestas se contaron con los dedos de una mano. El éxodo de los que se tuvieron que marchar dejó una estela de vacantes, que mejoró las condiciones profesionales de quienes no se veían afectados. Hubo jóvenes arribistas y viejos científicos cuya estrella había declinado, que advirtieron la oportunidad de regresar a la primera fila institucional.

A la pregunta de por qué se había marchado de Alemania, Schrödinger contestó una vez: «No aguantaba que la política me molestara». Una respuesta que puede sonar algo frívola. Menos, si se tiene en cuenta que la mayoría de los profesores en la misma situación prefirió soportar las molestias. Ni Erwin ni Annemarie eran judíos y eran contemplados con simpatía por el régimen. Schrödinger había cumplido cuarenta y seis años y ocupaba uno de los mejores puestos académicos del mundo, el trono de Berlín, cuando por voluntad propia lo cambió por la incertidumbre del exilio.

Ni siquiera la excepcional tensión política y personal a la que estaba sometido hizo mella en sus pulsiones sentimentales. La re-

lación intermitente con la adolescente Itha vino a parar en un embarazo. Él la animó a que tuviera el niño, si bien la paternidad no debía interferir en su matrimonio con Annemarie. Itha no vio el panorama tan claro, terminó abortando y la relación se enfrió. La adicción romántica de Schrödinger se desplazó entonces hacia Hildegunde, la esposa de un viejo amigo, el físico austriaco Arthur March, formado en la escuela física de Viena. Hilde resistió el asedio durante meses, en Innsbruck y Berlín, pero finalmente cedió en el entorno pintoresco del sur del Tirol.

Allí se habían dado cita varios científicos decididos a abandonar Alemania, en el verano de 1933. Querían disfrutar del sol, de la amistad y de los paisajes escarpados del norte de Italia, antes de separarse y partir cada uno al otoño y el invierno de una vida azarosa en el extranjero. Weyl, cuya mujer era judía, saldría hacia el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton. Born, judío él mismo, a Cambridge. Schrödinger había encontrado acomodo provisional en el Magdalen College de Oxford. Hicieron lo posible por evitar que las nubes negras que ya manchaban el horizonte ensombrecieran el presente. Llegó el día en que Erwin y Hilde se separaron del grupo para emprender una excursión en bicicleta por los alrededores del lago Garda. A la vuelta, ella estaba embarazada. Entre las condiciones que Schrödinger impuso para establecerse en Inglaterra figuraba un puesto de ayudante para Arthur March.

Annemarie, Erwin y Hilde recalaron en Oxford el 4 de noviembre. Cinco días después, Annemarie atendía una llamada de teléfono en el modesto hotel donde se alojaban. Procedía de la redacción de *The Times* y le anticiparon una de las noticias que iban a publicar en portada al día siguiente: a su marido le habían concedido el premio Nobel de Física, que compartiría con Paul Dirac.

A su regreso de Estocolmo, se estableció una delicada convivencia a cuatro bandas, en la que Schrödinger y Hilde oficiaron un tercer matrimonio al amparo de Annemarie y Arthur. Annemarie actuó como una segunda madre de la niña que nació el 30 de mayo de 1934. Se llamó Ruth Georgie Erica y se inscribió en el registro con el apellido de March. Ruth no supo quién era su padre biológico hasta cumplir los diecisiete años, cuando un día, en la playa, Erwin le comentó: «Mira tus pies. Son exactamente iguales que los míos».

Schrödinger hizo escasos esfuerzos por guardar las apariencias y en los mentideros de Oxford pronto se corrió la voz de que atendía a dos esposas. En su ánimo se fueron sumando contrariedades. A pesar de la belleza arquitectónica del Magdalen College, encontraba menos estética la sociedad que habitaba entre sus muros. Echaba de menos el sistema universitario alemán y tampoco se hallaba cómodo en un puesto provisional creado ex profeso por su condición de exiliado. Le pesaba la «sensación de vivir de la generosidad de los demás».

«[Los hombres] se sentían intranquilos en compañía de las mujeres [...]. La vida en los *colleges* se organizaba con un espíritu monástico.

La comida y la bebida de calidad se reservaba a los hombres. Si algún *fellow* estaba casado, no se admitía la entrada a su mujer.»

— IMPRESIONES DE SCHRÖDINGER SOBRE EL AMBIENTE QUE SE RESPIRABA  
EN EL MAGDALEN COLLEGE DE OXFORD.

Mientras rebullía en las cenas en el gran refectorio del *college* («donde nunca sabes quién se sienta a tu lado, hablas de forma desenfadada con él y luego descubres que se trataba de un arzobispo o de un general»), le llegó una oferta de su viejo compañero de estudios, Hans Thirring, para una plaza de profesor en la Universidad de Graz, la segunda ciudad austriaca, situada al sudeste del país. Allí intuyó que las piezas de su puzle existencial, que había alborotado la espantada de Berlín, por fin encajarían. Arthur y Hilde, emocionalmente exhaustos tras tres años de matrimonio abierto, habían regresado a Innsbruck. En su tierra natal, a Schrödinger le esperaba un trabajo estable y el acento de su lengua materna, allí vivía su hija Ruth y también un nuevo amor: Hansi Bauer, hija del director general de la aseguradora para la que había trabajado Annemarie durante su noviazgo en Viena.

El reclamo de los pequeños detalles cegó una lectura estratégica más amplia. Lejos estaba Schrödinger de sospechar que el país pronto se anexionaría al Tercer Reich. Y que los nazis no habían olvidado su desplante de Berlín. Años más tarde calificaría su decisión de regresar a casa como «una estupidez sin precedentes».

## ALERGIA A LA FÍSICA CLÁSICA

Werner Heisenberg fue dueño de un cerebro fuera de serie, que recibió el estímulo de una educación privilegiada. Su padre era catedrático de griego en la Universidad de Múnich y su madre era hija del rector de un instituto de élite. En el hogar familiar fomentaron un carácter tan sociable como competitivo, dos rasgos que cabe apreciar en la mayoría de las fotografías de Heisenberg, donde encara el objetivo con una sonrisa franca, que rebosa seguridad en sí mismo. Le gustaba destacar en cualquier actividad que acometiera, ya fuera la física teórica, el *ping-pong* o el piano, que tocaba con un virtuosismo de concertista. En el terreno científico se cruzó con los mejores maestros: «Aprendí física, aderezada con una pizca de optimismo, de Sommerfeld; de Max Born, matemáticas; y Niels Bohr me introdujo en el trasfondo filosófico de los problemas científicos».

La irrupción de Heisenberg en la mecánica cuántica trajo la primera forma de pensar verdaderamente original, libre de cualquier compromiso con la herencia de sus mayores. Había que dar la razón a Planck cuando argumentaba que «una nueva verdad científica no triunfa al convencer a quienes se oponen a ella y hacerles ver la luz, sino más bien cuando sus adversarios al fin mueren y crece una nueva generación para la que ya resulta familiar». Para avanzar, se tuvo que consumir un relevo generacional, con físicos que convivieran con naturalidad con las grietas que había abierto la teoría cuántica y las profundizaran. La Primera Guerra Mundial frenó el reemplazo, puesto que los científicos más jóvenes, como Schrödinger, tuvieron que abandonar la universidad para marchar al frente. Muchos no regresaron y su eventual aportación murió con ellos en las trincheras. En los primeros años de la posguerra, Alemania sufrió un severo aislamiento científico, siendo excluida de los congresos internacionales, pero, en la época en la que concluía la maduración de Heisenberg, el deshielo ya se había puesto en marcha.

En el artículo que lo consagraría, Heisenberg siguió los dictados del *Tractatus*, publicado cuatro años antes: «De lo que no se puede hablar, es mejor callar». Él adaptó las palabras de Wittgen-

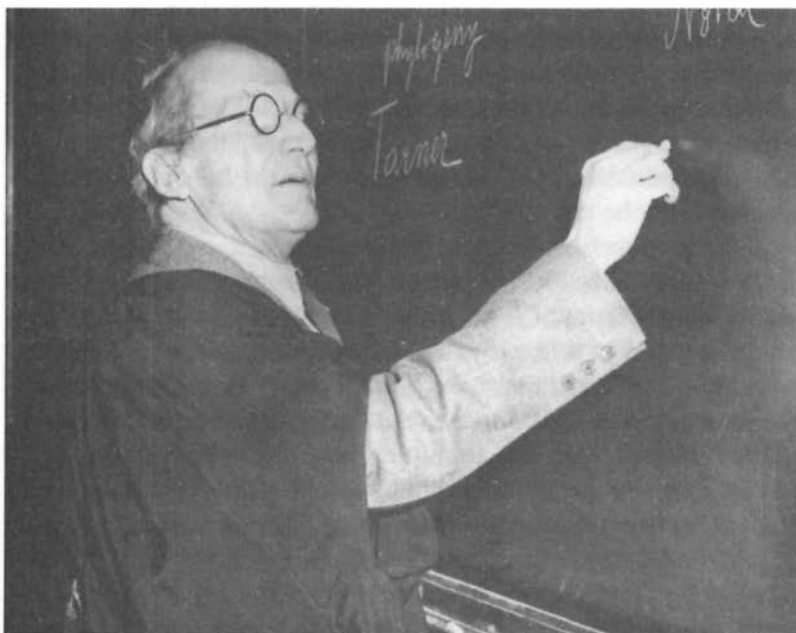


FOTO SUPERIOR  
IZQUIERDA:

**El físico austriaco  
recibiendo el  
premio Nobel  
de Física de las  
manos del rey  
Gustavo V de  
Suecia, en 1933.**

FOTO SUPERIOR  
DERECHA:

**Schrödinger  
durante su  
estancia en  
el Magdalen  
College de  
Oxford (ca. 1934),  
donde participó  
activamente en  
el debate sobre  
la interpretación  
de la teoría  
cuántica.**

FOTO INFERIOR:

**Erwin Schrödinger  
en una conferencia  
hacia 1950.**



stein para trasladarlas al mundo de los átomos: «De lo que no se puede medir, es mejor callar». En su concepción de los fenómenos, los científicos no debían introducir ningún elemento al margen de lo que fueran capaces de medir en un laboratorio. Cualquier otro ingrediente que se añadiera para servir de apoyo o facilitar la comprensión, podía conducir a un callejón sin salida. Inauguró así una suerte de física para funambulistas. Había que atenerse a las reglas matemáticas. Si uno miraba más allá con la imaginación, se terminaba cayendo. Con esta premisa no era difícil adivinar el resultado: una teoría antiintuitiva, imposible de visualizar, que salió a la palestra seis meses antes que la mecánica ondulatoria de Schrödinger, en el verano de 1925, bajo el título *Sobre una reinterpretación teórico cuántica de las relaciones cinemáticas y mecánicas*.

Si bien Schrödinger experimentó su arrebatado creativo en un balneario alpino, estimulado por la compañía de una dama misteriosa, Heisenberg, más prosaico, vivió el suyo en solitario, en Heligoland, una isla de acantilados rojos, donde rompe el mar del Norte, a 70 km de tierra firme. En su superficie desolada apenas arraigaba la vegetación y estaba libre de polen, razón que le empujó a buscar refugio en ella, para aliviar un severo ataque de alergia. «Debía presentar un aspecto lamentable nada más llegar a Heligoland —recordaba— con toda la cara hinchada. La mujer que me alquiló una habitación supuso que me había peleado con alguien la noche anterior y me sermonéó.»

Mientras se bañaba en la playa o daba largos paseos a través de las dunas, Heisenberg se sumergió en una corriente profunda de pensamiento. Cumplió a rajatabla su programa estricto, cuyo propósito resumió en la cabecera de su artículo: «establecer una base teórica para la mecánica cuántica que se funde exclusivamente en las relaciones entre cantidades que, en principio, sean observables». Descartó nociones como las órbitas de Bohr, puesto que sus círculos continuos los dibujaba la imaginación, sin que hasta el momento nadie los hubiera registrado a través de un dispositivo experimental. Como mucho, en el dominio atómico se podían determinar valores aislados de ciertas variables, como la posición, la energía o la velocidad. Procedió entonces al



revés que sus predecesores. En lugar de crear un modelo para justificar lo que se observaba, como las líneas espectrales o su intensidad, construyó la teoría a partir de los observables, como únicos ladrillos. Su principal inquietud era si semejante proyecto lo conduciría a un marco conceptual libre de contradicciones: «Sobre todo me corroía la duda de si el principio de conservación de la energía seguiría siendo válido. Sabía que sin él todo el esquema se vendría abajo».

Las principales propiedades medibles asociadas a la dinámica de una partícula (caso de la posición, el momento o la energía) experimentaban transiciones de un estado inicial a otro final, que representó mediante una pareja de índices  $n$  y  $m$ . A continuación, asoció probabilidades a las transiciones y desarrolló una colección de reglas para operar con ellas. Prueba de su destreza es que fue capaz de plasmar sus intuiciones físicas a través de una serie de patrones matemáticos desconocidos para él, que improvisó.

En el proceso, Heisenberg tropezó con alguna «dificultad significativa». En sus cálculos, al multiplicar la posición de una partícula por su momento obtenía un resultado distinto que al invertir el orden y multiplicar el momento por la posición. A pesar de estas anomalías, las operaciones no conducían a inconsistencias lógicas. Cuando comprobó que respetaban el principio de conservación de la energía, sintió que se quedaba sin aliento:

[...] casi me mareé al pensar que tenía que adentrarme en esta cantidad de estructuras matemáticas que la naturaleza había desplegado ante mí. El nerviosismo me impedía dormir, así que salí de la casa al amanecer y anduve hasta la parte meridional del altiplano. Vi una roca solitaria en forma de torre que sobresalía del mar y me entraron ganas de escalarla. No me costó mucho subir a la torre. En su cima aguardé la salida del Sol.

A la vuelta de Heligoland, invirtió tres semanas en convertir sus apresuradas notas en el borrador de un artículo. Tras repararlo, le asaltaron las dudas sobre su verdadero valor. Decidió confiárselo a Max Born y poner tierra de por medio, aprovechando un

programa de conferencias que lo llevaría de viaje a Leiden y Cambridge. Durante su ausencia, Born revisó las páginas que le había entregado. Su lectura le «conmovió, igual que el navegante, después de un largo viaje sin rumbo, se conmueve al divisar la tierra buscada». Por suerte para Heisenberg, la curiosidad de Born lo había empujado a asistir a infinidad de cursos durante sus tiempos de estudiante en Breslavia: astronomía, lógica, química, filosofía, zoología y... álgebra superior. Born identificó en las reglas de Heisenberg una estructura subyacente, bien conocida por los matemáticos: las matrices.

Si Max Born, que podía presumir de una sólida formación matemática, tuvo que hurgar en el desván de la memoria para recuperar sus viejas lecciones de álgebra, podemos imaginar el efecto que causó el artículo de Heisenberg en la mayoría de los físicos de la época, para quienes las matrices eran unas perfectas desconocidas. Su manejo no ponía en juego unas matemáticas complicadas, pero sí abstractas y, desde el desconocimiento, en un primer vistazo levantaban un muro de exotismo críptico. Incluso para físicos posteriores, sin ningún problema para desentrañar el lenguaje matricial, los designios de Heisenberg resultan herméticos en muchos aspectos. Para empezar, en *Sobre una reinterpretación teórico cuántica de las relaciones cinemáticas y mecánicas* ofrecía muy pocos detalles de sus cálculos. Steven Weinberg, premio Nobel de Física en 1979, apreciaba en sus zonas de oscuridad algo mágico: «Si al lector le causa perplejidad lo que va haciendo Heisenberg, no es el único. Yo mismo he intentado leer varias veces el artículo que escribió después de volver de Heligoland y, aunque creo comprender la mecánica cuántica, nunca he llegado a entender qué le motivó a dar los pasos matemáticos de su artículo».

Born, en compañía de otro de sus ayudantes, el matemático Pascual Jordan, pasó el verano de 1925 puliendo y extendiendo las ideas de Heisenberg con el lenguaje de las matrices. Una labor a la que se incorporó el propio Heisenberg, primero por carta y luego en persona, a su regreso de unas vacaciones en los países nórdicos. Los tres publicaron un artículo conjunto donde se constituía la versión oficial de la mecánica de matrices, que se haría

popular entre los físicos con el sobrenombre de *Dreimännerarbeit* («La obra de los tres hombres»). Su formalismo insólito actuaba como un espejo donde se reflejaba la excentricidad del mundo atómico.

## EL LENGUAJE CUÁNTICO

Las matrices son entidades matemáticas peculiares, que se pueden visualizar como una tabla con filas y columnas, donde cada casilla la ocupa un solo número independiente:

5	-1	52
$7/3$	8	-21
0	$-19/7$	1

Se suelen encerrar entre paréntesis y sin cuadrícula:

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & 52 \\ 7/3 & 8 & -21 \\ 0 & -19/7 & 1 \end{pmatrix}$$

Las matrices tienen su propia álgebra. Es decir, se pueden someter a una variedad de operaciones, como la suma, la resta, la multiplicación y la división, que producen nuevas matrices, de acuerdo con una serie de recetas creadas por los matemáticos.

Una de sus propiedades más significativas es que el producto de matrices no conmuta:  $A \cdot B \neq B \cdot A$ . Es decir, en general no se cumple el criterio archisabido: «El orden de los factores no altera el producto». Quizá el ejemplo más intuitivo de una operación que no conmuta se da en los giros en el espacio. De hecho, las rotaciones se pueden representar matemáticamente mediante un producto de matrices. Si nos fijamos en dos puntos de una esfera,  $M$  y  $S$ , el resultado de efectuar dos giros consecutivos alrededor de

los ejes que los atraviesan depende de en qué orden se lleven a cabo (véase la figura).

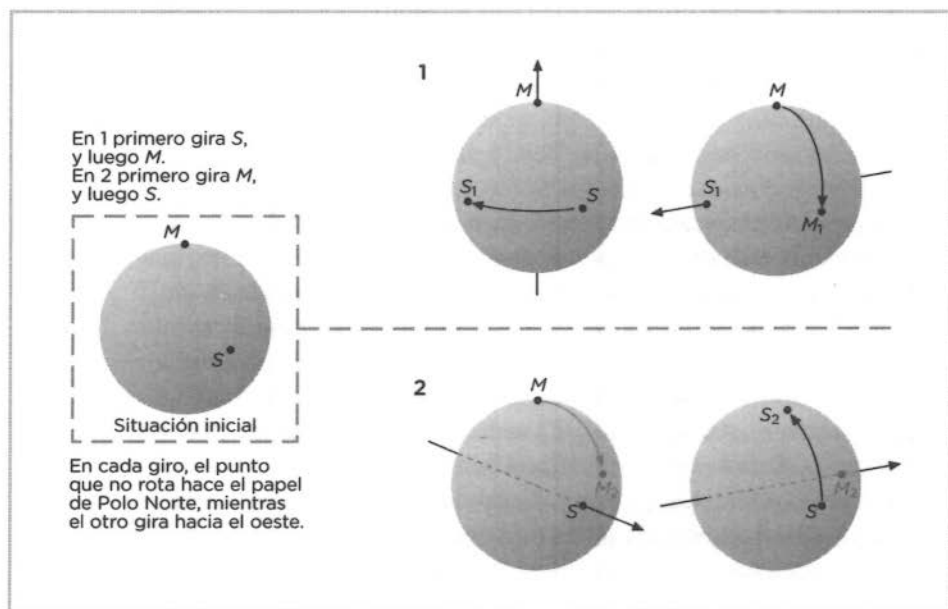
Al traducir las reglas arcanas de Heisenberg con ayuda de las viejas recetas algebraicas, Born y Jordan escribieron una de las ecuaciones fundamentales de la mecánica cuántica:

$$P \cdot Q - Q \cdot P = -\frac{i \hbar}{2\pi} \cdot I, \quad [1]$$

donde  $P$  y  $Q$  son matrices que representan el momento ( $P$ ) y la posición ( $Q$ ),  $i$  vuelve a ser la raíz de  $-1$  y  $\hbar$ , la constante de Planck.  $I$  es la matriz unidad, que en el álgebra de matrices interpreta el mismo papel que el número 1 en la aritmética convencional. Todas ellas son infinitas.

La ecuación [1] da a entender que el producto  $P \cdot Q$  da como resultado una matriz distinta que  $Q \cdot P$ . Se puede interpretar de la forma siguiente: cada medida individual sobre un sistema físico (un electrón, por ejemplo) lo perturba de tal modo que medir pri-

En 1, las posiciones finales de  $M$  y  $S$  son  $M_1$  y  $S_1$ . En 2,  $M_2$  y  $S_2$ . Como se observa, no coinciden. El giro de  $M$  a  $M_2$  lleva al punto hasta la cara trasera de la esfera.



mero la posición y luego el momento arroja un resultado diferente que si primero se mide el momento y después la posición. Esta desconcertante constatación allana el camino hacia el principio de incertidumbre, como veremos más adelante. En las escalas donde  $h$  resulta insignificante, como en los fenómenos que apreciamos con los sentidos, se puede asumir que la constante tiende a cero, como sucedía en el truco de Boltzmann que aplicó Planck para deducir el espectro de la radiación encerrada en el horno.

De este modo, si hacemos que  $h \rightarrow 0$ , entonces:  $P \cdot Q - Q \cdot P = 0$ , y recuperamos:  $P \cdot Q = Q \cdot P$ .

El producto se vuelve conmutativo y regresamos a terreno familiar. En el mismo proceso, los huecos entre los valores discretos de la posición encogen hasta desaparecer y se recupera la continuidad de las trayectorias clásicas.

La ecuación [1] juega el mismo papel de piedra angular en la mecánica matricial que la de Schrödinger en la ondulatoria. De hecho, la «dificultad significativa» de que no conmuten las matrices constituye la señal inequívoca de que nos hemos internado en el régimen cuántico.

Wolfgang Pauli, en un *tour de force* que se extendió a lo largo de treinta páginas, logró calcular los niveles de energía  $E_n$  de los estados estacionarios del átomo de hidrógeno, la famosa fórmula de Bohr, aplicando el formalismo de Heisenberg y Born, antes de que lo hiciera Schrödinger con su ecuación de ondas. A pesar de sus éxitos, las novedades no fueron bien recibidas en los altos estamentos de la física. En marzo de 1926, Einstein manifestaba una cautela educada: «Los conceptos de Born y Heisenberg nos dejan sin aliento y han causado una profunda impresión en cualquiera con una inclinación teórica. En lugar de una resignación apática, los que somos perezosos experimentamos ahora una tensión peculiar». En privado, daba rienda suelta al sarcasmo: «Heisenberg ha puesto un gran huevo cuántico. En Gotinga creen en él. Yo no».

Schrödinger compartía la misma opinión. En parte, su mecánica ondulatoria había surgido como una reacción visceral ante los inquietantes derroteros que estaba adoptando la mecánica cuántica en Gotinga:

A mí me resulta extremadamente complicado abordar problemas como los que he mencionado antes, mientras nos sentimos obligados por razones epistemológicas a suprimir la intuición en la dinámica atómica, y a operar solo con conceptos abstractos como las probabilidades de transición, los niveles de energía, etc.

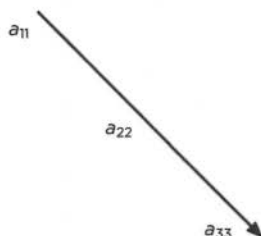
Born juzgó la actitud de Schrödinger como una búsqueda del «camino de vuelta hacia la física clásica, donde uno podía com-

## LA FÍSICA DE LAS MATRICES

Para identificar cada elemento de una matriz se recurre a una notación similar a la del juego de los barquitos. En lugar de una letra y un número (A1, G5), se emplea una pareja de números; el primero indica la fila y el segundo, la columna. Así, en el ejemplo planteado al inicio de este apartado, el número -21 ocupa la posición 23 (segunda fila y tercera columna) y el 0, la 31 (tercera fila y primera columna). Al hablar de una matriz genérica, sus elementos se representan mediante letras:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Los elementos con índices repetidos componen la diagonal de la matriz.



La continuidad clásica fluye de modo natural en las funciones. La discontinuidad cuántica encaja cómodamente en la rejilla de las matrices. Si representamos mediante segmentos horizontales los niveles de energía de un átomo de hidrógeno, dados por la fórmula de Bohr:

$$E_n = -\frac{2\pi^2 m e^4 K_c^2}{n^2 h^2} = -\frac{K}{n^2},$$

obtenemos un esquema como el de la figura siguiente:

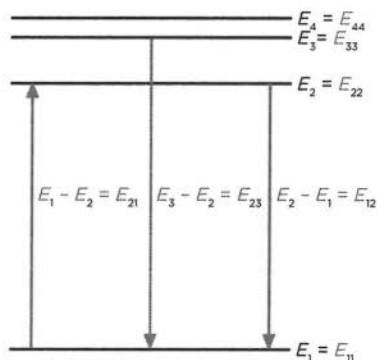
prender los sucesos con claridad». Sin duda, Planck y Einstein así lo entendieron también, aunque no lo veían como un retroceso, puesto que ellos pretendían avanzar en la misma dirección. Por idéntico motivo, cuando Schrödinger publicó su versión ondulatoria dejó durante un tiempo fuera de juego al grupo de Gotinga, cuyos malabarismos matriciales quedaron en el aire frente a un formalismo más terrenal, que muchos físicos saludaron con alivio como el final de la pesadilla algebraica. Poco podía sospe-

$n = 4$	—————	$E_4 = -0,85 \text{ eV}$
$n = 3$	—————	$E_3 = -1,51 \text{ eV}$
$n = 2$	—————	$E_2 = -3,40 \text{ eV}$
$n = 1$	—————	$E_1 = -13,6 \text{ eV}$

Los valores de cada nivel se dan en electronvoltios, una unidad de energía muy pequeña, como corresponde a la escala atómica. Para mantener una bombilla de 60 W encendida durante 1 s, harían falta  $3,75 \cdot 10^{20} \text{ eV}$ .

A continuación exponemos los datos energéticos en las casillas de una matriz, situando a lo largo de la diagonal los valores de cada nivel de energía y fuera de ella todas las transiciones posibles, de modo que el elemento  $E_{mn}$  de la matriz corresponda al salto  $E_n - E_m$ . Como existen infinitos valores para  $n$  y  $m$ , la matriz se extiende hasta el infinito (véase la figura). Los valores del resto de magnitudes observables, como la posición o el momento, también se pueden distribuir en una matriz infinita.

$$E = \begin{pmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} & \cdots & E_{1n} \\ E_{21} & E_{22} & E_{23} & \cdots & E_{2n} \\ E_{31} & E_{32} & E_{33} & \cdots & E_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E_{n1} & E_{n2} & E_{n3} & \cdots & E_{nn} \end{pmatrix}$$



## PAULI, EXCLUSIVO POR PRINCIPIO

El físico vienés Wolfgang Pauli (1900-1958) pertenece a ese linaje de científicos rodeados de un anecdótico tan rico que cuesta delimitar dónde acaba el mito y dónde comienza la personalidad que lo originó. Se decía que su proximidad a un laboratorio bastaba para descomponer sus aparatos (el llamado «efecto Pauli»). Su acidez crítica, que no se detenía frente a autoridad alguna, ya fuera Einstein o Bohr, despertaba más pánico aún entre los físicos. Heisenberg, uno de sus mejores amigos, aceptaba de buen grado los denuos de Pauli, puesto que, dejando aparte las formas, gozaba de un ojo clarividente para señalar lo que estaba mal: «No sé las veces que me dijo: eres un completo idiota, y cosas por el estilo. Me servía de gran ayuda». Se ha



hecho proverbial su despectivo comentario sobre el artículo de un joven investigador: «Ni siquiera es falso». Además de un juicio demoledor, constituye un criterio certero para delimitar los dominios de la ciencia: un argumento que ni siquiera se puede contradecir debe buscar acomodo en otros lugares, en la fe o el esoterismo. Noctámbulo reconocido, a Pauli también le gustaba trabajar de noche y a menudo encontraba la inspiración a la vuelta de algún bar de copas. Heisenberg, madrugador y disciplinado, se escandalizaba cuando, en sus tiempos de estudiante, lo veía aparecer en la universidad después del mediodía.

### Física fundamental

La obra de Pauli fue amplia y diversa. Contribuyó a echar los cimientos de la mecánica cuántica y la física nuclear. En 1925 enunció su célebre principio de exclusión: en todo el universo no pueden existir dos electrones (o cualquier pareja de su misma familia, las partículas que componen la materia, los llamados *fermiones*) que compartan el mismo estado cuántico. Para cumplirlo, deben guardar ciertas distancias. Es un principio de enorme alcance que explica, entre otras cosas, por qué la materia es sólida y no se viene abajo concentrándose en regiones de muy alta densidad. En 1930 postuló la existencia de la más escurridiza de las partículas: el *neutrino*. Veintiséis años después, los físicos experimentales lo descubrieron por fin, precisamente allí donde él había dicho que estaría.



char Schrödinger que precisamente uno de sus adversarios científicos iba a resolver el misterio que tanto se le resistía a él: ¿qué era  $\psi$ ?

## EL VIRUS DE LA ABSTRACCIÓN

En 1921 Max Born se hizo con la dirección del Instituto de Física de Gotinga. Born poseía un carácter afable y accesible y allí donde iba prosperaba un caudal de jóvenes investigadores. No fue ninguna casualidad que tres de sus asistentes conquistaran el premio Nobel. A pesar de su modestia, su genio científico resultó prolífico. Entre sus creaciones, la que de entrada despertaría más controversia y con el tiempo le granjearía una mayor reputación fue el modo en que despejó la incógnita de  $\psi$ .

¿Cómo reconciliar el carácter ondulatorio de la función de Schrödinger con la evidencia corpuscular que Born constataba en la práctica diaria de sus colegas experimentales? Cuando los físicos exploraban pequeñas regiones del espacio, o bien encontraban una partícula o bien no hallaban nada. Nunca registraban vestigios de una densidad de carga extendida. Como señalaba Born: «Ya era posible contabilizar las partículas por medio del contador de centelleos o con ayuda del contador Geiger». Parecía poco razonable que, justo en el momento de medir, toda una distribución dispersa de carga se reagrupara en un punto. En realidad, la respuesta al secreto mejor guardado por la ecuación de ondas no estaba en  $\psi$ . La función ostentaba una raíz cuántica demasiado fuerte y había que depurarla un poco antes de extraer de ella un sentido. En el caso más general, la solución de la ecuación de Schrödinger es un número complejo. Es decir, un número de la forma:  $a + bi$ , donde  $i = \sqrt{-1}$ . Esta característica, de entrada, suponía un quebradero de cabeza cuántico más, puesto que, de entre todas las magnitudes que los físicos habían medido en la naturaleza desde los tiempos de Arquímedes (por no remontarnos más atrás), no se conocía ninguna que fuera compleja. Las distancias, los tiempos, las presiones o las corrientes eléctricas habían sido

siempre números reales (números como 7,  $-2/3$ ,  $\sqrt{5}$  o  $\pi$ ). Durante un tiempo, Schrödinger pensó que podía salvar el escollo tomando solo la parte real de las soluciones, como se hacía en otros casos donde se introducían los números complejos para facilitar los cálculos. La operación matemática consistía en extirpar del número complejo la parte no contaminada por el esotérico  $i$ . Por ejemplo, la parte real de  $5 + 3i$  es sencillamente 5.

Sin embargo, esta estrategia no deparó los resultados esperados y hubo que ensayar otro rodeo para sortear el lado complejo de  $\psi$ . Cada número imaginario posee un compañero simétrico, su conjugado, una especie de reflejo especular, que se construye cambiando el signo a su parte compleja. Por ejemplo, el conjugado de  $2 + 3i$  es  $2 - 3i$ . Cuando los números se representan con letras, el conjugado se señala con un asterisco.

$$\text{Si } a = 2 + 3i, \text{ entonces } a^* = 2 - 3i.$$

Cuando se multiplican los conjugados, el resultado que se obtiene es siempre un número real.

$$(x + yi) \cdot (x - yi) = x^2 + \cancel{x \cdot yi} - \cancel{x \cdot yi} - y^2 \cdot i^2 = x^2 + y^2$$

Si la parte imaginaria vale cero ( $y = 0$ ), el producto equivale simplemente a elevar el número al cuadrado.

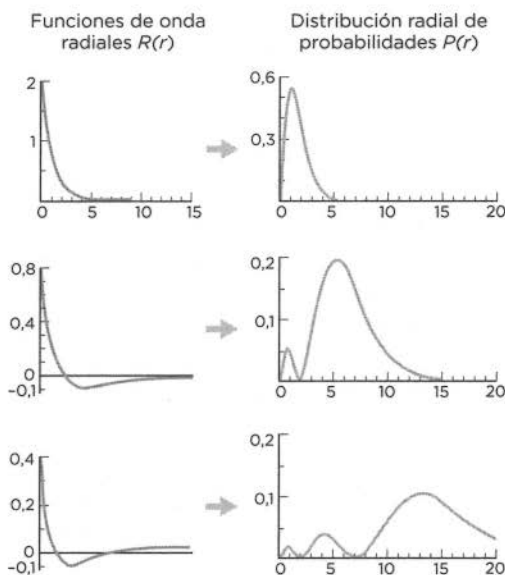
La verdadera magnitud con sentido físico no era  $\psi$ , sino  $\psi \cdot \psi^*$ , que también se representa como  $|\psi|^2$ . En general, este cuadrado es, como  $\psi$ , una función de la posición y del tiempo.

En sus esfuerzos por despojar al electrón de su carácter corpuscular, esta es la magnitud que Schrödinger identificó con una distribución de carga, esparcida a lo ancho y largo del espacio. Los valores de  $|\psi|^2$  determinaban qué porción de la carga eléctrica se hallaba en cada punto en cada instante. Born se alejó de esta clase de interpretaciones tangibles para adoptar una perspectiva estadística. En  $|\psi|^2$  vio una distribución de probabilidad. Cuando un físico se dispone a medir la posición de una partícula en su laboratorio, la probabilidad de encontrarla en un cierto lugar es proporcional al valor que presente allí el cuadrado de  $\psi$ .

## EN PARADERO DESCONOCIDO

En los ejemplos que consideramos en el capítulo anterior para la dependencia radial de  $\psi$  en los estados estacionarios del átomo de hidrógeno, la relación entre  $R(r)$  y la probabilidad  $P(r)$  de localizar al electrón a una cierta distancia  $r$  del núcleo presenta el aspecto que refleja la figura. Las cumbres de las funciones  $P(r)$  señalan dónde resulta más probable dar con el electrón. El pico de la primera, que corresponde al estado fundamental, se sitúa a una distancia que coincide con el radio que Bohr asignaba a la órbita circular más pequeña

de su modelo. No obstante, según Born, también existe una probabilidad, por ínfima que esta sea, de localizar al electrón a un kilómetro o en la galaxia Andrómeda. En otras palabras, la partícula puede estar casi en cualquier parte, pero resulta mucho más probable encontrarla en determinadas zonas, que acota a la perfección  $|\psi|^2$ . Una vez se conoce la función de onda en un momento dado, la ecuación de Schrödinger permite predecir sin ninguna ambigüedad su evolución.



Curiosamente, Schrödinger jugó con esta misma idea en su cuarto artículo sobre la mecánica ondulatoria, que envió a los *Annalen der Physik* en junio de 1926, solo unos días antes de que Born presentara el suyo. No es difícil adivinar por qué la terminó descartando. A pesar de que su ecuación operaba en un entorno confortable de funciones continuas y derivadas parciales, la interpretación estadística inyectaba en las entrañas de  $\psi$  todo el ve-

## EN EL CASINO DE LA NATURALEZA

Dado un sistema cuántico, la ecuación de Schrödinger despliega todos los estados posibles y les asigna una probabilidad. Funciona de forma parecida a las expectativas de un jugador ante una baraja de cartas. Este conoce las opciones que tiene de sacar una sota de bastos, pero no sabe cuál será la próxima carta que el crupier volteará boca arriba. Las probabilidades vienen condicionadas por la estructura y los elementos del sistema. No es lo mismo jugar con una baraja de cuarenta cartas que con otra que incorpore ochos y nueves, o dos comodines, o con una mezcla de dos barajas. La estadística proporciona un nivel de conocimiento sobre las cartas tapadas, que se puede aprovechar para analizar el juego y diseñar una estrategia que dé una ventaja. Se trata, por tanto, de un nivel de conocimiento operativo. Si nos permiten dar la vuelta a todos los naipes y apuntar la posición de cada uno, accedemos a un nivel más profundo de información. Ahora, aunque las volvamos a situar boca abajo, no tenemos que maniobrar a tientas con la estadística, sabremos cuál es la próxima carta y cuándo surgirá la sota. ¿Sucedre lo mismo con nuestro conocimiento del mundo cuántico? ¿Existe un nivel de realidad donde se puedan leer todas las cartas de la naturaleza, un nivel determinista, donde la estadística cuántica se revele solo como un fruto de nuestra parcial ignorancia? La mayoría de los físicos opina que no, pero ese era el criterio de Einstein. Nunca le abandonó la convicción de que la descripción cuántica del universo resultaba incompleta.

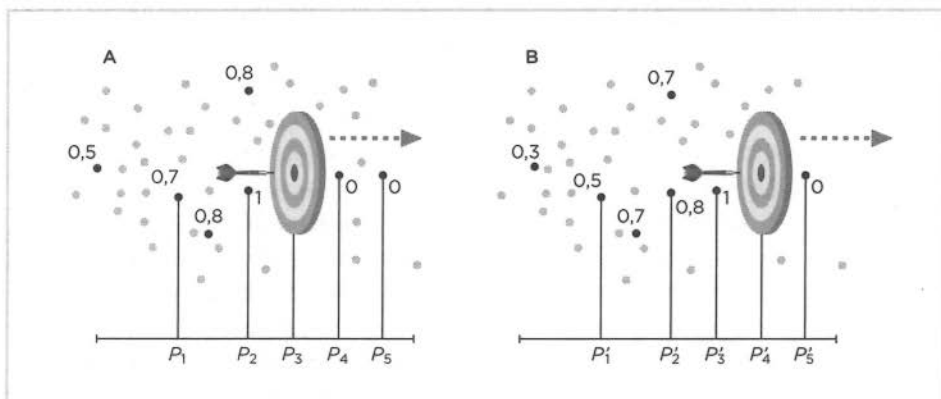
El modelo abstracto de la mecánica matricial, frustrando cualquier pretensión de visualizar los electrones. Ya fuera con matrices y probabilidades de transición o con funciones estadísticas, el azar presidía las leyes de la naturaleza de un modo que emborronaba cualquier imagen del átomo. Una función de onda de probabilidades era incapaz de seguirle la pista al electrón, de dibujar trayectorias clásicas o definir una sucesión continua de posiciones. Las probabilidades quedaban perfectamente definidas, pero alzaban un telón que impedía al físico «contemplar» lo que hacía realmente el sistema. En ese punto, Heisenberg le hubiera interrumpido para recalcar que la pretensión de asomarse al otro lado del telón era un mero capricho especulativo. Aquello que no se puede medir, ¿qué es sino una construcción mental? Bajo la lectura insi-

diosa de Born, hasta la ecuación de Schrödinger cumplía con los requisitos de Heisenberg. Al analizar las medidas que sí se pueden obtener en un laboratorio, estas se distribuyen de acuerdo con los patrones que describe la función de onda. Para Heisenberg, Born «conectó las matemáticas de Schrödinger con la interpretación correcta».

La función  $|\psi(x, y, z, t)|^2$  depende de las tres coordenadas espaciales y del tiempo, pero no evoluciona en un espacio real. Podemos recurrir a una analogía para verlo. Si una persona se sitúa frente a una diana, que puede tocar con los dedos, la probabilidad de que clave un dardo en su centro es máxima (le asignaremos el valor 1). Si el lanzador se separa y se va colocando en distintos lugares, la probabilidad disminuirá con la distancia y también en función de su ángulo de tiro. Situado detrás de la diana o a un kilómetro de ella, la probabilidad será 0. De este modo, cabe construir una función estadística que dependa de las coordenadas espaciales, asignando probabilidades de acertar a cada punto del espacio, que oscilan entre un máximo y un mínimo (el 1 y el 0).

¿Qué ocurre si la diana se mueve? El reparto espacial de probabilidades se modificará. Las coordenadas donde la función valía 1 se desplazarán con el objetivo. Los valores de aquellas ubicaciones que antes ofrecían mejores oportunidades para dar en el centro disminuirán a medida que este se aleja, mientras que los de otras remotas crecerán (véase la figura). Si queremos, podemos

Dos posiciones de la diana en movimiento, que reflejan el cambio de las probabilidades asociadas a cada punto.



interpretar que los valores de la probabilidad se propagan por el espacio, siguiendo a la diana, y que cambian con el tiempo, pero ningún aparato sabrá registrarlos. La función que hemos creado, que refleja el desplazamiento de los valores, no representa ninguna propiedad física ni habita en el espacio real.

La función  $\psi$  es un contenedor de información. Como un soplón de la policía, señala qué locales frecuenta el electrón o cuáles son sus últimos domicilios conocidos, pero no alcanza a definir dónde se encuentra. Puede ir más allá y predecir un cambio de hábitos o preferencias según se modifiquen las condiciones del entorno. Las regiones donde resulta más probable localizar una partícula pueden evolucionar con el tiempo, pero esta mudanza inmaterial no se puede registrar con un aparato. Su realidad opera en otro plano más profundo.

## ESCULPIENDO ÁTOMOS

La nueva interpretación de  $\psi$  dibuja una distribución de probabilidades distinta para cada nivel de energía del átomo de hidrógeno. Podemos plantearnos un experimento imaginario que parta de una colección de cien átomos independientes, todos ellos en el mismo estado energético, con el propósito de medir la posición de sus electrones. Obtendríamos un punto del espacio para cada uno, cuyas coordenadas se registrarían. Al introducir los datos en un ordenador y superponer en una sola imagen los cien resultados, no surgiría un reparto de posiciones absolutamente aleatorio. Comprobaríamos que los puntos se concentran en determinadas regiones y que en otras se dispersan, configurando nubes de densidad irregular (figura 1).

La proporción de puntos en cada área ofrece una idea de la probabilidad de localizar en ellas un electrón al realizar un nuevo experimento. Si hubiera que apostar dónde vamos a encontrar el electrón del átomo 101, lo mejor sería apuntar a los lugares donde se han congregado más puntos. Esas son las regiones donde  $|\psi|^2$  alcanza su máximo valor. Donde la densidad de puntos cae, tam-

bién lo hace la función, y donde jamás se presenta ninguno, vale cero.

En caso de repetir el experimento con un nuevo conjunto de cien átomos de hidrógeno sintonizados a un nivel de energía diferente, las nubes de puntos adoptarían otros perfiles (figura 2).

Toda esta información está cifrada en  $\psi$  y  $|\psi|^2$ . Ya sabemos que no podemos visualizar  $\psi$  completa en tres dimensiones, y sucede lo mismo con  $|\psi|^2$ . Para exponer de manera gráfica una parte de la información que atesoran las funciones, se recurre a las nubes de puntos o también a figuras sólidas.

En un sentido técnico estricto, la palabra «orbital» es un sinónimo de «función de onda», pero en la práctica se utiliza para hablar de estas representaciones. Las funciones solución de la ecuación de Schrödinger esculpen matemáticamente su contorno para todos los niveles de energía en los que puede acomodarse el electrón en el átomo de hidrógeno.

Un detalle interesante es que no hay un número infinito y caprichoso de formas, surgen patrones que se repiten, si bien con formatos distintos y pequeñas variaciones. Existe una colección limitada de modelos, que los físicos pronto etiquetaron. Tenemos orbitales  $s$ , que dibujan nubes de simetría esférica; orbitales  $p$ , como hélices de avioneta; orbitales  $d$  y  $f$  con composiciones de lóbulos múltiples, que recuerdan los pétalos de una flor tropical. Las letras responden a la terminología de los antiguos espectroscopistas:  $s$  de

FIG. 1

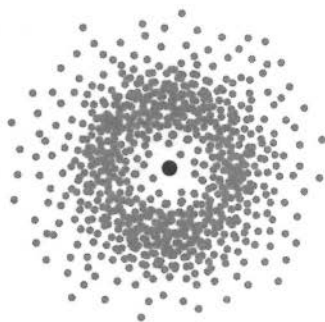
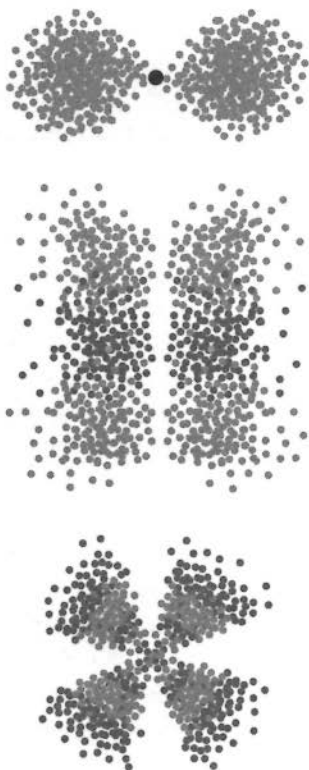


FIG. 2



«sharp» («nítido»),  $p$  de «principal»,  $d$  de «difuso» y  $f$  de «fundamental» (figura 3).

En las funciones solución  $\psi$ , aparecen los mismos números cuánticos  $n$ ,  $m$  y  $l$  del modelo de Sommerfeld. Aquí intervienen como parámetros que ayudan a moldear los orbitales. El número  $l$  señala el modelo:  $l = 0$  corresponde a un orbital  $s$ ;  $l = 1$ , a uno  $p$ ;  $l = 2$ , a uno  $d$ ;  $l = 3$ , a uno  $f$ . El número  $n$  proporciona una noción de escala, si para un modelo dado el orbital es más grande o más pequeño. El número  $m$  se relaciona con el modo en que se orientan los modelos. Jugando con estos parámetros, de la cadena de montaje atómica salen un orbital  $s$ , tres variedades de orbitales  $p$ , cinco de  $d$  y siete de  $f$ , que incorporan diversas adaptaciones posteriores en función de la energía (figuras 4 y 5).

A medida que aumenta la escala con  $n$ , y por tanto la energía, dentro de cada modelo se introducen estrangulaciones, que recuerdan las manipulaciones de un artista callejero al retorcer un globo para componer la figura de un perro salchicha. Desempeñan el papel de los nodos en la cuerda vibrante, cuyo número también se incrementaba con la energía. En el contexto atómico señalan zonas donde se anula la probabilidad de encontrar al electrón. Una parte de estas singularidades surge de las funciones radiales que examinamos en el capítulo anterior y de la función probabilidad  $P(r)$  construida a partir de su cuadrado. Si estudiáramos los distintos orbitales recurriendo al experimento de los cien átomos y después practicáramos un corte transversal en las nubes, localizaríamos los nodos con facilidad, como áreas vacías donde no hay puntos (figura 6, página 126).

Salvo en los casos más sencillos, como en el átomo de hidrógeno, resulta imposible extraer con lápiz y papel soluciones explícitas de la ecuación de Schrödinger, es decir, expresiones formadas por funciones conocidas que relacionen mediante operaciones sus variables y constantes. Sin embargo, una vez planteada, se pueden ensayar aproximaciones. Quizá la más simple consista en suponer que un átomo con siete electrones, por ejemplo, ofrece el aspecto que se obtendría al superponer (como en varias capas de Photoshop o apilando dibujos en láminas transparentes) las soluciones de siete átomos de hidrógeno indepen-



FIG. 3

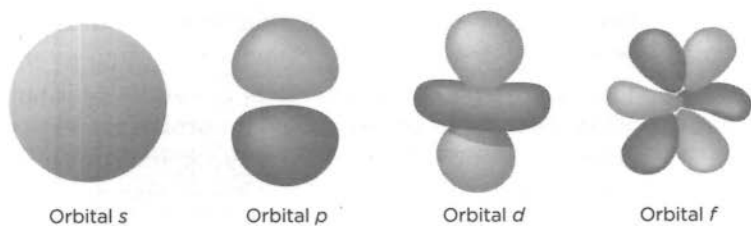


FIG. 4

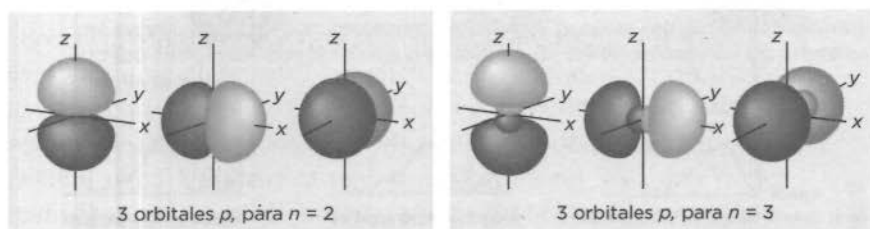


FIG. 5

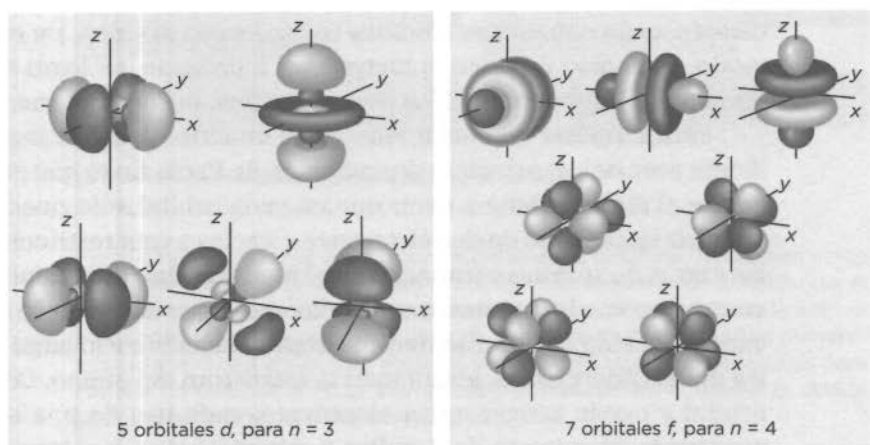
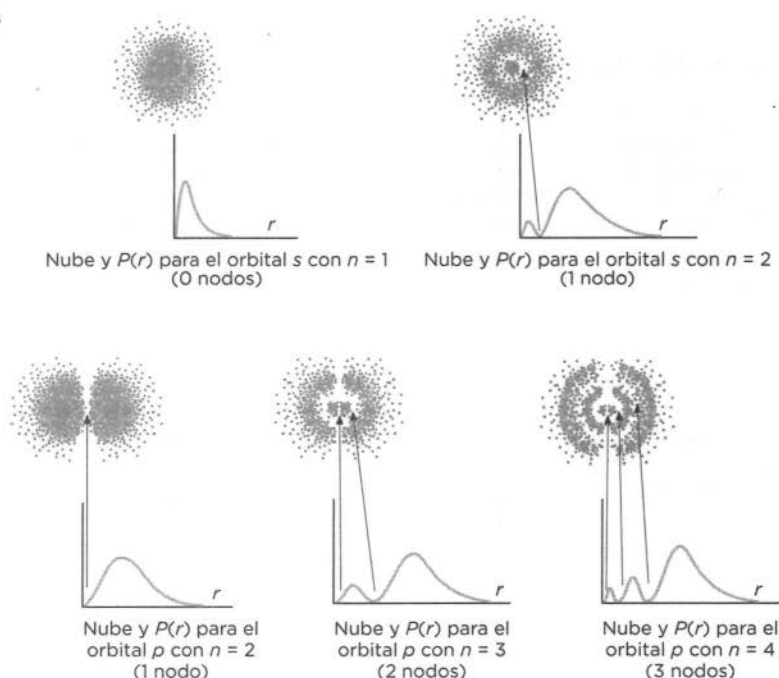


FIG. 6



dientes, cada uno con su electrón en un estado distinto. De este modo, estirando un poco la imagen del hidrógeno, se logra vislumbrar la arquitectura de los demás átomos, más complejos.

Para terminar de cuajar este guiso cuántico falta un ingrediente esencial: el principio de exclusión de Pauli. En lo que concierne al átomo, viene a decir que en cada orbital solo pueden convivir un máximo de dos electrones. Gracias a esta restricción, las cargas no se concentran en el nivel fundamental (el de mínima energía), como la multitud que en un concierto se apiña al pie del escenario, sino que se distribuyen escalonadamente a lo largo de las gradas energéticas, levantando la estructura del átomo. Cada orbital  $s$  puede acoger a dos electrones, cada trío de  $p$ , a seis electrones, el quinteto de  $d$ , a diez y el septeto de  $f$ , a catorce. A medida que sube la energía, crece el formato de los orbitales, así

## EL SECRETO DE LA QUÍMICA

Una mañana de invierno, en 1869, el químico ruso Dimitri Mendeléiev (1834-1907) escribió en un puñado de tarjetas los nombres de los 63 elementos conocidos entonces, junto con una breve descripción de sus principales atributos. Tras dejar algunos espacios en blanco, logró organizarlos en filas y columnas que reflejaban cómo, a grandes rasgos, sus propiedades químicas se repetían periódicamente. De forma empírica estaba expresando el carácter cíclico de los modelos orbitales. En la tabla periódica cada casilla se reserva a un elemento y se avanza de izquierda a derecha y de arriba abajo, añadiendo a cada paso una pareja formada por un protón y un electrón, que da lugar a un nuevo elemento. La carga positiva se concentra en el núcleo y la negativa se acomoda en los orbitales. Se parte del hidrógeno, con un electrón y un protón, se sigue con el helio, con dos electrones y dos protones, y así sucesivamente. Los neutrones siguen sus propias reglas. Cada columna exhibe elementos con la misma distribución de los electrones en los orbitales más externos.

																		Bloque s												Bloque p		8A		
1A																	8A	1A											3A	4A	5A	6A	7A	1s
H 2A																	He	1s	2A											2s	2p	1s		
Li Be																	Ne	2s											3s	3p	3d	1s		
Na Mg 3B 4B 5B 6B 7B																	Ar	3s	3B 4B 5B 6B 7B											4s	4p	4d	1s	
K Ca Sc Ti V Cr Mn Fe Co Ni Cu Zn Ga Ge As Se Br Kr																	Kr	4s											5s	5p	5d	1s		
Rb Sr Y Zr Nb Mo Tc Ru Rh Pd Ag Cd In Sn Sb Te I Xe																	Xe	5s											6s	6p	6d	1s		
Cs Ba La Hf Ta W Re Os Ir Pt Au Hg Tl Pb Bi Po At Rn																	Rn	6s											7s	7p	7d	1s		
Fr Ra Lr Rf Db Sg Bh Hs Mt Ds Rg Cn																	Cn	7s											8s	8p	8d	1s		
																												Bloque f						
Lantánidos	La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb													4f							
Actínidos	Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No													5f							

La tabla periódica comparada con una radiografía de los orbitales.

Por ejemplo, todos los elementos situados en la columna 7A poseen cinco electrones repartidos en los tres orbitales más externos, *p*. Constituyen el grupo de los halógenos: el flúor, el cloro, el bromo, el yodo... Dada la estructura conforme de los pisos más altos de su arquitectura, comparten numerosos rasgos. Entre otros, son volátiles y presentan una gran voracidad para robarle un electrón a otros elementos y completar así el orbital *p*, donde siempre les queda un electrón huérfano.

que, hasta cierto punto, podemos considerar que el átomo se asemeja a una muñeca rusa o a una cebolla y que su comportamiento químico se ve dominado por la forma y el contenido de sus orbitales más externos. No deja de ser una aproximación, porque la función de onda de un átomo de siete electrones es una obra colectiva —donde las partículas se relacionan entre sí y todas las interacciones contribuyen a modelar  $\psi$ —, no la superposición de siete electrones independientes.

La estrategia de superponer láminas transparentes con los orbitales se puede llevar más lejos, hasta combinar átomos, enlazándolos en moléculas. En el solapamiento de orbitales atómicos surgen orbitales moleculares. Existen aproximaciones mejores, donde los orbitales moleculares son fruto de las relaciones de todas las cargas entre sí y no de una mera superposición de átomos independientes.

## SCHRÖDINGER CONTRA BORN

En la conferencia que Born pronunció días antes de recibir el premio Nobel, admitía con su elegancia característica que, aunque la mayoría de los físicos había aceptado la interpretación estadística (que en ese momento se le reconocía), no había logrado convencer a alguno de los más importantes:

El propio Planck se situó entre los escépticos hasta el momento de su muerte. Einstein, De Broglie y Schrödinger no han cesado de insistir en los aspectos más insatisfactorios de la mecánica cuántica, haciendo un llamamiento para recuperar los conceptos de la física clásica newtoniana, al tiempo que proponían vías para lograrlo sin contradecir los hechos experimentales.

Born conoció el rechazo de Einstein a través de una carta, donde el padre de la relatividad le dedicó una de sus frases más célebres: «La mecánica cuántica es en verdad impresionante, pero una voz interior me dice que todavía no ofrece la auténtica

respuesta. La teoría resulta muy productiva, pero no nos acerca más al secreto del Viejo. En cualquier caso, estoy convencido de que Él no juega a los dados». Born quedó consternado ante esta alusión a la interpretación estadística: «El veredicto de Einstein sobre la mecánica cuántica cayó como una losa». Menos preocupación (y en parte menos respeto) mostraron los más jóvenes. En su correspondencia privada, Heisenberg se burlaba de Einstein, De Broglie y Schrödinger hermanándolos bajo el apelativo de «caballeros del continuo».

«Sabe Dios que no soy muy amigo de la teoría estadística. La he odiado desde el mismo momento en que nuestro querido amigo Max Born la trajo a este mundo.»

— SCHRÖDINGER A PROPÓSITO DEL TRABAJO DE MAX BORN.

Se perfilaron, pues, dos frentes. Por un lado se fraguó una coalición entre Gotinga y el Instituto de Bohr, que alumbró la versión canónica de la mecánica cuántica, la llamada *interpretación de Copenhague*. Por otro, los radicales libres de Einstein y Schrödinger se dedicaron a minar sus cimientos. No se trataba de una cuestión personal, solo era ciencia. Con todo, la apertura de mente que se presupone en un científico apenas se tradujo en conversos entre ambos bandos. Schrödinger jamás aceptó el modo en que Born había adulterado su función de onda y, hacia el final de su vida, ante el éxito casi unánime de la interpretación estadística, se lo reprochaba con humor, cariño y una pizca de indignación:

Maxel, sabes que te quiero y que eso es algo que nada puede cambiar, pero tengo que darte un buen rapapolvo. Así que no te muevas. La falta de pudor con la que aseguras una y otra vez que la interpretación de Copenhague ha sido aceptada de un modo casi universal, asegurarlo sin ninguna reserva, incluso frente a una audiencia de legos —que están completamente a tu merced— fuerza los límites del decoro. ¿De verdad estás tan convencido de que pronto la raza humana se rendirá a tu insensatez?

## SCHRÖDINGER CONTRA HEISENBERG Y BOHR

En mayo de 1926 Schrödinger proseguía su racha imparable. Si bien pensaba que su trabajo había frustrado las pretensiones de Heisenberg de llevar la mecánica cuántica a su terreno abstracto, había una enigmática concordancia que no le dejaba tranquilo:

Considerando las extraordinarias diferencias entre los puntos de partida y los conceptos de la mecánica cuántica de Heisenberg y la [...] mecánica ondulatoria [...], resulta muy extraño que estas dos teorías se muestren de acuerdo con respecto a los hechos conocidos, allí donde se diferencian de la vieja teoría cuántica.

Schrödinger aplicó su extraordinaria capacidad analítica y su pericia matemática para cotejar lo que había hecho él con lo que había hecho Heisenberg. La paradoja de por qué una teoría con vocación abstracta y discontinua producía los mismos resultados, al atacar los mismos problemas, que otra, con una clara vocación visual y continua, se resolvió con un giro inesperado: matemáticamente eran idénticas. Igual que la situación de un punto en el espacio se puede precisar con tres coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$  o con un radio  $r$  y una pareja de ángulos  $(\theta, \phi)$ , las matrices y las ecuaciones diferenciales componían dos juegos de herramientas distintos que servían a un propósito común. Ofrecían dos lenguajes alternativos, como el dibujo y la escritura a la hora de describir la distribución de una casa. De modo análogo a como se establece una reciprocidad entre las palabras que evocan las dimensiones de un cuarto o los materiales de un mueble y la imagen que los representa, cabía establecer correlaciones entre las expresiones del análisis y las algebraicas. Cada formalismo presentaba sus ventajas e inconvenientes, diferían en la eficacia y economía con la que transmitían ciertos matices de la información. En cualquier caso, ambos venían a describir las habitaciones de la misma casa. Ya fuera del retículo de las matrices o al trocear el parámetro de una ecuación diferencial, se extraían idénticos valores discretos para los observables.

¿Se traducía esta correspondencia en un empate técnico? Schrödinger reconocía que para algunos científicos «la equivalencia matemática significa casi lo mismo que la equivalencia física». Él no estaba de acuerdo. Una cosa eran las matemáticas recluidas en la vida monástica de la abstracción y otra muy distinta aquellas que salían al mundo para representar magnitudes físicas. En ese terreno, la mecánica ondulatoria ofrecía un enfoque superior. Consideraba esencial para el progreso de la teoría un marco capaz de proyectar modelos intuitivos, donde no se perdiera la capacidad de crear imágenes.

«¡Joven, todavía le queda mucha física por aprender, así que será mejor que se siente!»

— INTERVENCIÓN DE WILHELM WIEN A FAVOR DE SCHRÖDINGER EN EL SEMINARIO CELEBRADO EN 1926 EN MÚNICH, DIRIGIÉNDOSE A HEISENBERG.

Para ser un artículo científico, lo cerró con un comentario algo subido de tono: «Mi teoría se inspira en Louis de Broglie y en alguna observación breve, pero incompleta de A. Einstein [...]. No reconozco una relación genética de ningún tipo con Heisenberg. Por supuesto, conocía su teoría, pero me sentía desanimado, por no decir repelido, por sus métodos algebraicos, que me parecían difíciles, y por su falta de visualización». Esta alusión directa hirió la sensibilidad de Heisenberg, que en público se limitó a apretar los dientes. En privado se desahogó con Pauli: «Cuanto más pienso en los aspectos físicos de la teoría de Schrödinger, más repulsiva me parece [...]. Lo que Schrödinger dice de la visualización de su teoría “probablemente no es del todo cierto” [aquí parafraseaba un comentario de Bohr]; en otras palabras: es una mierda». Lo que dejaba clara la equivalencia entre el enfoque matricial y el analítico es que las bases matemáticas de la mecánica cuántica habían cuajado ya. Quedaba por librar la pelea de su interpretación.

El primer combate se celebraría el 21 de julio de 1926 en Múnich. Heisenberg estaba pasando las vacaciones de verano en la ciudad, en casa de sus padres. Schrödinger había aceptado una

invitación de Sommerfeld y Wilhelm Wien para impartir un seminario sobre su nueva mecánica ondulatoria. Por descontado, Heisenberg no pudo resistir la tentación de acudir a sus dos conferencias. Cuando Schrödinger acabó su exposición en la segunda y se abrió el debate al público, Heisenberg le planteó cómo podía explicar una serie de fenómenos que escogió con alevosía por su acusada naturaleza corpuscular, como era el caso del efecto fotoeléctrico, los experimentos de Compton o la cuantización en el horno de Planck. Schrödinger no conocía la respuesta, pero Wien, que oficiaba de moderador, se interpuso entre ambos para que las objeciones ni siquiera le rozaran. Incluso le llegó a espetar a Heisenberg: «Mire, joven, el profesor Schrödinger seguramente aclarará estas cuestiones en su momento. Lo que debe comprender es que ahora todo ese disparate de los saltos cuánticos se ha acabado». Schrödinger debió de sentirse satisfecho con el veredicto.

Heisenberg salió a la calle echando chispas. De nuevo, su amigo Pauli fue el depositario de su indignación, en este caso contra Wien: «¡Casi me echa de la sala!». Su frustración iba más allá del trato recibido: «Schrödinger simplemente tira por la borda todos los efectos teorícocuánticos, como el efecto fotoeléctrico, las colisiones de Franck, el efecto de Stern-Gerlach, etc. Así no es tan difícil construir una teoría». Cuando le dejó de hervir la sangre, esa misma tarde, se puso en contacto con sus padrinos, Born y Bohr. El resultado fue que Schrödinger recibió una cordial invitación de Bohr para que fuera a visitarle en octubre a Copenhague, donde tendrían ocasión de discutir con calma sus ideas. Heisenberg no se perdió el acontecimiento y conservó un recuerdo muy vívido del encuentro:

Las discusiones entre Bohr y Schrödinger se iniciaron en la misma estación de Copenhague y se reanudaron cada día, desde la mañana temprano hasta bien entrada la noche. Schrödinger se hospedaba en casa de los Bohr, así que apenas había distracciones del exterior que pudiesen interrumpir la conversación. Pese a que Bohr solía ser muy respetuoso y amable en su trato personal, en esta ocasión se mostró prácticamente como un fanático implacable que no estaba dispues-



to a ceder un ápice frente a su interlocutor ni permitirle la más mínima imprecisión.

La apisonadora dialéctica del danés allanaba cualquier obstáculo. Como un maestro de obras, detectaba las grietas y fisuras de cada argumento. Pudo con todas las objeciones de Schrödinger y, en su momento, con todas las de Einstein. Un momento de exasperación llevó a Schrödinger a exclamar: «¡Si vamos a tener que seguir aguantando esos malditos saltos cuánticos, lamento haber tenido nada que ver con la teoría cuántica!». Según Heisenberg, Bohr, bajo una máscara de gentileza y cortesía, sometió a su invitado a un acoso implacable:

Pasados unos días, Schrödinger cayó enfermo —quizá a causa del tremendo esfuerzo— y tuvo que guardar cama resfriado y con fiebre. La señora Bohr cuidaba de él, le llevaba té y bizcochos, pero Niels se sentaba al borde de la cama y continuaba la discusión con Schrödinger: «Pero usted tiene que comprender...».

La vehemencia no nublabla el buen juicio de Bohr, que reconocía la aportación de Schrödinger: «La claridad matemática y la sencillez de su mecánica ondulatoria suponen un gran progreso respecto a la anterior formulación de la mecánica cuántica». Schrödinger les había proporcionado un instrumento de incalculable valor, pero no estaban conformes con el manual de instrucciones que lo acompañaba. Hasta Heisenberg se rindió a la manejabilidad de la ecuación de ondas. Por su parte, Schrödinger, tras remitir la fiebre y regresar sano y salvo de Copenhague, seguía aturdido por la contundente persuasión de Bohr. A Wien le tuvo que confesar: «Pronto llega un momento en el que no sabes si aceptar la postura que él ataca o si realmente debes atacar la postura que él defiende». A pesar del asedio, calificó su estancia como una «experiencia verdaderamente inolvidable».

Heisenberg se había mantenido en un discreto segundo plano. Después de asistir a la esgrima verbal de Bohr y Schrödinger, dejó atrás el esquema matemático de la teoría cuántica, que consideraba cerrado, y se volcó en zanjar la disputa sobre su significado.

## INCERTIDUMBRE

Al asumir las consecuencias de su modo de entender la función de onda, Max Born se vio abocado a una resolución arriesgada: «Estoy dispuesto a abandonar el determinismo en el mundo atómico».

En 1927 Heisenberg proporcionó argumentos de peso para refrendar esta postura y acotó con precisión los límites del determinismo en los dominios cuánticos. Primero plasmó sus ideas en una carta a Pauli, de más de diez páginas, que después refundiría en un artículo: *Sobre el contenido físico de la mecánica y la cinemática cuánticas*. Su publicación en marzo del mismo año fue el último clavo en el ataúd de la mecánica clásica, una bofetada a los caballeros del continuo y el espaldarazo a la interpretación estadística de  $|\psi|^2$ . También amplió el acervo de la física con una nueva ecuación, que se haría tan popular como la de Schrödinger, pero de una naturaleza, como no podía ser menos, muy distinta.

La dinámica de Newton se basaba en la noción de que se puede determinar la posición y la velocidad de un cuerpo en todo momento con una precisión arbitraria. Teóricamente, la trayectoria se define mediante la solución de una ecuación diferencial. En la práctica, basta con medir tiempos y posiciones. No obstante, para hacerlo, hay que seguir la pista del cuerpo en movimiento. Este requisito no plantea problemas si se aplica a una pelota o una nave espacial. Pero ¿cómo se «ve» un electrón? Primero hay que iluminarlo. Y no es lo mismo iluminar una pelota que una partícula. En el primer caso existe un abismo de escala entre la envergadura de la estructura que percibimos (la pelota) y el régimen donde la estructura de la luz se manifiesta. En el segundo, la partícula y el fotón son dos objetos cuánticos que se hablan de igual a igual.

En una cancha de tenis, resulta factible seguir la trayectoria de la pelota porque la luz —que excita los electrones que hormiguean en su superficie, electrones que pronto vuelven a niveles menos energéticos y emiten más fotones que son detectados por las células de nuestra retina— no aparta a la pelota de su camino.

Según señalamos en el primer capítulo, Einstein razonó que los fotones debían comportarse como partículas y Compton confirmó que los cuantos de luz desviaban la trayectoria de los electrones en el laboratorio, como en un choque de bolas de billar. Por tanto, nada más iluminar una partícula ya la estamos expulsando de la posición que pretendíamos registrar. ¿Tenemos algún modo de determinar cómo era antes de alterar su curso? La respuesta es negativa. El único modo que tenemos de conocer es medir, y medir implica perturbar. Imaginemos que nada más lanzar la pelota, impulsada por la raqueta del tenista, cada colisión contra un fotón modificase su trayectoria. Con los fotones que llegaran a nuestros ojos nos sería prácticamente imposible reconstruir el recorrido ajetreado y zigzagante de la pelota. Es lo que sucede en el ámbito atómico.

Se puede probar a disminuir la energía de la luz, para golpear al electrón con más suavidad y no trastocar en exceso su trayectoria. Para conseguirlo hay que rebajar la energía de la luz. De acuerdo con la expresión de Planck ( $E = h \cdot \nu$ ), eso implica recortar la frecuencia o, lo que es lo mismo, estirar las ondas electromagnéticas. Esta estrategia tan prometedora pronto fracasa. Cuando se compone una imagen a partir de las ondas que han interactuado con un objeto, la nitidez depende de su longitud de onda. A mayor  $\lambda$ , menor resolución, así que las ondas dibujan una imagen cada vez más borrosa a medida que se van estirando. La naturaleza parece confabularse de manera que la energía que permite definir los detalles de la trayectoria del electrón lo perturba hasta el punto de deslocalizarlo y la energía que respeta su recorrido no proporciona suficiente resolución para distinguirlo.

Recuperemos el símil de la cancha de tenis y supongamos que, como espectadores, contamos con un sencillo aparato que nos permite modificar la longitud de onda de la luz con la que queremos «ver» el partido. Una  $\lambda$  corta, en principio, nos proporcionaría la nitidez suficiente, pero cada fotón golpearía con tal fuerza la pelota que las partículas luminosas que llegaran a nuestros ojos no serían capaces de ofrecer un relato coherente acerca de su posición. A medida que fuéramos aumentando la longitud de onda de los fotones, mitigando poco a poco el efecto sobre la pelota, la

imagen de la pista iría perdiendo claridad. En el momento en que comenzara a perfilarse la trayectoria, se sobrepasaría el límite de resolución, sumergiéndola de nuevo en una bruma cuántica. Por tanto, existe un grado de indeterminación que no podemos suprimir, inherente al proceso mismo de observar, que se debe a que la luz (la sonda que mide) y el electrón (el objeto cuyas propiedades se pretenden medir) son entidades cuánticas que se interfieren mutuamente.

### LA INCERTIDUMBRE EN CIFRAS

Partamos de la relación  $\Delta q \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$ , que podemos reescribir en función de  $\Delta v$ , recordando que  $p = m \cdot v$ :

$$\Delta q \cdot \Delta v \geq \frac{h}{4\pi \cdot m}$$

La desigualdad muestra que el margen para las incertidumbres de  $q$  y  $v$  depende del cociente entre la constante de Planck y la masa  $m$ . Como  $h$  es ya de por sí muy pequeña, para grandes masas (escala macroscópica), tanto  $\Delta q$  como  $\Delta v$  pueden asumir valores insignificantes, causando la ilusión de que es posible determinar su valor con tanta precisión como se desee. Solo cuando la masa, y por tanto el tamaño, se aproxima a la constante de Planck las incertidumbres adquieren relevancia. Para comprobarlo, aplicaremos las relaciones de indeterminación a tres objetos distintos.

1. Un coche. Para el que estimamos una masa aproximada de una tonelada:

$$\Delta q \cdot \Delta v \geq \frac{h}{4\pi \cdot m} \quad \frac{h}{4\pi \cdot m} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{4\pi \cdot 1000} = 5,27 \cdot 10^{-38} \text{ m}^2/\text{s}.$$

Si suponemos que el coche se desplaza a una velocidad de 100 km/h (unos 30 m/s):

$$\Delta v = 30 \text{ m/s} \quad \Delta q \geq \frac{5,27 \cdot 10^{-38}}{30} = 1,76 \cdot 10^{-39} \text{ m}.$$

La diferencia de escala entre las dimensiones del coche, del orden de metros, y la incertidumbre de su posición se traduce en un abismo de un 1 seguido de 39 ceros. Absolutamente indetectable.

Nos hemos detenido a examinar un caso particular, pero la ambigüedad aflora en cualquier contexto experimental. Los físicos denotan el grado de indeterminación de una medida mediante el símbolo  $\Delta$ . Así,  $\Delta x = 0$  expresa que la coordenada espacial  $x$  de una partícula puede asumir un único valor: está perfectamente localizada. Sin embargo,  $\Delta x = 5$  m refleja que la partícula puede hallarse en cualquier punto situado dentro de un margen de cinco metros. Heisenberg no se limitó a discutir cualitativamente la in-

2. Una abeja. Con una masa de 0,1 g:

$$\frac{h}{4\pi \cdot m} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{4\pi \cdot 10^{-4}} = 5,27 \cdot 10^{-31} \text{ m}^2/\text{s}.$$

La velocidad máxima que puede desarrollar este insecto ronda los 7 m/s:

$$\Delta v = 7 \text{ m/s} \qquad \Delta q \geq \frac{5,27 \cdot 10^{-31}}{7} = 7,53 \cdot 10^{-32} \text{ m}.$$

Para una abeja con un tamaño de un par de centímetros, el salto de escala entre la incertidumbre en su posición y sus dimensiones es de  $10^{-30}$ . De nuevo, a efectos prácticos, resulta irrelevante.

3. Un electrón. La partícula posee una masa de unos  $9,11 \cdot 10^{-31}$  kg:

$$\frac{h}{4\pi \cdot m} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{4\pi \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}} = 5,79 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}.$$

Asignamos a la velocidad media del electrón un valor bastante común, del orden de  $10^6$  m/s, en torno a 1% de la velocidad de la luz:

$$\Delta v = 10^6 \text{ m/s} \qquad \Delta q \geq \frac{5,79 \cdot 10^{-5}}{10^6} = 5,79 \cdot 10^{-11} \text{ m}.$$

Una magnitud que se suele usar como referencia en el ámbito atómico es el radio de la órbita del estado fundamental del hidrógeno, según el modelo de Bohr. Vimos que coincide con el máximo de la función de onda de Schrödinger para la misma energía. Su valor es  $r = 5,29 \cdot 10^{-11}$  m. Por tanto, en el caso del electrón la incertidumbre de su posición coincide con las dimensiones del espacio donde reside: está deslocalizado.

## EL CONTAGIO DE LA INCERTIDUMBRE

Las ligaduras de Heisenberg atan cualquier pareja de variables conjugadas, que son aquellas cuyo producto tiene las mismas dimensiones que la constante de Planck: masa por longitud al cuadrado dividida por tiempo. Así, la energía y el tiempo componen una segunda relación de incertidumbre:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}.$$

Si  $M$ ,  $L$  y  $T$  representan las magnitudes físicas fundamentales (masa, longitud y tiempo), se comprueba que, en efecto, el producto del tiempo por la energía tiene las mismas dimensiones que el producto de la longitud por el momento, que son las mismas dimensiones de la constante de Planck:

$$\left( M \frac{L^2}{T} \right).$$

$q \rightarrow \text{longitud } (L)$	$E \rightarrow \text{energía } \left( M \frac{L^2}{T^2} \right)$
$p \rightarrow m \cdot v \rightarrow \text{masa } (M) \cdot \text{velocidad } \left( \frac{L}{T} \right)$	$t \rightarrow \text{tiempo } (T)$
$q \cdot p \rightarrow \left( M \frac{L^2}{T} \right).$	$E \cdot t \rightarrow \left( M \frac{L^2}{T} \right).$

certidumbre, la confinó dentro de unos límites, cuyas dimensiones volvía a calibrar la constante de Planck:

$$\Delta q \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

donde  $q$  es la posición de una partícula y  $p$ , su momento. Este es el principio de incertidumbre o de indeterminación, que encadena dos variables físicas, condicionando lo que puede conocerse de una de ellas a lo que alcancemos a saber de la otra.

Heisenberg también resumió su significado con palabras: «Cuanto mayor sea la precisión con la que se determina la posición, con menor precisión se conoce el momento en ese instante, y viceversa». La ecuación va más allá y permite jugar con ambas

imprecisiones. Al introducir cualquier valor para  $\Delta q$ , de inmediato  $\Delta p$  se ve obligada a superar un límite:

$$\Delta p \geq \frac{h}{4\pi \Delta q}.$$

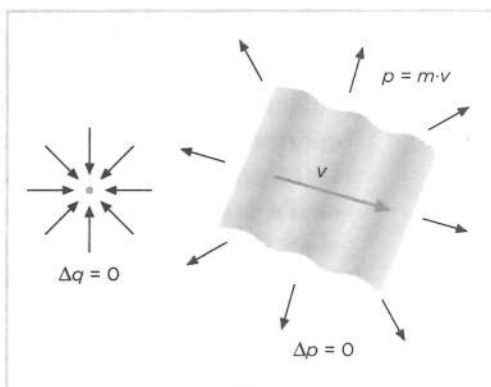
Si  $\Delta q$  tiende a cero, el denominador merma con rapidez, lo que dispara a  $\Delta p$  camino del infinito. Saber con exactitud la posición implica no saber nada del momento. Desde una perspectiva macroscópica, incapaz de detectar la presencia de  $h$ , la ecuación nos devuelve al terreno clásico, donde  $q$  y  $p$  se determinan simultáneamente con la precisión que se quiera:

$$h \rightarrow 0; \quad \Delta q \cdot \Delta p \geq 0; \quad \text{compatible con } \Delta q = \Delta p = 0.$$

El principio de incertidumbre de Heisenberg funciona como un balancín, donde suben y bajan la naturaleza ondulatoria y corpuscular de las entidades cuánticas. Disminuir  $\Delta q$  nos aproxima al extremo de las partículas, perfectamente localizadas. En cambio, determinar con exactitud  $p$  nos sitúa a lomos de una onda, deslocalizada pero con una velocidad  $v$  bien definida (véase la figura). El rostro que muestran los integrantes del universo cuántico parece depender, pues, de dónde fije su curiosidad el observador.

Algunos físicos interpretaron el principio de indeterminación como un desafío a su pericia en el laboratorio, y se lanzaron a diseñar experimentos que permitieran establecer la posición y el momento violando los límites de exactitud prescritos. Einstein, con más puntería y economía de medios, atacó con argumentos. Unos y otros fracasaron.

Si se quiere construir la trayectoria de un cuerpo solo se precisan dos ingredientes: la posición, que indica dónde está ahora, y el momento, que informa de hacia dónde se dirige a continuación.



Las relaciones de indeterminación dinamitan las trayectorias, cumpliendo un viejo sueño de Heisenberg, que en sus tiempos en Heligoland ya había lanzado una advertencia: «Invierto todas mis energías en aniquilar la noción de órbita». Esta demolición disgustaba a Einstein, cuya teoría general de la relatividad descansaba en gran medida en el cálculo de trayectorias en un espacio de cuatro dimensiones. Sin embargo, la tesis de Heisenberg no solo amenazaba las trayectorias. En su artículo de 1927 concluía que: «en la formulación más estricta de la ley de causalidad (si conocemos con exactitud el presente, podemos calcular el futuro), no es la consecuencia la que resulta falsa, sino la premisa. Por principio somos incapaces de conocer el presente en todos los detalles que lo determinan». Esta ignorancia mina nuestra capacidad de predecir. Al cortar la conexión entre el estado presente y su futuro más inmediato, cifrado en el conocimiento simultáneo de la posición y el momento, el edificio clásico de Newton se desmoronaba. Por supuesto, esta incapacidad también estaba presente en la física anterior. Una cosa es teorizar sobre átomos o moléculas aisladas, y otra, determinar la posición y el momento de un billón de partículas clásicas. Con todo, el naufragio de la causalidad se debía entonces a los límites humanos, no a un mecanismo esencial de la naturaleza.

Las relaciones de incertidumbre asoman en cualquier rincón de la física atómica, casi como un *aleph* borgiano, espejo y centro de todas las cosas, y proporcionan una primera lectura intuitiva en infinidad de situaciones. Permiten justificar, por ejemplo, mediante un razonamiento aproximado, la estabilidad y el tamaño de los átomos. Si el electrón cayera sobre el núcleo, su posición quedaría perfectamente determinada, lo que acarrearía una enorme velocidad, que a su vez lo arrancaría del núcleo. La relatividad añade un límite de velocidad. Asumiendo una velocidad media del 1% la de la luz, las relaciones de Heisenberg imponen al electrón una indeterminación espacial del orden del tamaño del átomo, justo los dominios donde mora. La incertidumbre, así, vela por el equilibrio de la materia.



## El gato encerrado

La base operativa de la mecánica cuántica se estableció a finales de la década de 1920. Casi un siglo después, la polémica sobre su sentido todavía no se ha zanjado. Schrödinger fue uno de los pioneros en tratar de exponer los absurdos de la teoría. Para hacerlo concibió una situación imaginaria, donde un gato era sentenciado a la más paradójica de las muertes. Nació así uno de los mitos de la física: el gato de Schrödinger.



Erwin y Annemarie volvieron a una Austria muy distinta de la que habían dejado atrás en la década de 1920. En particular, Graz se había convertido en un hervidero nazi, donde Schrödinger tuvo que presenciar a diario las escenas que tanta repulsa le habían provocado en Berlín. La república impuesta por los aliados tras la derrota en la Primera Guerra Mundial había capitulado en 1933. Cuando llegaron, el país ya se había convertido en un régimen totalitario de corte fascista. Lo único que estaba en juego era deponer un dictador para colocar en su lugar a otro peor.

Al principio pudieron aislarse del fragor de los grandes acontecimientos y dedicarse a recomponer su poco convencional núcleo familiar. Schrödinger encargó las obras de reforma que convirtieron la segunda planta de su nueva vivienda en un pequeño apartamento, donde se instalaron Ruth y Hilde, mientras Arthur March se mantenía al margen, en Innsbruck. De entrada, la mudanza mejoró la relación entre Erwin y Annemarie, que adoraba a la niña. Sin embargo, pronto la vida doméstica sería barrida por el huracán que se avecinaba.

Tras un tira y afloja entre Italia y Alemania, Austria cedió a la presión de Hitler y se anexionó al Tercer Reich en marzo de 1938. La multitud refrendó con entusiasmo la consigna: «Los que son de la misma sangre pertenecen al mismo imperio». De inmediato, el antisemitismo se desató en una ola de vandalismo callejero. El escritor Carl Zuckmayer, guionista de *El ángel azul* (1930), fue testigo de lo

que describió como la apertura de las «puertas del inframundo». Los judíos fueron expoliados, despedidos de sus trabajos y humillados en público, cuando no encarcelados. Fue el trato que recibió Hans Thirring, destituido de su cargo como director del Instituto de Física Teórica de la Universidad de Viena. A Schrödinger la velocidad de los acontecimientos le pilló con el pie cambiado y se vio abocado a una danza diplomática con escaso margen para los tropiezos. Manifestó su adhesión a la doctrina nacionalista en una carta que se publicó en los periódicos, bajo el titular «Confesión al Führer», y que manchó su reputación en el extranjero, sobre todo dentro de la comunidad de exiliados. En una situación en la que cualquier testimonio podía comprometerlo, se hace difícil determinar sus verdaderas intenciones. Leían su correo, registraron su casa y fue interrogado en varias ocasiones. Cualquier rumor bastaba para condenarlo. Sus amigos lo imaginaron escribiendo la carta al dictado, con una pistola en la sien; para otros se había rendido a la actitud de Heisenberg, de tratar de convivir en paz con el régimen nazi. Esta es la versión que el propio Schrödinger ofreció a Einstein un año después:

Me encontraba en el ministerio con un jefe de departamento y le dije: Si me pone un rifle en las manos estaré encantado de defenderme solo, pero no me deje de rehén en una Graz nazificada. ¡Puede imaginar lo que sentí solo unas semanas después del derrocamiento cuando leí la firma del mismo caballero bajo las órdenes del nuevo ministro! Espero que no haya juzgado demasiado mal mi posterior declaración, ciertamente bastante cobarde. Deseaba conservar la libertad... y no podía hacerlo sin una gran duplicidad.

Desde luego los nazis no confiaban en la sinceridad de su arrepentimiento. Su situación se volvía cada vez más precaria. En Berlín se había redactado un informe donde destacaban tres puntos oscuros. Se estimaba que había abandonado Alemania en 1933 debido a «razones políticas», que en Graz se había revelado como un «fanático enemigo de la Nueva Alemania y del Nacionalsocialismo» y que había seguido manteniendo el contacto con los exiliados. El 26 de agosto se le comunicó su despido fulminante de la Universidad de Graz, debido a su «falta de fiabilidad política».

Perdido en esta tierra de nadie, Schrödinger recibió la invitación de integrarse en el Instituto de Estudios Avanzados que estaba a punto de constituirse en Dublín. Se le hizo llegar el ofrecimiento a través de una cadena de mensajes verbales, desde Irlanda hasta alcanzar a la madre de Annemarie. Como esta desconfiaba de su memoria, fue la única que anotó parte del recado en un papel. Erwin y Annemarie lo leyeron tres veces, como si se tratara de un sortilegio de salvación, y lo quemaron. Decidieron qué pertenencias querían llevarse y las encajaron como pudieron en tres maletas. Con apenas unos marcos en el bolsillo, para no levantar sospechas, compraron en la estación de tren dos billetes de ida y vuelta a Roma. Nunca hicieron uso del billete de regreso.

«En Alemania, si algo no se permite, es que está prohibido. En Inglaterra, si algo no se prohíbe, está permitido. En Austria e Irlanda, ya se prohíba o se permita, la gente hace lo que quiere.»

— COMENTARIO DE SCHRÖDINGER ACERCA DEL AMBIENTE DE TOLERANCIA QUE DISFRUTÓ EN IRLANDA.

En Dublín, Schrödinger conquistó la tranquilidad que tan esquivo se le había mostrado desde su marcha de Berlín, hacía ya siete largos años: «Que un gobierno extranjero me haya devuelto a un estado de seguridad absoluta [...] a los cincuenta y tres años, me llena de... en fin, de una gratitud infinita hacia el país». Irlanda y Schrödinger congeniaron desde el principio. Un periodista de la revista *Time* pintó en un reportaje una de las caras de ese enamoramiento: «Su forma de hablar suave y jovial, su peculiar sonrisa, resultan irresistibles. Y los dublineses se enorgullecen de contar con un premio Nobel viviendo entre ellos». Por su parte, Schrödinger respiró a sus anchas en una comunidad no particularmente obsesionada con su vida privada.

En la neutral Irlanda, las estridencias de la Segunda Guerra Mundial llegaban amortiguadas. El prestigio de Schrödinger dio brillo al instituto recién inaugurado, ejercitando su poder de convocatoria para atraer a grandes figuras como Eddington, Dirac, Pauli o Max Born. Schrödinger se convirtió en una figura familiar para los dublineses, iba y venía a todas partes en bicicleta, que-

mara el sol o cayeran chuzos de punta. Su hogar volvió a convertirse en un bullicioso centro de actividad social.

Schrödinger disfrutaba con las conferencias abiertas al público que se programaban en el Trinity College. En febrero de 1943 improvisó una serie de tres donde ofreció una visión original, amparada en las leyes de la física, sobre los principios materiales que sustentan la vida. Su interés desbordó las expectativas y hubo de repetirlas, un éxito que se reprodujo cuando un año después se dieron a conocer en forma de libro, reunidas bajo el título *¿Qué es la vida?* En ellas, se permitió una serie de especulaciones de largo alcance. No siendo un experto en la materia, erró el tiro con algunas, pero en otras parecía sostener una bola de cristal en las manos. Por aquel entonces ya se había planteado la posibilidad de que los genes fueran grandes moléculas. En torno a esta idea, Schrödinger conjeturó que la molécula transmisora de la herencia debía presentar una estructura con una cierta regularidad, pero que al tiempo no se repitiera idénticamente. La definió como un «cristal aperiódico». Las variaciones compondrían una suerte de alfabeto, un código con el que se registraría la información genética. No resulta aventurado aceptar el término «cristal aperiódico» como una descripción razonable de una doble hélice. La configuración de la molécula no solo contenía un mensaje con instrucciones, también contribuía a su ejecución: «Son al mismo tiempo los planos del arquitecto y la mano de obra del constructor».

Entre los principales artífices del descubrimiento de la estructura del ADN, Rosalind Franklin, Maurice Wilkins, James Watson y Francis Crick, la mitad eran físicos que atendieron la llamada de la biología después de leer a Schrödinger. James Watson no era físico, pero pensaba dedicarse a la ornitología hasta que cayó en sus manos un ejemplar de *¿Qué es la vida?*: «Me atrajo la noción de que la vida se podía perpetuar gracias a un manual de instrucciones, inscrito en un código secreto».

En Dublín, Schrödinger se embarcó en su última gran empresa científica: la unificación de la gravitación y el electromagnetismo, en la que invirtió ocho años, de 1943 a 1951. El punto de partida era la teoría de la relatividad general de Einstein y la estrategia consistía en intentar geometrizar los dominios de la electricidad y el magnetismo. No se trataba de un reto imposible desde

un punto de vista matemático, pero sobre el papel surgían infinidad de teorías que, o bien no describían la naturaleza, o bien predecían fenómenos que no se observaban. Einstein se hallaba enfrascado en la misma búsqueda desde la década de 1920 y compartió con Schrödinger sus avances, a través de una copiosa correspondencia. En gran medida, ambos dieron la espalda a dos décadas de avances en física nuclear, que desembocarían en el descubrimiento de nuevas interacciones fundamentales, fuerte y débil, que ninguno contempló en sus ecuaciones.

«A mi edad ya había abandonado toda esperanza de volver a hacer una gran contribución a la ciencia.»

— PALABRAS DE SCHRÖDINGER ANTE LA EXPECTATIVA DE HABER LOGRADO UNIFICAR LA GRAVITACIÓN Y EL ELECTROMAGNETISMO.

La cautela debía ser proporcional a la magnitud del empeño, pero Schrödinger, que entonces ya rayaba en los sesenta, pecó de un exceso de confianza. Ofuscado por un desmesurado brote de entusiasmo, convocó a la prensa y anunció la creación de una teoría total, donde la relatividad einsteniana quedaba reducida «simplemente a un caso particular». Era consciente del envite: «Si estoy equivocado habré hecho el ridículo completamente». Einstein quedó estupefacto al enterarse de la noticia. Cuando el responsable de la sección científica del *New York Times* le pidió su opinión, su respuesta fue un jarro de agua fría para Schrödinger. Una frialdad que se extendió a sus relaciones. La complicidad científica que compartían se evaporó y, finalmente, también sus esperanzas. Por desgracia, ninguno de los dos alcanzó su objetivo. Tampoco los físicos que recogieron el testigo, contagiados por la misma ambición de reunir en una sola teoría las interacciones conocidas. Después de este embarazoso rifirrafe, Schrödinger decidió satisfacer su viejo anhelo de dedicar más tiempo a dos de sus amores más tempranos: la filosofía y la poesía.

Material para sus versos no le faltaba, ya que a pesar de la edad, su adicción sentimental no remitía. Como siempre, la llama prendía con fuerza para luego abatirse. Alquiló un piso en el cen-

tro de la ciudad para facilitar sus encuentros, que redundaron en dos hijas ilegítimas más, con la actriz y activista Sheila May y con una joven irlandesa. Hilde decidió que había llegado la hora de regresar a Innsbruck con Arthur.

Schrödinger permaneció casi diecisiete años bajo el cielo encapotado de Dublín. En 1956, se avino por fin a reconciliarse con Austria. Su regreso se celebró con las fanfarrias de un día de fiesta nacional y en Viena se creó una cátedra exclusiva para acogerlo: *Ordinarius Extra-Status*. Mientras acumulaba premios, honores y alabanzas, fue cediendo poco a poco a la erosión de la edad. Sufría a menudo de los pulmones y un análisis concienzudo reveló que en sus alveolos se agazapaba la vieja tuberculosis que había contraído en Viena, durante la postración de la posguerra. Ahora la enfermedad se avivaba a costa de su debilidad y de sus muchos años de fumador de pipa empedernido. Su corazón y sus arterias también daban señales de agotamiento.

A lo largo de su vida en común, entre Annemarie y Erwin se habían cruzado muchas personas. Algunas de ellas los habían marcado profundamente, pero a la larga y con la perspectiva que daban cuatro décadas, resultó que había sido una partida jugada entre los dos. Ahora, en los breves períodos en los que se separaban, intercambiaban cartas de amor, en un reflejo de las que habían iniciado su relación. El gran paradójico Schrödinger, aventurero y conservador, cerró sus días de don Juan cortejando a su mujer.

En la primera semana de enero de 1961 su corazón y sus pulmones colapsaron. Quiso morir fuera del hospital: «Nací en casa y moriré en casa, aunque eso me acorte la vida». Sus últimas palabras fueron para Annemarie: «Annichen, quédate conmigo para que no me caiga».

## EN LOS LÍMITES DE LA REALIDAD

En el camino que llevamos recorrido, hemos arrumbado ciertas imágenes del átomo (como la miniatura del sistema solar) para sustituirlas por otras, si se quiere más sofisticadas (las nubes elec-



trónicas y los orbitales). Ha llegado el momento de dar el último paso y retirar todos los puntos de apoyo. Al «ver» los electrones ocupando los orbitales *s*, *p* o *d* estamos presuponiendo que sabemos de antemano cuál es el estado energético del átomo. Se trata de una construcción mental, porque en el laboratorio, antes de realizar una medida, el experimentador desconoce si el electrón está excitado o en su estado fundamental.

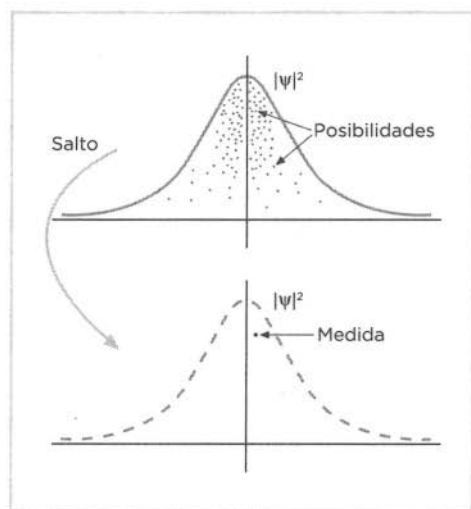
Consideremos un átomo de hidrógeno donde mora un electrón solitario, con todos los orbitales a su disposición, como un cliente en un hotel de infinitos cuartos vacíos. Una función de onda  $\psi_1$  nos señalaría la probabilidad de localizarlo en un punto cualquiera del espacio dentro del estado fundamental, de mínima energía  $E_1$ ; una función de onda  $\psi_2$ , la de encontrarlo en el siguiente estado de energía  $E_2$ , y así sucesivamente. Sin embargo, antes de registrar la luz que emite, por ejemplo, y determinar una transición entre niveles, ¿cómo sabemos a qué cuarto energético ha ido a parar? La probabilidad de que se encuentre en un punto cualquiera sea cual sea su energía, viene dada por una función de onda más compleja, que se compone sumando las funciones de cada estado individual. Desde un punto de vista técnico, la suma de dos soluciones cualesquiera,  $\psi_a$  y  $\psi_b$ , da lugar a otra función, que también es solución de la ecuación de Schrödinger. Por tanto, en el caso del átomo de hidrógeno podemos ir incorporando todos los estados:

$$\psi = a_1\psi_1 + a_2\psi_2 + a_3\psi_3 + a_4\psi_4 + a_5\psi_5 + \dots + a_n\psi_n.$$

Esta  $\psi$ , que hemos compuesto enhebrando una tras otra las soluciones para cada nivel particular, es una solución de la ecuación de Schrödinger que contempla todos los estados energéticos. Esta suma, ¿a qué corresponde físicamente? La respuesta es que el electrón, antes de la medida, se halla en lo que se conoce como una *superposición de estados*. Cuando se enfrenta a diversas posibilidades,  $\psi$  prefiere siempre la conjunción copulativa «y» a la disyuntiva «o». De modo que el electrón está al mismo tiempo en todos los estados y en ninguno. Existe en una combinación simultánea de todos ellos, que adquiere entidad propia. Schrö-

dinger hablaba de  $\psi$  como de un «catálogo de expectativas». La función despliega todos los estados posibles y señala cuál es la probabilidad de que al realizar una medida se materialice cada uno de ellos.

Sin embargo, en un experimento, el resultado que obtiene el físico se traduce en una medida concreta, una posición particular del electrón, la longitud de onda de una línea espectral, una intensidad determinada. No observa, en principio, una fantasmal superposición de estados. En un detector no coinciden a la vez varios puntos temblorosos o en una pantalla varias líneas borrosas. Surge entonces la cuestión: ¿qué proceso determina cuál de los estados posibles toma cuerpo finalmente en la medida? Para salvar la distancia entre el catálogo de expectativas que ofrece  $\psi$  para cada observable y el valor que al final se concreta, se introdujo el concepto de *colapso de la función de onda*. Se trata de una brusca cristalización, en la que se desvanecen todas las alternativas del catálogo menos una (de ahí, el término «colapso»): aquella que se registra. La ecuación de Schrödinger no nos dice cuándo se produce este salto abrupto ni tampoco lo describe. La opción que se materializa parece corresponder a una elección de la naturaleza, que escoge una de las posibilidades de modo aleatorio (véase la figura).



El colapso levanta un frente de interrogantes que cabe abatir desde posturas contrapuestas. La versión canónica durante muchos años fue la interpretación de Copenhague, que en lo sustancial surgió de una serie de discusiones entre Heisenberg y Bohr, aunque no llegaron a un acuerdo completo. En líneas generales defiende una actitud pragmática, que previene contra la tentación de filosofar en exceso. Se conforma con que la teoría sea operativa, ya que todas sus predicciones se con-

firman. Dado que la mecánica cuántica funciona y nos permite fabricar chips y superconductores, no hay por qué exigirle que además se acomode a una serie de expectativas de sentido, que se derivan de nuestra visión del mundo macroscópico. Heisenberg advertía: «Si, no obstante, uno quiere saltar de las matemáticas a una descripción intuitiva de los fenómenos, debe limitarse a analogías incompletas, como las que ofrecen las imágenes de onda o partícula». La doctrina de Copenhague se ha aplicado durante décadas a la hora de enseñar mecánica cuántica en las facultades de física, donde se hace hincapié en dominar las ecuaciones y los libros de texto dejan de lado, en lo posible, cualquier vuelo metafísico.

«Las observaciones no solo perturban lo que se mide,  
sino que lo producen.»

— AFIRMACIÓN DE PASCUAL JORDAN SOBRE EL PROCESO DE MEDIDA EN MECÁNICA CUÁNTICA.

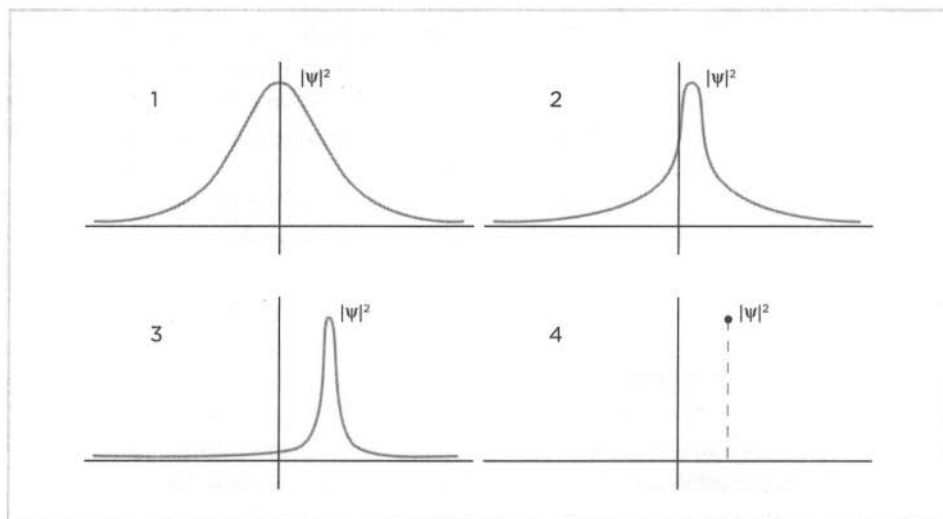
La teoría se detiene en el momento en el que presenta el catálogo de expectativas; hasta ahí llega su descripción. En los huecos que dejan las ecuaciones no conviene inyectar razonamientos extramatemáticos para que nos sintamos cómodos con ellas. Lo único antes de la medida es  $\psi$ , una «criatura» que mora en un espacio abstracto, no físico. Cuando se mide, de lo abstracto emerge un valor  $v_n$  de la frecuencia o una posición  $x_n$ . Lo único que se puede conocer de una partícula son sus propiedades y estas no son más que un borrón estadístico, sin encarnación ninguna, antes de que alguien decida determinarlas. Uno de los grandes teóricos de la segunda mitad del siglo xx, el físico John Archibald Wheeler, lo expresaba así: «Ninguna propiedad microscópica es una propiedad hasta que es una propiedad observada». Se puede entender, pues, que dado que la observación es la que colapsa la función de onda en torno a un valor determinado, también es la que crea al electrón en un punto o con un momento dado.

Según la interpretación de Copenhague existe un límite para el conocimiento, que debemos aceptar. Formamos imágenes muy claras de los elementos que integran nuestro entorno macroscó-

pico, pero no podemos exportar esa claridad al dominio de los átomos. El cerebro teje entramados de realidad que estima sensatos a partir de los sentidos, pero no vemos, olemos ni palpamos protones o electrones. No podemos integrarlos en el mismo plano de realidad, puesto que no desarrollamos ningún conocimiento intuitivo de ellos. Hay que convenir en que al hablar de una partícula (un punto sin dimensiones, con propiedades como la carga eléctrica o la masa) se introduce un salto especulativo que no se da al hablar de una piedra. La física trata de ofrecer una descripción coherente, libre de inconsistencias lógicas, del conjunto de resultados de todos los experimentos conocidos. A partir de las lecturas de nuestros aparatos de laboratorio, que no nos muestran puntos ideales danzando ni ondas que se expanden o colapsan, sino más bien suelen limitarse a emitir señales en los detectores, levantamos una construcción mental, una red de conceptos apuntalada en el lenguaje matemático. Llega un momento en el que las palabras y gran parte del tinglado conceptual y del imaginario forjado a partir de la experiencia del mundo macroscópico dejan de ser apropiados. En el ámbito atómico sus protagonistas son construcciones mentales desligadas de la experiencia sensorial. No son arbitrarias, responden a modelos matemáticos que arrojan predicciones que nunca fallan sobre el resultado de los experimentos. Hay que limitarse a calcular y considerar cualquier búsqueda de sentido o cualquier debate sobre los mimbres de la realidad como un juego psicológico tan estimulante como improductivo.

En esta versión ortodoxa de la mecánica cuántica podemos despreocuparnos de gran parte de sus perplejidades, porque quedan confinadas al ámbito microscópico; una barrera de escala nos protege de ellas. Por fortuna, el mundo se vuelve clásico al aumentar el tamaño de los objetos. Nuestro entorno macroscópico posee sentido gracias a que hemos derivado la noción de «sentido» a partir de nuestra experiencia directa con él.

Para Schrödinger esta interpretación distaba mucho de resultar satisfactoria. Einstein también se rebelaba: «Aunque permita hacer predicciones acertadas, no me satisface una maquinaria a la que no somos capaces de dotar de un sentido claro».



Muchos físicos han sido incapaces de detenerse ante el salto que parece existir entre la oferta de posibilidades que exhibe la función de onda –sin comprometerse con ninguna– y la que se materializa en el acto de la medida. Consideran el colapso como un fenómeno más, que debería integrarse en la teoría. Una forma de hacerlo consiste en modificar la propia ecuación de Schrödinger, de manera que incorpore la dinámica de la función de onda a lo largo del proceso de medida. Para que siga describiendo el sistema en todo momento,  $\psi$  tendría que evolucionar muy rápidamente hasta ajustarse al resultado (véase la figura). Hasta el momento, nadie ha logrado fabricar una nueva versión de la ecuación que ofrezca esas prestaciones.

La principal objeción que planteaba Schrödinger a la interpretación de Copenhague era que no se podía confinar el desconcierto cuántico al régimen atómico. ¿Qué significaba la afirmación de Heisenberg de que «el electrón y el átomo no poseen ningún grado de realidad física comparable a los objetos de nuestra experiencia cotidiana»? Eso convertía los objetos cotidianos en gigantes con pies de barro. Nuestro cuerpo se compone de órganos, los órganos de tejidos, los tejidos de células, las células de moléculas, las moléculas de átomos, los átomos de núcleos y electro-

Evolución de la función de onda hasta ajustarse a una medida.

nes. El mundo clásico también había de ser cuántico. La teoría resultaba incompleta si era incapaz de presentar lo familiar desde la perspectiva del átomo. Tenía que mostrar la maquinaria clásica del mundo, plena de sentido y en funcionamiento, compuesta por los extraños engranajes cuánticos.

Para denunciar este lapsus, colocó a un gato en una situación casi tan comprometida como el sentido común.

## GATO VIVO, GATO MUERTO

Schrödinger introdujo en sociedad su famosa paradoja del gato en un extenso artículo publicado en 1935, en la revista *Die Naturwissenschaften*, que llevó por título «El estado actual de la mecánica cuántica». En él ofrecía un amplio repaso de la teoría desde su punto de vista, que expuso con un estilo ágil, transitando con naturalidad de lo formal a lo irónico. En uno de sus apartados escogió uno de los rasgos del exotismo cuántico que más le molestaba y lo amplificó, en una caricatura velada, para exponerlo en el mundo macroscópico ante los ojos de todos. Planteó una situación en la que la interpretación ortodoxa se limitaba a ofrecer su catálogo de probabilidades, allí donde el sentido común ponía de relieve la necesidad de una realidad más profunda. Lo hizo sirviéndose de una parábola no muy del gusto de las asociaciones protectoras de animales. Así la describía el propio Schrödinger:

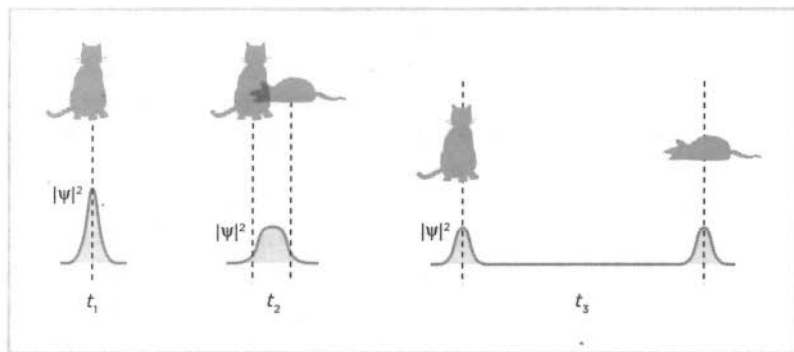
Se encierra un gato en una cámara de acero, acompañado del siguiente dispositivo diabólico (que se debe proteger de toda interferencia directa del gato): en un contador Geiger hay una cantidad mínima de una sustancia radiactiva, tan pequeña que quizá en el curso de una hora uno de los átomos se desintegre, pero quizá también, con la misma probabilidad, ninguno lo haga. Si ocurre, se produce una descarga en el tubo del contador y mediante un relé se libera un martillo que hace pedazos una pequeña ampolla con una solución de ácido cianhídrico. Si se abandona el sistema a su suerte durante una hora, se dirá que el gato permanece vivo siempre y

cuando no se haya desintegrado ningún átomo. La primera desintegración atómica lo envenenaría. La función  $\psi$  del sistema en su conjunto lo expresaría incorporando en ella al gato vivo y al gato muerto (perdonen la expresión) mezclados o dispersos a partes iguales.

La función de onda del ingrediente cuántico de la experiencia, el núcleo del átomo radiactivo que puede, o no, desintegrarse, atrapa al gato en su abstracción. Antes de medir, de abrir la cámara y verificar qué ha ocurrido, ambos se combinan en una superposición de estados (véase la figura). El animal muere y vive al mismo tiempo. Einstein coincidía con el diagnóstico de Schrödinger: «Una función  $\psi$  que contiene al gato vivo además del gato muerto sencillamente no puede tomarse como una descripción de un estado de cosas real».

Schrödinger ideó su experimento para poner en evidencia las lagunas de la versión ortodoxa de la mecánica cuántica. Apuntaba a la yugular, pero su paradoja se resuelve justo en la dirección opuesta a la que él había previsto. No se puede separar lo microscópico de lo macroscópico, como si fueran compartimentos estancos; cierto, pero eso no desmiente la superposición cuántica: simplemente la introduce en nuestro mundo cotidiano.

En los laboratorios se han hecho realidad decenas de encarnaciones del gato de Schrödinger. Se ha conseguido situar una serie de estructuras, cada vez más complejas, en una superpo-



Gato atrapado en la indecisión cuántica. Después de cerrarse la cámara de acero, la función  $\psi$  evoluciona para abarcar todas las posibilidades. No se decanta por ninguna de las dos alternativas: el gato vivo y el gato muerto conviven en un mundo de probabilidades.

## DIVIDE Y VENCERÁS

De la interpretación de los muchos universos se ha dicho que quizá sea «la descripción más fantástica de la realidad que se haya propuesto nunca». La concibió un estudiante de doctorado de Princeton, Hugh Everett, una noche de 1954, después de tomarse unas cuantas copas de jerez. En ella la función de onda nunca colapsa. Nunca se concreta una de las opciones del catálogo. Todas ellas se materializan al mismo tiempo, emergiendo cada una en un universo distinto. En una rama-universo el gato vive, en otra, muere envenenado por el ácido cianhídrico. La realidad se bifurca en la encrucijada de cada posible elección. Un sistema con infinitos estados genera una infinidad de universos, con una copia nuestra habitando en cada uno de ellos. La idea fascina y repele con la misma intensidad. El físico teórico estadounidense John Wheeler, uno de sus principales valedores, la terminó descartando por estimar que cargaba «con demasiado bagaje metafísico». Schrödinger dio un seminario en Dublín, en el verano de 1952, donde parecía adelantar la tesis de Everett:

Casi cualquier resultado que declare [un teórico de la mecánica cuántica] se refiere a la probabilidad de que esto o eso o aquello [...] suceda, normalmente entre una gran cantidad de alternativas. La idea de que no sean alternativas sino que *todas* sucedan a la vez se le antoja demencial, sencillamente *imposible*.

Schrödinger no se detuvo a desarrollar la idea, que planteó con una cierta ambigüedad, como un paso de un argumento más amplio para decidir otras cuestiones. Una dificultad añadida: ¿Qué experimento sería capaz de dirigir si existe o no el laberinto de infinitas ramas desgajadas de nuestro universo?

sición de estados. En 1999 fueron moléculas de sesenta átomos de carbono; un año después, corrientes en anillos superconductores; por fin, en 2011, moléculas formadas por 430 átomos, más grandes que la insulina. En 2010, le tocó el turno a la primera máquina humana que desobedecía las leyes clásicas para plegarse a las cuánticas: un metrónomo del grosor de un cabello (visible, por tanto), capaz de vibrar poco y mucho al mismo tiempo. Funcionaba a una temperatura muy próxima al cero absoluto. En 2009 un equipo germano-español propuso llevar a la



práctica el malabarismo de la superposición con un virus del mosaico del tabaco. Quizá, a pesar de juzgarlo como una herejía, Schrödinger hubiera sabido apreciar este maridaje de biología y física.

«Cuando alguien menciona el gato de Schrödinger,  
saco la pistola.»

— STEPHEN HAWKING.

El dominio de las superposiciones macroscópicas abre la vía a su aplicación en los ordenadores cuánticos. Las computadoras actuales trabajan con una aritmética de ceros y unos. La base operativa de su equivalente cuántico sería un sistema capaz de adoptar dos estados. Si además se sitúa en una superposición, estaría simultáneamente en ambos. En un ordenador común los programas ejecutan sus acciones en función de los resultados de otras operaciones, que son ceros o unos. En un dispositivo cuántico se procesarían en paralelo las instrucciones correspondientes a las dos alternativas. Esta capacidad de simultaneizar acciones que las computadoras clásicas deben secuenciar multiplicaría su capacidad operacional.

La salida al laberinto de la paradoja de Schrödinger y a gran parte de los problemas de la interpretación cuántica parece apuntar hoy en día al concepto de *decoherencia*, que fue desarrollado por el físico alemán Heinz Dieter Zeh en 1970. Viene a decir que los estados de superposición son perfectamente admisibles, pero al mismo tiempo son en extremo delicados. Para que se desbaraten basta la interacción con el resto del universo. Se comportan como un castillo de naipes frente a una ventana abierta. La emisión o absorción de un fotón, el choque contra una partícula, disuelven los espectros de la función de onda y precipitan su evolución irreversible hacia un estado de apariencia clásica. Por tanto, la extrañeza del mundo cuántico en realidad no se debe a la escala, lo que requiere es un elevado grado de reclusión para manifestarse. En nuestra vida cotidiana no asistimos a superposiciones fantasmales porque resulta casi imposible aislar un objeto

FIG. 1

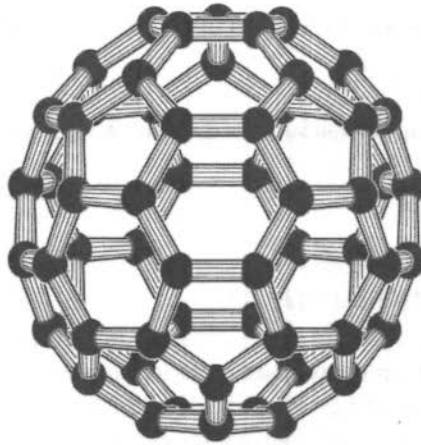
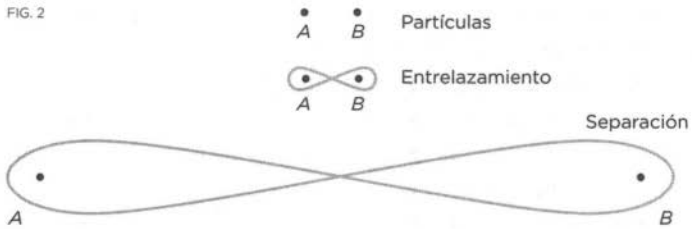


FIG. 2



macroscópico de las interacciones que las destruyen. La decoherencia describe, desde la ecuación de Schrödinger, cómo el mundo clásico emerge del cuántico a través de su relación con el ambiente. No puede establecerse una artificiosa separación entre el observador newtoniano y los dominios del átomo. La función de onda nos abraza a todos.

El gato de Schrödinger, por muy encerrado que esté en su cámara de acero, mantiene un diálogo animado con el medio que lo rodea. Está caliente y por tanto emite radiación infrarroja, las moléculas del aire lo bombardean sin descanso, los átomos del suelo levantan una barrera electromagnética para evitar que los

átomos de sus pies los atraviere, su masa atrae a y es atraída por la Tierra...

El fenómeno de la decoherencia se ha podido observar en el laboratorio, con fullerenos (figura 1), moléculas poliédricas, cuyo esqueleto de sesenta átomos de carbono recuerda un balón de fútbol. Su estado de superposición se desvanecía en cuanto liberaban parte de su energía térmica, emitiendo fotones.

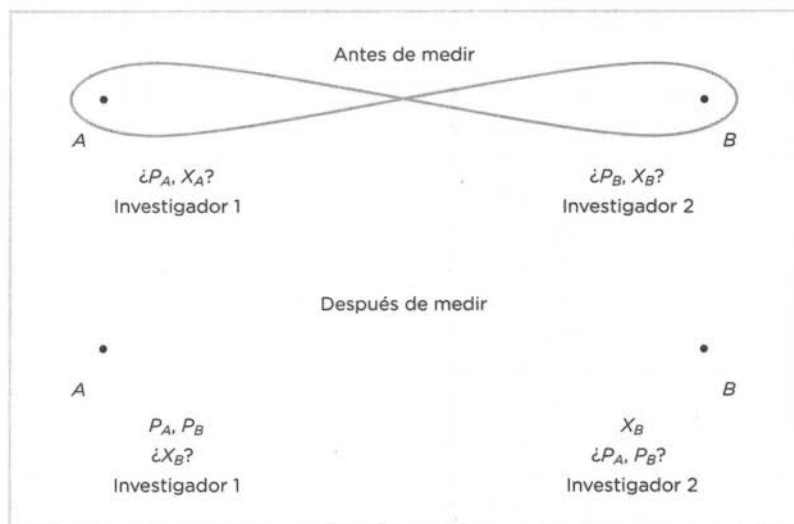
## LA IMPRONTA CUÁNTICA

Otro rasgo cuántico que a ojos de Schrödinger resultaba absurdo, y que trató de conjurar también en «El estado actual de la mecánica cuántica», es el «entrelazamiento», término que él mismo acuñó en su artículo de 1935. Fue Einstein quien llamó su atención sobre él. Schrödinger no lo consideraba «una característica más de la mecánica cuántica, sino aquella que fuerza su completa desviación de una línea de pensamiento clásico».

En la versión más sencilla de entrelazamiento, dos partículas *A* y *B* quedan hermanadas cuánticamente en un mismo estado y después se separan una distancia tan larga como se quiera, de modo que no puedan comunicarse a través de ningún mecanismo físico conocido (figura 2). A pesar de la distancia, ambas son capaces de responder frente a un acto de medida sobre cualquiera de ellas mostrando una perfecta coordinación. Al principio, ni *A* ni *B* tienen definida la propiedad que se va a observar. Una vez separadas, se realiza una medida, cuyo resultado a priori es aleatorio, sobre *A*. El entrelazamiento supone que esta medida también arranque, instantáneamente, a *B* de su indefinición. Al conocer, por ejemplo, el momento de *A*, sabremos inmediatamente el momento de *B*. En cuanto se efectúa la medida, se rompe el entrelazamiento. Einstein llamaba a este efecto «acción fantasmal a distancia» y era uno de los principales motivos de que rechazara la interpretación canónica de la mecánica cuántica.

Si un segundo investigador practicara al mismo tiempo que *A* una medida de la posición de *B*, da la impresión de que lograría

Aunque el entrelazamiento coordine las partículas a una velocidad superior a la de la luz, la información entre los experimentadores sigue sujeta a límites relativistas.



burlar el principio de incertidumbre de Heisenberg. Conoce la posición de  $B$  mediante una medida directa y el momento, a través de la medida sobre su partícula hermana  $A$ . En realidad el principio no se quebranta, porque establece que las dos magnitudes —la posición y el momento— de  $B$  no se pueden conocer *al mismo tiempo*. Cuando el primer científico mide el momento de  $A$ , sabe qué valor adoptará el momento de  $B$ , pero entonces desconoce la posición de  $B$ . A su vez, cuando el segundo científico mide la posición de  $B$  no conoce todavía el resultado de la medida del momento de  $A$ . Lo sabrá solo a posteriori, cuando se lo comunique su compañero. La incertidumbre funciona como una expectativa de conocimiento. Tras las medidas, el entrelazamiento se pierde y sigue siendo imposible definir una trayectoria clásica para las partículas (véase la figura).

Como antes de medir el momento de  $A$  el experimentador desconoce qué resultado va a obtener, no puede explotar el entrelazamiento para transmitir información más rápido que la luz. Aunque conozca de inmediato el momento de  $B$  solo podrá notificarlo al segundo experimentador a través de un medio de comunicación convencional, que respeta la limitación de velocidad de  $c$ .

De forma algo irónica, la némesis de Schrödinger se encarnó en otro físico austriaco de la Universidad de Viena, Anton Zeilinger, que se ha labrado una reputación a base de entrelazar partículas y crear una fauna diversa de gatos cuánticos, en experimentos cada vez más sofisticados. Comenzó enlazando tres fotones y siguió con cuatro. Más adelante batió el récord de separación entre partículas entrelazadas, los 144 km que median entre la isla de la Palma y Tenerife. La Agencia Espacial Europea considera su plan de exportar el entrelazamiento al espacio, y así elevar la marca hasta los 1500 km. Zeilinger también fue uno de los responsables del estudio que se mencionó sobre la decoherencia térmica con fulle-  
renos. Su labor de investigación ha contribuido de modo decisivo a sentar las bases de una tecnología basada en la explotación de las singularidades cuánticas, en el terreno de la computación y la criptografía. Es un experto en teleportación cuántica, una técnica que aprovecha el entrelazamiento para transferir las características de una partícula a otra de manera instantánea. Teniendo en cuenta que lo esencial en un átomo son sus propiedades, y no las partículas concretas que lo constituyen, su trabajo hace volar la imaginación.

La invasión cuántica de nuestro confortable mundo macroscópico no solo tiene lugar de modo controlado en los laboratorios. A medida que se comprenden mejor las entrañas de la teoría, cobra fuerza la sospecha de que el universo no es tan clásico como pensábamos. Se han propuesto explicaciones cuánticas de algunos fenómenos tan cotidianos como la fotosíntesis o la sensibilidad de algunas aves al campo magnético terrestre, cuyo mecanismo último resiste al examen de las herramientas tradicionales.

Podemos concluir que los dos principales adversarios de la lectura más antiintuitiva de la mecánica cuántica, Schrödinger y Einstein, contribuyeron decisivamente a su perfeccionamiento. En primer lugar, gracias a su capacidad analítica, centraron la atención en los puntos más delicados de la teoría y definieron, con sus paradojas y experimentos mentales, el espacio donde discutirlos con claridad. La grandeza de su aportación reside primero en sus descubrimientos cruciales y luego, en que, incluso cuando nadaban contracorriente, siguieron impulsando a través del debate inteli-

gente el refinamiento de las ideas. El esfuerzo por superar todos sus reparos terminó fortaleciendo la estructura que pretendían minar.

La controversia en torno al sentido de la teoría es mucho más amplia de lo que hemos podido reflejar en estas páginas. En particular, hemos soslayado cuidadosamente la intervención de la conciencia en el problema de la medida. Semejante omisión se puede considerar flagrante o necesaria. Para algunos físicos interpreta un papel esencial; para otros, ninguno. Los científicos se esfuerzan en llevar sus desacuerdos al terreno de la experimentación, donde pueden resolverlos, pero, en materia de interpretación, quizá la mecánica cuántica siempre deje margen para el gusto personal. Queda el consuelo de que la bondad de sus predicciones permanecerá intacta.

## Lecturas recomendadas

- BERNSTEIN, J., *Perfiles cuánticos*, Madrid, McGraw-Hill, 1991.
- GAMOW, G., *El breviarío del señor Tompkins*, México, Fondo de Cultura Económica, 1985.
- : *Biografía de la física*, Madrid, Alianza Editorial, 2007.
- GRIBBIN, J., *En busca del gato de Schrödinger*, Barcelona, Salvat, 1994.
- HEISENBERG, W., *La parte y el todo: Conversando en torno a la Física Atómica*, Castellón, Ellago Ediciones, 2004.
- KRAGH, H., *Generaciones cuánticas: una historia de la física en el siglo XX*, Madrid, Akal, 2007.
- KUTTNER, F. Y ROSENBLUM, B., *El enigma cuántico*, Barcelona, Tusquets, 2010.
- MOORE, W., *Erwin Schrödinger: una vida*, Cambridge, Cambridge University Press, 1996.
- NAVARRO FAUS, J., *Schrödinger. Una ecuación y un gato*, Madrid, Nivola, 2009.
- SÁNCHEZ RON, J. M., *Historia de la física cuántica I*, Barcelona, Crítica, 2001.
- SCHRÖDINGER, E., *¿Qué es la vida?*, Barcelona, Tusquets, 1983.
- : *Mi concepción del mundo*, Barcelona, Tusquets, 1988.





# Índice

- átomo de hidrógeno 60, 64-66, 68,  
87, 90, 113, 114, 119, 122-124,  
126, 127, 137, 149
- Balmer, Jakob 60, 61, 64, 65, 67,  
74
- Bauer  
Alexander 17, 18, 52, 56  
Emily (Minnie) 18, 47  
Georgine 13, 17, 52, 56  
Hansi 105
- Berlín  
Academia de Ciencias de 20  
Universidad de 13, 101, 102
- Bertel, Annemarie 13, 45, 53-56, 74,  
100-105, 143, 145, 148
- Bethe, Hans 93
- Bohr, Niels 10, 61-68, 74, 86, 89, 93,  
95, 97, 102, 106, 108, 113, 114,  
116, 119, 129-133, 137, 150
- Boltzmann, Ludwig 20-24, 26, 33,  
36, 37, 44, 113
- Born, Max 10, 12, 35, 91, 97, 101,  
102, 104, 106, 109, 110, 112-114,  
117-119, 121, 128, 129, 132, 134,  
145
- Carnot, Sadi 23
- código genético 11
- colapso de la función de onda 150
- Compton, Arthur 41, 132, 135
- constante de Planck 38, 41, 63, 64,  
112, 136, 138
- Crick, Francis 146
- cuantización 38, 39, 41, 62, 86, 132
- cuanto 38, 40-42
- cuerda vibrante 84, 86, 95, 124
- Darwin, Charles 8, 20
- Davisson, Clinton 70, 71
- De Broglie, Louis 69, 70, 71, 73, 88,  
92, 128, 129
- Debye, Peter 57, 72, 74, 76
- decoherencia 157-159, 161
- derivada 78-80, 88
- Dirac, Paul 10, 12, 13, 94, 95, 104,  
145
- ecuación  
de ondas 76, 96  
de Schrödinger 9, 80, 87, 88, 90,  
93, 94, 97, 117, 119, 120, 121,  
123, 124, 149, 150, 153, 158

- diferencial 76, 80, 86, 88, 93, 130, 134
- efecto
  - fotoeléctrico 41, 42, 69, 132
  - Stark 68
  - Zeeman 68
- Einstein, Albert 9, 10, 20, 22, 24, 38, 39, 40-42, 46, 47, 49, 57, 61, 67, 69, 70, 95, 96, 101, 102, 113, 115, 116, 120, 128, 129, 131, 133, 135, 139, 140, 144, 146, 147, 152, 155, 159, 161
- entrelazamiento 11, 13, 159-161
- entropía 20, 23-26, 34, 36
- estado
  - estacionario 62
  - excitado 63
  - macroscópico 20, 36
- estado actual de la mecánica cuántica, El* 13, 154, 159
- estructura fina 66, 67
- Everett, Hugh 156
- Exner, Franz 22, 43, 53
- fotón 63, 65, 68, 69, 134, 135, 157
- Franklin, Rosalind 146
- frecuencia 29-31, 34-36, 38, 42, 59, 63, 65-67, 83, 86, 88, 135, 151
- Frimmel, Franz 20
- función 35, 40, 76-82, 86-91, 94-96, 117-124, 136, 137, 149-150, 155
  - de onda 76, 92, 119-121, 123, 128, 129, 134, 137, 149-151, 153, 155-158
- gato de Schrödinger, paradoja del
  - 11, 13, 25, 141, 154-159
- Germer, Lester 70, 71
- Gibbs, Josiah 23, 24
- Graz, Universidad de 13, 105, 144
- Grillparzer, Franz 19, 102
- Hansen, Hans Marius 61, 74
- Hasenöhl, Fritz 22, 46
- Heisenberg, Werner 10, 12, 13, 49, 96, 97, 101, 106, 108-110, 112, 113, 116, 120, 121, 129-134, 137-140, 144, 150, 151, 153, 160, 163
- Herschel, William 27
- horno 32-36, 38, 39, 41, 58, 61, 63, 113, 132
- $i$  (número imaginario) 112, 117, 118
- interferencia 32, 70, 72, 73, 92, 154
  - constructiva 72
  - destruktiva 72
- interpretación
  - de Copenhague 129, 150, 153
  - de los muchos universos 156
- Jeans, James 66
- Jordan, Pascual 10, 12, 110, 112, 151
- Junger, Itha 100
- Kohlrausch, Fritz 53, 55
- Krauss, Felicie 44
- Langevin, Paul 70
- línea espectral 35, 57, 67, 109, 150
- longitud de onda 28-33, 41, 60, 64, 70, 71, 73, 88, 135, 150
- Mach, Ernst 21
- Magdalen College 13, 104, 105, 107
- March
  - Hildegunde 104
  - Ruth 104, 105, 143
- matriz 112, 114, 115
- Maxwell, James Clerk 15, 23, 24, 27, 29, 35, 40, 62, 68

- May, Sheila 148
- mecánica
- cuántica 8-13, 20, 27, 34, 38, 49, 56, 77, 93, 97, 99, 106, 108, 110, 112, 113, 116, 128-131, 133, 141, 151, 152, 154-156, 159, 161, 162
  - matricial 13, 113, 120
  - ondulatoria 9, 10, 13, 40, 69-71, 92, 99, 100, 108, 113, 119, 130-133
- Mendeléiev, Dimitri 127
- momento 70, 88, 109, 112, 113, 115, 119, 138-140, 159, 160
- movimiento browniano 9, 24
- Newton, Isaac 8, 10, 23, 27, 68, 82, 93, 134, 140, 165
- número cuántico 64, 67
- orbital 67, 123-128, 149
- ordenador cuántico 157
- paquete de ondas 92
- Pauli, Wolfgang 9, 10, 113, 116, 126, 131, 132, 134, 145
- Planck, Max 13, 22, 34-36, 38-41, 49, 57, 58, 61, 63, 64, 71, 73, 95, 99, 101, 102, 106, 112, 115, 128, 132, 135, 136, 138
- principio de exclusión 116, 126
- psi ( $\psi$ ) 76, 87-96, 102, 117-119, 121-123, 128, 134, 149-151, 153, 155 (*véase también* función de onda)
- ¿Qué es la vida?* 11, 13, 146
- radiación electromagnética 27, 29, 36, 69, 74
- Reid, Alexander 70
- relatividad, teoría de la 57, 146
- Rydberg, constante de 61, 64
- salto cuántico 66, 68, 93, 132, 133
- Schopenhauer, Arthur 8, 48, 53
- Schrödinger
- Rudolf 13, 17, 23, 44, 45, 52, 53
- Sobre la teoría de la ley de distribución de energía en el espectro normal* 34
- Sobre una reinterpretación teórica cuántica de las relaciones cinemáticas y mecánicas* 108, 110
- Sommerfeld, Arnold 57, 58, 67, 68, 99, 101, 102, 106, 124, 132
- Stefan, Josef 8, 33
- superposición de estados 149, 150, 155
- termodinámica 9, 15, 20, 22-26, 29, 34, 35, 36
- Thirring, Hans 43, 53, 105, 144
- Thomson, George 70
- tubo de descarga 59, 60, 65, 68
- Upanishads 48
- Vedanta 8, 48
- Viena, Universidad de 13, 20, 144, 161
- Viète, François 77
- Von Laue, Max 57, 73
- Watson, James 146
- Weyl, Hermann 74, 99, 104
- Wheeler, John Archibald 151, 156
- Wien, Wilhelm 32, 54, 131-133
- Wilkins, Maurice 146
- Zeh, Heinz Dieter 157
- Zeilinger, Anton 161
- Zúrich, Universidad de 13, 57, 76