

Colección dirigida por JOSÉ MANUEL SÁNCHEZ RON

Versión castellana de
MERCEDES GARCÍA y
RODOLFO HERNÁNDEZ

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del *Copyright*, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidas la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella, mediante alquiler o préstamo público.

Primera edición: noviembre 1996
Título original: *Writings on Physics and Philosophy*
© Springer Verlag Berlin Heidelberg 1994
© Ilustración de portada, Brad Holland, 1996
© De la traducción, Mercedes García y Rodolfo Hernández
© De la traducción de los textos de Pauli en alemán, Concha Roldán
© De la versión castellana, Editorial Debate, S.A.,
O'Donnell, 19, 28009 Madrid

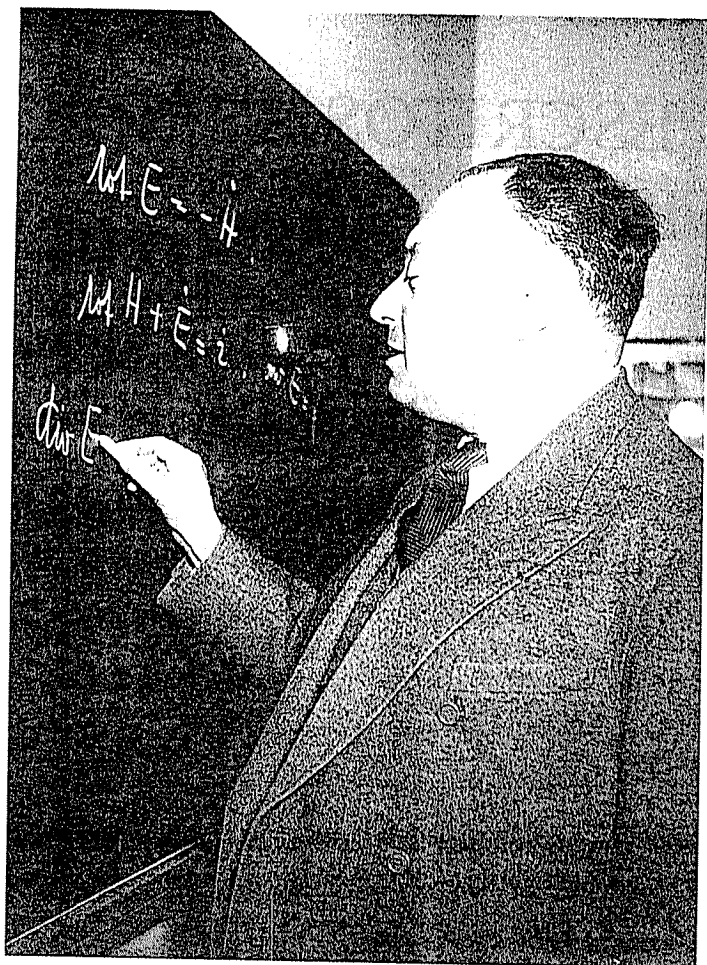
I.S.B.N.: 84-8306-031-0
Depósito legal: M.20.888-1996
Compuesto en VERSAL A. G., S.L.
Impreso en Unigraf, Arroyomolinos, Móstoles (Madrid)
Impreso en España (*Printed in Spain*)

Wolfgang Pauli

ESCRITOS SOBRE FÍSICA Y FILOSOFÍA

Editado por
Charles P. Enz y Karl von Meyenn

DEBATE
pensamiento



Wolfgang Pauli (1900-1958)

Foto hecha en 1953 en Zurich, en su nominación como miembro extranjero de la Royal Society

SUMARIO

<i>Wolfgang Pauli (1900-1958). Una introducción biográfica</i> Charles P. Enz.....	7
---	---

WOLFGANG PAULI

1. Materia.....	27
2. El significado filosófico de la idea de complementariedad	39
3. Probabilidad y física.....	49
4. En el sesenta aniversario de Niels Bohr	57
5. Contribuciones de Sommerfeld a la teoría cuántica	69
6. Arnold Sommerfeld †	83
7. Rydberg y el sistema periódico de los elementos	87
8. Paul Ehrenfest †	93
9. Contribución de Einstein a la teoría cuántica.	101
10. Espacio, tiempo y causalidad en física moderna	115
11. La teoría de la relatividad y la ciencia.....	129
12. Impresiones sobre Albert Einstein	137
13. Albert Einstein y el desarrollo de la física	143
14. Teoría y experimento	153
15. Fenómeno y realidad física	157
16. Ciencia y pensamiento occidental	169
17. Ideas del inconsciente desde el punto de vista de la ciencia natural y de la epistemología	185
18. Principio de exclusión y mecánica cuántica.	207
19. La violación de las simetrías de reflexión en las leyes de la física atómica.....	229
20. Acerca de la anterior y la más reciente historia del neutrino ...	243
21. La influencia de las ideas arquetípicas en las teorías científicas de Kepler	277
Índice onomástico	355

Wolfgang Pauli
(1900-1958)

Una introducción biográfica. Charles P. Enz

1. La familia

Jacob W. Pascheles, abuelo de Wolfgang Pauli, había heredado de su familia una librería en Praga que él convirtió en próspero negocio y que le permitió adquirir una casa en la Plaza de la Ciudad Vieja, que, curiosamente, había sido con anterioridad un convento de la congregación de los Paúles. Jacob Pascheles pertenecía a la comunidad judía de Praga, y como miembro más antiguo y respetado de la conocida sinagoga «Gitana» había presidido la «confirmación» (*bar mitzvah*) de Franz Kafka, cuya familia también vivía en la Plaza de la Ciudad Vieja. El hijo de Jacob y padre de Wolfgang, Wolfgang Joseph, nació en Praga el 11 de septiembre de 1869 y estudió medicina en la Universidad Carlos al mismo tiempo que Ludwig, hijo de Ernst Mach, donde obtuvo su doctorado en 1893 [1].

Ernst Mach fue profesor de física experimental en la Universidad Carlos hasta que en 1895 se trasladó a la Universidad de Viena. Wolfgang Joseph Pascheles ya se encontraba allí desde 1892, pues le habían ofrecido un puesto de ayudante en la Facultad de Medicina, de la que más tarde llegó a ser profesor y reconocido experto en la fisicoquímica de las proteínas [2]. Una vez establecido definitivamente en Viena, abrazó la fe católica y escogió el nuevo apellido de Pauli (véase la especulación que se hace en la ref.1 respecto a esta elección). También allí se casó con Bertha

Camilla Schütz el 2 de mayo de 1899 y tuvo su único hijo varón, Wolfgang, el 25 de abril de 1900. El 31 de mayo, el recién nacido fue bautizado con los nombres de Wolfgang Ernst Friedrich, el segundo de los cuales fue elegido en honor de Ernst Mach, quien había accedido a ser el padrino.

Mucho tiempo después, Pauli describe esta relación en una carta dirigida a C.G. Jung (ref. 3, carta [60] de 31 de marzo de 1953), un extracto de la cual se exhibe en la sala Pauli del CERN en Ginebra junto con el vaso bautismal y la tarjeta de Ernst Mach. Allí se puede leer: «Esto sucedió así porque mi padre tenía mucha amistad con su familia, y en aquella época ejercía sobre él una gran influencia intelectual. Así pues, él (Mach) aceptó gustoso ser mi padrino... Evidentemente su personalidad era más fuerte que la del sacerdote católico, y, en consecuencia, parece ser que fui bautizado como "antimetafísico" más que como católico. En cualquier caso, la tarjeta permanece en el vaso, y pese a mis grandes transformaciones espirituales de los últimos años siempre llevo mi etiqueta de "descendiente de antimetafísico"» (véase ref. 4, págs 766 y 787).

Pauli recibió su tercer nombre en honor de su abuelo Friedrich Schütz, un acaudalado vienés cuya esposa Bertha, nacida Dillner von Dillnersdorf, era de noble ascendencia. El joven «Wolfi» quiso mucho a su abuela, que era cantante en la Ópera Imperial de Viena y con quien pasó muchas horas interpretando canciones al piano. Protegido por ella y por su madre Bertha, que era corresponsal de *Neue Freie Presse*, su infancia transcurrió sin más novedades que el nacimiento de su hermana Hertha, quien heredó la afición de su madre y llegó a ser una renombrada escritora de novelas.

2. El niño prodigio

Durante la primera guerra mundial, Pauli fue alumno de la sección de humanidades del Gymnasium (escuela de segundo grado) de Döbling, un distrito de la ciudad de Viena, en la que también se impartían latín y griego. Pronto se manifestó como un niño prodigio en matemáticas y física, pero mostró asimismo

gran interés por la historia de la antigüedad clásica. Su padre consultaba regularmente con el padrino Mach acerca de los libros que sobre física y matemáticas se debían recomendar al joven Wolfgang. Así, cuando al finalizar la guerra Pauli pasó su *Abitur* (exámenes finales) formando parte de la élite del Gymnasium de Döbling (véase ref. 4, pág. 767), poseía ya el conocimiento suficiente de matemáticas y física como para escribir tres artículos sobre relatividad general que fueron publicados en 1919 [5 a, b, c] (también ref. 6, vol. 2) y que inmediatamente atrajeron la atención del ilustre matemático Hermann Weyl.

La vocación de Pauli por la física teórica era clara: decidió estudiar con Sommerfeld en Munich, adonde llegó en el otoño de 1918. Arnold Sommerfeld, junto con Niels Bohr en Copenhague, era un reputado profesor y una autoridad en teoría cuántica atómica, y aunque Pauli no podía soportar regularmente sus conferencias, admitió con posterioridad que el estímulo recibido de él y de sus discípulos había sido decisivo para su desarrollo científico (véase *Autobiographie* de Pauli reproducida en la ref. 7, trad. ing. en la ref. 6, vol. 1, pág X; véase asimismo el ensayo 5 de este volumen).

Durante toda su vida Pauli profesó un respetuoso afecto por su maestro Sommerfeld, quien, cuando aquél sólo contaba 19 años, le sugirió que escribiera en su lugar un artículo en la *Enciclopedia* sobre la teoría de la relatividad. Este artículo, publicado en 1921, afirmó el prestigio de Pauli y causó la admiración del propio Einstein. Sin contar los suplementos que Pauli añadió en el último año de su vida a su versión inglesa de dicho artículo, éste mantiene aún hoy día plena vigencia sobre el tema [8].

Puede parecer sorprendente que las posteriores contribuciones de Pauli a la teoría de la relatividad sean modestas si se comparan con el resto de sus aportaciones; no obstante, la evidencia de que mantuvo interés activo en el tema la constituye no sólo la publicación de los suplementos antes mencionados, sino asimismo el examen crítico que hizo de los problemas a medida que se iban planteando y que ha quedado reflejado en su *Schlußwort durch den Präsidenten der Konferenz*, del congreso Fünfzig Jahre Relativitätstheorie, celebrado en Berna en 1955 [9] (véase también el ensayo 11 de este volumen).

En 1921, el mismo año en que escribió su artículo en la *Enciclopedia*, Pauli recibió su diploma de doctor *summa cum laude* por

la Universidad de Munich. Su tesis doctoral versó sobre la investigación del ión de la molécula de hidrógeno (H_2^+) en el marco de la teoría cuántica de Bohr-Sommerfeld [10]. Un resumen de este trabajo, escrito en el sofisticado alemán típico de Pauli, se reproduce en la ref. 7. También de esta época data la amistad que mantuvo de por vida con Werner Heisenberg, quien, aunque un año más joven, también era discípulo de Sommerfeld.

3. El principio de exclusión y el espín

El interés de Pauli en los problemas de la antigua teoría cuántica se inició cuando, con motivo de su tesis, tomó contacto con los principales centros de investigación europeos en los que se trabajaba sobre este tema. Tal como queda reflejado en su *Autobiographie*, antes mencionada, trabajó durante el invierno del curso 1921-1922 en Gotinga como ayudante de Max Born, con quien formuló la aplicación sistemática de la teoría de perturbaciones astronómica a la física atómica [11]. También en Gotinga, en 1922, conoció a Bohr, quien, para sorpresa de Pauli, le invitó a colaborar con él en su instituto durante un año (véase la ref. 12, que es una versión más personal de la primera parte del discurso de aceptación del premio Nobel de Pauli reproducido en el ensayo 18 de este volumen).

Así, tras haber permanecido un verano en Hamburgo como ayudante de Wilhelm Lenz, al que había conocido en Munich como uno más de los discípulos de Sommerfeld, Pauli llegó a Copenhague. Allí se inició su trabajo sobre las irregularidades producidas por un campo magnético en los espectros atómicos, el denominado efecto Zeeman. Pauli comentaba así su actividad: «Un colega que me encontró vagando por las bellas calles de Copenhague me dijo amistosamente: "Pareces muy preocupado", a lo que yo le contesté abruptamente: "¿Cómo se puede no estar preocupado cuando se está reflexionando sobre el efecto Zeeman anómalo?"»

Esta investigación culminó a finales de 1924 con la formulación del principio de exclusión [13], por el que Pauli recibió el premio Nobel en 1945. Aunque este principio causó sensación

entre sus colegas, él le comentaba en una carta a Bohr: «Mi desatino no ha sido conjugar el desatino que había sido habitual hasta ahora» (carta del 12 de diciembre de 1924 publicada en la ref. 14, vol. I, reproducida en la ref. 7). Sin embargo, esta carta constituye una descripción atinada de todas las razones que condujeron a Pauli a su hipótesis de trabajo, a saber, que «la estructura de doblete de los alcalinos es una propiedad exclusiva de los electrones externos» [la traducción inglesa es de Enz]. De esta forma, el estado de un electrón ya no queda descrito por los tres números cuánticos conocidos: energía, momento angular orbital y proyección del mismo sobre el eje de cuantización, sino por cuatro.

Esta posible «ambivalencia del estado electrónico, que no admite descripción clásica» (véase la primera parte del ensayo 18 de este volumen), no es otra que el sentido del espín del electrón proyectado sobre el eje de cuantización. La razón de la prudente formulación de Pauli se basaba en que había llegado a la convicción de que, en el estado actual de la teoría, era preciso renunciar a la intuición (*Anschaulichkeit*), y, concretamente, a que «los valores de la energía y el momento de los estados estacionarios eran algo mucho más real que las "órbitas"» (véase la mencionada carta a Bohr de 12 de diciembre de 1924). Esta fue una de las razones que indujeron a Pauli, aún vacilante, a aceptar la idea de un espín del electrón; la otra fue el factor 2 de Thomas del desdoblamiento del doblete (para más detalles, véase el ensayo 18 de este volumen).

Es interesante destacar que, aun antes de formular el principio de exclusión, Pauli había postulado la existencia de un espín nuclear a fin de interpretar determinados «satélites de algunas líneas espectrales», situación a la que más tarde se le dio el nombre de estructura hiperfina [15]. Goudsmit, que había llegado a ser un experto en este problema, no se percató de la aparición de este artículo hasta pasado algún tiempo, y de ahí que no comprendiera la razón de por qué siempre que Pauli le saludaba le hacía la observación de que no debería haberse molestado en citarle. Como puede verse en la segunda parte del ensayo 18 del presente volumen, Pauli se tomó la revancha mencionando a Zeeman, pero no a Goudsmit, cuando habló acerca de la confirmación experimental de su idea (véase más detalles en la ref. 16).

4. La nueva mecánica cuántica

La convicción de Pauli, expresada en su carta a Bohr de 12 de diciembre de 1924 antes mencionada, acerca de que «los valores de la energía y del momento de los estados estacionarios son algo mucho más real que las “órbitas”», constituyó el principio que guió a Heisenberg cuando formuló la mecánica de matrices en el verano de 1925. Aunque históricamente se le ha asignado a Pauli un papel secundario en la creación de la nueva mecánica cuántica, fue realmente su mente analítica y crítica la que estuvo detrás de este empeño. Como puede comprobarse en la correspondencia de este período que figura en la ref. 14, vol. I, tanto Bohr como Heisenberg le consideraban como el juez supremo; era «la conciencia viva de la física teórica» (ref. 6, vol. I, pág. VIII).

En realidad, la contribución de Pauli la constituyó su brillante solución del átomo de hidrógeno a partir de la mecánica de matrices [17], y en lo que respecta al espín, descartó sus dudas anteriores introduciendo las famosas matrices de Pauli [18] y mostrando que el espín del electrón junto con la estadística de Fermi-Dirac, basada en el principio de exclusión, da lugar al paramagnetismo de los electrones en metales, fenómeno que lleva su nombre [19].

En su fundamental artículo *Die allgemeinen Prinzipien der Wellenmechanik*, que incluso hoy compite en fama con el que escribió sobre relatividad en 1921, Pauli revisó el estado de la nueva teoría. De hecho, este trabajo se editó por dos veces en alemán y se hizo de él una versión inglesa [20]. En este análisis, que no pretende ser axiomático, se da cuenta de los fundamentos físicos y matemáticos de la nueva teoría, y quizá constituya una de las exposiciones más claras acerca de la necesidad de la introducción de las distribuciones de probabilidad en mecánica cuántica, cuestión que Pauli había tratado detalladamente en respuesta a las cuestiones suscitadas por Paul Ehrenfest [21].

Tras pasar un año con Bohr en Copenhague, Pauli regresó a Hamburgo, donde llegó a ser *Privatdozent* y donde entabló amistades que perduraron el resto de su vida, entre las que se cuentan

las que mantuvo con el físico experimental Otto Stern, el astrofísico Walter Baade y el matemático Erich Hecke. Fue también en Hamburgo donde se originó el legendario «efecto Pauli», que Fierz relataba así: «... pese a su carácter práctico, los físicos experimentales estaban convencidos de que Pauli tenía el don de propiciar efectos extraños. Se creía que su mera presencia en un laboratorio desencadenaba toda suerte de percances experimentales, incluida la de trastocar los objetos, y a esto es a lo que denominaron “efecto Pauli”. Esta y no otra fue la causa de que su amigo Otto Stern, el famoso creador de los haces moleculares, le impidiera acceder a su laboratorio, algo de lo que puedo dar fe pues conocía muy bien tanto a Pauli como a Stern. Además, el propio Pauli creía en su efecto; una vez me confesó que antes de que sucediera algún percance sentía una especie de tensión desagradable y que cuando, una vez más, había tenido lugar se sentía extrañamente liberado, como si se le quitara un peso de encima. Es bastante legítimo tratar de comprender el “efecto Pauli” como uno de los fenómenos sincrónicos concebidos por Jung...» (ref. 22, pág. 190). [La traducción inglesa es de Enz.]

5. El neutrino

El 1 de abril de 1928, cuando Pauli contaba 28 años de edad, tomó posesión de su nuevo cargo de profesor en la Eidgenössische Technische Hochschule (ETH) de Zurich, puesto que habría de desempeñar ininterrumpidamente hasta su muerte, acaecida en 1958. Sucedió en el cargo a Peter Debye, mientras que su colega experimental Paul Scherrer asumió la dirección del departamento de física de Debye. Hacia esta época, Pauli prescinde del atributo *junior* que seguía siempre a su nombre en las publicaciones, y que había mantenido hasta entonces debido a que su padre publicaba bajo el mismo nombre y era también conocido.

Los primeros años de Zurich fueron muy duros para Pauli; como veremos, no hubo nada que fuera trascendente en su vida científica. El 15 de noviembre del año anterior, su madre, que profesaba la doctrina evangélica, había muerto intoxicada a la edad de 48 años. Su padre, que se había separado de ella, se casó

después con la escultora Maria Rottler, mucho más joven que él [2]. El 6 de mayo de 1929 Pauli abandonó la religión católica, y el 23 de diciembre de ese mismo año contrajo matrimonio en Berlín con Käthe Deppner, una joven bailarina de la escuela de danza de Trudi Tschopp de Zurich. Sin embargo, ya desde su inicio esta unión no debió caracterizarse por su estabilidad, a juzgar por lo que Pauli le escribe a su amigo Oskar Klein el 10 de febrero de 1930: «En el caso de que mi mujer me abandone algún día, tanto tú como el resto de mis amigos recibiréis cumplida noticia» [la traducción inglesa es de Enz] (ref. 14, vol. II, pág. 4). En realidad, a Käthe no le gustaba Pauli; solía pasar la mayor parte del tiempo en Berlín, e incluso antes de la boda había conocido al químico Paul Goldfinger, con quien se casaría posteriormente. El divorcio tuvo lugar el 26 de noviembre de 1930 en Viena, y posteriormente Pauli comentaría: «Cree que había escogido a un torero, pero no era más que un químico vulgar...»

En su desesperación, Pauli comenzó a abusar del alcohol y del tabaco, y su padre le recomendó consultar con el psicoanalista Carl Gustav Jung, de Zurich, quien, al percatarse de su extraordinaria personalidad, se lo encomendó a Erna Rosenbaum, joven psicoanalista, manteniéndose él en la sombra (véase nota en pág. 9 de la ref. 3). No obstante, Jung supervisó el tratamiento y se interesó especialmente por los frecuentes sueños de Pauli. Tal fue el comienzo de una relación de por vida entre ambos hombres que dio lugar a una correspondencia profundamente fascinante [3]. Los beneficiosos efectos del psicoanálisis permitieron que Pauli contrajera matrimonio el 4 de abril de 1934 con Franca Bertram, nacida en Munich el 16 de diciembre de 1901, quien le demostró ser una esposa abnegada y cariñosa hasta el final de sus días.

Durante esta época de crisis, Pauli hizo su propuesta sobre el neutrino. Unos días antes de su divorcio escribió la famosa carta dirigida a «las damas y caballeros radiactivos» presentes en una reunión de física que tuvo lugar en Tubinga, y a la que excusó su asistencia por la participación en un baile que se celebraba esa noche en Zurich. Esta carta, que se reproduce en el ensayo 20 de este volumen, contiene los puntos esenciales del inicio de la historia del neutrino. No obstante, su contenido era tan revolucionario que Pauli prefirió esperar a que la situación se aclarase antes de

redactar un informe por escrito, lo que llevó a cabo en el VII Congreso Solvay que se celebró en octubre de 1933 [23].

Para poder apreciar en su integridad la audacia que implicaba la idea del neutrino, hay que tener presente que las únicas partículas elementales que se conocían antes de 1932 eran (aparte del fotón) el protón y el electrón. El problema había surgido como consecuencia de un déficit de energía presente en la desintegración beta del radón (una emanación del radio). Si bien Bohr, haciendo suya una especulación anterior, estaba dispuesto a sacrificar la conservación de la energía en el dominio subatómico, esta ley de conservación constituía para Pauli uno de los pilares de la física moderna. No obstante, como él mismo relata de forma particularmente lúcida en la conferencia pronunciada en Moscú el 27 de octubre de 1937 sobre *Las leyes de conservación en la teoría de la relatividad y en física nuclear* (reproducida en la ref. 7), esta convicción no constituía sólo un artículo de fe, sino que se basaba en el argumento que a continuación se expone: en la relatividad general de Einstein, la conservación de la energía desempeña formalmente el mismo papel que la conservación de la carga en la electrodinámica de Maxwell, y puesto que nunca se ha observado violación de la conservación de la carga, no es aceptable que se viole la conservación de la energía.

La verificación de la existencia del neutrino llevó su tiempo; la primera noticia de su detección llegó a Zurich hacia finales de 1953. Para celebrar el acontecimiento, Pauli y un grupo de fieles realizaron la ascensión del monte Uetliberg, que se alza sobre Zurich. En el descenso, ya avanzada la tarde, y según refiere William Barker, «Pauli estaba un poco vacilante como consecuencia del vino tinto ingerido durante la cena (había respondido afablemente a todos y cada uno de los brindis). [Konrad] Bleuler me dijo: “Cógele del brazo izquierdo que yo le cogeré del derecho, pues no nos podemos permitir el lujo de perderlo ahora.” Más tarde, aproximadamente a mitad del camino, Pauli se volvió hacia mí y me hizo un comentario que siempre recordaré: “Recuerde, Barker, las cosas buenas siempre llegan si se es paciente”» [24].

Sin embargo, la noticia de la confirmación definitiva de la detección se hizo esperar hasta el 15 de junio de 1956. El telegrama procedente de Los Álamos, donde se había desarrollado la bomba atómica durante la guerra, decía: «Nos complace informarle que hemos detectado definitivamente neutrinos proceden-

tes de los fragmentos de la fisión al observar la desintegración beta inversa de protones. La sección eficaz observada concuerda con lo esperado, es decir, seis por diez elevado a menos cuarenta y cuatro centímetros cuadrados. Frederick Reines, Clyde Cowan.» Pauli les contestó por la noche: «Gracias por la noticia. Todo llega cuando se sabe esperar. Pauli.»

Aun cuando el resultado de Reines y Cowan constituyó un triunfo personal para Pauli, «esta loca criatura de mi crisis vital» (carta dirigida a Max Delbrück el 6 de octubre de 1958, ref. 14, vol. II, pág. 38, por referencia al neutrino) aún habría de reservarle otras sorpresas. Apenas seis meses después, varios experimentos descubrieron un defecto de nacimiento: el neutrino era zurdo (véase ensayo 20 de este volumen). Esta noticia de la *violación de la paridad* apareció incluso en *The New York Times* de 16 de enero de 1957 (véase ref. 3, pág. 218). De nuevo fue el neutrino el motivo de la colaboración que Pauli mantuvo con Heisenberg hacia finales de 1957 para elaborar su ecuación del espinor no lineal (véase más detalles en C.P. Enz, *Paulis Schaffen der letzten Lebensjahre*, ref. 7, pág. 105). Esta colaboración, que hasta finales de año se había desarrollado en un ambiente de gran euforia, llegó a su término cuando Pauli hizo una severa crítica en una reunión especial convocada a últimos de enero de 1958 en la Universidad de Columbia en Nueva York (véase más detalles en la ref. 25). El resultado de esta colaboración fue un manuscrito titulado *Sobre el grupo isoespín en la teoría de las partículas elementales*, que, sin embargo, no fue publicado hasta fecha reciente [26].

6. Cuantización del campo. Princeton

Cuando en 1928 Pauli se estableció en la ETH, su principal interés se centraba en la teoría cuántica de campos. Ya en su época de Hamburgo había escrito un artículo en colaboración con Jordan sobre la cuantización covariante relativista del campo electromagnético [27]. Sin embargo, en aquella época no parecía factible generalizar este tipo de cuantización al resto de los campos e interacciones. A esta razón se debe que los dos artículos fundamentales que escribieron Heisenberg y Pauli se basaran en el for-

malismo canónico [28]. Pese a que la falta de covariancia explícita en estos trabajos resultó ser un obstáculo veinte años más tarde, las prescripciones de cuantización de carácter general que se formularon en el primero de ellos se mostraron de gran utilidad.

Una aplicación importante de este trabajo fue la (segunda) cuantización de partículas con masa cargadas y espín nulo que siguen la estadística de Bose-Einstein y la ecuación de onda relativista o ecuación de Klein-Gordon. El análisis llevado a cabo en 1934 por Pauli y su ayudante Victor Weisskopf [29] sobre este sistema, mostró el sorprendente resultado de la existencia de anti-partículas que poseían la misma masa pero carga opuesta. De esta forma, la teoría lograba exactamente lo mismo que la ecuación de Dirac de la segunda cuantización pero «sin la necesidad de introducir un vacío lleno de partículas», característica ésta que había desagradado tan notablemente a Pauli que denominó a su trabajo «el artículo anti-Dirac» [30].

En aquella época, este trabajo parecía más un ejercicio académico que algo con significado físico. El comentario de Weisskopf a este respecto es explícito: «No teníamos idea de lo que el mundo de las partículas reservaría un cuarto de siglo después a las entidades de espín nulo, y tal fue la razón de publicarlo en *Helvetica Physica Acta*, revista respetable pero de escasa difusión.»

Sin embargo, la consecuencia más importante del trabajo de Pauli-Weisskopf fue con seguridad la que «condujo al primero a formular la famosa relación entre espín y estadística» [30]. En su forma más general, Pauli demostró dicha relación en su primer artículo remitido desde Princeton en agosto de 1940, al poco de su llegada al Instituto de Estudios Avanzados [31]. En el mismo se establece que las partículas con espín entero o semientero deben cuantizarse respectivamente según las estadísticas de Bose-Einstein o de Fermi-Dirac. En una nota a pie de página, Pauli escribe: «Este artículo es parte de un informe que preparó el autor para el Congreso Solvay de 1939 y al que se han aportado ligeras mejoras. Habida cuenta las desfavorables circunstancias del momento, el congreso no pudo celebrarse y la publicación de los resúmenes se pospuso por tiempo indefinido.»

Un segundo artículo enviado por Pauli desde Princeton, y que también planeaba presentar en el Congreso Solvay de 1939, revisaba las teorías de campo relativistas de partículas con espines 0, 1 y $1/2$ [32]. Este trabajo es notable, ya que llama la atención

sobre el hecho de que los casos de espines 1 y 1/2 admiten momentos magnéticos anómalos arbitrarios. Estos «términos de Pauli» se detectaron posteriormente en todas las partículas elementales de espín no nulo.

En julio de 1940, Pauli y su esposa abandonaron Zurich en circunstancias difíciles; viajaron en tren por el sur de Francia hasta Lisboa, desde donde embarcaron a Nueva York llegando finalmente a Princeton, donde Pauli había aceptado un puesto de profesor invitado ofrecido por el Instituto de Estudios Avanzados. Suiza, cada vez más aislada, se estaba volviendo insegura como consecuencia de la ocupación alemana de Austria y Francia. Para su disgusto, Pauli no había logrado obtener la nacionalidad suiza, y atrás quedaron la nueva casa de Zollikon sobre el lago de Zurich y su perro Dixi (véase más detalles en la Introducción al vol. III de la ref. 14). Su amigo Gregor Wentzel, que era profesor de la Universidad de Zurich, reemplazó a Pauli en la ETH durante toda la guerra y defendió vigorosamente su cátedra.

Pero, por otra parte, Pauli no añoraba especialmente su hogar, como se desprende de la correspondencia mantenida durante este período (ref. 14, vol. III); para él, la física no admitía tregua. No obstante, sí cabe apreciar un cambio definido en el centro de su interés. En lugar de abordar cuestiones teóricas sobre el campo en general, dirigió su atención al problema más concreto de la física del mesón. Como él mismo afirma, este cambio se debió fundamentalmente a la influencia ejercida por Robert Oppenheimer (véase la Introducción al vol. III de la ref. 14). Los resultados de esta labor fueron publicados con sus colaboradores de Princeton en varios artículos y analizados por Pauli en una serie de conferencias que tuvieron lugar en el MIT de Boston en el otoño de 1944 [33].

En un principio, Pauli encontró en Estados Unidos una atmósfera científica muy activa. Sin embargo, cuando se logró organizar el proyecto de la bomba atómica en Los Álamos, a inicios de 1943, comenzó a sentirse solo. Por supuesto, mantenía buenas relaciones con sus colegas del Instituto, en especial con el historiador de arte Erwin Panofsky (véase la Nota preliminar del ensayo 21 de este volumen) y con Albert Einstein (en el ensayo 13 de este volumen Pauli menciona sus discusiones con Einstein acerca del trabajo realizado por éste con Rosen y Podolsky). Aunque Pauli se mostraba muy receloso respecto de cualquier interfe-

rencia de la ciencia con la política, había pedido la opinión de Oppenheimer acerca de la conveniencia de su participación en la investigación bélica, pero éste pensaba que era más importante que Pauli asegurara la continuidad de la investigación básica en Estados Unidos (véase carta de Oppenheimer [671] de 20 de mayo de 1943 y respuesta de Pauli [672] en la ref. 14, vol. III).

Pauli recibió la noticia de la concesión del premio Nobel en Princeton en noviembre de 1945, pero el hecho de carecer de pasaporte válido complicó los preparativos para viajar a Estocolmo, y finalmente decidió no acudir. En su lugar, se organizó en el Instituto de Estudios Avanzados una espléndida cena que tuvo lugar el 10 de diciembre de ese año; en el curso de la misma Pauli pronunció una alocución que figura en la ref. 12. Para sorpresa general, Einstein tomó la palabra y ofreció un brindis en el que designó a Pauli como su sucesor en el Instituto y como su hijo intelectual (véase la nota de la pág. 213 de la ref. 12). Éste describió la escena en una carta dirigida a Max Born el 24 de abril de 1955, poco después de la muerte de Einstein, en la que decía: «Nunca olvidaré el discurso que me dedicó en 1945 en Princeton tras la concesión del premio Nobel. Daba la sensación de un rey que abdicara y me nombrara como una especie de “hijo adoptivo”, como su sucesor. Por desgracia, no existe registro alguno de su alocución (fue improvisada y no se conserva ningún manuscrito)» [34].

Pauli estuvo a punto de ser nombrado miembro permanente del Instituto de Estudios Avanzados, y recibió la nacionalidad estadounidense en 1946; asimismo, le habían hecho una oferta en la Universidad de Columbia. Sin embargo, en la primavera de 1946 decidió retornar a su cátedra de la ETH de Zurich y a su casa de Zollikon. Allí, el 25 de julio de 1949 también se le concedió la nacionalidad suiza. En diciembre de 1946 acudió a las celebraciones del Nobel en Estocolmo, donde pronunció su discurso de aceptación.

7. Zurich. Lo físico y lo psíquico

Tras su retorno a Zurich, la enorme reputación de Pauli atrajo de inmediato a los jóvenes teóricos más brillantes, de modo que su instituto se convirtió en uno de los centros del mundo más activos en teoría de campos y problemas de renormalización. Durante un curso que impartió en el año académico 1950-1951 en la ETH, Pauli hizo una revisión crítica de los nuevos métodos covariantes desarrollados por Tomonaga, Schwinger, Feynman, Dyson y otros investigadores [35].

Sin embargo, las «grandes transformaciones espirituales» mencionadas en la carta de Pauli que se exhibe en el CERN y citadas al comienzo de esta Introducción, se hacen patentes si se considera el aspecto cada vez más filosófico que adquiere su trabajo durante el último período de su vida; aspecto que se pone de manifiesto en el contenido del presente volumen.

A su retorno de Princeton reanudó sus discusiones e intercambio de correspondencia con Carl Gustav Jung [3]. Un intercambio epistolar igualmente fascinante fue el que mantuvo con Markus Fierz, su antiguo ayudante, que había llegado a ser profesor de la Universidad de Basilea y que participaba regularmente en los seminarios teóricos vespertinos que tenían lugar en Zurich todos los lunes (la primera parte de esta correspondencia está publicada en la ref. 14, vol. III). La correspondencia mantenida entre Pauli y Marie-Louise von Franz, una de las principales colaboradoras de Jung, se puede calificar como de más profunda y personal; no en vano fue ella quien tradujo la mayor parte de los textos latinos del artículo de Pauli sobre Kepler (véase la nota al Prefacio en el ensayo 21 de este volumen). Pauli reanudó asimismo sus contactos regulares con su amigo C.A. Meier, que había sido ayudante de Jung y que más adelante habría de desempeñar los puestos de presidente del Curatorium del Instituto C.G. Jung de Zurich y de profesor de la ETH.

Pauli trató de forma recurrente en sus ensayos el significado del proceso de la medida en mecánica cuántica, y especialmente el papel que, en esta teoría, desempeña el observador. En *El signifi-*

cado filosófico de la idea de complementariedad (ensayo 2) y de nuevo en su artículo sobre Kepler (ensayo 21), hace hincapié en el hecho de que el papel jugado por el observador en microfísica es esencialmente diferente del que desempeña el «observador objetivo» de la física clásica, y compara el efecto de la observación de un sistema cuántico («la reducción del paquete de ondas») con una transformación (*Wandlung*) en el sentido alquimista. Esta transformación, desde el punto de vista de la alquimia, es descrita en *Ciencia y pensamiento occidental* (ensayo 16) como sigue: «Según la concepción alquimista, la liberación de sustancia por el hombre que la transforma y que culmina en la producción de la piedra es, de resultas de una correspondencia mística entre el macro y el microcosmos, idéntica a la transformación redentora (*Wandlung*) del hombre mediante el *opus* que sólo acaece *Deo concedente*.»

La noción de «observador objetivo» aparece tan frecuentemente en los ensayos de Pauli que sorprende por su recurrencia; con ella designa siempre una visión del mundo, la clásica, que ha sido abandonada de una vez por todas. Aún más sorprendente es la conjetura que hace en *Fenómeno y realidad física* (ensayo 15) acerca de que «el observador en la física actual es aún demasiado objetivo; la física se alejará cada vez más del ejemplo clásico». Dentro del estricto dominio físico, Pauli está pensando en una futura teoría cuántica de campos capaz de describir el campo y su fuente (la carga de prueba) como dual o complementaria (véase también ref. 25). Esta opinión se expresa de forma vehemente en las observaciones finales de *Albert Einstein y el desarrollo de la física* (ensayo 13; véase también los ensayos 1, 15, 17 y 18).

Un detalle importante en esta forma de pensar acerca de la dualidad es advertible en el significado del valor numérico de la carga eléctrica que, en el formalismo de la constante de estructura fina de Sommerfeld, es aproximadamente $1/137$. Pauli repetía hasta la saciedad que el progreso en la teoría cuántica de campos estaba ligado a la comprensión de este número (véase ensayos 9, 10, 15 y 18, y también la ref. 29 y la ref. 8, nota 23). No obstante, para él el número 137 tenía también un significado mágico, irracional. El 137 fue el número de la habitación del Hospital de la Cruz Roja de Zurich donde murió el día 15 de diciembre de 1958 (véase ref. 4, pág. 792, ref. 7, págs. 11 y 110, y ref. 34).

La enigmática conjetura de que «el observador en la física actual es aún demasiado objetivo» tiene un significado que tras-

ciende la física. Realmente, en el artículo escrito para conmemorar el 80 aniversario de Jung (ensayo 17), Pauli compara la situación del observador en física con la del de la psicología. En dicho artículo se puede leer: «Puesto que el inconsciente no es mensurable cuantitativamente, y por ende no es susceptible de descripción matemática, y ya que cada extensión de la conciencia ("lo que se introduce en la conciencia") debe reaccionar alterando el inconsciente, cabe esperar un "problema de observación" relativo a éste, que si bien presenta analogías con el de la física atómica, implica, no obstante, dificultades considerablemente mayores.»

Para Pauli, esta analogía tenía implicaciones en ambas direcciones. Por una parte, en las observaciones finales del artículo conmemorativo del aniversario de Jung (ensayo 17) expresa la esperanza de que, en el futuro, la idea de inconsciente pueda emerger del ámbito puramente terapéutico y pase a ser considerada como un problema de investigación *objetivo*. Por otra, piensa que, en física, el remedio para conseguir la total imparcialidad del observador podría radicar en la integración de lo *subjetivo*, es decir, de lo psíquico. En realidad, en *Ciencia y pensamiento occidental* (ensayo 16), Pauli se plantea la siguiente pregunta: «¿Seríamos capaces de realizar, en un plano superior, el viejo sueño de los alquimistas de la unidad psicofísica mediante la creación de una base conceptual unificada para la comprensión científica tanto de los problemas físicos como de los psíquicos?»

Este interrogante acerca de una unidad de lo físico y lo psíquico es un tema recurrente en el intercambio epistolar entre Pauli y Jung, y constituye el tema fundamental de *Fondo de la física* de Pauli, en el cual se guía por los motivos de sus sueños (*Hintergrundphysik*, ref. 3, Apéndice 3). Fue también esta cuestión la que le llevó a escribir su artículo sobre Kepler (ensayo 21), en el que describe la polémica entre un Kepler racional, que representa la nueva actitud científica, y un Fludd irracional que defiende la visión del mundo de la vieja alquimia. Kepler, al igual que después Newton, creía firmemente en la Trinidad del Dios Cristiano, mientras que Fludd obtenía su inspiración de la cuaternia pitagórica que constituía para él un símbolo de la unidad del mundo.

Pauli admite que su simpatía no se inclina exclusivamente del lado de Kepler, recordando que el descubrimiento del principio de exclusión fue sólo posible tras constatar que el estado del elec-

trón depende de un *cuarto* número cuántico. Hacia el final de la sección 6 del artículo sobre Kepler, Pauli caracteriza la visión de unidad de Fludd como sigue: «Aun a costa de la pérdida de conciencia que implica el aspecto cuantitativo de la naturaleza y de sus leyes, las figuras "jeroglíficas" de Fludd intentan preservar una *unidad* entre la experiencia interna del "observador" (como lo llamaríamos hoy) y los procesos externos de la naturaleza, y, por tanto, una *integridad* en su contemplación; integridad contenida antiguamente en la idea de la analogía entre micro y macrocosmos pero aparentemente ausente ya en Kepler y perdida en la visión del mundo de las ciencias naturales clásicas.»

Charles P. Enz

Referencias

- [1] F. Smutný, *Ernst Mach and Wolfgang Pauli's Ancestors in Prague*, *Gesnerus* 46, 183 (1989).
- [2] E.I. Valko, *Professor Wolfgang Pauli zum achzigsten Geburtstag*, *Österreichische Chemiker-Zeitung*, 50. Jahrgang, Heft 9, 1949, pág. 183.
- [3] C.A. Meier (ed.), *Wolfgang Pauli und C.G. Jung. Ein Briefwechsel 1932-1958* (Springer, Berlín, 1992). Hay trad. castellana: *Wolfgang Pauli y C. G. Jung. Un intercambio epistolar, 1932-1958*, Alianza, Madrid, 1996.
- [4] C.P. Enz, *W. Pauli's Scientific Work*, en *The Physicist's Conception of Nature*, ed. J. Mehra (Reidel, Dordrecht-Holland, 1973).
- [5] W. Pauli, *Physikalische Zeitschrift* 20, 25 (a), 457 (b) (1919); *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 21, 742 (c) (1919).
- [6] W. Pauli, *Collected Scientific Papers*, vols. 1 y 2, eds. R. Kronig y V.F. Weisskopf (Wiley, Nueva York, 1964).
- [7] C.P. Enz y K. von Meyenn (eds.), *Wolfgang Pauli. Das Gewissen der Physik* (Vieweg, Braunschweig, 1988).
- [8] W. Pauli, *Relativitätstheorie*, en *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, vol. 5, parte 2, págs. 539-775 (Teubner, Leipzig, 1921); *Theory of Relativity*, trad. ing. G. Field (Pergamon, Londres, 1958).
- [9] W. Pauli, *Helv. Phys. Acta*, Suplemento IV, 261 (1956); reproducido en la ref. 7.
- [10] W. Pauli, *Annalen der Physik* 68, 177 (1922).
- [11] M. Born y W. Pauli, *Zeitschrift für Physik* 10, 137 (1922).
- [12] W. Pauli, *Science* 103, 213 (1946); reproducido en la ref. 7.
- [13] W. Pauli, *Zeitschrift für Physik* 31, 765 (1925); reproducido en la ref. 7.
- [14] W. Pauli, *Scientific Correspondence with Bohr, Einstein, Heisenberg and others*, vol. I: 1919-1929, eds. A. Hermann, K. von Meyenn y V.F. Weisskopf (Springer, Nueva York, 1979); vol. II: 1930-1939, ed. K. von Meyenn (Springer, Berlín, 1985); vol. III: 1940-1949, ed. K. von Meyenn (Springer, Berlín, 1993).
- [15] W. Pauli, *Naturwissenschaften* 12, 741 (1924).
- [16] S. Goudsmit, *Pauli and Nuclear Spin*, *Physics Today*, junio de 1961, pág. 18.
- [17] W. Pauli, *Zeitschrift für Physik* 36, 336 (1926); reproducido en la ref. 7.
- [18] W. Pauli, *Zeitschrift für Physik* 43, 601 (1927); reproducido en la ref. 7.
- [19] W. Pauli, *Zeitschrift für Physik* 41, 81 (1927); reproducido en la ref. 7.
- [20] W. Pauli, *Die allgemeinen Prinzipien der Wellenmechanik*, en *Handbuch der Physik*, eds. H. Geiger y K. Scheel, 2a. ed., vol. 24, parte 1, págs. 83-272 (Springer, Berlín, 1933); 2a. ed. revisada sin la sección sobre electrodinámica cuántica (B, núm. 6-8), en *Handbuch der Physik*, ed. S. Flügge, vol. 5, parte 1, págs. 1-168 (Springer, Berlín, 1958), reproducido en la ref. 6; *General Principles of Quantum Mechanics*, versión original trad. ing. y ed. P. Achuthan y K. Venkatesan (Springer, Berlín, 1980); 2a. ed. reproducida (con B, núm. 6-8 de la 1a. como apéndices I-III), ed. y comentada por N. Straumann (Springer, Berlín, 1990).
- [21] W. Pauli, *Zeitschrift für Physik* 80, 573 (1933); reproducida en la ref. 7.
- [22] M. Fierz, *Naturwissenschaft und Geschichte. Vorträge und Aufsätze* (Birkhäuser, Basilea, 1988).
- [23] W. Pauli, en *Septième Conseil de Physique Solvay, Noyaux Atomiques. Discussions*, Bruxelles 1933, pág. 324 (Gauthier-Villars, París, 1934); reproducida en la ref. 7, pero no en la ref. 6.
- [24] W. Barker, carta a *Physics Today*, febrero de 1979, pág. 11.
- [25] C.P. Enz, *Wolfgang Pauli between Quantum Reality and the Royal Path of Dreams*, en *Symposia on the Foundation of Modern Physics 1992. The Copenhagen Interpretation and Wolfgang Pauli*, pág. 195, eds. K.V. Laurikainen y C. Montonen (World Scientific, Singapur, 1993).
- [26] W. Heisenberg, *Collected Works*, eds. W. Blum, H.-P. Dürr y H. Rechenberg, serie A/parte III (Springer, Berlín, 1993), pág. 337; la versión final de marzo de 1958 incluye la circular (posdata) de Pauli de 8 de abril de 1958.
- [27] P. Jordan y W. Pauli, *Zeitschrift für Physik* 47, 151 (1928).
- [28] W. Heisenberg y W. Pauli, *Zeitschrift für Physik* 56, 1 (1929); 59, 168 (1930); reproducido en la ref. 7.
- [29] W. Pauli y V.F. Weisskopf, *Helvetica Physica Acta* 7, 709 (1934); reproducida en la ref. 7.
- [30] V.F. Weisskopf, *The development of field theory in the last 50 years*, *Physics Today*, noviembre de 1981, pág. 69.
- [31] W. Pauli, *Physical Review* 58, 716 (1940).
- [32] W. Pauli, *Reviews of Modern Physics* 13, 203 (1941).
- [33] W. Pauli, *Meson Theory of Nuclear Forces* (Interscience, Nueva York, 1946); 2a. ed., 1948.
- [34] C.P. Enz, *Wolfgang Pauli, Physicist and Philosopher*, en *Symposium on the Foundations of Modern Physics*, eds. P. Lahti y P. Mittelstaedt (World Scientific, Singapur, 1985), pág. 241.

- [35] W. Pauli, *Ausgewählte Kapitel aus der Feldquantisierung*, redacción de U. Hochstrasser y M.R. Schafer (Verlag VMP ETH, Zürich, 1957); reproducido por Boringhieri, Turín, 1962; *Selected Topics in Field Quantization*, trad. ing. S. Margulis y H.R. Lewis, en *Pauli Lectures on Physics*, ed. C.P. Enz, vol. 6 (MIT Press, Cambridge, Mass., 1973).

1

Materia*



Me gustaría ver el boceto que de mí ha hecho Töm Kelder. (El escultor Haller, de Zurich, ha hecho un busto que me hace parecer bastante introspectivo, es decir, tipo Buda.)

Carta de Pauli a Ralph Kronig, 22 de diciembre de 1949.

* Publicado por vez primera en inglés en *Man's Right to Knowledge*, serie 2ª, pág. 10 (Universidad de Columbia, Nueva York, 1954).

La materia ha sido y será siempre uno de los principales objetos de la física. Al hablar de «la materia como un aspecto de la naturaleza de las cosas», intento dar una impresión de cómo pueden encontrarse y desarrollarse gradualmente las leyes de la naturaleza concernientes a la materia y pertenecientes a la física. Es cierto que estas leyes y las ideas de realidad que presuponen están haciéndose cada vez más abstractas. Sin embargo, para un profesional es útil tener presente que, detrás de la forma técnica y matemática de los pensamientos que sirven de base a las leyes de la naturaleza, permanece siempre el estrato de cotidianidad con su lenguaje ordinario. La ciencia es un refinamiento sistemático de los conceptos de la vida cotidiana que revela una realidad profunda y, como veremos, no visible directamente en la realidad diaria de las cosas que nos rodean. Pero no debería olvidarse que esta profunda realidad dejaría de ser un objeto de la física, diferente de los objetos de la matemática y la especulación puras, si se desvinculara por completo de las realidades de la vida cotidiana.

Tomemos como ejemplo las leyes fundamentales de la mecánica que ahora llamamos clásica, pero que eran totalmente desconocidas hace trescientos años. La ley de la inercia dice que, en ausencia de causas externas, los cuerpos se mueven con velocidad constante tanto en magnitud como en dirección. Cuando se hizo esta afirmación, lo más revolucionario fue el reconocimiento de que un movimiento uniforme es un hecho esencial, sin causa alguna. Esto era extraño para la mentalidad antigua, ya que se suponía que en ausencia de cualquier causa de movimiento existía el reposo, y que cualquier velocidad era debida a una causa. Por otra parte, más problemática aún fue en épocas posteriores la cuestión de cómo se podía establecer la uniformidad del movimiento de un cuerpo sin relacionarlo con otros en movimiento. Tras los muchos trabajos críticos desarrollados en el siglo pasado, este último interrogante condujo a una nueva formulación de las leyes de la gravitación por parte de Einstein.

Retornemos, sin embargo, dentro del espíritu de la mecánica clásica, al problema posterior de cuál es la influencia de las causas externas sobre el movimiento de un cuerpo. Newton llamó a las causas externas «fuerza», y las definió como el producto de la

masa por la aceleración. Pese a que, por sencillez, supongamos que sabemos lo que es la aceleración, esta explicación parece contener un círculo vicioso: la fuerza está definida por la masa, y la masa por la fuerza. Pero esto no es tan malo como parece a primera vista gracias a otra ley de Newton que dice que la acción y la reacción son iguales y opuestas. Esto implica que la suma de todas las fuerzas en un sistema cerrado es siempre cero. Consecuentemente, hay algo que se conserva, algo que es constante en el tiempo, a saber, la suma de las velocidades, para cada dirección posible, multiplicadas por las masas de todos los cuerpos de un sistema cerrado.

De esta forma, vemos que ya hemos dado algunos pasos en la dirección de los conceptos abstractos que tienen su origen en la vida cotidiana. La masa, originariamente el peso que se medía con las balanzas, es ahora un coeficiente abstracto de las velocidades determinado de tal manera que la suma es constante. Más adelante habrá de tenerse en cuenta una dependencia de la masa con la velocidad. Deseo decir aquí que el producto de la masa por la velocidad se denomina momento y que, al igual que la velocidad, es una magnitud dirigida, un vector, como dicen los profesionales. La fuerza, que originariamente daba cuenta de los esfuerzos realizados por los músculos humanos, ha llegado a ser ahora algo que se mide por medio del producto de la masa por la aceleración. De algún modo, las fuerzas tienen que ser conocidas a través de su dependencia de las distancias recorridas por los cuerpos, de forma que las leyes de la mecánica puedan ser verificadas por la experiencia. Esto es lo que sucede realmente en el caso del movimiento de los cuerpos celestes bajo la influencia de la gravedad, según establece la famosa ley de Newton de la inversa del cuadrado.

Sea lo que fueren las fuerzas, una consecuencia inmediata de estas leyes mecánicas es que son las condiciones iniciales las que determinan de forma única el movimiento de todos los cuerpos siempre que incluyan la posición y la velocidad, o el momento, de los mismos en un instante dado. Para verificar las leyes de la mecánica clásica, el experimentador terrestre escoge, a su libre albedrío y de forma arbitraria, las condiciones iniciales, mientras que el astrónomo cuenta con la ventaja de poder observar condiciones diferentes de los distintos cuerpos celestes de la naturaleza.

Como consecuencia de estas leyes mecánicas existe otra mag-

itud que se conserva, a la que llamamos energía y que consta de dos partes. Una de ellas es la denominada energía potencial, función de la posición de los cuerpos, a partir de la cual se pueden calcular las fuerzas. La suma de las dos partes es constante en el tiempo. La energía, en contraste con el momento, no tiene dirección.

Los químicos encontraron otra ley de conservación, a saber, la ley de la conservación de la masa en las reacciones químicas. Sin embargo, Einstein mostró, por medio de un cuidadoso análisis de las leyes de la electricidad y del magnetismo —que a partir de Maxwell incluyen la óptica, es decir, la física de la luz— que estas dos leyes de conservación son realmente una. Siempre que cambia la energía, también lo hace la masa. No obstante, la variación es muy pequeña, ya que el factor involucrado es el cuadrado de la velocidad de la luz. Son necesarios cambios de energía muy grandes para obtener un cambio mensurable de masa.

Esto significa un paso importante en la abstracción del propio concepto de materia. ¿Qué es la materia? El papel en el que estoy escribiendo es materia, el aire también es materia, pero incluso la luz ha llegado a ser ahora considerada materia debido a los descubrimientos de Einstein. Tiene masa y peso, no es diferente de la materia ordinaria y posee asimismo energía y momento. La única diferencia es que la luz nunca está en reposo, sino que siempre se está moviendo con la misma velocidad característica.

He aludido ya a las leyes del electromagnetismo. ¿Son consecuencia de las leyes mecánicas de Newton? No, son de un tipo diferente pese a similitudes fundamentales, como puede ser la de la determinación completa del curso de los acontecimientos a partir de las condiciones iniciales. Desde los tiempos de Faraday y Maxwell, en el siglo pasado, se habla de un campo. ¿Qué es un campo? Otro refinamiento de un concepto de la vida cotidiana; algo que es continuo en el espacio y en el tiempo, ciertas cualidades físicas de los puntos del espacio y del tiempo que varían continuamente con ellos. ¿Cuál es la naturaleza de estas cualidades físicas? La respuesta moderna es: no importa; sólo necesito un medio para medirlas, y si varían continuamente, eso es un campo. En el siglo pasado la respuesta era muy diferente: la naturaleza de las cualidades involucradas debía de ser mecánica, es decir, deformaciones, tensiones y esfuerzos, quizá de un medio hipotético, pero en cualquier caso mecánicas. Gradualmente, los físicos abando-

naron la premisa mecánica. Una descripción científica objetiva ya no incluyó una descripción mecánica en el espacio y el tiempo absolutos, sino que pasó a ser una descripción más abstracta de fenómenos representados por funciones continuas dependientes de un sistema de referencia. Sin embargo, las leyes de la naturaleza son las mismas cualquiera que sea el sistema de referencia. No sólo es que no tenga influencia sobre los fenómenos el movimiento uniforme de observador e instrumento, sino que incluso un movimiento acelerado, según Einstein, es, al menos localmente, equivalente a un campo gravitatorio. No intentaré explicar aquí las ideas matemáticas de la teoría de grupos que sirven para formular exactamente tal equivalencia, y que no sólo constituyen una de las herramientas más fundamentales de la física moderna, sino que pienso que aún no han brindado todo el provecho posible. Solamente diré al pasar que también esta parte de las matemáticas es una generalización de experiencias cotidianas, como se pone de manifiesto en las ideas subyacentes al problema de distinguir la izquierda de la derecha. Al formular la equivalencia entre aceleración y gravitación, Einstein consiguió establecer una teoría del campo gravitatorio análoga a la antigua teoría de campo del electromagnetismo, enriquecida por la idea de la invariancia de las leyes de la naturaleza respecto a las transformaciones de coordenadas espacio-temporales, números que varían continuamente con los puntos.

En esta etapa del desarrollo de los conceptos generales de la física nos encontramos con la vieja cuestión de si existe o no un límite a la divisibilidad de la materia, o, en otras palabras, si la materia es continua o discontinua. La experiencia decidió en favor de la existencia de unidades elementales de materia, tal como pensaban los atomistas de la antigua Grecia. Los químicos ya habían encontrado que la idea de moléculas y átomos estables como constituyentes de la materia era la forma más sencilla de describir las transformaciones químicas, pero fueron los físicos del siglo pasado los que inventaron los métodos para contar estos átomos y moléculas midiendo el número clave que les dijo cuántos átomos reales existían en las unidades químicas. Los fenómenos radiactivos mostraron que los átomos que caracterizan la naturaleza química de una sustancia están constituidos por un núcleo relativamente pequeño cargado positivamente y rodeado por partículas eléctricas negativas denominadas electrones, de la

misma forma que los planetas rodean al Sol. Experimentos posteriores mostraron que los núcleos, mucho más pesados que los electrones, son también capaces de transformaciones y constan de otras partículas llamadas nucleones, que son protones de carga positiva y neutrones eléctricamente neutros de aproximadamente la misma masa que los protones. No citaré aquí los denominados mesones, revelados por los rayos cósmicos y posteriormente producidos artificialmente en laboratorio, cuyas masas son intermedias entre las de los electrones y las de los protones. Sólo mencionaré la existencia de positrones, cuyas masas son iguales a las de los electrones pero con carga eléctrica opuesta. Cuando se encuentran un electrón y un positrón, se aniquilan y se transforman en radiación electromagnética, y, recíprocamente, esta radiación puede crear pares de electrones y positrones.

Teniendo en cuenta la existencia de todas estas transmutaciones, ¿qué es lo que queda de las viejas ideas de materia y de sustancia? La respuesta es: *energía*. Esta es la auténtica sustancia, la que se conserva; solamente cambia la forma en la que se manifiesta. Existe también otra magnitud que se conserva, pero que, en contraste con la energía, es capaz de tomar valores positivos y negativos: *la carga eléctrica*. Esta magnitud no sólo se conserva, sino que tiene un carácter atómico, discreto: cada carga eléctrica está presente en la naturaleza en una cantidad que es un múltiplo entero de un cierto número, el cuanto elemental de electricidad. No sabemos aún por qué es así. La teoría da cuenta del hecho pero todavía no es capaz de interpretarlo.

Este problema está íntimamente relacionado con otras características de la naturaleza incluidas bajo el nombre de «cuanto de acción» inventado por Planck. Éste descubrió que las leyes de la radiación electromagnética, incluida la luz, en equilibrio térmico con la materia ordinaria, podían ser explicadas formulando una hipótesis totalmente nueva que tuviera en consideración los valores posibles de la energía de la radiación de una frecuencia dada. Estos valores pueden ser únicamente múltiplos enteros de una determinada cantidad proporcional a la frecuencia. La constante universal de proporcionalidad aquí involucrada es el cuanto de acción de Planck. Hay que hacer constar que la acción es otra abstracción de la mecánica newtoniana, a saber, una magnitud con dimensiones de energía multiplicada por tiempo, que reemplaza el concepto meramente cualitativo de acción de la vida cotidiana.

La nueva hipótesis sugirió inmediatamente la idea de «fotón», una partícula que englobara su energía y su momento en el espacio de forma que sólo el conjunto pudiera ser absorbido o emitido al mismo tiempo. Existen, no obstante, otros fenómenos ópticos, denominados interferencia y difracción, que sólo pueden ser explicados utilizando la imagen ondulatoria. Fue necesario un análisis aún más profundo para librarse de estas contradicciones. Paradójicamente, esto fue posible por el hecho de que los electrones, como el resto de las partículas materiales, tienen también propiedades ondulatorias además de sus propiedades de partícula, al igual que la luz tiene propiedades de partícula además de sus propiedades ondulatorias.

Estas paradojas del cuanto de acción hacen de nuestros átomos algo muy diferente de los objetos de la mecánica newtoniana. Realmente, aunque los efectos de un único átomo pueden hacerse visibles en forma de efectos colectivos o de avalancha mediante dispositivos adecuados, conviene no olvidar que estamos tratando con una realidad invisible, cuyos rasgos han llegado a ser tan fundamentales que son despreciables y carecen de importancia práctica al referirnos a objetos macroscópicos. Bohr no sólo desarrolló las ideas de Planck sobre la teoría de la estructura atómica y de las líneas espectrales, sino que también fue capaz de explicar las consecuencias epistemológicas de la nueva mecánica cuántica o mecánica ondulatoria, que desde 1927 puso fin a las contradicciones lógicas como resultado de la explicación teórica de los fenómenos cuánticos. Estas consecuencias no son demasiado sencillas de entender, y la noción denominada «complementariedad» que Bohr y otros desarrollaron para este propósito, aunque compartida por la mayoría de los físicos, no fue totalmente aceptada.

Para comprender el significado del concepto de complementariedad hemos de imaginar objetos que comienzan a moverse tan pronto como los observamos con la ayuda de un instrumento adecuado para localizar su posición. No habría ningún problema si pudiéramos calcular este movimiento y determinar así teóricamente la perturbación causada por la medida. Sin embargo, ¿qué sucedería si, en general, esta perturbación no pudiera ser controlada o si la medida empírica de la misma introdujera nuevos instrumentos de medida cuya interacción con los anteriores diese lugar a nuevas perturbaciones indeterminables e incontrolables?

Esta es la situación real creada por el valor finito del cuanto de acción. Nos encontramos, tal como Heisenberg señaló por primera vez, con el dilema de optar por el sacrificio o la elección, una situación que implica una determinada libertad por parte del observador para escoger su dispositivo experimental como una de entre, al menos, dos posibilidades mutuamente excluyentes. Las antiguas condiciones iniciales de la ley clásica de la inercia, que incluían posición y velocidad (o momento), aparecen ahora como un par de antagonistas reales constituidos por magnitudes independientes. Según la teoría, se puede adscribir un valor perfectamente definido a una de ellas sólo si la otra está, en general, indeterminada y de forma que el producto de las incertidumbres de ambas magnitudes sea dado por el cuanto de acción. Habida cuenta que esta indeterminación es un elemento ineludible de los diversos estados iniciales posibles, según las leyes de la naturaleza, nunca se puede determinar la evolución del sistema, como era el caso en la mecánica clásica. La teoría únicamente predice la *estadística* de los resultados de un experimento cuando éste se repite bajo una condición especificada. Sin embargo, como si de un efecto sin causa se tratara, el resultado *individual* de una medida no está, en general, comprendido en las leyes. Este es el caso si se interpreta la mecánica cuántica u ondulatoria como una generalización racional de la física clásica que tuviera en cuenta el valor finito del cuanto de acción. Las probabilidades presentes en las nuevas leyes han de considerarse primarias, lo que implica que no se pueden deducir a partir de leyes deterministas. Como ejemplo de estas probabilidades primarias mencionaré aquí el hecho de que el tiempo en el que un átomo individual experimentará una determinada reacción está indeterminado, incluso bajo condiciones en las que la probabilidad de esta reacción para una gran colección de átomos sea prácticamente segura.

De esta manera fue como se superó la contradicción entre la idea de onda y la de partícula, ya que la relación de indeterminación anteriormente mencionada, que es inherente a las leyes de la naturaleza, hace mutuamente excluyentes los experimentos que sirven para verificar las propiedades ondulatorias de un objeto atómico de los que permiten comprobar sus propiedades de partícula.

El significado de este desarrollo nos permite adentrarnos en la posibilidad lógica de un modelo de pensamiento nuevo y más

amplio que tome en consideración al observador incluyendo el instrumento que utiliza, a diferencia de lo que acontecía en la física clásica, tanto en la mecánica newtoniana como en las teorías del campo de Maxwell-Einstein. En el nuevo modelo de pensamiento ya no suponemos el *observador objetivo* presente en las idealizaciones teóricas de tipo clásico, sino un observador que, debido a sus efectos indeterminables, crea una situación nueva descrita teóricamente como un nuevo estado del sistema observado. De esta forma, cada observación es una singularidad de un resultado objetivo particular, un aquí y ahora de las posibilidades teóricas que pone de manifiesto el aspecto discontinuo de los fenómenos físicos.

No obstante, pese a que estas teorías impiden que el observador influya en el resultado de una medida una vez que se ha escogido el dispositivo experimental, en el nuevo modelo aún permanece una *realidad objetiva*. Por tanto, las cualidades personales de un observador individual no forman parte del marco conceptual de la teoría, sino que, por el contrario, ésta describe los fenómenos a la escala microscópica de los objetos atómicos de forma tal que es válida para cualquier tipo de observador, y lo hace por medio de leyes matemáticas basadas en teoría de grupos, que pueden ser asequibles a cualquiera que posea un conocimiento general suficiente de física y matemáticas. En este sentido amplio, la descripción mecano-cuántica de los fenómenos atómicos es todavía objetiva, pese a que ya no se asuma que el estado de un objeto sea independiente, en cuanto que las posibles fuentes de información acerca del mismo son alteradas irrevocablemente por las observaciones. La existencia de tales alteraciones revela una nueva clase de integridad en la naturaleza, desconocida en física clásica, en el sentido de que el intento de subdividir un fenómeno definido por el dispositivo experimental completo utilizado para su observación da lugar a un fenómeno totalmente nuevo.

Existe un acuerdo general en que la mecánica cuántica actual deja sin explicar muchos hechos fundamentales, por ejemplo, el carácter atomístico de la electricidad al que me referí anteriormente. Además, no ofrece una interpretación satisfactoria de la variedad de masas y de los diferentes grados de estabilidad de un gran número de partículas que, de manera provisional, se denominan «elementales». Las limitaciones de la aplicabilidad de la teoría admitida hasta el momento han propiciado gran diversidad

de opiniones acerca de su ulterior desarrollo. Algunos físicos añoran la posibilidad de un retorno a la idea clásica de observador objetivo cuyos efectos sobre el sistema observado pudiesen ser eliminados por correcciones determinables teóricamente. Otros, entre los que me incluyo, desean justamente lo contrario. Lo que más me ha impresionado en el desarrollo que en 1927 condujo eventualmente al establecimiento de la actual mecánica ondulatoria es el hecho de que, en física, existan parejas de antagonistas reales, como es el caso de las partículas y las ondas o el de la posición y el momento, cuyo contraste sólo es superable de forma simétrica. Esto quiere decir que un miembro de la pareja nunca es eliminado en favor del otro, sino que ambos son tomados en consideración en un nuevo tipo de ley física que expresa realmente su carácter complementario.

Me parece probable que se pueda comparar esta situación a la que se da entre los conceptos de campo y cuerpos de prueba. Un campo sólo se puede medir a través de sus efectos sobre los cuerpos de prueba, y éstos pueden ser considerados asimismo como fuentes del campo. Esto no ocasiona dificultades en el caso de los fenómenos macroscópicos que tienen lugar a escala ordinaria, puesto que la perturbación del campo por parte de estos cuerpos siempre se puede suponer pequeña y mantenida bajo control. Sin embargo, no es este el caso para cuerpos de prueba cuya constitución atómica sea esencial, y, en particular, para partículas elementales tales como los electrones o los propios nucleones cuya localización o movimiento ya no es controlable, como sucede con los cuerpos de prueba macroscópicos.

Mientras en la teoría actual persista una dualidad entre los conceptos de campo y cuerpos de prueba, pienso que es necesaria una nueva forma matemática de la ley física que haga que los campos sin cuerpos de prueba sean, no sólo física sino también lógicamente, inviables. Asimismo, por una parte debería expresar de forma apropiada la complementariedad entre la medida de un campo con un objeto atómico, y, por otra, la descripción del mismo objeto como fuente de dicho campo. En realidad, ambas posibilidades deberían ser mutuamente excluyentes a fin de adecuarse a las leyes de la naturaleza.

Ideas similares ya han sido sugeridas por Bohr y otros. Sin embargo, no debería ser preciso recalcar que nos encontramos en un dominio hipotético en el que nada se ha probado aún y cuyas

posibilidades han de ser refrendadas. Únicamente menciono estas hipotéticas posibilidades para recomendar que, en general, no se ha de pensar simplemente en formas tradicionales para tratar de explicar la naturaleza, aun cuando éstas estén correctamente formuladas en sistemas filosóficos históricos. Antes bien, se debería estar abierto a nuevas posibilidades lógicas y empíricas incluso si no están previstas en dichos sistemas.

Confiamos en que el espíritu humano siempre será capaz de crear ideas que se adapten de alguna forma a los objetos externos que nos expresan a través de nuestros sentidos, datos que actúan a modo de testigos de la materia o de la energía en el sentido de la física, ya que tanto el interior del espíritu humano como los objetos que percibimos exteriormente están sometidos al mismo orden cósmico.

El significado filosófico de la idea de complementariedad *

Se explica la situación denominada por N. Bohr «complementariedad» con la ayuda del ejemplo proporcionado por los ámbitos de aplicación de los conceptos contrapuestos de «onda» y «partícula» en la física atómica moderna. Se basa en el hecho de que los dispositivos experimentales a los que se aplica una u otra de estas imágenes intuitivas son por necesidad mutuamente excluyentes como consecuencia de la interacción, nunca totalmente determinable, entre los instrumentos de observación y el sistema observado. Se señala, en general, la analogía entre esta situación de complementariedad y las paradojas en la relación «sujeto-objeto», y, en particular, entre la pareja de antagonistas «consciente-inconsciente» empleada en la psicología más reciente **.

1. Publicamos esta conferencia en la esperanza de sumarnos, por medio de esta pequeña contribución, a esos esfuerzos más ambiciosos que tienen como objetivo fundamental conseguir de

* Publicada bajo el título «Die philosophische Bedeutung der Idee der Komplementarität» en *Experientia* 6 (cuaderno 2), págs. 72-75 (1950). Conferencia pronunciada en la Sociedad Filosófica de Zurich en febrero de 1949. No ha sido posible dar más que un breve esbozo cualitativo de la situación física desarrollada en la conferencia, el cual figura en el apartado 2. El lector que desee ampliar detalles puede consultar artículos relevantes de N. Bohr en *La teoría atómica y la descripción de la naturaleza*, Alianza, Madrid, 1988, así como su artículo en el volumen de Einstein de la *Library of Living Philosophers* (Evanston, 1949); también en W. Heisenberg, *The Physical Principles of Quantum Theory* (Chicago, 1930). La anterior conferencia del autor en la Sociedad Filosófica de Zurich, «Raum, Zeit und Kausalität in der modernen Physik», ha sido publicada en la revista *Scientia* 59, 65-76 (1936) (traducción española en el ensayo 10 de este volumen).

** Este resumen en inglés que apareció en la versión original no está reproducido en la edición alemana de los *Aufsätze über Physik und Erkenntnistheorie* de Pauli.

nuevo una mayor aproximación entre las distintas disciplinas parciales que nuestra vida intelectual (*Geistigkeit*) ha separado. La dicotomía entre las ciencias exactas y las matemáticas como disciplinas parciales independientes provenientes de una filosofía natural unificada pero precientífica, que tuvo sus orígenes en el siglo XVII, fue, por supuesto, una condición necesaria para el subsiguiente desarrollo intelectual del mundo occidental (*Abendland*). Sin embargo, en la actualidad parecen darse las condiciones adecuadas para un renovado entendimiento entre físicos y filósofos sobre los fundamentos epistemológicos de la descripción científica de la naturaleza. Como resultado del desarrollo de la teoría atómica y cuántica a partir de 1910, la física se ha visto gradualmente obligada a abandonar la altanera pretensión de que podía, en principio, comprender el Universo en su conjunto. Todos los físicos que aceptan el desarrollo que tuvo lugar en la construcción sistemática del formalismo matemático de la mecánica ondulatoria, que alcanzó una conclusión provisional en 1927, deben admitir que, si bien en la actualidad tenemos ciencias exactas, ya no poseemos una imagen científica del Universo (*Weltbild*). Es justamente esta circunstancia la que puede contener en sí, como correctivo a la sesgada perspectiva anterior, el germen de progreso hacia una imagen unificada del conjunto del mundo, de la que las ciencias exactas sean sólo una parte. Es en este contexto donde me gustaría incluir el significado más general de la idea de complementariedad, una idea que ha trascendido más allá de la física como resultado del trabajo realizado por el físico danés Niels Bohr.

El número de especialistas en filosofía que hasta ahora han tenido conocimiento de esta nueva tendencia de la física moderna es pequeño si se lo compara con el de aquellos que se han interesado por la teoría de la relatividad. Por otra parte, algunos físicos han interpretado la física cuántica moderna como una confirmación de tendencias filosóficas concretas, como puede ser la referida al positivismo. Contrariamente a esta opinión, adoptaré aquí el punto de vista de que la situación epistemológica a la que se enfrenta la física moderna no ha sido prevista por sistema filosófico alguno.

En lo que sigue, deseo explicar mediante ejemplos sencillos cómo la idea de complementariedad ha hecho posible, dentro del campo de la física, una síntesis de hipótesis contrapuestas y, a pri-

mera vista, mutuamente contradictorias. Por supuesto, para conseguir este objetivo se van a requerir generalizaciones trascendentes del viejo ideal de causalidad e incluso de la idea de realidad física.

2. El ejemplo de dos ideas mutuamente contradictorias que ha llegado a ser célebre en física, y que concitará nuestra atención aquí, es el que se refiere a la «imagen de partícula» y a la «imagen de onda». Que las partículas no son ondas y que las ondas no son partículas puede ser fácilmente puesto de manifiesto interponiendo una placa semitransparente en la trayectoria de un haz de energía. Si el haz está constituido por un tren de ondas o por muchas partículas, una fracción definida será reflejada por la placa y el resto pasará a su través. Pero ¿qué sucede si, en el caso del haz de partículas, se disminuye la intensidad del mismo hasta tal punto que, durante el experimento, incida sobre la placa una única partícula? En contraste con el tren de ondas, al ser la partícula una entidad indivisible, bien pasará a través de la placa, bien será reflejada por ella, pero lo seguro es que no aparecerá a la vez en ambos lados de la misma. La diferencia entre ambas imágenes es tan irreconciliable como la diferencia análoga entre las dos relaciones lógicas «uno u otro» y «ambos».

Ahora se ha demostrado empíricamente que la luz posee propiedades que únicamente se pueden describir mediante la imagen de onda, y otras de las que sólo se puede dar cuenta por medio de la imagen de partícula. Entre las primeras se cuentan los fenómenos de interferencia y difracción que ahora se consideran clásicos. Su característica común estriba en dividir luz procedente de la misma fuente en al menos dos haces diferentes, los cuales se hacen coincidir posteriormente. Sin embargo, en el último proceso no se suman las intensidades de los rayos constituyentes sino sus amplitudes (principio de superposición), a cuyos cuadrados son proporcionales las intensidades. La intensidad resultante depende por tanto de una forma periódica de la diferencia de fase de las ondas constituyentes, que, a su vez, es determinada por las longitudes de las trayectorias recorridas, así como por las constantes ópticas de los medios a través de los cuales ha pasado la luz. La determinación geométrica exacta de esta diferencia de fase es, por consiguiente, una condición necesaria para que tengan lugar los fenómenos de interferencia. Se ha demostrado que estos fenóme-

nos son independientes de la intensidad de la luz, con la sola condición de que el dispositivo empleado para detectar la misma esté activo durante un tiempo suficientemente largo.

Por otra parte, el efecto fotoeléctrico suministra un ejemplo particularmente llamativo de un fenómeno para cuya interpretación la imagen de partícula es la apropiada. Este efecto consiste en la liberación de electrones de una placa metálica por la acción de la luz. Mientras que la intensidad de la luz incidente determina sólo el *número* de electrones liberados en la unidad de tiempo, se encuentra que la energía de los mismos es independiente de la intensidad de la luz y solamente depende de la longitud de onda (o frecuencia) de la luz incidente. Tal como mostró Einstein en 1905, el fenómeno del efecto fotoeléctrico puede ser descrito cuantitativamente mediante la idea de que la energía E y el momento P de luz de longitud de onda y dirección de propagación dadas permanecen concentrados en el espacio y en el tiempo en «cuantos de luz» o «fotones» de magnitud

$$E=h\nu, P=h/\lambda. \quad (1)$$

Aquí, ν denota la frecuencia, λ la longitud de onda, relacionada con ella por

$$\nu=c/\lambda; \quad (2)$$

c es la velocidad de la luz y h la constante universal introducida por Planck en la teoría de la radiación térmica, conocida como *cuanto de acción*. Para comprender el efecto fotoeléctrico es suficiente asumir que las cantidades elementales de energía y momento dadas por (1) sólo pueden ser emitidas y absorbidas en su totalidad. Esta suposición es asimismo válida para la interpretación de otros fenómenos en los que interviene transformación de energía luminosa.

Se llega pues a la conclusión de que el experimento con la placa semitransparente para luz de baja intensidad descrito anteriormente se revela a favor de la relación lógica uno u otro: un único fotón producirá un efecto sobre una fotocélula o una emulsión fotográfica situadas delante o detrás de la placa, pero no en ambos lados a la vez. Sin embargo, la aplicación de esta imagen de partícula a los fenómenos de interferencia resulta ser impracticable, ya

que si suponemos que un único fotón se propagara por sólo *una* de las posibles trayectorias ópticas que en su conjunto hacen posible el fenómeno de interferencia, el número de veces que se produciría un efecto en un punto —efecto que es siempre proporcional a la intensidad de la luz en ese punto (es decir, al cuadrado de la amplitud resultante), tal como se deduce de la teoría ondulatoria— tendría que depender de la existencia de trayectorias, quizá alejadas, por las que el fotón no se ha propagado. En realidad, esta probabilidad de registrar un impacto experimentaría un cambio esencial si, por poner un ejemplo, el observador obstruyera una de las aberturas, aun cuando a través de la misma no hubiera pasado el fotón. Pero en la imagen de onda, tal operación altera esencialmente las posibles trayectorias de las ondas parciales que determinan la distribución resultante de los impactos del fotón. Además, el resultado es particularmente sorprendente en aquellos puntos en los que la teoría ondulatoria predice intensidad nula, ya que entonces la mera *posibilidad* de aparición de un fotón en uno de tales puntos (o de un número de fotones en el caso general) depende de la totalidad de posibles trayectorias del fotón. El experimento de interferencia decide, por tanto, en favor de la relación lógica «ambos».

Durante largo tiempo este dilema parecía ser insoluble. Sin embargo, la situación experimentó un vuelco inesperado cuando se encontró que la dualidad entre la imagen de onda y la de partícula era *universal*. No se verifica sólo para la luz, sino para todas las partículas materiales, las cuales dan lugar, asimismo, a efectos de interferencia que únicamente pueden ser descritos mediante la imagen de onda. Además, según De Broglie, la frecuencia y la longitud de onda de estas ondas deben de estar relacionadas con la energía y el momento de las partículas por una expresión idéntica a la que se verifica en el caso de la luz (1). (Sin embargo, para ondas materiales (2) ha de ser reemplazada por una expresión más general.)

La primera consecuencia de esto es que existe asimismo una limitación característica en la imagen de partícula no sólo para la luz sino también para la materia. En cinemática ondulatoria se muestra fácilmente que, en general, estas superposiciones de ondas, denominadas *paquetes de ondas*, deben contener un intervalo $\Delta (1/\lambda)$ de números de onda (inverso de las longitudes de onda) en su espectro que sea mayor cuanto menor sea la extensión espacial del paquete y viceversa. En general, el producto

$$\Delta x \Delta \left(\frac{1}{\lambda} \right) \sim 1 \quad (3)$$

es al menos de orden de magnitud 1. De la relación fundamental entre longitud de onda y momento (1), se sigue que

$$\Delta P \Delta x > h \quad (4)$$

(donde P y x se refieren a componentes de la misma dirección de los vectores correspondientes). Este es el contenido del célebre principio de incertidumbre de Heisenberg. No es posible adscribir simultáneamente a un cuerpo material una posición exacta y un valor exacto de su momento, sea este cuerpo macroscópico o atómico, esté cargado eléctricamente como un electrón o sea eléctricamente neutro como un fotón. En la imagen de onda no existen «paquetes» que contradigan la relación (3). (Un resultado análogo se verifica para la energía y el tiempo, pero no es necesario tratarlo aquí.)

Este principio universal de indefinición o incertidumbre nos posibilita comprender que la aplicación de las imágenes de onda y partícula deja de ser recíprocamente conflictiva, ya que los dispositivos experimentales que sustentan la relación «ambos» (imagen de onda) y aquellos otros que justifican la relación «uno u otro» (imagen de partícula) son *mutuamente excluyentes*. Para decidir si un fotón ha seguido uno u otro de dos (o de varios) caminos, es necesario detectar un retroceso ejercido por el fotón sobre determinadas partes del dispositivo (pantallas, diafragmas, espejos, etc.). Se puede entonces deducir la dirección de propagación del fotón mediante los *teoremas de conservación de la energía y del momento*. Para que la medida de tal retroceso sea posible es necesario no sólo que determinadas partes del dispositivo puedan moverse libremente respecto a otras, sino también que su momento sea conocido con suficiente precisión antes de que interactúen con el fotón. Sin embargo, según la relación de incertidumbre (4) esto significa que las posiciones de esas partes del dispositivo, antes del experimento, sólo pueden ser conocidas con una incertidumbre inevitable. Un examen cuantitativo, que no puedo reproducir aquí, muestra que la cuantía de esta incertidumbre es siempre tal que la definición de la diferencia de fase, requisito para que se pueda llevar a cabo un experimento de inter-

ferencia, se pierde. Por tanto, si se ha demostrado que un fotón no ha seguido, en efecto, una trayectoria concreta, no es necesario tomar en consideración esta trayectoria al calcular las probabilidades de impactos. Por otra parte, un montaje interferencial requiere que existan partes del dispositivo fijas en el espacio cuyo momento siempre está indeterminado. Un montaje interferencial para un fotón es, por consiguiente, un todo único; no puede descomponerse en secuencias causales de eventos sucesivos, en los que esté implicado el fotón, que puedan ser investigadas en el espacio y en el tiempo. Cualquier intento que se hiciera de seguir al fotón en el espacio y en el tiempo destruiría el fenómeno de interferencia por cambios indeterminables en la posición de las partes del dispositivo.

3. El valor finito del cuanto de acción, que impide una subdivisión de los procesos cuánticos individuales, enfrenta al físico con la siguiente situación: es imposible tener en cuenta, mediante correcciones determinables, la influencia del conjunto del aparato de medida sobre el objeto medido. La información que se gana al observar objetos atómicos hay que pagarla por una pérdida irrevocable de algún otro tipo de información. Por ejemplo, las leyes de la naturaleza impiden que el observador adquiera simultáneamente información acerca de la energía y el momento de un objeto y de su localización en el espacio y en el tiempo. Cuál es la información que se gana y cuál es la que irrevocablemente se pierde queda al libre arbitrio del observador cuando elige dispositivos experimentales mutuamente excluyentes. Esta situación es la que Bohr denominó «complementariedad». La imposibilidad de controlar la interferencia entre el acto de observación y el sistema observado es la razón de la imposibilidad de describir objetos atómicos de una manera única a partir de las propiedades físicas usuales. Así, ya no se cumple la condición previa para una descripción de los fenómenos independiente de su modo de observación, adquiriendo los objetos físicos valores dobles o múltiples y, por tanto, carácter simbólico.

Por consiguiente, los observadores o instrumentos de observación que ha de considerar la microfísica moderna difieren de manera esencial del observador objetivo de la física clásica, observador que no es que no pueda influir en el sistema observado, pero cuya influencia puede, en cualquier caso, eliminarse por

correcciones determinables. En microfísica, sin embargo, cada observación es una interferencia de extensión indeterminable tanto con los instrumentos de observación como con el sistema observado, e interrumpe la conexión causal entre fenómenos precedentes y subsiguientes a la misma. La interacción indeterminable entre observador y sistema observado en cada medida hace imposible llevar a buen término la concepción determinista de los fenómenos postulada en la física clásica. Incluso bajo condiciones físicas bien definidas solamente es posible, en general, hacer predicciones estadísticas de los resultados de observaciones futuras, mientras que el resultado de una única observación no está determinado por ley alguna. En este sentido, podemos decir que la irracionalidad se le presenta al físico moderno según la forma de observación elegida (*auswählende*). El curso de los acontecimientos que tiene lugar según reglas predeterminadas se interrumpe por medio de esta observación, evocándose una transformación (*Wandlung**) con un resultado impredecible, una modificación que, por tanto, se concibe como un acontecimiento que sucede de una forma esencialmente no automática¹.

4. Esta situación respecto a la complementariedad en física conduce de forma natural, salvando el reducido campo de esta disciplina, a situaciones análogas relacionadas con las condiciones generales del conocimiento humano. Por supuesto, en física no es necesario utilizar directamente el concepto de conciencia, ya que

* Pauli tiene aquí en mente el significado alquimista; véase *Ciencia y pensamiento occidental* en el ensayo 16 de este volumen.

¹ La operación matemática formal que está correlacionada con una observación real, y cuyo resultado no determinan las leyes teóricas, es la denominada «reducción de paquetes de onda». La función de onda abstracta involucrada (que es en general una magnitud compleja en un espacio multidimensional) tiene el significado de un símbolo que unifica las características contradictorias de las imágenes visualizables (*anschauliche Vorstellungen*). La relación estadística de esta función de onda con series de observaciones sobre sistemas de la misma naturaleza, que han sido sometidos al mismo tratamiento previo, es análoga a la relación, mencionada antes, entre la probabilidad de impacto de un fotón y el campo de onda clásico. Este nuevo tipo de ley natural constituye un enlace entre las ideas de discontinuo (partícula) y continuo (onda) y puede, por tanto, ser considerada como «correspondencia» en el sentido de Bohr, dando lugar a una generalización racional del tipo determinista clásico de una ley de la naturaleza.

se da por supuesto que los instrumentos de observación constituyen un dispositivo de registro automático, con la única hipótesis de que se deberían poder describir en lenguaje ordinario, complementado, si fuera preciso, con la terminología de la física clásica. Los instrumentos de observación ocupan pues el lugar de un sujeto perceptor con recursos técnicos ampliados. De esta forma, la física moderna generaliza el viejo planteamiento antagónico entre sujeto perceptor y objeto percibido a la idea de corte entre observador o instrumento de observación y sistema observado. Mientras que la *existencia* de tal corte es una condición necesaria de la cognición humana, la física moderna considera la *posición* del corte hasta cierto punto arbitraria y como resultado de una elección en cierto modo determinada por condiciones de conveniencia, y, por tanto, de alguna manera, libre.

La relación entre sujeto y objeto posee de hecho connotaciones paradójicas que tienen una analogía trascendental con la relación que encontramos en física cuántica entre los instrumentos de observación y el sistema observado. Bohr caracteriza esta paradoja de cognición como sigue²:

Para describir nuestra actividad mental requerimos, por una parte, confrontar un contenido dado objetivamente con un sujeto perceptor, mientras que por la otra... no se puede mantener una separación nítida entre objeto y sujeto, ya que el sujeto perceptor también pertenece a nuestro contenido mental.

En relación con esto, Bohr señala también que «el análisis consciente de cualquier concepto comparte una relación de exclusión con su aplicación inmediata».

De hecho, el concepto de conciencia requiere un corte entre sujeto y objeto, pero mientras que la *existencia* de tal corte es una necesidad lógica, la *posición* del mismo es hasta cierto punto arbitraria. El no reconocimiento de esta situación da lugar a dos tipos diferentes de extrapolaciones metafísicas que pueden ser descritas como mutuamente complementarias. Una de ellas es la del material o, en general, la del objeto físico cuya naturaleza se supone independiente de la manera en la que es observado. Hemos visto

² N. Bohr, *Atomic Theory and the Description of Nature* (Cambridge, 1934), pág. 96.

cómo la física moderna, obligada por los hechos, ha tenido que abandonar esta abstracción por demasiado restrictiva. La abstracción complementaria es la de la metafísica hindú, que propone un sujeto perceptor puro, sin objeto contrapuesto alguno. Personalmente, no dudo de que esta idea se debe reconocer, asimismo, como una extrapolación insostenible. La mentalidad occidental (*abendländischer Geist*) no puede aceptar semejante concepción de conciencia cósmica suprapersonal sin un objeto correspondiente, debiendo mantenerse en el término medio prescrito por la idea de complementariedad. Contemplado desde este punto de vista, en el concepto de conciencia ya está postulada la dualidad de sujeto y objeto.

En lugar de la conciencia universal oriental carente de objeto, la psicología occidental establece la idea de inconsciente, cuya relación con la conciencia presenta características paradójicas similares a las que encontramos en física. Por una parte, la psicología moderna muestra una realidad, en gran parte objetiva, de la psique del inconsciente; por la otra, cada aportación a la conciencia, es decir, cada observación, genera una interferencia con el contenido del inconsciente que, en principio, es incontrolable. Esto limita el carácter objetivo de la realidad del inconsciente y le confiere una cierta subjetividad.

Tratar otras analogías de la complementariedad física relacionadas con el paralelismo psicofísico dentro del ámbito biológico me llevaría demasiado lejos.

Deseo haber conseguido dar una impresión de la capacidad de síntesis de la idea de complementariedad, que si bien establece, en principio, un límite al campo de aplicación de las concepciones antagónicas, asegura que un sistema conceptual que opere con ellas estará libre de contradicciones.

Probabilidad y física*

Como verá en la separata de mi conferencia sobre «probabilidad y física» que le he enviado, me parece bastante apropiado denominar «el ideal del observador objetivo» a la descripción conceptual de la naturaleza en física clásica, que Einstein desea conservar a toda costa. Por expresarlo de forma radical, el observador, según este ideal, ha de desaparecer por entero y de manera discreta como espectador oculto, nunca como actor, dejando a la naturaleza sola en una sucesión predeterminada de acontecimientos que sea independiente de la forma en la que son observados los fenómenos. Einstein me dijo el pasado invierno que «al igual que la Luna tiene una posición definida independientemente de que la miremos o no, lo mismo debe suceder con los objetos atómicos, ya que no existe distinción precisa posible entre éstos y los objetos macroscópicos. La observación no puede *crear* un elemento de realidad como es el de una posición; debe haber algo contenido en la descripción completa de la realidad física que se corresponda con la *posibilidad* de observar una posición con anterioridad a que la observación haya sido realmente efectuada». Espero haber citado a Einstein correctamente, ya que siempre es difícil citar de memoria a alguien con quien no se está de acuerdo. Es precisamente esta clase de postulado al que yo llamo el ideal del observador objetivo.

Carta de Pauli a Niels Bohr, 15 de febrero de 1955.

El concepto matemático de probabilidad surgió del intento de interpretar, tan objetivamente como fuera posible, la esperanza subjetiva de que ocurra un único suceso. Para llevarlo a cabo, la

* Versión ampliada de una conferencia pronunciada en ocasión de la reunión de la Swiss Society of Natural Sciences en Berna en 1952. Publicada por primera vez en *Dialectica* 8, 112-124 (1954).

esperanza debe ser reemplazada por la frecuencia promedio objetiva de un suceso cuando éste se repite bajo las mismas condiciones. Se supone que cuando el número de repeticiones es grande, la probabilidad de un suceso A difiere muy poco del cociente m/n , donde n es el número de repeticiones y m el número de veces que ha ocurrido el suceso A . Nos encontramos así con la cuestión de una esperanza que se ha de interpretar objetivamente y con la existencia de muchos sucesos.

No es fácil realizar un análisis más profundo de estas cuestiones, ya que, en particular, la transición de la formulación lógico-matemática a la experiencia conlleva profundos problemas epistemológicos. Creo que todo físico se ha de sentir dichoso por disponer de un conjunto impecable de axiomas matemáticos, ya que esto le permite establecer una separación nítida entre problemas de matemáticas y lógica por un lado y problemas físicos de filosofía natural por el otro. Como ha recalcado Van der Waerden ¹, los axiomas del cálculo de probabilidades no incluyen una reducción del concepto de probabilidad a otros conceptos; por el contrario, el concepto de «probabilidad» no puede eliminarse del conjunto de axiomas que constituyen las reglas básicas para su adecuado tratamiento, es decir, no está definido explícita sino sólo implícitamente.

No es necesario dar aquí un sistema de axiomas *in extenso*, pues tal cosa ya se ha hecho desde la vertiente matemática. La escuela británica (Keynes, Jeffreys, Broad) se inclina por la probabilidad *contingente* (probabilidad de p cuando se conoce k^2), y el matemático Kolmogorov ³ formula los axiomas desde el punto de vista de la teoría de conjuntos, lo que quizá resulte menos familiar para el físico.

Los axiomas más importantes son los conjuntivos y disyuntivos de la suma y multiplicación de probabilidades. Ciertamente, las frecuencias de los elementos de clases finitas satisfacen automáticamente los axiomas ⁴.

¹ B.L. van der Waerden: «Der Begriff der Wahrscheinlichkeit», *Studium Generale* 4 (cuaderno 2), 65-68 (1951).

² Cf. Harold Jeffreys, *Theory of Probability*, 2a. ed., Oxford, 1948.

³ A. Kolmogorov, «Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung», *Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete* 2 (cuaderno 3), 195-262 (1933).

⁴ Si A y B son clases finitas, forman el cociente del número de los de la clase B que están en la clase A , dividido por el número total de los de la clase B .

Debo mencionar al pasar el hecho curioso de que no fuera un matemático sino un físico, P.A.M. Dirac, quien tuvo la idea de renunciar al axioma según el cual las probabilidades deben ser números comprendidos entre 0 y 1, aunque mantuvo los axiomas restantes, y que fue también él quien admitió las «probabilidades negativas» (siendo constante y normalizada la suma de todas las probabilidades). Naturalmente, estas «probabilidades» generalizadas no pueden interpretarse ya como frecuencias, y, en consecuencia, la amplia aplicación en física que Dirac esperaba en principio de ellas no pudo llevarse a la práctica. Sin embargo, son ocasionalmente útiles como magnitudes matemáticas auxiliares sin significado físico directo.

Pero volvamos, tras esta digresión, a las probabilidades ordinarias comprendidas entre 0 y 1. La consecuencia lógica más importante de los axiomas es el teorema de Bernoulli, también conocido como ley de los números grandes. El teorema presupone que la posibilidad de que ocurra un suceso particular en cada una de las repeticiones es siempre la misma, digamos p . La tesis del teorema expresada en lenguaje matemático es: para «todo» par de números positivos (ϵ, δ) «existe siempre» un número entero grande N que tiene la siguiente propiedad: «La probabilidad de que la fracción del número de repeticiones en las que ocurre el suceso, desde N en adelante, difiera de p en un número mayor que ϵ , es menor que δ .»

Debe observarse que esta afirmación no lo es en el sentido de la de un límite. Sólo lo sería si δ fuese sustituida por cero, lo cual, sin embargo, no está permitido. El cálculo de probabilidades exige expresamente la existencia de una probabilidad muy pequeña, pero no nula, para que ocurra un suceso posterior cuya diferencia entre la frecuencia empírica y la probabilidad matemática p sea mayor que ϵ .

En esta forma puramente matemática, el teorema de Bernoulli no es aún susceptible de comprobación empírica. Para ello es necesario incluir por algún lado una regla referente a la actitud en la práctica del observador humano, o del científico en particular, que tenga en cuenta también el factor subjetivo, a saber, que la realización, incluso una única vez, de un suceso muy poco probable sea considerada como imposible hasta cierto punto en la práctica. Teóricamente debe aceptarse que aún existe una posibilidad de error diferente de cero, pero en la práctica se llega a las decisio-

nes reales de esta manera, y, en particular, también a aquellas relativas a la exactitud empírica de las afirmaciones estadísticas de las teorías de la física o de la ciencia natural. Llegados a este punto, se alcanzan finalmente los límites que se fijaron en principio a la posibilidad de llevar a cabo el programa original consistente en hacer racionalmente objetiva la esperanza subjetiva única ⁵.

La primera aplicación del cálculo de probabilidades en física, fundamental para nuestra comprensión de las leyes de la naturaleza, es la teoría estadística general del calor establecida por Boltzmann y Gibbs. Como es sabido, esta teoría condujo necesariamente a la interpretación de la entropía de un sistema como una función de su estado, la cual, a diferencia de la energía, depende de nuestro *conocimiento* acerca del sistema. Si este conocimiento es el máximo que resulta consistente con las leyes de la naturaleza en general (microestado), la entropía es siempre nula. Por otra parte, los conceptos termodinámicos son aplicables a un sistema sólo cuando el conocimiento del estado inicial del mismo es inexacto; entonces, la entropía se mide de forma apropiada mediante el logaritmo de un volumen en el espacio de las fases. El más bello e importante resultado de esta teoría fue la concepción de «irreversibilidad» termodinámica de los procesos como una transición dirigida en el sentido de los estados más probables. Además, dicha concepción condujo a la posibilidad de la existencia de desviaciones reales del comportamiento de sistemas postulados mediante termodinámica fenomenológica, a saber, a los llamados fenómenos de fluctuaciones, que posteriormente han sido confirmados brillantemente por la experiencia.

Esta aplicación del concepto de probabilidad en física, aun siendo fundamental, resultaba lógicamente consistente con una forma determinista de las leyes de la naturaleza. Sin embargo, la perspectiva se ha ampliado a la posibilidad más satisfactoria de que el concepto de probabilidad, separado de cualquier forma determinista y causal de las leyes de la naturaleza, no resulte ser ya susceptible de posterior reducción, es decir, constituya una noción fundamental primaria de la física. Asimismo, el hecho de que las conclusiones inductivas de las ciencias sean siempre probabilísticas ha ayudado a mantener dicha perspectiva.

⁵ Cf. también Van der Waerden, *loc. cit.*

Sin embargo, se debe recalcar que tales consideraciones generales no son por sí mismas suficientes para decidir sobre la presencia o ausencia de un marco determinista de las leyes de la naturaleza. La mecánica ondulatoria, o cuántica, fue la primera capaz de afirmar la existencia de *probabilidades primarias* en las leyes naturales, impidiendo, en consecuencia, su reducción a leyes deterministas mediante hipótesis auxiliares, como es el caso, por ejemplo, de las probabilidades termodinámicas de la física clásica. Esta revolucionaria consecuencia es considerada como irrevocable por la gran mayoría de los físicos teóricos modernos, entre los que se cuentan M. Born, W. Heisenberg, N. Bohr y yo mismo.

La oposición a esto no se hizo esperar, pero, al estancarse en el estadio de esperanzas conservadoras, resultó infructuosa. Además, por la propia naturaleza del caso, esta oposición estuvo dividida desde el principio en dos categorías. Aquella (a la que pertenece Schrödinger) de los que consideran que las ondas son más bellas que las partículas y a los que por ello les gustaría eliminar este último concepto, y la de aquellos otros que siguiendo la teoría original de De Broglie de la «onda guía» en una de sus posibles variantes, serían partidarios de introducir partículas y ondas como mitades coexistentes de una realidad física constituida, de esta forma, por dos partes.

No deseo emprender aquí un discusión detallada sobre los recientes intentos que se han hecho para revivir estas viejas ideas, sino más bien caracterizar las consecuencias epistemológicas de la interpretación estadística de la mecánica ondulatoria, que, en mi opinión, es la única satisfactoria. Según esta concepción, cada dispositivo experimental va acompañado de una interacción indeterminable entre el instrumento de medida y el sistema observado; en consecuencia, cualquier conocimiento adquirido mediante una observación se debe pagar con la irremediable pérdida de algún otro. Cuál es el conocimiento que se gana, y cuál el que se pierde irrevocablemente, depende de la libre elección que haga el experimentador entre dispositivos experimentales mutuamente excluyentes. Es precisamente en la posibilidad de esta libre elección en donde radica el carácter indeterminista de las leyes naturales que postula la mecánica cuántica.

De este modo, la observación adquiere el carácter de algo *irracional*, de algo *realmente único* cuyo resultado es impredecible. Por otra parte, la imposibilidad de subdividir el dispositivo expe-

rimental sin alterar esencialmente el fenómeno, dota de una nueva cualidad de *completitud* a los sucesos físicos. En contraste con este *aspecto irracional* de fenómenos concretos que están determinados por su *realidad*, se encuentra el *aspecto racional* de un orden abstracto en las *posibilidades* de expresión a través del concepto matemático de probabilidad y de la función Ψ .

Matemáticamente, la nueva forma mecano cuántica de las leyes de la naturaleza resuelve de manera muy elegante el problema de la medida de la probabilidad, que es dada por el cuadrado del valor absoluto de un número complejo, la amplitud de probabilidad, la cual cumple unas leyes más simples que la propia probabilidad. Estas leyes confieren a las amplitudes el significado de vectores de un espacio de Hilbert que se pueden superponer linealmente, lo que conduce, por definición, a una métrica intrínseca que es una forma definida positiva⁶.

A pesar de la conclusión lógica y de la elegancia matemática de la mecánica cuántica, existe por parte de algunos físicos una cierta esperanza regresiva de que la situación epistemológica que hemos esbozado pueda no ser la definitiva. Esto se debe, en mi opinión, a la fuerte carga inherente a las formas de pensamiento tradicionales incluidas en las denominaciones de «ontología» o «realismo». Incluso aquellos físicos que no se consideran completamente «sensualistas» o «empiristas» deben plantearse la cuestión de lo que es posible demandar como consecuencia del carácter de postulado de estas formas tradicionales de pensamiento, y de lo que es inevitable a causa de la existencia de la mecánica cuántica, es decir, interrogarse acerca de si estas formas de pensamiento son una condición necesaria para que la física esté al alcance de todos o si se deben plantear formas de pensamiento más generales opuestas a ellas. El análisis de los fundamentos teóricos de la mecánica ondulatoria o cuántica ha demostrado que la segunda alternativa es la correcta.

Estas formas de pensamiento, por lo que a su aplicación a la física se refieren, han sido formuladas, por poner un ejemplo, recientemente y de forma clara por Einstein de la siguiente manera⁷: «Hay algo como el estado real de un sistema físico que existe

⁶ Para las «probabilidades negativas» mencionadas anteriormente, la métrica correspondiente es una forma cuadrática indefinida.

⁷ Louis de Broglie, *Physicien et penseur*, París, 1952, pág. 6.

objetivamente con independencia de cualquier observación o medida y que se puede describir, en principio, mediante las formas de expresión que se utilizan en la física.» Sin embargo, estas formulaciones de Einstein no dejan de ser una paráfrasis del ideal de una forma especial de la física, a saber, la forma «clásica». A este ideal al que tan pertinazmente ha recurrido Einstein yo lo denominaría el del *observador objetivo*. En realidad, «existente» y «no existente», o «real» y «ficticio», no son caracterizaciones únicas de cualidades complementarias. Éstas sólo son susceptibles de ser confirmadas mediante series estadísticas de experimentos que utilizan dispositivos diferentes y libremente elegidos y que pueden, en algunos casos, ser mutuamente excluyentes. La nueva teoría, por el contrario, generaliza estos ideales y postulados clásicos. Sometida al empuje de los fenómenos físicos contenidos bajo el epígrafe «valor finito del cuanto de acción», esta generalización lógica ha emergido en una síntesis más amplia como una solución finalmente satisfactoria de las contradicciones originales: la inclusión matemática en la mecánica cuántica de las *posibilidades* de sucesos naturales ha resultado ser un marco suficientemente amplio como para abarcar también la *realidad* irracional de un único suceso. Asimismo, al incluir tanto los aspectos racionales como los irracionales de una realidad esencialmente paradójica, se la podría designar como una teoría de lo conveniente⁸.

Me parece enormemente significativo que el concepto matemático de probabilidad tenga también su propia justificación en esta nueva situación que denominamos «complementariedad». Parece que le correspondiera a un nivel muy profundo una realidad natural, ya que ha suministrado una base lógica sólida para el tipo de ley de la naturaleza que generaliza la explicación clásica y determinista de la misma proporcionando el nexo entre continuo (onda) y discontinuo (partícula), y para el cual yo he sugerido el nombre de «correspondencia estadística»⁹.

⁸ Se puede, siguiendo a F. Gonseth, designar a la interacción de los dos aspectos como «dialéctica».

⁹ *Experientia* 6 (cuaderno 2), 72-75 (1950).

* Compárese nota 1 del ensayo 2 de este volumen.

En el sesenta aniversario de Niels Bohr*



Niels Bohr (1885-1962)

Fotografía publicada en *Reviews of Modern Physics* 17, 97 (1945) en ocasión de la celebración de su sesenta aniversario (cortesía del archivo de Niels Bohr, Copenhagen).

* Publicado por primera vez en inglés en *Reviews of Modern Physics* 17, 97 (1945).

El sesenta aniversario de Bohr fue celebrado con grandes festividades, pero en el auténtico espíritu de Copenhague. Por la mañana hubo una reunión en el instituto con Rozental como conferenciante. Los discursos y regalos corrieron a cargo de Møller, Jacobsen y otros miembros del instituto como Klein, Rosenfeld, Hylleraas y Gustafson. Se le entregaron las publicaciones con dedicatorias en danés y noruego, y, por supuesto, el nuevo número del *Journal of Nuclear Physics*. Entre los obsequios había una bonita y bien hecha miniatura de Van de Graaff. (Broström y su gente estuvieron trabajando toda la noche para construirla.) También se proyectaron algunas películas y dibujos cómicos. Como es obvio, Bohr disfrutó con esta forma de celebrar su cumpleaños tanto como lo hicimos todos.

Por la tarde hubo una recepción oficial en Carlsberg, a la que asistieron representantes del gobierno danés y de las asociaciones científicas, primeros ministros, etc. A Bohr le fue entregado un regalo de unas 400.000 coronas danesas destinadas a la Fundación Niels Bohr, recaudadas en círculos financieros daneses.

La cena en Carlsberg fue muy divertida y alegre, ya sabe la anfitriona tan encantadora que es la señora Bohr. Durante la cena escuchamos primero el programa especial que emitió la radio danesa dedicado a Bohr, quien pronunció entonces un largo discurso (no muy fácil de entender), el cual fue contestado más tarde por su viejo amigo el químico Bjerrum. Bohr estuvo también acompañado por una procesión de 3.000 estudiantes que portaban antorchas, a los que se dirigió con un maravilloso discurso. Se le veía profundamente conmovido. Verdaderamente, fueron un día y una noche inolvidables para todos nosotros.

Carta de Lamek Hulthén a Pauli de 13 de noviembre de 1945.

El presente volumen, al que han contribuido a pesar de los tiempos adversos científicos de muchos países de tres continentes, constituye una prueba de que realmente el sesenta cumpleaños del profesor Niels Bohr, que tuvo lugar el 7 de octubre de 1945, no fue únicamente un día de celebración personal y privada para él sino de obligado cumplimiento para toda la comunidad de físicos¹.

¹ Cada uno de los autores que ha contribuido a este número desearía expre-

Aun cuando en cualquier época los estudiantes destacados han conseguido sus intuiciones fundamentales trabajando en solitario y aislados del mundo, Niels Bohr, gracias a su genial personalidad se relacionó, a medida que se desarrollaba su trabajo científico y su propia formación, con un número cada vez mayor de personas, entre las que encontró muchos colaboradores y discípulos. Después de dos años decisivos en el laboratorio de Rutherford en Manchester volvió en 1916 como profesor a Copenhague, su lugar de nacimiento, donde en 1920 se fundó el Institut for Teoretisk Fysik. Pronto este instituto atrajo a Copenhague, considerada como «la capital de la física atómica», a científicos de todas las partes del planeta. Como director del laboratorio que estaba vinculado al instituto, Bohr encontró la oportunidad, al mismo tiempo que realizaba su principal trabajo teórico, de supervisar la investigación experimental por la que había sentido un interés entusiasta desde muy joven. El descubrimiento del elemento hafnio realizado en este laboratorio por Coster y Hevesy fue consecuencia tanto de la estrecha colaboración entre investigación teórica y experimental como de la existente entre física y química, disciplinas que se habían fundamentado por primera vez sobre principios comunes en la teoría de la estructura atómica de Bohr. Así como la teoría de Bohr unificó distintas ramas de la ciencia, él mismo, en disertaciones en congresos internacionales y en las cuidadosamente planificadas conferencias de Copenhague, integró los diversos puntos de vista científicos y las actitudes epistemológicas de los físicos, comunicando de este modo a todos los participantes en aquellas reuniones la sensación de pertenecer a una gran familia a pesar de sus disensiones.

Sin entrar en detalles sobre el trabajo de Bohr, caracterizaremos brevemente algunos aspectos del desarrollo general de los conceptos fundamentales de la teoría cuántica de la estructura de los átomos. Esta teoría tuvo su comienzo propiamente dicho cuando Bohr logró la afortunada síntesis del átomo nuclear de Rutherford con las ideas basadas en la existencia del cuanto de acción implicado en la teoría de la radiación calorífica de Planck,

— sobre su deuda personal y su gratitud al profesor Bohr, pero los editores han encargado al autor de este escrito que transmita este mensaje en nombre de todo el grupo. El autor queda muy agradecido al doctor M. Delbrück, del departamento de física de la Universidad de Vanderbilt, por la traducción al inglés del manuscrito original, así como por las sugerencias relativas a su contenido.

y el posterior desarrollo de éstas en la interpretación que hizo Einstein del efecto fotoeléctrico. Bohr formuló originariamente sus postulados de la forma siguiente ²:

1) Que el equilibrio dinámico de los sistemas en los estados estacionarios se puede analizar con ayuda de la mecánica ordinaria, mientras que las transiciones de los sistemas entre diferentes estados estacionarios no se pueden tratar bajo este punto de vista.

2) Que estos últimos procesos van acompañados de la emisión de una radiación *homogénea*, en la que la relación entre la frecuencia y la cantidad de energía emitida es dada por la teoría de Planck.

Con estos postulados, Bohr consiguió una interpretación teórica de las regularidades de los espectros que se consideraban hasta entonces desconcertantes. La ambigüedad del fundamento conceptual —claramente expresada en la formulación del primer postulado— mediante el cual se realizó esta interpretación, se hizo particularmente evidente con la asunción de dos clases de frecuencias que, según ambos postulados, se suponían distintas entre sí en el caso general, aunque coincidían en la imagen clásica, característica que era discutible para muchos físicos. Por un lado estaban las frecuencias de la radiación emitida asociada a un par de estados estacionarios, los estados inicial y final de un «proceso de transición», y, por otro, las frecuencias cinemáticas de las partículas en las órbitas mecánicas correspondientes a sus estados estacionarios.

Sin embargo, el desarrollo posterior, que condujo a la eliminación del concepto de órbita mecánica a partir de la descripción teórica, fue previsto por Bohr en su célebre «principio de correspondencia» o «argumento de correspondencia». Demostró así, en primer lugar para sistemas con movimientos periódicos simples, que en el caso límite de los números cuánticos grandes, en los que los valores de la energía de los distintos estados estacionarios les hace estar relativamente próximos, las frecuencias de emisión calculadas por medio del segundo postulado coinciden asintóticamente

² N. Bohr, *Philosophical Magazine* 26, 1 (1913), contenido como artículo I en *Abhandlungen über Atombau* (Friedrich Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1921); traducido del *Philosophical Magazine* de 1913-1916, incluyendo el artículo que fue retirado de la publicación en 1916.

mente con los armónicos $\tau\omega$ de la frecuencia fundamental ω de la órbita mecánica periódica, si se identifica el entero τ con la diferencia $n' - n''$ de los valores de los números cuánticos de los estados inicial y final respectivamente³. Sin embargo, según la concepción clásica estas frecuencias deberían emitirse todas simultáneamente, y de acuerdo con la teoría cuántica, la existencia de las distintas transiciones es descrita por leyes estadísticas que fueron formuladas por vez primera por Einstein en su forma general (emisión espontánea, emisión estimulada y absorción). En el caso límite de los números cuánticos grandes antes mencionado, la frecuencia de que ocurra una transición es proporcional al cuadrado de la amplitud del armónico «correspondiente»; de este modo, las amplitudes del movimiento mecánico se convierten en «amplitudes de probabilidad». Kramers, un discípulo de Bohr, ha demostrado cómo se puede utilizar esta correspondencia para estimar las intensidades de las líneas espectrales también en el caso de números cuánticos pequeños.

Ya en 1913, Bohr⁴ demostró que el postulado de la identidad asintótica de las frecuencias mecánicas con las frecuencias dadas por el cociente entre las diferencias de energía de los estados estacionarios y la constante de Planck era suficiente para calcular la constante de la fórmula de Balmer del espectro del hidrógeno, también llamada constante de Rydberg, a partir de la carga y la masa del electrón y del cuanto de acción (incluyendo la corrección debida a la masa finita del núcleo). De los argumentos expuestos en este artículo queda claro que, para el cálculo de esta constante, la hipótesis de la validez exacta de la mecánica clásica para los estados estacionarios no es necesaria si se acepta la fórmula de Balmer como una ley empírica. Partiendo de la ampliación de las reglas de cuantización, realizada en particular por Sommer-

³ N. Bohr, *Philosophical Magazine* 27, 506 (1914) y 28, 394 (1915), contenido en N. Bohr, *Abhandlungen über Atombau* (Friedrich Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1921) como artículos VI y IX. Véase especialmente el artículo X, que fue en principio excluido de la publicación.

⁴ Compárese el ensayo I en N. Bohr, *The Theory of Spectra and Atomic Constitution* (Cambridge University Press, Teddington, Inglaterra, 1922), que es la traducción de un discurso pronunciado con anterioridad en la Sociedad de Física de Copenhague, en diciembre de 1913, y publicado en *Fysisk Tidsskrift* 12, 97 (1914).

feld y sus discípulos, Bohr ⁵ generalizó el principio de correspondencia de modo que también pudiera aplicarse a los llamados sistemas multiperiodicos. Simultáneamente, propició el avance de la teoría de estos sistemas al proponer el método de las perturbaciones seculares de las que Kramers hizo interesantes aplicaciones.

Esta teoría se mostró válida incluso para interpretar cualitativamente las propiedades de átomos complicados, y permitió clasificar sus niveles de energía mediante números cuánticos, establecer reglas de selección, interpretar los espectros de rayos x y describir la formación de las capas más internas del sistema periódico incluyendo las tierras raras. A pesar de estos logros, se hacía cada vez más evidente que una formulación cuantitativa del contenido expresado en el principio de correspondencia, en particular el cálculo de las probabilidades de transición y de los niveles de energía de los átomos con más de un electrón, sólo sería posible si se abandonaba la idea de visualizar los estados estacionarios por medio de la cinemática clásica. Durante mi estancia en el instituto de Bohr en Copenhague durante 1922 y 1923 me impresionó la cautela con la que Bohr utilizaba estos modelos clásicos en contraste con otros físicos. Él siempre recalcó su carácter provisional, y en sus deducciones prefirió ceñirse al caso límite de los números cuánticos grandes, únicos para los que existía una correspondencia formal entre las teorías clásica y cuántica. Esta actitud se reflejó en una formulación del primer postulado que Bohr ⁶ dio por entonces, y que quiero citar aquí a fin de compararla con la formulación original:

El primer postulado de la teoría cuántica para un sistema atómico aislado establece que entre los movimientos relativos cinemáticamente posibles de las partículas del átomo existen ciertos estados, llamados estados estacionarios, que se distinguen por una estabilidad peculiar que se pone de manifiesto por el hecho de que cada cambio permanente en el movimiento del sistema

⁵ N. Bohr, «On the quantum theory of line spectra», partes I y II. *Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs, matematisk-fysiske Meddelelser* [8] IV, núm. 1 (1918).

⁶ N. Bohr, «On the application of quantum theory to the structure of atoms. Part I: The fundamental postulates», Suplemento de *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 1924. Trad. ing. a partir de *Zeitschrift für Physik* 13, 117 (1923).

aislado debe de consistir en una transición completa desde el estado estacionario original hasta otro.

La hipótesis de la validez de la mecánica clásica en el caso de los estados estacionarios fue formulada aparte de los postulados fundamentales. Tenemos aquí un ejemplo de la sutileza del estilo de Bohr. Para aquellos lectores que no estén familiarizados con el desarrollo histórico de sus publicaciones, estos matices de significado serán difíciles de apreciar. Él sabía bien lo que *no* quería decir cuando se esforzaba en utilizar largas frases para explicarse en sus trabajos científicos.

La actitud crítica hacia el uso de las imágenes mecano-cinéticas condujo a otro desarrollo. Aunque se abandonaron pronto dudas momentáneas, como las de la validez exacta de las leyes de conservación de la energía y del momento aplicadas a procesos elementales individuales, se demostró la utilidad de la imagen de los osciladores virtuales introducida en este contexto como una generalización de los osciladores de la teoría clásica del electrón de la refracción de la luz. Utilizando este concepto y extrapolando audazmente el resultado de la mecánica clásica, Kramers estableció la primera ley que se verifica exactamente incluso en el caso de los números cuánticos pequeños, fórmula que relaciona los fenómenos de dispersión con las probabilidades de transición de la emisión espontánea de la luz. Más tarde, su uso se extendió al estudio de la difusión incoherente de la luz, y en otros casos también fue posible conjeturar correctamente las reglas cuantitativas que tendrían que satisfacer las energías de los estados estacionarios y las amplitudes de probabilidad.

El terreno ya estaba abonado para dar el paso decisivo que llegó con la teoría de matrices de Heisenberg (1925). En esta teoría se obtuvieron por vez primera, a partir de un formalismo matemático coherente, las amplitudes de probabilidad de los osciladores virtuales y los valores de las energías de los estados estacionarios. Inmediatamente después Schrödinger (1926), utilizando la idea de las ondas de materia de De Broglie, descubrió su famosa ecuación de onda cuyas soluciones periódicas demostraron ser equivalentes a las de la teoría de matrices. A partir de entonces se pudo ya disponer de los métodos formales necesarios para una descripción consistente de los fenómenos cuánticos; sin embargo, aún hubo que resolver muchos problemas de interpretación física

a fin de elucidar los fundamentos de la teoría. Las discusiones del Congreso Solvay de 1927, en el que Bohr participó, mostraron una clara imagen de estas dificultades. Después de la interpretación estadística que hizo Born de la función de Schrödinger, y del establecimiento de la teoría de las transformaciones de la mecánica cuántica general, cuidadosamente elaborada por Dirac, estos temas evolucionaron hacia una mayor claridad. Finalmente, Heisenberg descubrió su principio de indeterminación e intuitivamente constató su gran importancia, pero fue Bohr quien hizo una sencilla y correcta deducción de este principio a partir de las propiedades de los paquetes de ondas, deducción que todavía puede hallarse en todos los libros de texto⁷. También puntualizó la importancia de la solución general dependiente del tiempo de la ecuación de Schrödinger, en el debate mantenido sobre el retorno a la mecánica clásica, en aquellos casos en los que la difusión de los paquetes de ondas es insignificante.

Mediante una pormenorizada discusión basada en numerosos experimentos mentales, Bohr demostró que el concepto de complementariedad caracteriza el contenido físico esencial de las nuevas teorías. En armonía con el principio de indeterminación, definió este concepto con las siguientes palabras:

Cualquier aplicación de los conceptos clásicos dada imposibilita el uso simultáneo de aquellos otros conceptos clásicos que, aun en una relación diferente, son igualmente necesarios para la aclaración de los fenómenos⁸.

Son ejemplos bien conocidos de esta mutua exclusión los siguientes conceptos: el momento y la posición de una partícula, el retroceso en la emisión de un fotón y la coherencia de la luz emitida en diferentes direcciones, y la onda y el corpúsculo. Según Bohr⁹, la noción de complementariedad sirve

para simbolizar la limitación básica, hallada en la física atómica, de nuestra arraigada idea acerca de que los fenómenos existen con independencia del medio con el que se los observe.

En verdad, es esta limitación la que hace a la teoría lógicamente consistente. Los «procesos de transición» de la teoría en su forma original han sido ahora sustituidos por la selección discontinua de las posibilidades teóricas de un suceso mediante el acto de la observación, por «el aquí y el ahora». Las propias posibilidades teóricas están sometidas a leyes estadísticas con amplitudes de probabilidad que varían continuamente como funciones del tiempo.

Bohr siempre ha considerado a la mecánica cuántica como la realización precisa del programa que tenía en mente cuando formuló originariamente sus postulados fundamentales, y en consonancia con ella caracteriza¹⁰ así el «argumento de correspondencia» cuando expresa:

Nuestro empeño es obtener, por medio de una utilización convenientemente limitada de los conceptos mecánicos y electromagnéticos, una descripción estadística de los fenómenos atómicos que se muestre como una generalización racional de las teorías físicas clásicas, a pesar del hecho de que el cuanto de acción, desde el punto de vista de éstas, deba ser considerado como una irracionalidad.

En realidad, la mecánica ondulatoria, o mecánica cuántica, en su formalismo actual puede considerarse como la clave para trasladar los resultados de la teoría clásica a un lenguaje cuántico compatible con la existencia del cuanto de acción. Una excelente herramienta que ha demostrado su utilidad para ello ha sido el formalismo canónico que expresa las ecuaciones del movimiento a partir de la llamada función de Hamilton o hamiltoniano. Sin embargo, aun adoptando la forma del hamiltoniano de la teoría clásica, la mecánica cuántica incorpora a su vez una dualidad en su fundamento, a saber, los conceptos de la mecánica de partículas y los de la teoría del campo electromagnético de Maxwell y Lorentz. En consecuencia, la forma actual de la teoría cuántica no explica el atomismo de la carga eléctrica ni establece una relación lógica entre el cuanto elemental de carga y el cuanto de acción.

¹⁰ Véase N. Bohr, «Light and Life», *Nature* 131, pág. 422.

⁷ Véase ensayo I en N. Bohr, *La teoría atómica y la descripción de la naturaleza*, Alianza, Madrid, 1988.

⁸ *La teoría atómica y la descripción de la naturaleza*.

⁹ Véase N. Bohr, «Light and Life», discurso pronunciado en el International Congress on light-therapy de Copenhague, agosto de 1932; *Nature* 131, 421 y 457 (1933), pág. 423. [Compárese también *Die Naturwissenschaften* 21, 245 (1933).]

Independientemente de lo que se pueda pensar acerca de los orígenes de la mecánica cuántica desde un punto de vista epistemológico, es bastante evidente, teniendo en cuenta la situación que surgió por la creación de esta teoría, que la vía de un desarrollo futuro no va a retroceder sino a avanzar. Pensamos que los indicios acerca de cuál será la dirección específica de este avance surgirán no tanto de discusiones y postulados filosóficos como de nuevos resultados experimentales concernientes a las reacciones de partículas elementales, especialmente en la región de altas energías, y posiblemente del enriquecimiento, mediante la introducción de nuevos conceptos formales, del estudio teórico de aquellas consecuencias de la teoría que revelan una limitación en la aplicación de su formalismo matemático. Una de estas limitaciones la encontramos en la aplicación de la mecánica cuántica a la interacción entre la radiación electromagnética y los electrones. Por un lado, esta interacción, cuando se desarrolla en serie de potencias de la constante de estructura fina, conduce, debido a la pequeñez de esta constante, a una aproximación útil para los procesos de emisión, absorción y difusión de fotones sólo cuando se utiliza el término del desarrollo en el que primero tiene lugar el proceso concreto. Por otro lado, en el formalismo lógicamente completo de la teoría en el que se cuantiza el propio campo electromagnético (electrodinámica cuántica), las aproximaciones más altas son divergentes. En consecuencia, algunos efectos débiles (pero susceptibles de ser medidos experimentalmente) no pueden calcularse de forma precisa con esta teoría. Como ejemplo podemos citar la influencia de la emisión de una pequeña cantidad de energía, en forma de muchos fotones de baja frecuencia, sobre la sección eficaz de difusión de electrones bajo un ángulo especificado por un campo de fuerzas coulombiano, un efecto que debe dar lugar a términos de corrección en la bien conocida fórmula de Rutherford. Los ingeniosos intentos que en fechas recientes se han hecho para extender la teoría a estos débiles efectos electrodinámicos no parece que hayan tenido el éxito suficiente. Es por tanto probable que las divergencias de la teoría no puedan resolverse sin atacar directamente problemas más básicos que permanecen intactos en la teoría actual. De entre ellos, los más importantes son los que se refieren a la interpretación del cuanto elemental de carga eléctrica y a la predicción teórica de los tipos de partículas elementales que existen en la naturaleza, así como a la de sus masas.

Podría parecer que esta opinión está también en consonancia con una interesante publicación de Bohr y Rosenfeld ¹¹ relativa a la interpretación física de las relaciones de incertidumbre involucradas en la electrodinámica cuántica del campo electromagnético de la radiación libre. En este artículo Bohr demuestra ser, como tan a menudo, un maestro en el uso de los experimentos mentales. Se ha demostrado que las relaciones de incertidumbre requeridas por la electrodinámica cuántica para los valores de las diversas componentes de campos intensos, promediadas sobre áreas finitas espacio-temporales, se verifican realmente por principio. Este artículo es una buena ilustración de un comentario que hace mucho tiempo hizo Bohr al autor de este escrito. Dijo que su interés en la física no era tanto el de un matemático como el de un artesano y un filósofo. En el artículo antes referido, esta fructífera combinación queda reflejada en el hecho de que los complicados mecanismos de resortes y estructuras se basan en el sencillo principio de que se pueden usar como cuerpos de prueba cuerpos extensos con una distribución prácticamente uniforme de carga y de masa, en tanto que no se introduzcan hipótesis restrictivas en cuanto a las partículas elementales que existen en la naturaleza. Como han señalado Bohr y Rosenfeld, se puede esperar una nueva situación epistemológica sólo si la constitución atómica de los cuerpos de prueba se considera una característica esencial del argumento.

La extensión de este ensayo no me permite comentar las interesantes aplicaciones del punto de vista epistemológico de la complementariedad de Bohr a los dominios de la biología y de la psicología ¹². Sin embargo, la física volverá con toda probabilidad, trascendiendo el argumento de correspondencia, a los problemas de las partículas elementales y a aquel más estrechamente relacionado con la naturaleza de las fuerzas nucleares. Es evidente que esta física del futuro necesitará, al igual que el anterior desarrollo de la física atómica, de coherencia intelectual y de un sentido unificador. El profesor Niels Bohr, cuyo interés por los problemas de

¹¹ N. Bohr y L. Rosenfeld, «Zur Frage der Messbarkeit der elektromagnetischen Feldgrößen», *Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs, matematisk-fysiske Meddelelser* XII, núm. 8 (1933).

¹² Véase N. Bohr, *Atomic Theory and the Description of Nature. La teoría atómica y la descripción de la naturaleza*, Alianza, Madrid, 1988, Estudio preliminar y Ensayos III y IV.

la estructura nuclear y de la radiactividad se remonta a aquellos días que compartió con su maestro lord Rutherford y sus colaboradores, será llamado más que cualquier otro a desempeñar un papel importante en el cumplimiento de esta difícil tarea. Por ello, sus amigos y alumnos pueden permitirse expresar, en su 60 cumpleaños, el deseo de que las circunstancias le permitan reanudar pronto las conferencias de física en Copenhague, que tan fructíferas y estimulantes han sido para todos los que han asistido a ellas.

5

Contribuciones de Sommerfeld a la teoría cuántica*



Arnold Sommerfeld (1868-1951)

Fotografía de principios de los años 20, cuando Pauli y Heisenberg estaban estudiando física en Munich. En la pizarra, la fórmula de Balmer para la línea de Paschen en el infrarrojo y el dibujo de las órbitas correspondientes según la teoría atómica de Bohr-Sommerfeld. (Procedencia: Albert Einstein / Arnold Sommerfeld, Briefwechsel, cortesía de Armin Hermann, Schwabe & Co. AG, Basilea, 1968)

* Dedicado a A. Sommerfeld en su 80 aniversario, celebrado el 5 de diciembre de 1948. Publicado por primera vez en *Die Naturwissenschaften* 35, 129 (1948).

Tendré mucho gusto en contribuir con un trabajo al homenaje que la *Zeitschrift für Naturforschung* prepara para conmemorar el 80 cumpleaños de Sommerfeld, bajo la condición de que antes del 31 de julio de 1948 consiga tener algo idóneo para publicar.

Esto es muy posible, puesto que últimamente he vuelto a ir a parar a la electrodinámica cuántica, en relación con los experimentos realizados en Estados Unidos sobre el desplazamiento de los niveles S del átomo de hidrógeno (recientemente constatado por un efecto análogo en las líneas He^+) y los demás experimentos que inducen a pensar que el factor magnético del electrón libre es un 0,12 por 100 mayor que un magnetón. Quizá vuelva más tarde sobre esta cuestión.

Carta de Pauli a Werner Heisenberg, 22 de enero de 1948.

El trabajo de la primera época de A. Sommerfeld trató, en parte, sobre aplicaciones de las matemáticas de la teoría ondulatoria, como la integración de las ecuaciones de Maxwell en problemas de difracción y de telegrafía sin hilos, y, en parte, sobre problemas de la teoría clásica del electrón. Los rayos x que se emiten al frenarse los electrones le habían ya familiarizado con la teoría cuántica¹; y la teoría formal de Voigt sobre el efecto Zeeman anómalo del doblete de los espectros, que él fue capaz de simplificar sustancialmente al considerar la emisión en lugar de la absorción², le hizo entrar en contacto con la gran complejidad de los problemas relacionados con la interpretación de los espectros. Poco después, el modelo nuclear del átomo de Rutherford, a través del trabajo fundamental de Bohr (a partir de 1913), se fusionó con la teoría cuántica de la radiación térmica de Planck, y la constante de Rydberg de los espectros se redujo al cuanto de acción y a la carga y a la masa del electrón (con una corrección suplementaria para incluir el movimiento del núcleo). Fue a finales de 1915 cuando Sommerfeld, fuertemente impresionado por este nuevo descubrimiento, volvió su atención a la interpretación teórica de los espectros y a los problemas asociados con la estructura atómica. Se puede decir que este período marcó el comienzo de un nuevo capítulo en la actividad científica de Sommerfeld, lo que signi-

ficó no sólo un cambio en la temática de sus estudios sino también un cambio fundamental en los métodos empleados en su trabajo. Fue una afortunada circunstancia que Sommerfeld reconociese el significado formal de las integrales de fase sobre las llamadas coordenadas de separación de un sistema mecánico y que las aplicase inmediatamente en sus primeros artículos, publicados bajo el título *Sobre la teoría cuántica de las líneas espectrales*³, al movimiento de un único electrón que describe elipses keplerianas simplemente periódicas bajo influencia de la atracción coulombiana del núcleo, sin tomar en consideración la degeneración de este sistema. Igualando las integrales de fase de cada una de las dos coordenadas polares r y φ , extendidas a un período completo, a múltiplos enteros del cuanto de acción, introdujo en la teoría un número cuántico azimutal n_φ además del número cuántico radial n_r . Sin embargo, si se asume la mecánica newtoniana, esto no aporta resultados nuevos en comparación con la teoría de Bohr, ya que en este caso la energía total depende solamente de la suma $n = n_r + n_\varphi$, donde n es el llamado número cuántico principal. No obstante, el cálculo de Sommerfeld le permitió generalizar su resultado al caso en el que se considere la dependencia de la masa del electrón con su velocidad, como exige la teoría de la relatividad especial. Esto conduce a una rotación superpuesta del perihelio de la elipse, y, en consecuencia, a la eliminación de la degeneración. La energía del sistema depende, por tanto, de los dos números cuánticos n_r y n_φ por separado, un resultado que abrió el camino al esquema de la teoría entonces en uso de los sistemas simplemente periódicos. Sommerfeld advirtió inmediatamente la posibilidad de aplicar la teoría a la estructura fina de los espectros del hidrógeno (resultado que fue pronto completamente confirmado por las medidas de Paschen del espectro del helio ionizado) y a los dobletes relativistas equivalentes de los espectros de rayos x, así como a las series espectrales de átomos más pesados, en los que la influencia del «corazón» atómico sobre un electrón más externo (*Leuchtelektron*) se puede representar aproximadamente por un campo central no coulombiano. En este caso no hay degeneración incluso cuando no se considere la variación relativista de

¹ A. Sommerfeld, informe al Congreso Solvay, Bruselas, 1911.

² A. Sommerfeld, *Göttinger Nachrichten*, mat.-fis., Klasse (1914).

³ A. Sommerfeld, *Sitzungsberichte der Münchener Akademie der Wissenschaften*, págs. 425, 459 (1915); pág. 131 (1916). *Annalen der Physik* 51, 1, 125 (1916) («Teoría cuántica de las líneas espectrales»).

la masa, y los términos s , p , d , que en el átomo de hidrógeno están muy próximos, aquí están ampliamente separados. La teoría cuántica general de los llamados sistemas mecánicos multiperiodicos se desarrolló rápidamente a partir del trabajo de Sommerfeld. Fue formulada independientemente en 1916 por Epstein ⁴ y Schwarzschild ⁵ y aplicada con éxito al efecto Stark del espectro del hidrógeno. A pesar de la total concordancia en los resultados, se puede distinguir una diferencia entre los puntos de vista de ambos autores. Mientras que en el trabajo de Epstein, discípulo de Sommerfeld, se pone el énfasis en la separación de las variables del problema mecánico en coordenadas adecuadas, Schwarzschild incide en las propiedades de periodicidad de la órbita mecánica. Las integrales de fase sobre las variables de separación están íntimamente relacionadas con el problema de la división del espacio de las fases en celdas finitas, que surge de forma natural desde un punto de vista termodinámico y que fue tratada en un artículo de Planck ⁶ que se publicó al mismo tiempo. Por otra parte, el método de las «variables angulares», con las que Schwarzschild estaba familiarizado como astrónomo que era, ha demostrado ser más útil en lo que se refiere al principio de correspondencia de Bohr y al método de las perturbaciones seculares derivado de la mecánica celeste. Las variables angulares son coordenadas del sistema tales que los momentos ordinarios y las coordenadas de posición son funciones periódicas de ellas (por conveniencia, el período suele normalizarse a 1 o bien a 2π), pero a su vez son funciones lineales del tiempo. Todas las frecuencias de las componentes de Fourier del movimiento de un sistema de este tipo son, por tanto, combinaciones lineales con coeficientes enteros de cierto número de frecuencias fundamentales, cuyo número s no es ciertamente mayor que el número f de grados de libertad del sistema, sino que en algunas circunstancias puede ser menor (degeneración). Estas frecuencias fundamentales se deben elegir

de tal modo que no existan relaciones lineales homogéneas con coeficientes enteros entre ellas. Sólo estas «variables de acción» que son canónicamente conjugadas de las variables angulares que corresponden a estas frecuencias fundamentales independientes, cuyo número por tanto coincide con s , poseen un significado físico directo y una definición única. Ya que la energía de un sistema multiperiodico sólo depende de estas s variables de acción, Schwarzschild propuso que tal sistema se debía caracterizar por exactamente s condiciones cuánticas que determinen dichas variables de acción como múltiplos enteros de la constante de Planck.

Esta fue la formulación de las condiciones cuánticas que Bohr utilizó exactamente cuando logró adaptar su ya mencionado principio de correspondencia, que con anterioridad sólo había formulado para sistemas simplemente periódicos, a la teoría general de los sistemas multiperiodicos⁷. El principio de correspondencia afirma que la oscilación de combinación general en el movimiento mecánico, que tiene una frecuencia $\tau_1 \nu_1 + \tau_2 \nu_2 + \dots + \tau_s \nu_s$ (siendo $\tau_1 \dots \tau_s$ enteros positivos, negativos o cero, y $\nu_1 \dots \nu_s$, la base elegida de las frecuencias fundamentales), está asociada con una transición en la que los valores $n'_1 \dots n'_s$ y $n''_1 \dots n''_s$ de los números cuánticos en los estados inicial y final respectivamente difieren exactamente en $\tau_1 \dots \tau_s$. De hecho, es fácil demostrar que en el límite de los números cuánticos grandes la frecuencia de la luz emitida, calculada a partir de la condición de frecuencia $h\nu = E(n'_1 \dots n'_s) - E(n''_1 \dots n''_s)$ coincide asintóticamente con la expresión $(n'_1 - n''_1) \nu_1 + \dots + (n'_s - n''_s) \nu_s$ como consecuencia de la forma adoptada para las condiciones cuánticas de los sistemas multiperiodicos. ¿Cuál es la órbita mecánica cuyas frecuencias fundamentales han de sustituirse aquí por $\nu_1 \dots \nu_s$? Mientras que n sea grande comparado con el correspondiente τ , las diferencias entre los valores de las $\nu_1 \dots \nu_s$ en los estados inicial y final pueden despreciarse y no es necesario responder a esta embarazosa pregunta. Bohr tuvo la feliz idea de que, en cualquier caso, en el límite de los números cuánticos grandes los cuadrados de las amplitudes de cada oscilación componente deben determinar la intensidad de la transición «correspondiente». Extrapolando a los

⁴ P.S. Epstein, *Physikalische Zeitschrift* 17, 148 (1916); *Annalen der Physik* 50, 489; 51, 168 (1916).

⁵ K. Schwarzschild, *Sitzungsberichte der Berliner Akademie der Wissenschaften*, fis.-mat., Klasse, pág. 548 (1916); cf. también conferencia de J.M. Burger, Haarlem (1918).

⁶ M. Planck, *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 17, 407, 438 (1915); *Annalen der Physik* 50, 385 (1916).

⁷ N. Bohr, *Kongelige Danske Videnskabskabernes Selskab Skrifter, naturvidensk. og mat. Afd. 8* Række IV, 1, partes I y II (1918); trad. alem. de P. Hertz titulada *Über die Quantentheorie der Linienspektren* (Braunschweig, 1923).

números cuánticos pequeños esto se reduciría, sin embargo, a meras conjeturas. No obstante, Bohr fue capaz de obtener en algunos casos, a partir de su principio, las *reglas de selección y polarización* válidas incluso para los números cuánticos pequeños; es decir, para aquellos casos en los que para *todas* las órbitas mecánicas de un sistema las oscilaciones con determinados valores de $\tau_1 \dots \tau_s$ no aparezcan (es decir, que su amplitud sea cero) o pertenezcan a una forma concreta de la oscilación. De este modo fue posible que Sommerfeld ⁸ y Debye ⁹ completasen la teoría del efecto Zeeman normal.

Bohr ya había indicado claramente que su principio de correspondencia no debería servir en caso alguno para eliminar la diferencia entre mecánica clásica y teoría cuántica, sino que más bien era un indicador que marcaba el objetivo de una traslación general del tratamiento de un sistema dado por la mecánica clásica a un tratamiento lógicamente coherente de la teoría cuántica. Incluso el propio Sommerfeld mostró cierta aversión hacia el uso del principio de correspondencia, quizá porque no era posible, en el estadio en que se encontraba la teoría en la época, utilizar este principio para obtener resultados generales cuantitativos para los números cuánticos pequeños. También se mostró poco dispuesto a caracterizar un sistema degenerado por menos números cuánticos que el de su número de grados de libertad mecánicos, aunque era perfectamente consciente de que las constantes orbitales, que son diferentes de las *s* integrales de fase determinadas por la regla de Schwarzschild, son muy sensibles a la perturbación por campos de fuerza externos débiles por cuanto sus valores experimentan cambios acumulativos con el tiempo (perturbación secular, en contraste con la perturbación periódica de las *s* integrales de acción). En este punto se debe señalar que esta situación tiene su análogo actualmente en la mecánica ondulatoria. Si un valor de la energía es *g*-veces degenerado, existe asociado un subespacio lineal *g*-dimensional del espacio general de Hilbert de las funciones propias; *cuál* sea el vector particular de este subespacio que describe el estado del sistema (*cada* uno de estos vectores se puede representar como combinación lineal de *g* vectores linealmente indepen-

dientes) depende, antes de la eliminación de la degeneración, de circunstancias imprevistas, siendo sensible a las perturbaciones exteriores al sistema.

Sin embargo, siempre tuve la impresión de que las diferencias entre los métodos de Sommerfeld y su escuela, por un lado, y los de Bohr, por otro, ejercieron una favorable y fecunda influencia en el posterior desarrollo de la teoría. En el período siguiente, el problema fue delimitar más claramente el límite de la validez de la mecánica clásica. Aunque pronto se puso de manifiesto que la mecánica clásica debía fracasar ya en la explicación del espectro del helio, puesto que el problema de dos electrones no conduce a órbitas multiperiodicas, al principio se concibieron falsas esperanzas en cuanto al alcance de la teoría de los sistemas multiperiodicos. Más tarde se reveló, además, que en el caso de estos sistemas el tratamiento de los estados estacionarios por medio de la mecánica clásica no conducía necesariamente a resultados correctos, y que en realidad la utilidad de esta teoría, incluso para números cuánticos pequeños, estaba restringida a sistemas muy especiales y era más o menos fortuita. En este contexto, el principio de correspondencia fue muy útil para separar las aplicaciones de la teoría, en las que la mecánica clásica se usaba simplemente para interpretar las reglas de selección y de polarización sobre la base del tipo de orbital general, o sólo en el límite de los números cuánticos grandes (como por ejemplo en la obtención de la fórmula para la constante de Rydberg), de aquellas otras en las que se acude de forma esencial a los pormenores de los modelos mecánicos (como por ejemplo la exclusión de ciertas órbitas en el átomo de hidrógeno).

En esa época, Sommerfeld se encontró lógicamente obligado a abandonar cada vez más los modelos clásicos y a volver a la clasificación de los términos espectrales mediante números cuánticos, así como a buscar leyes empíricas sencillas gobernadas por números enteros. No podemos seguir refiriéndonos a esta época sin considerar su tratado fundamental, *Atombau und Spektrallinien*¹⁰, en el que se combina de forma magistral la abundancia de material con la capacidad para proporcionar información esencial casi

⁸ A. Sommerfeld, *Physikalische Zeitschrift* 17, 491 (1916) («Teoría del efecto Zeeman de las líneas del hidrógeno, con un apéndice sobre el efecto Stark»).

⁹ P. Debye, *Physikalische Zeitschrift* 17, 507 (1916).

¹⁰ A. Sommerfeld, *Atombau und Spektrallinien*, Vieweg, Braunschweig: 1ª ed. (1919); 2ª ed. (1920); 3ª ed. (1922); 4ª ed. (1924); *Wellenmechanischer Ergänzungsband* (1929); 5ª ed. vol. I (1931), vol. II (1939).

a cualquier tipo de lector. En el Prefacio de la primera edición, además de recordar las elipses de Kepler evoca el propio espíritu de éste cuando escribe*:

El lenguaje de los espectros que hoy día escuchamos es auténtica música de las esferas en el interior del átomo, acordes de relaciones enteras, un orden y una armonía que, pese a la diversidad del conjunto, alcanza gran perfección. La teoría de las líneas espectrales llevará para siempre el nombre de Bohr, pero a partir de ahora el nombre de Planck estará permanentemente asociado con ella. Todas las leyes enteras de las líneas espectrales y de la teoría atómica surgen originariamente de la teoría cuántica. Es el misterioso *órgano* en el que la naturaleza interpreta la música de los espectros, y es su ritmo el que regula la estructura de los átomos y de los núcleos.

Es como un eco de la búsqueda de las armonías del cosmos emprendida por Kepler y guiada por el sentimiento musical de la belleza de las proporciones exactas en el sentido de la filosofía pitagórica, un eco de su «geometría est archetypus pulchritudinis mundi» (la geometría es el arquetipo de la belleza del Universo). ¡Y cuán admirablemente comprendía Sommerfeld el arte de comunicar a su gran círculo de discípulos su percepción infalible de las proporciones justas y de lo armonioso! Fue en los años anteriores al establecimiento de la nueva mecánica cuántica cuando los físicos jóvenes, alterando el lema publicitario de una conocida firma de óptica de la época, solían decir: «Si está entero, acuda a Sommerfeld.»

Si se comparan las sucesivas ediciones de su libro, desde la primera publicada en 1919 hasta la que adopta su forma final en *Wellenmechanischer Ergänzungsband* de 1939, se pueden seguir con todo detalle la evolución de la teoría de la estructura atómica y la de las líneas espectrales durante esos veinte años. Vamos a mencionar aquí brevemente sólo los hitos más significativos de ese desarrollo. La similitud entre los espectros de chispa de los alcalinotérreos y los espectros de arco de los elementos alcalinos condujeron a Sommerfeld y a Kossel¹¹ a establecer la «ley del des-

plazamiento espectroscópico». Más tarde adquirieron importancia las excepciones a esta regla para aquellos elementos en los que una capa más interna de electrones se encuentra en proceso de llenado. El trabajo sobre la representación de los términos (niveles de energía en un campo magnético) en el efecto Zeeman anómalo llevó a Sommerfeld a la formulación de la «regla de descomposición magneto-óptica» para los denominadores de Runge¹² que fue seguida poco después por la introducción del número cuántico «interno» j y por las reglas de selección para los espectros de dobletes y tripletes¹³. Ambas investigaciones fueron ampliadas más tarde con sustanciales contribuciones por A. Landé, que fue el primero en dar una representación completamente adecuada de los términos en el efecto Zeeman anómalo y quien dedujo también, para los términos singlete, los valores del número cuántico interno que fue interpretado en seguida como el número cuántico del momento angular total. Continuando con su anterior trabajo sobre la teoría de Voigt del efecto Zeeman anómalo, Sommerfeld consiguió volver a interpretarla de forma teórico-cuántica, y de este modo representar mediante una fórmula las posiciones de los niveles de energía, en un campo magnético externo, de todos los términos de los espectros de dobletes en el intervalo completo de la transición magneto-óptica desde los campos débiles a los intensos, descubiertos por Paschen y Back¹⁴. También estudió la relación entre los datos espectroscópicos del efecto Zeeman y el paramagnetismo¹⁵, y después del descubrimiento experimental de los multipletes pudo también asignar fácilmente su tercer número cuántico j a estos términos¹⁶. Fue de

chen Gesellschaft 21, 240 (1919) («Principio de selección y ley del desplazamiento en series espectrales»).

¹² A. Sommerfeld, *Die Naturwissenschaften* 8, 61 (1920) («Un rompecabezas numérico de la teoría del efecto Zeeman»).

¹³ A. Sommerfeld, *Annalen der Physik* 63, 221 (1920) («Regularidades espectroscópicas generales, especialmente una regla de descomposición magneto-óptica»).

¹⁴ A. Sommerfeld, *Zeitschrift für Physik* 8, 257 (1922) («Reinterpretación en términos de la teoría cuántica de la teoría de Voigt del efecto Zeeman anómalo en líneas del tipo D»).

¹⁵ A. Sommerfeld, *Physikalische Zeitschrift* 24, 360 (1923) («Números del magnetón espectroscópico»); *Zeitschrift für Physik* 19, 221 (1923) («Teoría del magnetón»).

¹⁶ A. Sommerfeld, *Annalen der Physik* 70, 32 (1923) («Interpretación de

* Trad. ing. de Henry L. Brose, en A. Sommerfeld, *Atomic Structure and Spectral Lines*, Londres y Nueva York, Dutton, 1923.

¹¹ A. Sommerfeld y W. Kossel, *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen*

gran importancia para el desarrollo de la teoría que Sommerfeld fijara su atención sobre la cuestión de *la intensidad de las líneas espectrales* después de que las medidas de Utrecht hubieran revelado regularidades en esta magnitud determinadas también por números enteros.

Basándose en estas medidas, Hönl¹⁷, discípulo de Sommerfeld, y de manera independiente Goudsmit y Kronig¹⁸, atinaron con la forma cuantitativa correcta de dotar de precisión a las fórmulas que Sommerfeld y Heisenberg¹⁹ habían estimado anteriormente a partir del principio de correspondencia. Del mismo modo, Sommerfeld y Hönl, al mismo tiempo que Russell y Kronig, fueron capaces de establecer las fórmulas correctas de las intensidades de las líneas de los multipletes²⁰.

Así, el terreno estaba abonado para la aparición de la mecánica cuántica de Heisenberg, discípulo de Sommerfeld, el cual encontró en el cálculo de la multiplicación de matrices la clave apropiada para efectuar un traslado cuantitativo de la mecánica clásica a la mecánica cuántica racional, un traslado que el principio de correspondencia de Bohr había en realidad apuntado pero no consumado. En esta mecánica cuántica, cada oscilación armónica componente está realmente asignada a un par de estados estacionarios. El abandono de esta imagen mecánica implica que no existe evolución temporal de un único estado estacionario, y la embarazosa pregunta, mencionada anteriormente, relativa a la sustitución de los valores de las frecuencias mecánicas de revolución, resulta superflua, ya que la concepción de tales frecuencias está ahora completamente eliminada de la teoría.

A este período de clarificación de los principios fundamenta-

espectros complejos, tales como Mn, Cr, etc., por el método de los números cuánticos internos»; *Annalen der Physik* 73, 209 (1924) («Teoría de los multipletes y su efecto Zeeman»).

¹⁷ H. Hönl, *Zeitschrift für Physik* 31, 340 (1925).

¹⁸ S. Goudsmit y R. Kronig, *Die Naturwissenschaften* 13, 90 (1925).

¹⁹ A. Sommerfeld y W. Heisenberg, *Zeitschrift für Physik* 11, 131 (1922) («Intensidad de las líneas multipletes y de sus componentes Zeeman»).

²⁰ A. Sommerfeld y H. Hönl, *Sitzungsberichte der Berliner Akademie der Wissenschaften*, fis.-mat. Klasse, pág. 141 (1925) («Intensidad de las líneas multipletes»); H. W. Russell, *Nature* 115, 835 (1925); *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences* 11, 314, 322 (1925); R. Kronig, *Zeitschrift für Physik* 31, 885 (1925).

les de la nueva mecánica cuántica pertenecen las contribuciones de Sommerfeld no relacionadas con los espectros sino con la teoría electrónica de los metales. Cuando yo apliqué la estadística de Fermi, basada en el principio de exclusión, al paramagnetismo de los metales, Sommerfeld, más emprendedor que yo, amplió rápidamente el rango de aplicación de la teoría a otras propiedades de los metales, como la conductividad eléctrica, la conductividad térmica (la constante de la ley de Wiedemann-Franz) y los fenómenos termoelectrónicos²¹. Se abrió, así, un nuevo y amplio campo para la mecánica cuántica, del que puede encontrarse un extenso informe en el artículo de Sommerfeld y Bethe²² de *Handbuch der Physik*.

El propio Sommerfeld no intervino en los debates sobre cuestiones de principio ligadas a la relación de incertidumbre de Heisenberg ni tampoco con las de causalidad y probabilidad que surgieron del planteamiento por parte de Schrödinger de su célebre ecuación de onda. A pesar de ello, encontró en la formulación mecano-ondulatoria de la nueva teoría cuántica un fértil campo de aplicación de los métodos matemáticos, tan familiares para él, como eran la integración de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales y el relativo a los problemas de los valores propios. Todos ellos aparecen recogidos en el volumen suplementario de Sommerfeld sobre mecánica ondulatoria. También se encuentra en él un informe detallado sobre la teoría relativista de la estructura fina de los espectros de los átomos con un electrón, que se deduce de las ecuaciones del espinor del electrón de Dirac. Resulta sorprendente que la fórmula original de Sommerfeld de 1916 de los niveles de energía se pueda también deducir de esta nueva teoría que incluye al espín del electrón. Sin embargo, existe una importante diferencia en cuanto a las reglas de selección comparadas con la antigua teoría, en relación con el hecho de que el espín del electrón da lugar, incluso en átomos con un único electrón, a una duplicación del número de niveles de energía. Esta duplicación había pasado inadvertida con anterioridad para los físicos, ya que

²¹ A. Sommerfeld, *Die Naturwissenschaften* 15, 825 (1927); *Zeitschrift für Physik* 47, 1 (1928) («Teoría electrónica de los metales»).

²² A. Sommerfeld y H. Bethe, *Handbuch der Physik* (Springer, Berlín), vol. XXIV/2, 2ª ed., págs. 333-620 (1933) («Teoría electrónica de los metales»). El primer capítulo de este informe es del propio Sommerfeld.

en estos átomos existe coincidencia para cada par de niveles que difieren sólo en el signo del número cuántico de Dirac.

Según la teoría de Dirac, esta coincidencia debería ser exacta. Hace aproximadamente un año comenzó a vislumbrarse un nuevo y significativo descubrimiento en relación con este asunto, en el que ya colaboran físicos experimentales y teóricos. El refinamiento de las técnicas de medida con ondas cortas en Estados Unidos ha hecho posible establecer, a partir de medidas de las líneas del átomo de hidrógeno correspondientes a las transiciones entre términos del mismo número cuántico principal, que la degeneración requerida por la teoría de Dirac desaparece por un pequeño desplazamiento hacia arriba de los términos-S. Más tarde se detectó un efecto análogo en las medidas espectroscópicas ordinarias de los términos del helio ionizado. Probablemente se pueda decir que la electrodinámica cuántica, correctamente interpretada, permite una explicación de este efecto. Sin embargo, no se debe olvidar que, a causa de las conocidas divergencias en los resultados que se obtienen de la teoría cuántica de *campos ondulatorios*, nos encontramos ya fuera del rango de una teoría lógica cerrada y una vez más nos vemos obligados a adivinar las fórmulas finales correctas. La pequeñez de estos nuevos efectos es consecuencia del pequeño valor de la llamada constante de estructura fina, relacionada a menudo con Sommerfeld debido a que su significado fundamental salió a la luz por primera vez en su teoría de 1916 sobre la estructura fina de los espectros hidrogenoides. La interpretación teórica de su valor numérico es uno de los más importantes problemas que aún no ha resuelto la física atómica.

El trabajo científico y creativo de Sommerfeld constituye sólo una parte de la actividad que desarrolló como profesor excelente y de reconocido prestigio. En Munich fue capaz de comunicar su inspiración, en un grado igualado por pocos investigadores, a un círculo de discípulos cada vez más numeroso. Este círculo, disperso por varios países a ambos lados del Atlántico y en el que me cabe el honor de incluirme, se encarga de transmitir a los jóvenes universitarios, y por tanto a la posteridad, la tradición intelectual que Sommerfeld nos legó, tradición que se remonta a su maestro Felix Klein, y a través de él hasta Riemann. En realidad, el trabajo tan magníficamente concebido sobre la teoría del giróscopo que Sommerfeld escribió con Klein, también contiene «los parámetros de rotación de Cayley-Klein» que han sido tan importantes

para la teoría de espinores, y, por tanto, también para las ecuaciones de onda del electrón de Dirac. Los discípulos de Sommerfeld no sólo se sentirán siempre familiarizados con los números enteros, sino también con el plano complejo que a él tanto le gustaba utilizar para evaluar las integrales de fase y encontrar soluciones de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

Kepler nos enseñó con su ejemplo que la percepción especial de la armonía que contienen las proporciones de números enteros debe ser incorporada en exacta relación como parte de ese todo que constituye el avance del conocimiento. Si bien Kepler no vivió para ver la clarificación conceptual a la que dieron lugar los *Discorsi* de Galileo, ni la interpretación de sus propias leyes en los *Principia* de Newton, Sommerfeld sí ha sido capaz de participar en la incorporación al nuevo sistema conceptual de la mecánica ondulatoria o cuántica de las armonías por él descubiertas. También puede considerarse más afortunado que Kepler en las circunstancias externas de su vida, por cuanto ahora le es permitido, tras cumplir ochenta años, escribir y publicar tranquilamente las conferencias que impartió durante tanto tiempo. En un sentido amplio, yo no dudaría en encabezar los trabajos de Sommerfeld con el título que Kepler dio a su obra maestra, *Harmonices mundi*.

Arnold Sommerfeld †*



Arnold Sommerfeld (1868-1951)

Fotografía procedente de *Festschrift* dedicada a Sommerfeld por sus discípulos y amigos con motivo de su 70 aniversario celebrado el 5 de diciembre de 1938.

* *Zeitschrift für Naturforschung* 6a, cuaderno 8 (1951). Esta es una versión ampliada de la nota reproducida en la edición alemana de *Aufsätze* de Pauli.

El 26 de abril de 1951 murió en Munich, a los 82 años de edad, A. Sommerfeld, uno de los más destacados físicos alemanes de su generación. La muerte le sobrevino como consecuencia de un accidente callejero ocurrido cuatro semanas antes. Sommerfeld legó a la posteridad cinco volúmenes terminados de los seis proyectados, los cuales contienen sus conferencias sobre física teórica. Sólo quedó incompleto el volumen dedicado a la termodinámica, cuya preparación había dejado expresamente para el final.

Sommerfeld era asombrosamente versátil. Fue un maestro en aplicaciones técnicas de las matemáticas, en ecuaciones en derivadas parciales de la física (confróntese a este respecto sus artículos publicados en *Mathematical Encyclopaedia* y en la nueva edición de Ph. Frank y R. von Mises del «Riemann-Weber» clásico), en la clasificación formal de los espectros e igualmente en la mecánica ondulatoria, contribuyendo en todos estos campos con decisivos avances.

Entre sus aplicaciones de la teoría a problemas técnicos, las que han llegado a ser más conocidas son su teoría sobre el rozamiento de los lubricantes y sus contribuciones a la telegrafía sin hilos. El tratado clásico sobre la «teoría del giroscopio», que escribió en colaboración con su maestro F. Klein en la época en que aún era un *Privatdozent* en Gotinga, y en el que se discuten muchos problemas técnicos, tiene un significado que trasciende las matemáticas aplicadas. Basándose en el trabajo de Euler y Cayley y en los cuaternios de Hamilton, la teoría contiene los fundamentos esenciales de lo que mucho más tarde se llamó teoría de las representaciones del grupo de rotación en el espacio tridimensional. En particular, Klein había desarrollado de forma clara, inspirándose en Cayley, la relación de este grupo con el «grupo recubridor» de las transformaciones unitarias lineales unimodulares de dos variables complejas. Así, en este tratado que actualmente se puede considerar un clásico, se desarrolla el fundamento matemático de los «espinores» de dos componentes que aparecerían mucho más tarde en la mecánica ondulatoria.

Los planes de F. Klein de enlazar a su discípulo favorito, Sommerfeld, en las filas de los investigadores en matemáticas aplicadas se vieron modificados como consecuencia de la clarividente iniciativa de W.C. Röntgen que en 1906 llamó a Sommerfeld para que ocupara la cátedra de física teórica de Munich, ciudad

que a partir de entonces fue su hogar permanente. En un principio centró su interés en la teoría de la relatividad especial y, en particular, en la forma geométrica dada por H. Minkowski a esta teoría. Sommerfeld hizo contribuciones originales que sirvieron para elucidar los cálculos de los vectores y de los tensores cuatridimensionales, y también escribió comentarios aclaratorios sobre el trabajo de Minkowski tras la prematura muerte de éste. Sommerfeld siempre fue un ferviente partidario de la teoría especial, y más tarde también de la teoría general de la relatividad, de cuyo creador, A. Einstein, sólo habló en términos de la mayor veneración y respeto.

Tras la decisiva y revolucionaria introducción del modelo atómico de Bohr (1913), las sugerencias que anteriormente se habían recibido en Gotinga por parte de C. Runge y W. Voigt para crear una teoría de las líneas espectrales produjeron abundante fruto. Después de que Sommerfeld hiciera la ampliación fundamental de los sistemas simplemente periódicos a los sistemas multiperiodicos en la teoría de Bohr (1915-1916), ampliación que fue capaz de aplicar inmediatamente a la teoría relativista de la estructura fina de los espectros hidrogenoides y a los espectros de rayos x, sus contribuciones a la clasificación de los espectros encontraron su expresión visible en las sucesivas ediciones de su tratado fundamental *Atombau und Spektrallinien*. Sus discípulos siempre recordarán cómo, con su elegante sentido de las armonías basado en los números enteros, evocaba de nuevo el espíritu de Kepler y cómo de esta forma su sereno recuerdo le guió en el descubrimiento y en la formulación de las leyes espectroscópicas generales, aun cuando el fracaso de los modelos atómicos basados en la mecánica clásica se hacía cada vez más evidente. Tras el descubrimiento de la nueva mecánica cuántica (1927), Sommerfeld fue también capaz de aportar su antigua maestría en el manejo de las matemáticas de la teoría ondulatoria de las trayectorias en el plano complejo, que tan bien conocía, en beneficio de la teoría de la estructura atómica. *Wellenmechanischer Ergänzungsband* que siguió a su libro *Atombau und Spektrallinien* confiere mayor integridad a su trabajo científico.

Aun cuando en la obra de Sommerfeld no se discuta con especial detalle la vertiente epistemológica de la física en general y de la mecánica cuántica en particular, él siempre mantuvo amplitud de miras frente a problemas fundamentales, tales como los de la

dualidad onda-corpúsculo, lo que le preservó de adoptar soluciones unilaterales cuando se trató de reconocer el antagonismo en el sentido de la complementariedad.

Sommerfeld conjugó a la perfección las características de investigador y de profesor hasta un nivel que sólo les está permitido a algunos hombres. Al transmitir su propia inspiración a las generaciones más jóvenes, creó un grupo numeroso de discípulos que ya ocupan muchas de las cátedras de física teórica en diferentes países. Así, sus hijos y nietos espirituales que lloran su pérdida continuarán ahora su obra.

Rydberg y el sistema periódico de los elementos*



Johannes Robert Rydberg (1854-1919)

Foto publicada en *Proceedings of the Rydberg Centennial Conference on Atomic Spectroscopy* celebrada en el laboratorio de física de la Universidad de Lund, 1-5 de julio de 1954.

* Publicada por primera vez en inglés en *Proceedings of the Rydberg Centennial Conference on Atomic Spectroscopy*, Lund, 1954, vol 50, núm. 21. *Universitetets Årsskrift*, Lund, Suecia, 1955.

No es demasiado conocido que la actividad de Rydberg sobre líneas espectrales tuviera su origen en su interés por el sistema periódico de los elementos; sin embargo, este interés ya no le abandonaría a lo largo de su vida.

Tras un primer intento (1885) de descubrir nuevas leyes de la famosa curva de Lothar Meyer de los volúmenes atómicos de los elementos mediante análisis de Fourier, en su primer artículo extenso¹ sobre los espectros de emisión de los elementos químicos, publicado en 1889, formuló ya claramente la idea de que dichos espectros debían proporcionar la clave para la comprensión del sistema periódico. Kirchhoff y Bunsen habían establecido empíricamente la relación entre los espectros y las propiedades químicas, pero los intentos para conseguir una explicación teórica de tal relación eran aún muy vagos. Rydberg afirmó genéricamente que el sistema periódico de los elementos mostraba que «la fuerza efectiva entre los átomos debía ser una función periódica del peso atómico», lo que consideró como un indicio de que los movimientos periódicos de los átomos están relacionados con dicho peso atómico, y esto fue lo que le condujo al análisis de los espectros. Así llegó a la conclusión de que el análisis espectral propiciaría una aproximación mayor a la comprensión de la mecánica de los átomos y del sistema periódico que «las investigaciones de cualquier otra propiedad física».

Cito aquí las propias palabras de Rydberg²:

Gracias al descubrimiento de Mendeleiev del sistema periódico de los elementos se ha conseguido un nuevo punto de partida para todos los trabajos relativos a esta materia, y, sin embargo, se ha hecho poco uso de él. Para dar al menos un empujón a estas investigaciones, intenté determinar en un ensayo anterior (contribución a *Kongl. Svenska Vetenskapsakademiens Handlingar*, vol. 10, núm. 2), con algo más de exactitud, la relación periódica entre el peso específico y el peso atómico de los elementos. Allí consideraba que se puede representar aproximadamente esa rela-

ción por medio de una serie senoidal con coeficientes variables. A partir de esto deduje, además, que la periodicidad de muchísimas constantes físicas depende de que la fuerza efectiva entre dos átomos de uno y el mismo elemento, o de elementos diferentes, sea una función periódica del peso atómico. Si se continúa avanzando, se llega a la muy probable opinión de que cohesión, adhesión y afinidad química pueden reducirse en el fondo a movimientos periódicos de los átomos. Por consiguiente, lo más importante sería investigar los movimientos periódicos en general, y, puesto que los espectros de los elementos químicos descansan en movimientos de este tipo, se nos remite al campo del análisis espectral. Ciertamente, no podemos saber si estos movimientos periódicos son los mismos que buscábamos al principio, pero una investigación de estas oscilaciones nos proporcionará en cualquier caso valiosos conocimientos sobre la estructura del átomo y nos aproximará a nuestra finalidad más que una investigación sobre cualquier otra cualidad física.

Pienso que ha de admitirse que si bien las especulaciones de Rydberg pecaban a veces de impetuosas, estaban siempre sujetas al control que le proporcionaba el estudio del material empírico. En un artículo de 1897³ (cap. XI) expuso de manera expresiva: «En las investigaciones sobre el sistema periódico deberían de emplearse como variables independientes los números de orden (*Ordnungszahlen*) de los elementos en lugar de los pesos atómicos.» El único argumento que esgrimió fue que los números atómicos eran todos enteros.

En aquella época no se prestó suficiente atención a la pretensión de Rydberg, siendo así sólo más adelante, cuando apareció el trabajo de Julius Thomsen y otros sobre el sistema periódico de los elementos.

En el artículo citado anteriormente, Rydberg establece una sencilla regla que relaciona el número másico M y el número atómico Z . Hemos de añadir que, en la actualidad, la regla implica a la masa de los isótopos más frecuentes de número atómico Z . La regla es:

¹ J.R. Rydberg: «Recherches sur la constitution des spectres d'émission des éléments chimiques», *Kongl. Svenska Vetenskapsakademiens Handlingar*, vol. 23, núm. 11, Estocolmo, 1890. (En alemán: «Untersuchungen über die Beschaffenheit der Emissionsspektren der chemischen Elemente», *Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften*, núm. 196, Leipzig, 1922.)

² De *Ostwalds Klassiker*, núm. 196, pág. 9 sig.

³ J.R. Rydberg: «Studien über Atomgewichtszahlen», *Zeitschrift für anorganische Chemie* 14, 66 (1897).

si Z es impar (valencia química impar) $M = 2Z + 1$;
 si Z es par $M = 2Z$.

Rydberg era consciente de que el nitrógeno ($Z = 7$, $M = 14$) constituye una excepción; sin embargo, es cierto que esta regla se verifica hasta el Ca, y él confiaba tanto en ella que siempre dejaba huecos y desplazaba los números atómicos hacia arriba hasta lograr que encajara. Esto ocasionó que tuviera una tendencia general a plantear un sistema periódico con muchos huecos y con valores demasiado altos de los números atómicos.

Tras la conferencia del profesor Bohr, sólo mencionaré brevemente la idea de Rydberg de establecer una relación entre la paridad de la multiplicidad de las líneas espectrales y la de la valencia química, en el sentido de que si una es par, la otra es impar y viceversa. Sin embargo, Rydberg no tenía confianza en esta relación, ya que no fue capaz de verificarla de manera general. En primer lugar, porque el orden y la resolución de los espectros más complejos (por ejemplo, el del cobre) no estaban suficientemente avanzados en aquella época como para poder determinar correctamente la multiplicidad; y, en segundo lugar, porque la diferencia entre los espectros de chispa y los de arco presentaba complicaciones, pues en aquella época no se conocía que los primeros son emitidos por iones. Sólo con posterioridad quedó claramente de manifiesto que la regla se verifica sin excepción si se reemplaza la valencia química por el número de electrones del átomo emisor. Esta regla exacta de alternancia (*Wechselsatz*) fue denominada posteriormente, por Sommerfeld, regla de Rydberg.

En el artículo «Elektron, der erste Grundstoff»⁴ de 1906, Rydberg introdujo un nuevo orden en el sistema periódico cuando afirmó por vez primera (pág. 11) que los tres números 2, 8 y 18 de los períodos del sistema de los elementos estaban representados por $2 \cdot 1^2$, $2 \cdot 2^2$ y $2 \cdot 3^2$. Existía aún alguna incertidumbre acerca del número de tierras raras, que Rydberg suponía que eran 36 en lugar de 32. Sus números atómicos continuaban siendo demasiado altos, aunque no tanto como en sus anteriores artículos.

En un artículo extenso publicado en 1913 y titulado «Unter-

suchungen über das System der Grundstoffe»⁵ dio un paso adelante, ya que tras citar las anteriores fórmulas $2 = 2 \cdot 1^2$, $8 = 2 \cdot 2^2$ y $18 = 2 \cdot 3^2$, afirma en el apartado 3: «La continuación sería $2 \cdot 4^2 = 32$, $2 \cdot 5^2 = 50$, etc.» Esta es la famosa fórmula $2p^2$ (p , entero) que Sommerfeld denominó «cabalística» en su libro *Atombau und Spektrallinien* y que tanto me impresionó cuando yo era estudiante. Definitivamente, afirma entonces acerca del «grupo G_4 » ($p = 4$, tierras raras) que está constituido por 32 elementos y no por 36.

Existe una importante diferencia de interpretación entre el artículo de Rydberg de 1913 y la actual, ya que él denominó «un semigrupo» a los números $2p^2$, que determinan la distancia entre dos gases nobles, y «un grupo completo» a su duplo, $4 \cdot 1^2$, $4 \cdot 2^2$... $4 \cdot p^2$. Llegó a esta interpretación basándose en el hecho de que los períodos 8 y 18 están duplicados en el sistema, y estaba convencido de que se verificaba lo mismo para el primer grupo correspondiente a $p = 1$, que pensaba que estaba constituido por cuatro y no por dos elementos. Le pareció que el valor 4 del número atómico del He estaba respaldado por líneas espectrales de las nebulosas y de la corona, por lo cual se lo asignó a dos hipotéticos nuevos elementos a los que denominó *nebulium* y *coronium*.

Todo esto puede verse en la fig. 1 tomada del artículo⁶ de Rydberg de 1913, que muestra su representación del sistema periódico en forma de espiral. El «semigrupo» y el «grupo completo» corresponden a los 180° y 360° respectivamente. Todos los huecos del sistema son ya absolutamente correctos, pues los números atómicos de Rydberg difieren, a partir del He, de los reales sólo por la diferencia constante de dos que se debe a la inclusión, anteriormente mencionada, de los dos elementos nebulium y coronium entre el H y el He. Ahora se sabe que las líneas en cuestión se deben a átomos ionizados de elementos conocidos, las del nebulium a oxígeno y nitrógeno ionizados y las de la corona a hierro fuertemente ionizado.

Rydberg recibió el manuscrito del famoso artículo de Mose-

⁴ J.R. Rydberg, *Elektron, der erste Grundstoff* (Lund, 1906).

⁵ J.R. Rydberg, «Untersuchungen über das System der Grundstoffe», *Univ. de Lund. Årsskrift*, tomo 9, núm. 18 (1913). En francés: «Recherches sur le système des éléments», *Journal de chimie et physique* 12, 585 (1914).

⁶ Véase nota 5.

ley antes de que fuera publicado y le satisfizo la confirmación de su vieja idea (1897) acerca de la importancia del número atómico, así como los detalles de su representación del sistema periódico. No obstante, en una nota⁷ acerca del trabajo de Moseley publicada en 1914, aún mantiene la mencionada diferencia de dos y su hipótesis de los dos nuevos elementos situados entre el H y el He.

Esta nota parece haber puesto fin a las publicaciones de Rydberg. Tengo entendido que su salud no le permitió ya seguir el desarrollo subsiguiente, y falleció en 1919. Así, este breve examen histórico concluye de forma natural con el amanecer de una nueva era en nuestro conocimiento de los espectros, la inaugurada por el trabajo de Bohr de 1913 que contiene sus famosos y revolucionarios postulados de la teoría cuántica de la estructura atómica, y que ya no habrían de influir en Rydberg.

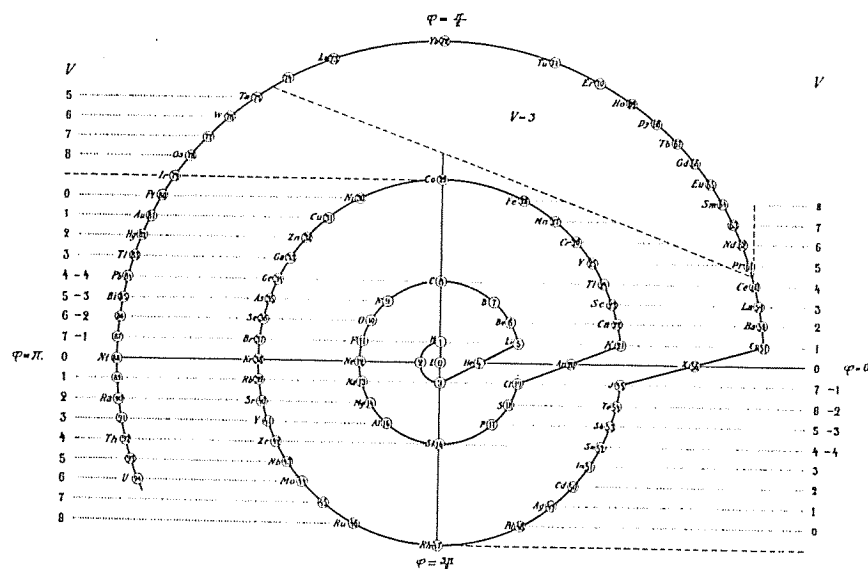


Fig. 1. Representación de Rydberg del sistema periódico de los elementos

⁷ J.R. Rydberg, «The ordinals of the elements and the high frequency spectra», *Philosophical Magazine*, serie 6, 28, 144 (1914).

Paul Ehrenfest † *



Paul Ehrenfest (1880-1933)

Fotografía tomada en Leiden en los años 20
(cortesía: Martin J. Klein).

* Publicado por primera vez en *Die Naturwissenschaften* 21, 841 (1933).

Una vez escribió Ehrenfest a Einstein una carta llena de malicias —se refería a la estadística Einstein-Bose, sobre todo a la «fase condensada»—, y Einstein le contestó: «¡Tus chistes son magníficos, pero flojos tus argumentos!»

Carta de Pauli a Gunnar Källén, 21 de enero de 1955.

El 25 de septiembre de 1933, bajo circunstancias trágicas y para consternación de su familia y de sus numerosos amigos y conocidos, Paul Ehrenfest llevó a cabo la funesta resolución de abandonar la pesada carga de una vida que para él se había tornado suficientemente dura como para poder ser soportada. Nuestra misión ahora es la de rememorar su trabajo científico y la imagen de su personalidad, desprovista ya de esas inquietudes y complejos de inferioridad que al irse acentuando oscurecieron su alma en los últimos años de su vida. La imagen que de él tenemos es la de un hombre de intelecto centelleante y agudo que intervenía en los debates con espíritu crítico mordaz, pero al mismo tiempo con un profundo discernimiento de los fundamentos de la actitud científica, llamando la atención sobre algún punto esencial que hasta ese momento había pasado inadvertido o no se había considerado de forma suficiente.

Ehrenfest nació el 18 de enero de 1880 en Viena, donde cursó estudios en su Universidad y en la que recibió de su maestro Boltzmann el estímulo decisivo para hacer objetivo permanente de su trabajo creativo el estudio de la teoría cinética de la materia y de la mecánica estadística. Siempre siguió atentamente los últimos progresos en este campo, desarrollados bajo la naciente teoría cuántica, e intervino de forma decisiva en algunos puntos fundamentales de su posterior evolución.

Ehrenfest se dio a conocer en un amplio círculo debido a su importante artículo «Los fundamentos conceptuales del punto de vista estadístico en mecánica», publicado en la *Enciclopedia*, y que escribió en colaboración con su mujer T. Ehrenfest-Afanasieva durante su estancia en Rusia, donde trabajó algunos años. En el artículo en cuestión, que aún hoy día constituye un trabajo de referencia con plena validez, a Ehrenfest no le interesó tanto dar cuenta de la teoría estadística del calor como doctrina compacta autocontenida, como defenderla contra posibles objeciones y establecer como conclusión la consistencia del punto de vista de

Boltzmann, en especial de su célebre teorema de H sobre el aumento de la entropía en el promedio estadístico. A este respecto, logró una precisión conceptual mayor en muchos de sus puntos, lo que se pone de manifiesto incluso cuando se compara con los excelentes trabajos anteriores sobre dicho teorema debidos a H.A. Lorentz. En particular, recalcó la necesidad de distinguir entre densidad de «grano fino» y de «grano grueso» (es decir, ya promediada sobre celdas finitas) en el espacio de las fases, diferencia que es esencial para demostrar el teorema de H de forma general y rigurosa.

Se dice que fue precisamente esta circunstancia la que influyó en la decisión que tomó H.A. Lorentz de recomendar a Ehrenfest como su sucesor en Leiden (Holanda). Allí trabajó desde 1912 hasta el fin de sus días desarrollando una vigorosa actividad y contagiando a muchos jóvenes su entusiasmo por la física.

En una época en la que la teoría cuántica estaba progresando rápidamente, gracias a los trabajos fundamentales de Planck, Einstein, Debye y otros, se planteó una cuestión concreta cuya respuesta habría de conducir a Ehrenfest a su descubrimiento más importante. Tal como él la formuló (de forma radical y llamativa desde el punto de vista didáctico, como era propio de él), la pregunta era la siguiente: ¿cómo es posible que la ley del desplazamiento de Wien, que después de todo se deduce a partir de fundamentos clásicos, no naufrague entre las rompientes de la teoría cuántica? Para obtener una respuesta general que abarcara las implicaciones estadísticas tanto desde el punto de vista de la teoría clásica como del de la cuántica, Ehrenfest introdujo primero la idea de un *peso estadístico a priori* por el que han de multiplicarse las diversas regiones del espacio de las fases formando las funciones de partición continuas o discretas utilizadas para calcular las funciones termodinámicas. En el caso especial del oscilador armónico, el primero tratado por Planck, todas las regiones del espacio de las fases que corresponden al mismo intervalo de energía total tienen en teoría clásica el mismo peso (lo que, como es sabido, conduce en el caso de la radiación del cuerpo negro a la «catástrofe violeta», por utilizar de nuevo la expresión de Ehrenfest). Sin embargo, en teoría cuántica sólo se tienen en cuenta y con el mismo peso aquellas regiones que corresponden a valores discretos de energía $E_n = nh\nu + E_0$ (E_0 = energía de punto cero, ν = frecuencia del oscilador). Ehrenfest investigó la función ponde-

rada más general $g(E, \nu)$ que fuera consistente con la ley del desplazamiento de Wien, y encontró como resultado:

$$g(E, \nu) = f(E/\nu);$$

es decir que la función ponderada puede depender sólo del cociente entre la energía del oscilador y la frecuencia, y puesto que las regiones elementales de Planck eran proporcionales a la frecuencia, la ley del desplazamiento de Wien se verificaba.

¿Qué significado físico tiene este resultado? El trabajo posterior de Ehrenfest respondió a esta pregunta. Para ello, consideró los denominados *procesos adiabáticos* que en termodinámica estadística se caracterizan por la propiedad de que al sistema únicamente se le comunica desde el exterior trabajo, pero no calor. Desde el punto de vista mecánico, estos procesos verifican la condición de que el sistema pasa a través de una sucesión de estados de equilibrio como consecuencia de alteraciones «infinitamente lentas» de los parámetros externos, entendiendo por «infinitamente lentas» que la variación fraccionaria de los valores de dichos parámetros es despreciablemente pequeña para tiempos del orden de los períodos orbitales del sistema considerado como periódico o cuasi-periódico. A continuación, Ehrenfest demostró en primer lugar que la función de ponderación estadística citada anteriormente debe, en general, ser invariante en un proceso adiabático si la entropía, definida estadísticamente, no cambia de valor durante el proceso, lo cual es necesario por razones termodinámicas (*principio de la invariancia adiabática de las funciones ponderadas apriorísticas*). En segundo lugar, mostró, a partir de ideas anteriores de Rayleigh, que es justamente la expresión E/ν la que permanece invariante cuando la frecuencia propia del oscilador experimenta un cambio adiabático, o cuando se la aplica a un modo normal de la radiación de cuerpo negro que esté adiabáticamente comprimido si este proceso se fundamenta en la mecánica clásica. Para sistemas mecánicos periódicos arbitrarios, la integral temporal

$$\int_0^T 2E_{\text{cin}} dt$$

del doble de la energía cinética extendida sobre el período T del sistema había de ser sustituida por E/ν . Esto condujo a Ehrenfest

a establecer la *hipótesis adiabática*, según la cual las condiciones cuánticas deben ser siempre tales que los *invariantes adiabáticos* de la mecánica clásica sean múltiplos enteros del cuanto de acción.

El propio Ehrenfest informó¹, en ocasión del décimo aniversario del modelo atómico de Bohr, de la utilización de la hipótesis adiabática como una ayuda heurística en el descubrimiento de las condiciones cuánticas para sistemas complejos y de la posición especial de los denominados sistemas degenerados, que estaban proliferando de forma manifiesta en las publicaciones de Bohr y en las de aquellos que habían optado por su modelo atómico. En la actualidad, cuando se cumplen los veinte años del modelo atómico de Bohr, hemos de añadir que la hipótesis adiabática de Ehrenfest ha mantenido también su vigencia en mecánica ondulatoria. Ahora ya no se enfatiza sobre la validez de la mecánica clásica cuando un sistema experimenta una transformación adiabática (ya que incluso la mecánica clásica no da cuenta en general de la descripción de los estados estacionarios del sistema), pero sí, en cambio, sobre el hecho, admitido por vez primera en mecánica ondulatoria por Born, de que cuando un sistema experimenta una transformación adiabática, permanece siempre en uno de los posibles estados estacionarios definidos con parámetros externos fijos (en el caso de acciones externas no adiabáticas rápidas, las transiciones tienen lugar generalmente desde un estado estacionario a los demás como consecuencia de la denominada *Schüttelwirkung* o «acción perturbadora»).

Aun cuando el logro principal de Ehrenfest en el campo de la estadística cuántica fuera el de establecer la hipótesis adiabática, también debemos mencionar aquí otras contribuciones que, aunque menos conocidas, no son menos importantes. Es el caso del artículo escrito en colaboración con V. Trkal sobre la teoría de la constante química². Aquí, el ojo crítico de Ehrenfest se fijó en la circunstancia, aparentemente trivial, de que la entropía de un volumen doble de un gas se define como el doble de la del volumen simple a la misma densidad y temperatura. Sin embargo, la prescripción general de la estadística clásica para el cálculo de fun-

¹ *Die Naturwissenschaften* 11, 543 (1923).

² P. Ehrenfest y V. Trkal, *Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam, Proceedings* 23, 162 (1920); *Annalen der Physik* 65, 602 (1921).

ciones termodinámicas conduce, cuando se la aplica a los gases ideales, a un resultado diferente. Sólo existía concordancia con la convención fenomenológica citada si se dividían las probabilidades implicadas por el factorial de $N!$ (siendo $N!$ el número de moléculas presentes), división que, en aquel entonces, se consideró injustificable y arbitraria. Ehrenfest advirtió correctamente que este «punto oscuro», consistente en dividir las probabilidades termodinámicas por el factorial de $N!$, estaba ligado a la imposibilidad de transformar reversiblemente un volumen de gas en uno doble y determinar así la entropía de modo que quedara definida. Posteriormente mostró que la teoría del equilibrio de disociación de los gases se puede establecer prescindiendo de este punto oscuro, considerando sólo aquellos procesos reversibles de disociación molecular que son realmente posibles, y refiriendo todo al espacio de las fases de los átomos (o grupos de átomos) cuyo número está determinado. De este modo se obtuvo el primer indicio de la trascendencia, para los valores de las constantes químicas, de los números de simetría de una molécula, números que son los de las permutaciones de átomos similares de la molécula que pueden producirse también mediante rotación rígida de la misma.

En cuanto a la aclaración del punto oscuro, sólo se la logró aplicando la mecánica ondulatoria a un sistema de N partículas idénticas (por ejemplo, las moléculas de un gas contenidas en un recipiente) y a sus estados estacionarios. Cuando está dada la energía de las partículas individuales, existen, en ausencia de interacciones entre las mismas, $N!$ (factorial de N) funciones propias posibles y diferentes del conjunto del sistema en el espacio de configuración. Sin embargo, en la naturaleza (si por sencillez ignoramos una leve complicación de la situación debida a la presencia de espín nuclear) sólo tiene lugar una única combinación lineal de esas funciones propias, bien la simétrica, bien la antisimétrica. Por tanto, el número de estados no degenerado del gas en su conjunto es $1/N!$ veces menor que el originariamente supuesto, y el «punto oscuro» deja de serlo. Desde el punto de vista histórico, Ehrenfest hizo una segunda contribución que fue esencial para el esclarecimiento gradual de este hecho. Cuando todavía no había sido formulada la mecánica ondulatoria del espacio de configuración, de forma que no era posible aún hablar sin ambigüedad de los estados estacionarios del conjunto del gas, Einstein, investigando una idea debida a Bose sobre la entropía

de la radiación de cuerpo negro, considerada como un «gas de cuantos de luz», había introducido un modo de contar los estados de un gas monoatómico que condujo a un método de cálculo nuevo de la entropía del gas ideal, y, como consecuencia, a una nueva teoría de la degeneración del gas. Posteriormente resultó que esta teoría era idéntica a la que se deducía a partir de la hipótesis de que en la naturaleza existen únicamente aquellos estados del gas que tienen funciones propias simétricas en las coordenadas de partícula. En el primer artículo de Bose y Einstein, estos autores no aportaban gran claridad acerca del fundamento de sus consideraciones, siendo Ehrenfest quien les hizo notar que en sus razonamientos no habían tenido en cuenta la hipótesis usual del comportamiento estadísticamente independiente de los átomos del gas.

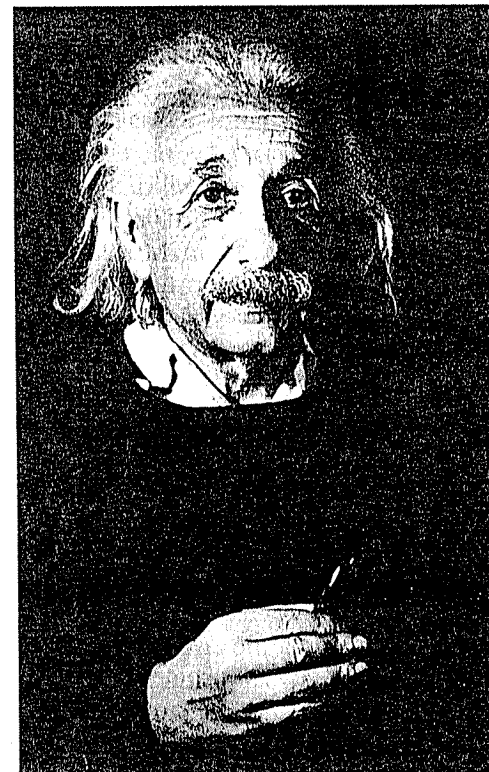
Lo que hemos presentado aquí debería ser contemplado como un mero ejemplo del pensamiento y del trabajo creativo de P. Ehrenfest. La limitación de un ensayo hace imposible tratar exhaustivamente todas las ideas estimulantes que de él surgieron. Sólo mencionaremos al pasar sus contribuciones a la teoría de los efectos de interferencia que tienen lugar cuando los rayos Röntgen son dispersados por moléculas poliatómicas; o a la teoría de la presión osmótica y a la del movimiento browniano (en relación con la cual se le podría justificadamente imputar una excesiva predilección por paradojas sin importancia). Son asimismo notables su conocido teorema de la mecánica ondulatoria sobre el movimiento clásico del centro de un paquete de ondas, su sugerencia de un procedimiento para el cálculo del espinor desde un punto de vista matemático, y, finalmente, sus tempranas contribuciones a la clarificación de los fundamentos físicos de la teoría de la relatividad especial, en particular al concepto de «velocidad de la señal». También debemos mencionar su discurso inaugural en Leiden, *Sobre la crisis en la hipótesis de un éter luminífero*, que aún hoy merece la pena ser leído y con el que trató de hacer justicia a la teoría de su amigo, prematuramente fallecido, W. Ritz, descubridor del principio de combinación de espectros, una teoría insostenible a la luz de la experiencia, pero no por ello menos interesante en su concepción.

Sus reflexiones en aquella época también condujeron a Ehrenfest a una cuestión surgida de la teoría de la relatividad especial y a la que no se podía responder sólo con la electrodinámica

mica de Maxwell y Lorentz. Me refiero a la cuestión de la «estructura» del electrón y de la naturaleza y magnitud de su autoenergía. (Él dedicó a este asunto una pequeña nota relacionada con el par o torque electromagnético que actúa sobre un electrón que se mueve elipsoidalmente.) Esta cuestión, tras haber permanecido aletargada durante mucho tiempo, ha surgido ahora de nuevo y constituye un tema científico vivo que concita polémica. Llegados a este punto, quizá deba concluir con una reminiscencia personal a propósito de una intervención crítica de Ehrenfest en un debate. Tuvo lugar en la época en que Dirac acababa de publicar su primer artículo sobre la teoría de la radiación, en el que se cuantizaba el campo electromagnético. Ehrenfest señaló inmediatamente que esta teoría debía implicar una autoenergía infinita del electrón, ya que utiliza esencialmente el valor de los potenciales de campo en la posición del propio electrón y debe ser considerada como una reinterpretación en términos de correspondencia de la teoría clásica de un electrón *puntual*. Esta dificultad fue, de hecho, extremadamente embarazosa y molesta en el curso del subsiguiente desarrollo de la electrodinámica cuántica, y no se ha resuelto en la actualidad.

Cuando, una vez más, consideramos retrospectivamente la actividad científica de Ehrenfest, ésta se nos muestra como un vívido testimonio de una realidad permanente: la de que la crítica científica objetiva, independientemente de su severidad, tiene siempre un efecto estimulante y fecundo, a condición de que esté encaminada a la resolución de un problema.

Contribución de Einstein a la teoría cuántica *



Albert Einstein (1879-1955)

Fotografía de Trude Fleischmann (procedencia: Carl Seelig, *Albert Einstein. Eine dokumentarische Biographie*, Europa Verlag, Zurich, 1954).

* Publicado por primera vez en P.A. Schilpp, *Albert Einstein: Philosopher Scientist, The Library of Living Philosophers*, vol. 7, Evanston, Ill., 1949, págs. 149-160. La versión inglesa es trad. de la versión alemana, *Albert Einstein als Philosoph und Naturforscher*, ed. P.A. Schilpp, Stuttgart, 1955, págs. 74-84, que se supone redactada originariamente por Pauli.

Cuando se descubren nuevas características de los fenómenos naturales que son incompatibles con el sistema de teorías aceptadas en una época, la cuestión radica en saber cuáles de los principios conocidos utilizados para describir la naturaleza son suficientemente generales como para dar cuenta de la nueva situación, y cuáles deben modificarse o abandonarse. La actitud de los diferentes físicos ante problemas de este tipo, que exigen gran aporte de intuición y de tacto por parte del científico, depende en gran parte del temperamento personal del investigador. En el caso del descubrimiento por Planck del cuanto de acción en 1900, en el transcurso de sus célebres investigaciones sobre la ley de la radiación del cuerpo negro, fue evidente que las leyes de la conservación de la energía y del momento, así como el principio de Boltzmann que relaciona entropía y probabilidad, eran dos soportes suficientemente firmes como para resistir impertérritos la evolución resultante del nuevo descubrimiento. En realidad, fue la fidelidad a estos principios la que permitió que Planck introdujese la nueva constante h , el cuanto de acción, en su teoría estadística del equilibrio termodinámico de la radiación.

Sin embargo, la investigación original de Planck trató con cierta cautela la cuestión de si la nueva «hipótesis cuántica» implicaba la necesidad de cambiar las propias leyes de los fenómenos microscópicos independientemente de las aplicaciones estadísticas, o si sólo habría que mejorar los métodos estadísticos para enumerar estados equiprobables. En cualquier caso, la tendencia a mantener un compromiso entre las ideas más antiguas de la física, ahora llamadas «clásicas», y la teoría cuántica, fue apoyada por Planck tanto en sus primeros como en sus últimos trabajos sobre el tema, aunque la adopción de tal postura disminuyó considerablemente el significado de su propio descubrimiento.

Estas reflexiones fueron el tema de fondo del primer artículo de Einstein sobre teoría cuántica [1]*, al que habían precedido los publicados sobre los fundamentos de la mecánica estadística¹ **, que vio la luz en 1905, el mismo año en el que lo hicieron sus ar-

* Nota del editor: todos los números que aparecen entre corchetes [] en este artículo se refieren a publicaciones de Einstein que tratan sobre teoría cuántica, apareciendo con los mismos números al final de este capítulo.

¹ A. Einstein, *Annalen der Physik* (4), 9, 417 (1902); 11, 170 (1903); 14, 354 (1904).

** Aquí, la traducción corrige la cronología de la versión alemana.

tículos fundamentales sobre la teoría del movimiento browniano² y la teoría de la relatividad³. En este artículo y en los siguientes [2, 3, 4b] Einstein clarificó y potenció los argumentos termodinámicos subyacentes en la teoría de Planck, de tal modo que fue capaz de obtener conclusiones definitivas sobre los propios fenómenos microscópicos. También dotó de un significado físico concreto a la ecuación de Boltzmann que relaciona entropía S y «probabilidad» W ,

$$S = k \log W + \text{constante} \quad (1)$$

al definir W para un estado dado (que puede desviarse más o menos del estado de equilibrio termodinámico) como la duración relativa en la que un sistema cerrado con un valor dado de su energía se halla en dicho estado. Por tanto, la relación de Boltzmann no es sólo una definición de W sino que también proporciona una relación entre magnitudes que, en principio, son observables. Por ejemplo, como consecuencia de (1) se obtiene para la media cuadrática de la fluctuación de energía ε de un volumen parcial pequeño de un sistema cerrado la expresión :

$$\overline{\varepsilon^2} = k \left[- \left(\frac{\partial^2 S}{\partial E^2} \right)_{T,V} \right]^{-1} = k T^2 \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_V, \quad (2)$$

donde T es la temperatura y E la energía media (hacemos aquí caso omiso de la complicación de la fórmula debida a las fluctuaciones de densidad, ya que no existen para el caso de la radiación). Esta relación debe satisfacerse independientemente del modelo teórico adoptado. Si se conoce empíricamente la energía de un sistema en función de la temperatura, el modelo ha de concordar con la fluctuación calculada con ayuda de la ecuación (2), e, inversamente, la asunción de ese modelo teórico dicta la elección de supuestos estados equiprobables en la relación de Boltzmann (1). Para la media cuadrática de la fluctuación de energía de la radiación cuya frecuencia está comprendida en el intervalo $(\nu, \nu + d\nu)$,

² A. Einstein, *Annalen der Physik* (4) 17, 549 (1905).

³ A. Einstein, *Annalen der Physik* (4) 17, 891 (1905).

en un pequeño volumen parcial V de una cavidad llena de radiación en equilibrio termodinámico, la fórmula de la radiación de Planck proporciona, según (2), la expresión que Einstein obtuvo por primera vez [4 b],

$$\overline{\varepsilon^2} = h\nu E + \frac{c^3}{8\pi\nu^2} \frac{E^2}{Vd\nu}, \quad (3)$$

si E es la energía media en V de la radiación del intervalo de frecuencia en cuestión. En tanto que el segundo término se puede interpretar fácilmente, con ayuda de la teoría ondulatoria clásica, como debido a las interferencias entre las ondas parciales⁴, el primero está en evidente contradicción con la electrodinámica clásica. Sin embargo, puede ser interpretado, por analogía con las fluctuaciones del número de moléculas de los gases ideales, con ayuda de una imagen en la que la energía de la radiación está concentrada en regiones limitadas del espacio en cantidades de energía $h\nu$, las cuales se comportan como partículas independientes y se denominan «cuantos de luz» o «fotones».

Puesto que existía cierta reticencia a aplicar métodos estadísticos a la radiación propiamente dicha, Einstein consideró también el movimiento browniano de un espejo que reflejara perfectamente la radiación comprendida en el intervalo de frecuencias $(\nu, \nu+d\nu)$ pero que transmitiera el resto [4 b]. Si P_ν es la fuerza de rozamiento correspondiente a la velocidad ν del espejo normal a su superficie, la teoría general de Einstein del movimiento browniano proporciona, para la variación irregular Δ experimentada por el momento del espejo en la dirección normal y durante el intervalo de tiempo τ , la relación estadística

$$\overline{\Delta^2} = 2Pm\nu^2\tau = 2PkT\tau, \quad (4)$$

puesto que $m\nu^2 = kT$ (m es la masa del espejo). En primer lugar se calcula P , que de acuerdo con la teoría ondulatoria habitual es dada por

⁴ Para un cálculo cuantitativo, véase H.A. Lorentz, *Théories statistiques en thermodynamique*, Leipzig, 1916, Apéndice IX.

$$P = \frac{3}{2c} \left(Q - \frac{1}{3} \nu \frac{\partial Q}{\partial \nu} \right) d\nu \cdot f, \quad (5)$$

donde $Qd\nu$ es la energía radiada por unidad de volumen en el intervalo de frecuencias $(\nu, \nu+d\nu)$ considerado y f la superficie del espejo. Sustituyendo (5) en (4) y utilizando la fórmula de Planck, se obtiene

$$\frac{\overline{\Delta^2}}{\tau} = \frac{1}{c} \left[h\nu Q + \frac{c^3}{8\pi\nu^2} Q^2 \right] d\nu \cdot f. \quad (6)$$

Esta fórmula está íntimamente relacionada con la ecuación (3), ya que utilizando $E = Qd\nu V$ se obtiene

$$\frac{\overline{\Delta^2}}{\tau} = \frac{1}{c} f \frac{\overline{\varepsilon^2}}{V}. \quad (6a)$$

Al igual que en (3), sólo el último término de la ecuación (6) se puede explicar con la teoría ondulatoria clásica, mientras que el primero se puede interpretar con la imagen de los cuantos de luz corpusculares de energía $h\nu$ y momento $h\nu/c$ en la dirección de su propagación.

Tenemos que añadir dos puntualizaciones:

1. Si se parte de la ley de Wien simplificada de la radiación del cuerpo negro que se cumple para $h\nu \gg kT$ (o cuya validez está restringida a este intervalo), sólo se obtiene el primer término de la ecuación (3).

2. En su primer artículo [1], Einstein calculó para el rango de validez de la ley de Wien, y con la ayuda de una aplicación directa de la ecuación (1), la probabilidad de un estado poco común en el que toda la energía de la radiación estuviera contenida en cierto volumen parcial en lugar de considerar la media cuadrática de la fluctuación de energía. También en este caso pudo interpretar los resultados con la ayuda de la ya mencionada imagen de los «cuantos de luz» corpusculares. De este modo Einstein llegó a su famosa «hipótesis del cuanto de luz» que aplicó inmediatamente al

efecto fotoeléctrico y a la ley de la fluorescencia de Stokes [1], y posteriormente a la generación de rayos catódicos secundarios por rayos x [5], así como a la predicción del límite de alta frecuencia en el *Bremsstrahlung* [9]. Todo esto es ahora tan bien conocido que no es necesario entrar en una discusión detallada de estas consecuencias. Vamos sólo a recordar brevemente que debido a este primer trabajo de Einstein se vio claro que la existencia del cuanto de acción implica un cambio radical de las leyes que gobiernan todos los fenómenos microscópicos. En el caso de la radiación, este cambio se evidencia en el contraste entre el uso de la imagen de partícula y la de onda en fenómenos diferentes.

Las consecuencias de la teoría de Planck de que los osciladores armónicos de frecuencia propia ν sólo pueden tener valores discretos de energía dados por múltiplos enteros de $h\nu$ [2], también fue aplicada con éxito por Einstein a la teoría del calor específico de los sólidos [3]. Sistemáticamente se ha señalado que en esta ocasión Einstein aplicó por primera vez el método más sencillo del conjunto canónico para la deducción de la energía libre y de la energía media de dichos osciladores en función de la temperatura, mientras que en los primeros artículos de Planck la entropía en función de la energía se calculaba con ayuda del método de Boltzmann, en el que se utiliza el conjunto microcanónico. En cuanto al contenido físico de la teoría, parece evidente que suponer sólo un valor único para la frecuencia de los osciladores en el cuerpo sólido no podía ser correcto. A propósito del descubrimiento de Madelung⁵ y Sutherland⁶ de la relación existente entre el supuesto valor de esta frecuencia y las propiedades elásticas del sólido, hay que decir que el problema fue tratado en algunos trabajos posteriores de Einstein [7, 8, 9], entre los cuales el que contiene su contribución al Congreso Solvay de 1911 es el más interesante, ya que fue presentado después del establecimiento de la fórmula empírica de Nernst y Lindemann de la energía térmica de los sólidos y exactamente antes de que el problema fuese resuelto teóricamente por Born y Kármán⁷ y de forma independiente por Debye⁸. Hoy día puede parecer bastante extraño que

⁵ E. Madelung, *Physikalische Zeitschrift* 11, 898 (1910).

⁶ W. Sutherland, *Philosophical Magazine* (6) 20, 657 (1910).

⁷ M. Born y Th. von Kármán, *Physikalische Zeitschrift* 13, 297 (1912).

⁸ P. Debye, *Annalen der Physik* (4) 39, 789 (1912).

estas últimas teorías no se hallaran mucho antes, tanto más cuanto que hacía ya mucho que Rayleigh y Jeans habían aplicado el método de las vibraciones propias a la radiación del cuerpo negro desde el punto de vista de la teoría clásica. Sin embargo, hay que tener presente que hasta entonces no se había encontrado ninguna regla general para determinar los valores de energía discretos de los estados, y también que los físicos dudaban sobre la conveniencia de aplicar las leyes cuánticas a objetos tan ampliamente extendidos en el espacio como las vibraciones propias de un cuerpo.

La conferencia pronunciada por Einstein sobre la naturaleza de la radiación en la reunión de física de Salzburgo [5] de 1909, en la que por primera vez se presentaba ante una gran audiencia, se puede considerar como uno de los puntos de referencia del desarrollo de la física teórica. Trata de la relatividad especial y de la teoría cuántica, y contiene la importante conclusión de que los procesos elementales deben estar controlados (radiación dirigida) no sólo por la absorción sino también por la emisión de radiación, si bien este postulado estaba en abierto conflicto con la idea clásica de la emisión por ondas esféricas, idea que es indispensable para comprender las propiedades de coherencia de la radiación que se manifiestan en los fenómenos de interferencias. El postulado de Einstein sobre el proceso de una emisión dirigida fue posteriormente reforzado con potentes argumentos termodinámicos en su siguiente trabajo. En los artículos publicados con L. Hopf [6] (quien más tarde tendría una interesante discusión con Von Laue [12] sobre el grado de desorden en la radiación «negra») amplió el primer trabajo, sobre las fluctuaciones del momento de un espejo bajo la influencia de un campo de radiación, a las correspondientes fluctuaciones del momento de un oscilador armónico. De esta forma fue posible, al menos para este sistema particular que tan importante papel desempeñó en la teoría original de Planck, calcular el movimiento traslacional en equilibrio con la radiación que le rodea, además de su movimiento oscilatorio que ya había sido tratado mucho antes por Planck. El resultado fue decepcionante para aquellos que aún tenían la vana esperanza de obtener la fórmula de la radiación de Planck con un simple cambio de las hipótesis estadísticas en vez de con una ruptura fundamental con las ideas clásicas en lo referente a los propios microfenómenos elementales. Así, el cálculo clásico de la fluctuación del momento de un oscilador armónico en su interac-

ción con un campo de radiación sólo es compatible con el valor bien conocido de $3/2 kT$ de su energía cinética en equilibrio termodinámico, si el campo de radiación satisface la ley clásica de Rayleigh-Jeans en lugar de la ley de Planck. Si, por el contrario, se asume esta última ley, las fluctuaciones del momento de los osciladores deben ser atribuidas a irregularidades del campo de radiación, las cuales han de ser mucho mayores que las clásicas para una densidad pequeña de la energía de la radiación.

Con la afortunada aplicación de la teoría cuántica de Bohr a la explicación de las líneas espectrales de los elementos, mediante sus dos conocidos «postulados fundamentales de la teoría cuántica» (1913), comenzó un rápido desarrollo en el curso del cual esta teoría se liberó de estar restringida a sistemas tan particulares como los osciladores de Planck.

No obstante, el problema surgió al obtenerse la fórmula de la radiación de Planck utilizando hipótesis generales válidas para todos los sistemas atómicos, de acuerdo con los postulados de Bohr. Este problema fue resuelto por Einstein en 1917 en un célebre artículo [13] que se puede considerar como la culminación de su serie de éxitos en teoría cuántica (véase también [10] y [11]) y como la constatación de la madurez alcanzada por su primer trabajo sobre el movimiento browniano. Con ayuda de leyes estadísticas generales de los procesos de emisión espontánea e inducida, y de los procesos de absorción, inversos a los primeros, dio un nuevo fundamento a la fórmula de la radiación de Planck al plantear la hipótesis de la validez de dos relaciones generales entre los tres coeficientes que determinan la frecuencia de estos procesos, y que permiten el cálculo del tercero si se conocen dos de ellos. Como quiera que estos resultados de Einstein figuran hoy día en todos los libros de texto de teoría cuántica, no es necesario comentar aquí los detalles de esta teoría y su posterior generalización a procesos de radiación más complicados [15]. Además de la obtención de la fórmula de la radiación de Planck, el mismo artículo trata, de forma concluyente y muy general, del intercambio de momento entre el sistema atómico y la radiación, utilizando de nuevo la ecuación (4) de la teoría del movimiento browniano que relaciona la media cuadrática del momento intercambiado en un intervalo de tiempo determinado y la fuerza de rozamiento P_v . Esta última puede calcularse haciendo uso de la hipótesis general, derivada de la experiencia y del experimento,

de que la emisión o la absorción inducidas por haces de radiación con direcciones diferentes son independientes entre sí⁹. La condición (4) se cumple entonces en el campo de radiación de Planck sólo si se supone que la emisión espontánea se produce de tal manera que por cada proceso elemental de radiación se emite una cantidad de momento $h\nu/c$ en una dirección aleatoria, y que el sistema atómico experimenta el correspondiente retroceso en la dirección opuesta, consecuencia confirmada más tarde, experimentalmente, por Frisch¹⁰.

En opinión del autor, se ha prestado poca atención al juicio crítico del propio Einstein acerca del papel fundamental adscrito al «azar» en esta descripción de los procesos de radiación mediante leyes estadísticas. Por esta razón citamos el párrafo siguiente de su artículo de 1917:

La debilidad de la teoría estriba, por un lado, en que no nos aproxima a una fusión con la teoría ondulatoria, y, por otro, en que deja el tiempo y la dirección de los procesos elementales al «azar»; a pesar de ello, tengo plena confianza en lo fidedigno del camino emprendido.

La confrontación entre las propiedades interferenciales de la radiación, para cuya descripción es indispensable el principio de superposición de la teoría ondulatoria, y las de los intercambios de energía y momento entre radiación y materia, que sólo pueden describirse con ayuda de la imagen corpuscular, lejos de disminuir parecía convertir, en principio, a ambas propiedades en irreconciliables. Como es sabido, De Broglie posteriormente formuló cuantitativamente la idea de un contraste análogo en el caso de la materia. Einstein era muy favorable a esta nueva idea, y el autor recuerda que en una discusión mantenida en la reunión de física de Innsbruck en el otoño de 1924, propuso investigar los fenómenos de interferencia y difracción con haces moleculares¹¹. Al mismo tiempo, en un artículo de S.N. Bose apareció una deducción de la fórmula de Planck que sólo utilizaba la imagen corpuscular sin concepto teórico-ondulatorio alguno, lo que

⁹ Compárese en este punto la discusión entre Einstein y Jordan [16].

¹⁰ R. Frisch, *Zeitschrift für Physik* 86,42 (1933).

¹¹ Compárese también, en relación con esto, la anterior discusión entre

inspiró a Einstein a dar una aplicación análoga a la teoría de la llamada degeneración de los gases ideales [17], que en la actualidad describe las propiedades termodinámicas de un sistema de partículas con funciones de onda simétricas (estadística de Einstein-Bose). Resulta interesante que posteriormente se intentara aplicar esta teoría al helio líquido. La diferencia fundamental entre las propiedades estadísticas de partículas idénticas y de partículas diferentes, que también se trata en los citados artículos de Einstein, está relacionada, según la mecánica ondulatoria, con la circunstancia de que debido al principio de indeterminación de Heisenberg, que es parte de los orígenes de la nueva teoría, se pierde la posibilidad de discernir partículas idénticas por medio de la continuidad de su movimiento en el espacio y en el tiempo. Poco después de aparecer el artículo de Einstein, se consideró en la literatura (estadística de Fermi-Dirac) la consecuencia termodinámica de la alternativa que se aplica a los electrones, la de partículas con funciones de onda antisimétricas.

La formulación de la mecánica cuántica, que pronto siguió a la publicación del artículo de De Broglie, no sólo fue decisiva al establecer por vez primera desde el descubrimiento de Planck una descripción teórica autoconsistente de fenómenos en los que el cuanto de acción desempeña un papel esencial, sino que hizo también posible profundizar más en la situación epistemológica general de la física atómica en relación con el punto de vista que Bohr denominó «complementariedad»¹². El autor pertenece a ese grupo de físicos que cree que la nueva situación epistemológica subyacente a la mecánica cuántica es satisfactoria, tanto desde el punto de vista de la física como desde aquel más amplio que contempla las condiciones del conocimiento humano en general. Lamento que Einstein parezca tener una opinión diferente de esta situación, tanto más cuanto que del nuevo aspecto de la descripción de la naturaleza, en contraste con las ideas subyacentes a la física clásica, parece abrirse la esperanza de un futuro desarrollo

Einstein y Ehrenfest [14] acerca de problemas relacionados con haces moleculares.

¹² Una nota de la postura de Einstein sobre este desarrollo aparece en el posterior artículo de N. Bohr. [Esta observación se refiere a la contribución hecha por Bohr en el mismo volumen de Schilpp consagrado a Einstein, al que dedicó su propio artículo; está excluido en la edición alemana de *Aufsätze* de Pauli.]

de diferentes ramas de la ciencia que posibilite una mayor unidad de todas ellas.

En realidad, en sentido físico estricto somos conscientes de que el actual edificio de la mecánica cuántica se encuentra aún lejos de su forma definitiva, pero también de que abre el camino a problemas que Einstein ya había considerado hace tiempo. En su artículo de 1909 [4b], citado anteriormente, insiste en la importancia de la observación de Jeans acerca de que la carga eléctrica elemental e y la velocidad de la luz c determinan la constante e^2/c , que tiene las mismas dimensiones que el cuanto de acción h (apuntando así a la ahora bien conocida constante de estructura fina $2\pi e^2/hc$). Einstein subrayó (*loc. cit.*, pág. 192) que «el cuanto elemental de electricidad e es un desconocido en la electrodinámica de Maxwell-Lorentz», y expresó el deseo de que «la misma modificación de la teoría que contiene al cuanto elemental e como una consecuencia tenga también como consecuencia la estructura cuántica de la radiación». La recíproca de esta afirmación ha resultado no ser cierta, ya que la nueva teoría cuántica de la radiación y la materia no incluye como consecuencia el valor de la carga elemental eléctrica, de modo que esta última es también una desconocida en la mecánica cuántica.

La determinación teórica de la constante de estructura fina es realmente el más importante de los problemas que aún no ha resuelto la física moderna. Creemos que cualquier retorno a las ideas de la física clásica (por ejemplo, al uso del concepto clásico de campo) no nos aproximará a este objetivo. Presumiblemente para conseguirlo tendremos que pagar el tributo de realizar cambios aún más revolucionarios de los conceptos fundamentales de la física, lo que conllevará una digresión aún mayor de los conceptos de las teorías clásicas.

Relación de artículos de Einstein sobre teoría cuántica

1. «Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt», *Annalen der Physik*, Leipzig (4) 17, 132 (1905).
2. «Zur Theorie der Lichterzeugung und Lichtabsorption», *Annalen der Physik*, Leipzig (4) 20, 199 (1906).
3. «Die Plancksche Theorie der Strahlung und die Theorie der spezifischen Wärme», *Annalen der Physik*, Leipzig (4) 22, 180 y 800 (1907).
4. Discusión con W. Ritz: a) W. Ritz, *Physikalische Zeitschrift* 9, 903 (1908) y 10, 224 (1908); b) A. Einstein, «Zum gegenwärtigen Stand des Strahlungsproblems», *Physikalische Zeitschrift* 10, 185 (1909); c) W. Ritz y A. Einstein, «Zur Aufklärung», *Physikalische Zeitschrift* 10, 323 (1909).
5. «Über die Entwicklung unserer Anschauungen über das Wesen und die Konstitution der Strahlung» (informe comunicado en la reunión de física de Salzburgo, septiembre de 1909), *Physikalische Zeitschrift* 10, 817 (1909).
6. A. Einstein y L. Hopf: a) «Über einen Satz der Wahrscheinlichkeitsrechnung und seine Anwendung in der Strahlungstheorie», *Annalen der Physik*, Leipzig, 33, 1096 (1910) [compárese también la referencia 12]; b) «Statistische Untersuchung der Bewegung eines Resonators in einem Strahlungsfeld», *Annalen der Physik*, Leipzig, 33, 1105 (1910).
7. «Eine Beziehung zwischen dem elastischen Verhalten und der spezifischen Wärme bei festen Körpern mit einatomigem Molekül», *Annalen der Physik*, Leipzig, 34, 170 y 590 (1911).
8. «Elementare Betrachtungen über die thermische Molekularbewegung in festen Körpern», *Annalen der Physik*, Leipzig, 35, 679 (1911).
9. *La théorie du rayonnement et les quanta. Rapports et discussions de la Réunion tenue à Bruxelles, du 30 octobre au 3 novembre 1911, sous les auspices de M.E. Solvay*, París, 1912. (Informe de Einstein: «L'état actuel du problème des chaleurs spécifiques».)
10. «Thermodynamische Begründung des photochemischen Äquivalentgesetzes», *Annalen der Physik*, Leipzig, 37, 832 (1912) y 38, 881 (1912).
11. A. Einstein y O. Stern, «Einige Argumente für die Annahme einer molekularen Agitation beim absoluten Nullpunkt», *Annalen der Physik*, Leipzig, 40, 551 (1913).
12. Discusión entre Einstein y Von Laue: a) M. von Laue, *Annalen der Physik*, Leipzig, 47, 853 (1915); b) A. Einstein, *Annalen der Physik*,

Leipzig, 47, 879 (1915); c) M. von Laue, *Annalen der Physik*, Leipzig, 48, 668 (1915).

13. «Zur Quantentheorie der Strahlung», *Physikalische Zeitschrift* 18, 121 (1917) [compárese también *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, núm. 13/14 (1916)].
14. A. Einstein y P. Ehrenfest, «Quantentheoretische Bemerkungen zum Experiment von Stern und Gerlach», *Zeitschrift für Physik* 11, 326 (1922).
15. A. Einstein y P. Ehrenfest, «Zur Quantentheorie des Strahlungsgleichgewichtes», *Zeitschrift für Physik* 19, 301 (1923) [véase también W. Pauli, *Zeitschrift für Physik* 18, 272 (1923)].
16. Discusión Jordan-Einstein: a) P. Jordan, *Zeitschrift für Physik* 30, 297 (1924); b) A. Einstein, *Zeitschrift für Physik* 31, 784 (1925).
17. «Zur Quantentheorie des einatomigen idealen Gases», *Sitzungsberichte der Berliner Akademie der Wissenschaften* (1924), pág. 261 y (1925), págs. 3 y 18 [véase también S.N. Bose, *Zeitschrift für Physik* 26, 178 (1924) y 27, 384 (1924)].

Espacio, tiempo y causalidad en física moderna *

Mediante un análisis del papel que desempeñan en la estructura de la física las tres constantes universales de la naturaleza —velocidad de la luz en el vacío c , constante de gravitación κ y cuanto de acción de Planck h , es posible delimitar ciertos dominios cerrados de las leyes naturales que son válidos bajo determinadas aproximaciones. Estos dominios son: el de la física clásica, en el que se atribuye un significado independiente al espacio y al tiempo y que está gobernado por la causalidad en el sentido clásico; el de la teoría de la relatividad especial, en el que el espacio y el tiempo están unidos en un continuo; el de la teoría de la relatividad general, en el que las relaciones geométricas del continuo espacio-tiempo son dependientes de la materia, y, por último, el de la mecánica cuántica en el que se abandona el concepto clásico de causalidad y se lo reemplaza por la complementariedad mecano-cuántica **.

En muchos aspectos, el presente aparece como una época de inseguridad de los principios y de inestabilidad de los fundamentos. Ni siquiera el desarrollo de las ciencias exactas ha escapado a este talante de inseguridad, como queda de manifiesto, por ejemplo, en la utilización de frases tales como «crisis de los fundamentos» en matemáticas o de «revolución de nuestra imagen del Universo» en física. En realidad, muchos conceptos que en apariencia derivan directamente de modelos intuitivos proporcionados por percepciones sensoriales, y que antiguamente eran considerados naturales, triviales o sencillamente obvios, se le antojan al físico

* Versión ampliada de una conferencia pronunciada en la Philosophical Society de Zurich, en noviembre de 1934. Procedente de *Scientia* 59, 65-76 (1936).

** Este resumen fue omitido en la edición original alemana de *Aufsätze über Physik und Erkenntnistheorie* de Pauli.

moderno de aplicabilidad limitada. Éste contempla con escepticismo aquellos sistemas filosóficos que, aun imaginando que han admitido definitivamente las condiciones *a priori* del propio entendimiento humano, sólo han conseguido en realidad establecer condiciones *a priori* de los métodos de las matemáticas y de las ciencias exactas de una época concreta.

Pero ¿justifica esto el abandono total de los resultados y métodos científicos anteriores y que, una vez liberados de ellos, nos dediquemos a buscar formas de conocimiento totalmente nuevas para la especie humana? Una sencilla consideración muestra que esto no es así. Si hasta ahora hemos intentado delimitar el punto de partida de la física moderna para preservarla de tendencias ultraconservadoras, a partir de este momento estamos igualmente obligados a imponer límites a tendencias que sean demasiado revolucionarias. De hecho, el astrónomo, indiferente en la práctica a los logros de la física moderna, continúa calculando las órbitas planetarias con notable éxito mediante la ley de la gravitación de Newton; de la misma forma, el ingeniero, haciendo caso omiso del conocimiento actual sobre la constitución de la materia, sigue haciendo cálculos para sus máquinas dictados en gran parte por las leyes de la mecánica clásica, la termodinámica y la electrodinámica. Este hecho, que refleja la continuidad histórica del desarrollo de la física, está también expresado en su estructura lógica.

De hecho, no parece que haya que considerar a las anteriores etapas de la física simplemente inútiles o vacías como consecuencia del desarrollo de las posteriores, sino sencillamente tener presente su alcance limitado de aplicación mediante su inclusión como casos límite en los sistemas más amplios de la física moderna. De aquí surgen dominios separados con múltiples interconexiones lógicas, cada una de las cuales incluye sus propias condiciones *a priori*; cada dominio es completo en el sentido de que no se pueden añadir nuevas leyes al sistema de leyes naturales del dominio implicado sin que se altere parcialmente el contenido de aquellas propias del mismo.

La física, en comparación con otras disciplinas como la psicología o la historia, tiene una especial ventaja en tanto que al tratar con objetos cuantitativamente *mensurables* e independientes en muy alto grado de valores emotivos humanos, es susceptible de una formulación matemática exacta. La física moderna no ha

alterado en forma alguna esta situación. Así, vemos que la existencia de los distintos dominios lógicos anteriores está ligada a la de ciertas *constantes de la naturaleza* cuyos valores numéricos pueden determinarse exactamente mediante mediciones.

Ya que estamos dirigiendo fundamentalmente nuestra atención al espacio, al tiempo y a la causalidad, consideraremos en particular tres constantes naturales fundamentales de la física:

- 1) la velocidad de la luz $c = 3 \times 10^{10}$ cm/s;
- 2) la constante de gravitación $\kappa = 1,87 \times 10^{-27}$ cm/g (nos referimos aquí a la llamada constante relativista de la gravitación; está relacionada con la constante newtoniana usual k , que expresa en dinas la fuerza gravitacional mutua entre dos masas de 1 g separadas 1 cm de distancia, mediante la fórmula $\kappa = 8\pi k/c^2$); y
- 3) el cuanto de acción (constante de Planck), $h = 6,545 \times 10^{-27}$ ergios.s.

Vamos ahora a caracterizar un dominio particular de las leyes de la naturaleza por la condición de que las velocidades de las partículas materiales se puedan considerar pequeñas comparadas con la velocidad de la luz, y porque, además, todas las «acciones» implicadas (con dimensiones de energía $\times$ tiempo o momento $\times$ longitud) sean muy grandes comparadas con el cuanto de acción h . En términos técnicos, este dominio se puede describir como el de «aproximación $c = \infty$, $h = 0$ », ya que los términos descartados implican que hemos hecho $c = \infty$, $h = 0$ en todas las fórmulas. Este es el dominio de la mecánica de Galileo y Newton, en el cual la simultaneidad de sucesos separados espacialmente tiene un significado objetivo. El siguiente dominio general es aquel en el que se tiene en cuenta el valor finito de c , mientras que h sigue siendo igual a 0, y en el que todas las acciones proporcionales a $\kappa = 8\pi k/c^2$ son también despreciables. Nos encontramos aquí en el dominio de la teoría de la relatividad especial, de la electrodinámica clásica (Maxwell-Lorentz) y de la óptica, en el cual el espacio y el tiempo se fusionan en un único continuo cuatridimensional. En este

continuo, el «intervalo» Δs entre dos sucesos de coordenadas (x_i^I, t^I) , (x_i^{II}, t^{II}) , ($i = 1, 2, 3$), que está definido de la forma

$$\Delta s^2 = \sum_{i=1}^3 (x_i^I - x_i^{II})^2 - c^2 (t^I - t^{II})^2,$$

tiene todavía un significado físico objetivo al igual que sucede con las leyes de la geometría euclidiana.

El tercer dominio con el que se agota la física clásica es aquel que sólo considera $h = 0$, pero que tiene en cuenta acciones proporcionales a κ . Nos encontramos en el dominio de la teoría de la relatividad general, según la cual la geometría debe ser considerada dependiente de la materia, y la realidad física directa es atribuida solamente a la coincidencia en el espacio y en el tiempo de cosas definidas objetivamente. Esta idea conduce de la manera conocida a la equivalencia de todos los sistemas de referencia; no obstante, hay una hipótesis lógica de los dominios anteriormente discutidos que permanece intacta: es la que supone que una vez establecido el sistema de referencia, los fenómenos físicos continúan su curso (y pueden ser descritos) independientemente de cómo sean observados, y que el requerimiento de determinismo (causalidad) se satisface en el sentido de que a partir del conocimiento de cierto número de funciones físicas de estado (que pueden ser funciones continuas de la posición en el espacio) en un instante dado $t = t_0$, conocimiento que puede en principio obtenerse con gran precisión mediante mediciones, se pueden calcular los valores de estas funciones de estado en otro instante (posterior o anterior) $t = t_1$ y, en consecuencia, predecir exactamente los resultados de las demás mediciones posibles en dicho instante $t = t_1$.

Sin embargo, cuando tomamos en consideración aquellos fenómenos que incluyen al cuanto de acción de Planck, nos enfrentamos a una situación epistemológica completamente nueva respecto a las hipótesis físicas últimamente mencionadas. Puesto que los logros más recientes de la física cuántica son para la mayor parte de la gente (y esto incluye particularmente a los círculos filosóficos) menos familiares que los de la teoría de la relatividad, aunque no menos relevantes que los de ésta, se explicarán algo más detalladamente en la sección siguiente. Antes de pasar a ello,

resumiremos en una tabla lo que se ha dicho hasta ahora sobre la secuencia de los dominios de las leyes que tienen validez aproximada bajo determinadas condiciones.

Dominio I	Dominio II	Dominio III
Aproximación: $c = \infty$ $\kappa = 0$ $h = 0$	c finita Aproximación: $\kappa = 0$ $h = 0$	c finita κ finita Aproximación: $h = 0$
Mecánica de Galileo y de Newton. Termodinámica y mecánica estadística clásica.	Electrodinámica de Maxwell y Lorentz y óptica. Teoría de la relatividad especial.	Teoría relativista de la gravitación.
Significado objetivo del tiempo independiente del espacio.	Sólo el continuo espacio-tiempo de 4 dimensiones tiene realidad física.	Las propiedades geométricas y cinemáticas del continuo espacio-tiempo están condicionadas parcialmente por los objetos físicos, estando descritas por el campo g que también produce efectos gravitacionales. Equivalencia de todos los sistemas de referencia.
Significado objetivo del movimiento uniforme sin rotación. Propiedades geométricas y cinemáticas del continuo espacio-tiempo independientes de la materia (los objetos físicos).		
Significado objetivo de coincidencia en espacio y en tiempo de objetos físicos definidos exactamente. Causalidad en el sentido de la determinación única de la evolución temporal de todas las funciones de estado físicas que describen de forma exhaustiva los posibles resultados de la medición a partir de los valores iniciales que, en principio, se pueden averiguar mediante medidas. Regularidades en la evolución de los fenómenos físicos independientemente de cómo sean observados; posibilidad de su caracterización objetiva sin ambigüedad.		

Tabla I. Los dominios lógicos de la física clásica.

En cierto sentido, los conceptos de la física clásica han resultado también indispensables para la descripción de los fenómenos cuánticos, ya que los resultados de la medida se obtienen siempre,

en la práctica, con aparatos que funcionan según las leyes de la física clásica. Por otro lado, parece que puede constituir una limitación esencial el uso *simultáneo* de dos o más conceptos clásicos o imágenes visualizables (*anschauliche*), habida cuenta el valor finito del cuanto de acción. Un ejemplo de esto lo proporcionan los conceptos de onda y de partícula de la física clásica. El primero de ellos es indispensable para comprender los fenómenos de interferencia involucrados en el principio de superposición, y el último, para la descripción de los intercambios de cuantos de energía y momento entre la luz y la materia (y también entre materia y materia). En estos intercambios, las leyes de conservación de la energía y del momento se han verificado sin excepción incluso en procesos atómicos elementales. Este aparente dilema entre los conceptos de onda y partícula, que en principio surgió con los fenómenos ópticos, se repitió en el caso de la materia y es cierto, en particular, para electrones y protones, ya que los haces de partículas materiales también producen efectos interferenciales. Fue precisamente el reconocimiento del carácter universal de este aparente dilema lo que ofreció la posibilidad de una descripción consistente de todos los fenómenos asociados, culminando con el establecimiento de la llamada *relación de incertidumbre*. Esta relación afirma que no tiene sentido asignar simultáneamente valores numéricos a la coordenada de posición x de una partícula material o de un cuanto de luz, y a la componente p_x de su momento, si el producto de sus precisiones Δx y Δp_x es menor en orden de magnitud que el cuanto de acción h . Luego, es necesario que

$$\Delta x \cdot \Delta p_x > h. \quad (1)$$

Por ello se desprende de la mecánica cuántica que, para medir exactamente la posición por un lado y el momento por otro, se deban utilizar dispositivos experimentales mutuamente excluyentes, ya que cada medida exacta de este tipo implica una interacción entre el aparato de medida y el objeto medido, la cual, en parte, es esencialmente indeterminada e indeterminable. De hecho, una delimitación espacio-temporal del objeto que se mide está asociada invariablemente a una transferencia de energía y momento indeterminable entre él y un sistema fijo. Por otro lado, los dispositivos experimentales que permiten medir esta transferencia con precisión implican necesariamente

una renuncia a la posibilidad de seguir la evolución espacio-temporal de la interacción entre el objeto a medir y el aparato de medida. De esta forma, la física da un paso más hacia la abstracción alejándose de las imágenes visualizables, pero, por otra parte, surge la oportunidad de utilizar de forma consistente algunos de los conceptos clásicos para describir los fenómenos atómicos. El uso del término *complementariedad* se ha introducido para dar cuenta de la relación lógica entre dos conceptos clásicos, cada uno de los cuales puede, debido al valor finito del cuanto de acción, controlarse por separado, pero no pueden utilizarse simultáneamente en el dominio de la mecánica cuántica. En el caso general del estado mecano-cuántico de una partícula material, no se pueden predecir con exactitud la posición ni el momento, por lo que el estado de dicha partícula sólo puede describirse mediante predicciones *estadísticas* realizadas sobre la distribución de los resultados de las posibles medidas de la posición o del momento en dicho estado. Formalmente, estas predicciones están contenidas simbólicamente en una función de onda con partes real e imaginaria. En este sentido, la *complementariedad mecano-cuántica* se puede considerar como una generalización natural y útil de la *causalidad clásica* que hemos definido en el apartado anterior. Hasta ahora nos hemos limitado al caso general de la *coincidencia de entidades individuales definidas sólo aproximadamente—es decir, de objetos físicos cuyas propiedades sólo pueden predecirse en un sentido estadístico—dentro de dominios finitos del espacio-tiempo*.

Antes de ir más allá, vamos a intentar explicar la idea de complementariedad y la relación de incertidumbre con un ejemplo relacionado con la conocida controversia acerca de si el proceso de emisión espontánea de luz por un átomo es direccional o no. La imagen de la radiación de luz en todas las direcciones como una onda esférica clásica es indispensable para describir los fenómenos de interferencia que surgen debido a la coherencia de los rayos emitidos en direcciones diferentes. Sin embargo, sólo la imagen de emisión direccional conduce a las predicciones correctas relativas al retroceso que experimenta el átomo en el proceso de emisión. Este retroceso tiene un valor h/λ , siendo λ la longitud de onda de la luz, y tiene lugar en un sentido arbitrario opuesto al del cuanto de luz emitido. Recientemente, este retroceso se ha puesto de manifiesto en experimentos con haces moleculares.

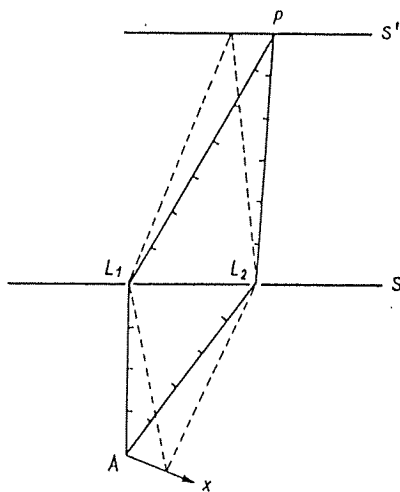


Fig. 1.

Si fuera posible poner en evidencia este retroceso y la coherencia de la radiación emitida en varias direcciones mediante el mismo dispositivo experimental, se demostraría que existe una contradicción interna entre los conceptos utilizados para describir los fenómenos de emisión (el concepto de cuantos de luz por un lado y el de ondas esféricas por otro).

Para investigar con más detalle esta cuestión consideremos un átomo A que emite un cuanto de luz espontáneamente (véase fig. 1). Delante de él se encuentra una pantalla S con dos aberturas L_1 y L_2 , y tras ella una segunda pantalla S' en la que es observado el cuanto de luz. Según la teoría ondulatoria, el cuanto de luz no puede alcanzar aquellos puntos P para los que la diferencia de camino óptico, es decir, la diferencia entre los caminos AL_1P y AL_2P , sea múltiplo impar de una semilongitud de onda. Por otra parte, se podría determinar, midiendo el retroceso experimentado por el átomo, si el cuanto de luz ha sido emitido en la dirección AL_1 o en la AL_2 . El vector diferencia de los momentos de A en ambos casos tiene la dirección, designada por x , perpendicular a la bisectriz del ángulo que forman AL_1 y AL_2 y está en su mismo plano. Además, si θ es el ángulo que forman AL_1 y AL_2 , el valor de este vector diferencia de los vectores momento es

$$\frac{h}{\lambda} 2 \sin \frac{\theta}{2}.$$

Ahora bien, la relación de incertidumbre muestra que esto es un caso típico de complementariedad. Para que se pueda deducir una conclusión de las mediciones del retroceso acerca de si el camino que ha seguido realmente el cuanto de luz ha sido AL_1 o AL_2 , es necesario que el momento del átomo en la dirección x sea conocido antes de la emisión de la luz con una precisión

$$\Delta p_x < \frac{h}{\lambda} 2 \sin \frac{\theta}{2}. \quad (a)$$

Por otra parte, una diseminación del objeto luminoso en la dirección x en una cantidad $\lambda/2 \sin \theta/2$ * conlleva la desaparición completa de todas las figuras de interferencia de la óptica ondulatoria producidas por los dos rayos AL_1 y AL_2 . Así, la condición que establece la óptica ondulatoria para que las interferencias sean observables es

$$\Delta x < \frac{\lambda}{2 \sin \theta/2}, \quad (b)$$

donde Δx es la precisión con la que se conoce la posición del átomo en la dirección x antes de que emita luz.

Pero según la relación de incertidumbre (1), es imposible que (a) y (b) se cumplan simultáneamente, de modo que para medir el retroceso y la coherencia es preciso utilizar dispositivos experimentales mutuamente excluyentes. Se verá fácilmente que incluso si se midieran los retrocesos experimentados por las pantallas S , esto no afectaría al resultado. Para decidir, a partir de dicha medida del retroceso, si el cuanto de luz ha atravesado o no la abertura L_1 , la parte S_1 de S que está a la izquierda de L_1 tendría que suponerse móvil respecto a la parte restante S_2 , y una vez más la relación de incertidumbre haría mutuamente excluyentes el conocimiento de su momento y de su posición (y, por tanto, también el de la abertura L_1) antes del retroceso ¹.

Con este ejemplo vemos, por una parte, que la validez univer-

* Esto corrige un error del original.

¹ Para consultar otros ejemplos se remite al lector a W. Heisenberg, *The Physical Principles of Quantum Theory*, Chicago, 1934.

sal de la relación de incertidumbre es una condición necesaria para que la mecánica cuántica esté libre de contradicciones, y, por otra, que es hasta cierto punto una cuestión de elección en el sentido de qué es lo que se considera como perteneciente al objeto medido y qué al procedimiento con el que se ha medido. En realidad, la demarcación entre el objeto que se mide y el proceso de la medida, el acto de corte, como podría decirse, es en mecánica cuántica una operación mucho más incisiva que en teoría clásica, ya que en aquella una parte de la interacción entre el proceso de medición y el objeto queda siempre indeterminada. El formalismo matemático de la mecánica cuántica muestra que las predicciones estadísticas a las que conduce la teoría, para diferentes elecciones de la posición del corte, no pueden nunca ser mutuamente contradictorias.



No podemos entrar aquí en una discusión detallada de esta situación, y solamente me referiré aún a una cuestión de principio. A causa del carácter estadístico de sus postulados, la mecánica cuántica ha sido comparada a menudo con la teoría cinética de los gases; esto ha ido unido a la esperanza de que se podría ampliar la mecánica cuántica con otros postulados ajenos a ella sin detrimento de la exactitud de sus afirmaciones estadísticas, volviéndose así al determinismo en el sentido de la física clásica, como sucede en el caso de la teoría cinética de los gases. Sin embargo, esta comparación me parece completamente errónea, ya que la característica fundamental de la mecánica cuántica, a saber, la posibilidad de utilizar los resultados de medidas anteriores para predecir los resultados de otras posteriores, que podría perderse al llevar a cabo una medida, no tiene equivalente en la teoría cinética de los gases. Además, se puede demostrar que, en el sentido de la determinación, no es posible ampliar los postulados de la mecánica cuántica con otros sin que las afirmaciones estadísticas de la teoría pierdan también, en ciertos casos, su validez. En otras palabras, la mecánica cuántica satisface el criterio lógico de completitud de un sistema de leyes naturales, expresado en la primera sección. El hecho de que en esta teoría se deba uno conformar con leyes estadísticas no debe ser motivo de lamentación por la pérdida del paraíso perdido de la causalidad, y más teniendo en cuenta que, como consecuencia de la nueva situación epistemológica surgida de la necesidad de diferenciar entre el proceso de medida y el objeto medido, y de la indeterminación parcial de su

interacción, el concepto especial de determinismo fenomenológico, válido en física clásica, pierde su significado inequívoco.

Por una parte, se debe sostener que la mecánica cuántica tiene que considerarse como una generalización lógica natural de la mecánica clásica, al igual que la teoría de la relatividad representa una generalización de la mecánica de Galileo y Newton. Pero, por otra, debe hacerse una cierta restricción, ya que el conjunto de leyes naturales que aquí se describen corresponden, en cuanto a sus hipótesis principales se refiere, a la aproximación que en nuestra terminología designamos como $c = \infty$, $\kappa = 0$. En principio, esto sólo es válido si las velocidades de todas las partículas son pequeñas comparadas con la velocidad de la luz, y si no se tienen en cuenta los efectos gravitacionales. En la sección siguiente se discutirá brevemente hasta qué punto la creación de una teoría cuántica «relativista» se ha considerado hasta ahora como un problema irresoluble.



Según lo dicho hasta ahora, cada intento de generalizar la teoría conocida hasta el momento (si omitimos, por sencillez, los fenómenos gravitacionales) se enfrenta con dos dominios cerrados que deberían ser incluidos en cualquier teoría futura como casos límite; en primer lugar, el dominio «clásico» « c finita, $\hbar = 0$ », y en segundo lugar el mecano-cuántico « $c = \infty$, $\hbar$ finita». Aunque se han obtenido algunos resultados pertenecientes al dominio más general « c finita, $\hbar$ finita», éste nada tiene que ver con un sistema de leyes naturales establecido y autoconsistente, como era el caso de los dominios considerados hasta ahora, y por tanto sólo se fundamenta en hipótesis. En consecuencia, nos vamos a limitar a dar algunas indicaciones provisionales sobre estos problemas aún no resueltos.

La mecánica cuántica expuesta en la sección anterior se puede caracterizar, por un lado, por la complementariedad entre las leyes de conservación de la energía y del momento, y, por otro, por la posibilidad de una descripción de los objetos físicos en el espacio y en el tiempo. Al intentar incluir las magnitudes del campo electromagnético en el contexto de la mecánica cuántica, se ha puesto de manifiesto que este tipo de complementariedad no es el más general posible. Además, en los ejemplos hasta ahora

considerados, el número de partículas materiales presente era fijo y constante en el tiempo. Sin embargo, uno de los descubrimientos más importantes de los físicos experimentales en los últimos tiempos ha sido la demostración de la producción de pares de partículas con cargas opuestas a expensas de la radiación, así como el proceso inverso. De esta forma, la interacción entre el instrumento de medida y el objeto que se mide será en estos casos de tal tipo que no sólo sigan siendo indeterminados entre sí los intercambios de energía y momento, sino que también queda indeterminada la pregunta acerca del número de partículas que pertenece al instrumento de medida y al objeto medido.

Por otro lado, la ley de la conservación de la carga eléctrica ocupa un lugar fundamental e igualmente importante junto a las leyes de conservación de la energía y del momento. Se han realizado algunos intentos interesantes en las teorías clásicas de campos, las cuales utilizan una representación formalmente más unificada de la relación entre los campos electromagnético y gravitatorio, para tratar de unificar la ley de conservación de la carga eléctrica con las leyes de conservación de la energía y del momento en una estructura sencilla constituida por cinco ecuaciones. Sin embargo, hasta ahora estas teorías no tienen relación natural alguna con la teoría cuántica y no sirven para interpretar la propiedad adicional fundamental de la carga, a saber, que es atómica, queriendo decir con esto que cada carga eléctrica (sea positiva o negativa) se presenta siempre en la naturaleza como un múltiplo entero de la carga eléctrica elemental

$$e = 4,8 \times 10^{-10} \text{ u.e.s.}$$

A esta constante de la naturaleza no se le ha encontrado aún su lugar apropiado junto a las constantes c , h y κ . Sólo sería satisfactoria una nueva formulación de la teoría cuántica si una interpretación del valor numérico del número sin dimensiones

$$\frac{hc}{2\pi e^2} = 136,8 \pm 0,2$$

opusiera la naturaleza atómica de la carga a la ley clásica de su conservación, al igual que su equivalente teórico-cuántico correcciona de la misma forma que opone como complementarias las

leyes de la conservación de la energía y del momento a la descripción en el espacio-tiempo. No sabemos aún si esa futura teoría modificará o no la relación entre la noción de carga y la de espacio-tiempo tan característica de las teorías de las que ahora disponemos. En las tentativas realizadas hasta el momento en el tratamiento teórico-cuántico, la carga eléctrica se considera localizable en el espacio hasta regiones arbitrariamente pequeñas, por lo que es posible hablar de una densidad de carga que se pueda determinar, al menos en principio, mediante medidas, y que sea una función continua de las coordenadas espaciales y temporales. En relación con esto se plantea la cuestión de que en la teoría cuántica, tal como se ha desarrollado hasta ahora, la energía electromagnética del electrón se hace infinita, como le sucede a la energía eléctrica de una carga puntual en teoría clásica, lo que está en contradicción con la experiencia. Parece que sólo será posible superar esta dificultad con una nueva generalización del concepto de complementariedad de la mecánica cuántica actual y no retornando al concepto de causalidad de las teorías clásicas, si bien esta generalización demandará una renuncia aún mayor de la capacidad de visualización (*Anschaulichkeit*) en sentido estricto.

No podemos entrar aquí en una discusión general de los problemas pendientes de resolución de la física nuclear; sin embargo, debemos añadir una puntualización más en este sentido. Existen algunos indicios de que el fenómeno llamado radiactividad β , es decir, la emisión espontánea de electrones por núcleos atómicos —así como el fenómeno recientemente descubierto de la radiactividad de positrones inducida artificialmente— da cuenta a un nivel más profundo, por así decirlo, de la realidad física que los demás fenómenos de la física nuclear conocidos empíricamente. Según las teorías recientes, estos fenómenos están gobernados por una constante más de la naturaleza que no se puede reducir directamente a las constantes habituales de la física atómica. En relación con esto, es importante señalar que las teorías de campos clásicas actuales, incluyendo a la teoría relativista de la gravitación, no dan una interpretación satisfactoria al carácter esencialmente positivo de la constante κ , que es responsable de que la gravitación se manifieste como una atracción entre masas gravitatorias y no como una repulsión. La interpretación en cuestión podría consistir únicamente en la reducción de la constante κ al cuadrado de otra constante de la naturaleza. Esto sugiere la búsqueda de fenó-

menos en los que intervenga la raíz cuadrada de κ . Si bien hasta el momento se ha considerado como casi seguro que los fenómenos gravitacionales no desempeñan prácticamente ningún papel en física nuclear, no hay que descartar la posibilidad de que los procesos de la radiactividad β pudieran estar relacionados con la raíz cuadrada de κ . Sin embargo, se debe dejar que el futuro decida si esta hipótesis es o no apropiada.

La teoría de la relatividad y la ciencia *

Durante el Congreso de la Relatividad he hablado con diferentes personas en Estados Unidos, tanto de palabra como por escrito. Einstein me ha vuelto a contar también su vieja «historia» acerca de la «descripción imperfecta» de la mecánica cuántica (véase al respecto también su contribución al librito *Scientific papers, presented to Max Born*), pero conjuntamente con su rechazo absoluto de Bohm (lo mismo que de De Broglie), lo que me resultó psicológicamente interesante.

Carta de Pauli a Markus Fierz, 3 de mayo de 1954.

Si consideramos la teoría de la relatividad dentro de un contexto más general que el de la física, incluyendo la astrofísica, nos debemos de interesar, en primer lugar, por su relación con las matemáticas, por un lado, y con la epistemología o la filosofía de la naturaleza por otro. En realidad, puede decirse que la relación de la física con estos dos campos —relación que ha dejado su huella característica en la ciencia desde el siglo XVII— ha suscitado una vez más el interés general debido a la teoría de la relatividad.

La teoría de la relatividad especial se vinculó al concepto matemático de grupo, como ya lo había hecho la mecánica de Galileo y de Newton tan firmemente establecida ahora sobre una base empírica. En esta mecánica, todos los estados de movimiento del observador, o, expresado matemáticamente, todos los sistemas de coordenadas relacionados entre sí mediante un movimiento de traslación uniforme, sin rotación, son equivalentes. Puesto que para mantener el estado de reposo de un cuerpo material no se requiere causa alguna, había que hacer en mecánica clásica una hipótesis semejante en cuanto al estado de movimiento uniforme, ya que éste surge del de reposo mediante una de las

* *Helvetica Physica Acta*, suplemento IV, págs. 282-286 (1956).

transformaciones incluidas en el grupo de la mecánica. Por supuesto que esta formulación de la ley de la inercia de la mecánica clásica no es la original, sino que tiene en cuenta el desarrollo posterior del concepto matemático de grupo introducido en el siglo XIX.

El desarrollo de la electrodinámica, que tuvo lugar durante el mismo período, culminó con las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de Maxwell y H.A. Lorentz. Era evidente que dichas ecuaciones no admitían el grupo de transformaciones de la mecánica clásica, ya que, en particular, el hecho de que la velocidad de la luz en el vacío sea independiente del movimiento de sus fuentes es consecuencia de ellas. ¿Sería pues necesario abandonar la propiedad por la cual las leyes de la naturaleza admiten un grupo de transformaciones al ser aquella sólo aproximadamente válida? O bien, ¿era únicamente el grupo de la mecánica el aproximadamente válido y debería ser reemplazado por otro más general que sirviera para describir tanto los procesos mecánicos como los electromagnéticos? La decisión fue favorable a la segunda alternativa. Sin embargo, a este postulado se podía llegar por dos caminos. Existía la posibilidad de investigar, mediante matemáticas puras, cuál era el grupo más general de transformaciones bajo el que las ecuaciones de Maxwell y Lorentz, bien conocidas en aquella época, conservaban su forma. Éste fue el que siguió el matemático H. Poincaré. El otro implicaba determinar, mediante un análisis crítico, aquellas hipótesis físicas que habían conducido al grupo concreto de la mecánica de Galileo y Newton. Este segundo fue el seguido por Einstein. Él demostró que, desde el punto de vista general de la equivalencia de todos los sistemas de coordenadas que se mueven entre sí con velocidad constante, la invariancia de la simultaneidad de sucesos separados espacialmente, en el sentido de la mecánica clásica, implica la hipótesis adicional de la posible existencia de señales con velocidades infinitamente grandes. Si se omite esta suposición, y se la reemplaza por la hipótesis de una señal de velocidad máxima finita, el tiempo también se transforma, y el grupo, matemáticamente hablando, deja invariante una forma cuadrática indefinida en cuatro dimensiones, tres espaciales y una temporal. De hecho, la electrodinámica de Maxwell y Lorentz resultaba ser invariante bajo el grupo de transformaciones determinado por Einstein a partir de estas consideraciones generales, si se identificaba la velocidad máxima de la señal

con la velocidad de propagación de la luz en el vacío. Tanto Einstein como Poincaré habían partido del trabajo preliminar de H. A. Lorentz, quien ya se había aproximado bastante a este resultado aunque sin lograr alcanzarlo. De la concordancia entre los resultados de los métodos seguidos independientemente por Einstein y Poincaré, hay que destacar el profundo significado de la armonía existente entre el método matemático y el análisis realizado mediante experimentos mentales (*Gedankenexperimente*), el cual descansa sobre características generales de la experiencia física.

Estos primeros artículos de Einstein sobre la teoría de la relatividad especial demostraban ya el éxito que puede tener en física un método que no procede del conocimiento autoritario de lo que son las cosas en y por sí mismas. Él nos ha mostrado repetidamente que el físico debe aprender a nadar en un océano ilimitado de ideas sin apoyos ni reglas fijas, ideas para las que él pudo haberse inspirado en un océano igualmente ilimitado de material empírico, pero que no podían deducirse de éste por pura lógica.

Se suponía que el físico no conocía *a priori* lo que es el éter; en realidad, desde la época de Einstein se acataba el mandamiento que decía: «No tendrás ninguna opinión acerca del estado de movimiento del éter.» Esta proposición fundamental ha sido clarificada por la teoría relativista de la gravitación o teoría de la relatividad general que Einstein estableció, sin colaboración alguna, entre 1908 y 1916. El soporte matemático que utilizó fue una combinación de la teoría de la curvatura de Riemann y la formulación geométrica cuadrimensional de Minkowski de la teoría de la relatividad especial. Esta última es válida localmente, como caso límite, pero a gran escala se generaliza y es sustituida por un campo constituido por diez funciones continuas del espacio y el tiempo, que son los coeficientes de la forma diferencial cuadrática indefinida del universo espacio-tiempo cuadrimensional. Este concepto está incluido en el ámbito de las ideas de la geometría diferencial de los espacios curvos, en los que la geometría euclidiana sólo se cumple localmente. El grupo se extiende al grupo general de las transformaciones de coordenadas continuamente diferenciables, las cuales, sin embargo, deben dejar totalmente invariante la métrica diferencial cuadrática. No obstante, esta estructura matemática no constituye el origen de las consideraciones de Einstein acerca de la teoría de la relatividad general,

sino que es el resultado final. Su punto de partida fue, más bien, su principio de equivalencia entre el movimiento uniformemente acelerado de un observador y de su sistema de referencia y un campo gravitacional uniforme. Este principio se fundamenta en la igualdad exacta que existe entre masa inercial y masa gravitatoria, que ya se conocía desde la época de Newton aunque nadie antes que Einstein había llegado a esa conclusión. Este principio de equivalencia garantiza la armonía entre la estructura matemática de la métrica del campo del universo espacio-temporal, que Einstein denominó abreviadamente campo- G , y la física de los efectos gravitacionales. Por cierto, esta última se obtiene automáticamente de leyes diferenciales más simples, consistentes con el grupo general de transformaciones. En lugar de la ecuación diferencial estática de Poisson de la teoría newtoniana, las diez ecuaciones relativistas del campo de Einstein se obtienen sustituyendo el primer miembro de la expresión diferencial de Laplace y Poisson por una combinación adecuada de tensores de diez componentes obtenidos por contracción del tensor de curvatura de Riemann y reemplazando, en el segundo miembro de la ecuación, la densidad de materia por el tensor energía-momento, tomado de la célebre deducción de Einstein sobre equivalencia entre masa y energía de la teoría de la relatividad especial. Este tensor, así como la constante de gravitación, representan el constituyente fenomenológico de la teoría de la relatividad general.

Las relaciones de esta teoría con la filosofía de la naturaleza y su desarrollo histórico son múltiples. Mientras que en la época de Galileo, Descartes y Newton desempeñaron papel esencial la supresión de la noción aristotélica de la cualidad física de los puntos del espacio y el establecimiento de un concepto de espacio independiente, el campo- G de Einstein es exactamente una representación matemática de las cualidades físicas de los puntos en el espacio-tiempo. Estas cualidades no están, evidentemente, fijadas de forma inalterable, como el lugar que, según Aristóteles, ocupan los cuerpos materiales, sino que están determinadas en sí mismas por leyes naturales y son dependientes de la materia. Sin embargo, el campo- G , que según Einstein es exactamente el éter en una nueva forma, mantiene su independencia conceptual de la materia, aunque, como ha manifestado en repetidas ocasiones, él se sentiría más satisfecho si el campo- G se anulase completamente en ausencia de materia. A este principio fundamental lo deno-

minó principio de Mach en honor a Ernst Mach, quien preparó el terreno a una posterior reflexión sobre la teoría de la relatividad general con su crítica sobre el espacio absoluto. No obstante, hay que decir que el principio de Mach no se deduce de las ecuaciones de la teoría de la relatividad general sin la adición de unas hipótesis difíciles de justificar. Según estas ecuaciones, la existencia de un campo- G no nulo en un universo espacio-temporal libre de materia es lógicamente posible, y, en tanto exista el campo- G , el espacio y el tiempo no están vacíos.

El ulterior desarrollo de las ideas científicas del espacio y el tiempo, y de su dependencia de la sustancia material que los ocupa, se plantea en el futuro como un problema abierto tanto en lo concerniente a las pequeñas como a las grandes dimensiones. Esto está íntimamente relacionado con el alcance de la validez del concepto de campo que ahora denominamos «clásico», cuestión en la que tanto profundizó Einstein. Yo mismo soy uno de esos físicos que ve en los fundamentos de la mecánica cuántica actual, postulada como probabilidades primarias, una evolución del modo de pensar que creó Einstein. Las condiciones experimentales específicas, y en algunos casos complementarias, desempeñan aquí el papel de los estados específicos del movimiento del observador en la teoría de la relatividad de Einstein. El valor finito del cuanto de acción que establece un límite a la divisibilidad de los fenómenos en el dominio atómico, juega el papel de la velocidad máxima de la señal en la teoría de la relatividad especial de Einstein; el grupo de transformaciones unitarias de la mecánica cuántica, que abarca todas las especificaciones posibles de las condiciones experimentales, equivale al grupo de transformaciones de coordenadas que en la relatividad general relaciona todos los estados posibles de movimiento de los observadores con las afirmaciones que éstos hacen de acuerdo con las leyes. En mecánica cuántica también se discuten posibles medidas con ayuda de experimentos mentales (*Gedankenexperimente*) basándose en una estructura matemática aceptada, en este caso estadística, de las leyes de la naturaleza. Este es exactamente el método que Einstein ha utilizado con tanto éxito en física, y que de este modo ha recuperado vigencia.

A pesar de esto, Einstein se mantuvo firmemente adherido al concepto estricto de realidad de la física clásica, y desde este punto de vista, una descripción de la naturaleza que permite sucesos

singulares no determinados por leyes se le antojaba «incompleta». A esto unía su añoranza no tanto de la antigua idea mecanicista del punto material como de su concepción geométrica del campo en la teoría de la relatividad general. Explicó con franqueza que lo que le movía a adoptar esta actitud era que el abandono del concepto de realidad propio de la física anterior a la mecánica cuántica le parecía que se aproximaba peligrosamente a un punto de vista en el que es imposible distinguir con suficiente claridad entre sueño o alucinación y «realidad». Por el contrario, a los demás nos ha parecido que el carácter objetivo de la descripción de la naturaleza dado por la mecánica cuántica está garantizado adecuadamente por la circunstancia de que sus leyes estadísticas describen procesos reproducibles, y porque, además, el resultado de la observación que puede ser comprobado por cualquiera no puede resultar influido por el observador una vez que ha elegido su dispositivo experimental.

Es probable que la discusión sobre estas cuestiones continúe durante mucho tiempo. Einstein admitió que no podía justificar la posibilidad de una teoría de campo pura que incluyese también la estructura atómica de la materia. No obstante, insistió en que lo contrario, es decir, la imposibilidad de tal teoría, nunca había sido demostrada.

Incluso los físicos que —como yo mismo— no compartimos la actitud general de Einstein ante la moderna física cuántica, podemos, no obstante, aceptar fácilmente su opinión básica sobre las diversas tendencias o «ismos» de la filosofía tradicional. Él las consideraba no como verdaderas o falsas de forma absoluta, sino relativas entre sí, y en su opinión el físico puede aceptar algo de cada una de ellas. En el volumen de la *Library of Living Philosophers* dedicado a él dice, en su «réplica a las críticas» (pág. 684):

(El científico) se muestra como un *realista* en tanto que intenta describir un mundo independiente de los actos de la percepción; como un *idealista* en tanto que contempla los conceptos y las teorías como invenciones libres del espíritu humano (no deducibles lógicamente de lo establecido empíricamente); como un *positivista* en tanto que considera que sus conceptos y teorías sólo se justifican en la medida en que proporcionan una representación lógica de las relaciones entre las expresiones sensoriales. Puede incluso aparecer como un *platónico* o un *pitagórico* en tan-

to que considera el punto de vista de la sencillez lógica como herramienta indispensable y efectiva de su investigación.

Encuentro sencillo compartir estas propuestas, mientras que pensar en «ismos» me resulta raro e incluso imposible.

Seguramente, el gran poder de síntesis de Einstein como ser humano y como pensador sea un ejemplo para la física del futuro a la hora de contrastar el legado empírico y la estructura lógico-matemática de la teoría.

Impresiones sobre Albert Einstein *



Pauli y Einstein durante una visita a Leiden

Fotografía tomada por Ehrenfest en el otoño de 1926 (cortesía: archivo del CERN, Ginebra).

* *Neue Zürcher Zeitung*, 22 de abril de 1955.

La muerte de Einstein me ha afectado también personalmente. Un amigo tan benévolo, tan paternal para conmigo, ya no está. Nunca olvidaré el discurso que pronunció en 1945 en Princeton sobre mí y para mí, después de que yo recibiera el premio Nobel. Era como un rey que abdicase y quisiera designarme como una especie de «hijo-electo», su sucesor. Desgraciadamente, no existen apuntes sobre ese discurso de Einstein (fue improvisado y tampoco existe manuscrito alguno).

Carta de Pauli a Max Born, 24 de abril de 1955.

Hace cincuenta años, un joven empleado de la Oficina de Patentes de Berna tenía la costumbre, cada vez que el jefe daba su ronda, de hacer desaparecer un fajo de papeles en un cajón y sustituirlos rápidamente por otros en los que estaban escritos sus informes sobre las especificaciones de las patentes. El jefe se llamaba Haller y me parece bastante improbable que no se diera cuenta de esta maniobra. Además, ¿qué razón tendría para hacer alguna objeción si estaba satisfecho con el trabajo del empleado? Una tarde, después de haber refutado satisfactoriamente las vehementes protestas de los clientes contra los informes de la oficina basados en su trabajo, Haller se sentó y, tras haber apurado su cigarro suizo y su jarra de vino, comentó con satisfacción y sin referirse a nadie en particular: «Les mostraremos quién es Dios Todopoderoso» («dónde se sienta Dios Todopoderoso»).

«El viejo Haller» llegó a ser mucho más familiar para mí a través de la descripción de Einstein, como personaje original y simpático, que por los breves y ocasionales comentarios de su hijo, el escultor Hermann Haller. Einstein disfrutaba rememorando su época de Berna, de la que hablaba más a menudo y también más positivamente que de la de Zurich. El año de 1905, en Berna, fue para él particularmente provechoso. Su trabajo sobre aplicaciones de patentes le había dejado como rastro un vínculo perdurable con las aplicaciones técnicas de la física. Tuvo tiempo suficiente para escribir, en el mismo lugar, tres artículos fundamentales: *Acerca de un punto de vista heurístico en relación con la generación y transformación de la luz*, *El movimiento de partículas suspendidas en líquidos estacionarios requerido por la teoría cinética molecular del calor* y *Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento*. El primero de ellos le condujo, a través del efecto fotoeléctrico y fenómenos relacionados, a la complejidad de los problemas de la teo-

ría cuántica cuyo origen estaba en la nueva constante de la naturaleza introducida por Max Planck, y que posteriormente gobernaba todas las ideas relativas a la estructura del átomo. El segundo confirmaba lo ya demostrado experimentalmente por el «movimiento molecular browniano», que, aunque conocido en aquella época, no había sido suficientemente investigado, pero que en las manos de Einstein pronto se convirtió en una herramienta útil para la investigación del enigma que por entonces constituía la estructura cuántica de la radiación. La teoría desarrollada en el tercero de los artículos se denominó posteriormente «teoría de la relatividad especial», nombre que no inventó el propio Einstein sino que adoptó de otros físicos. Al tercer artículo mencionado le sucedió de forma inmediata una breve comunicación que llevaba por título: *¿Depende la inercia de un cuerpo de su contenido energético?*, que contiene la deducción de la identidad esencial entre masa y energía que tanto peso teórico y consecuencias prácticas ha tenido.

Así pues, de aquellos papeles que de forma temporal desaparecían en el cajón de la Oficina Federal de Patentes surgió, en rápida sucesión, una nueva forma de pensar en física.

El estilo de Einstein en sus artículos, y aún más en sus debates científicos verbales, tiene la misma capacidad de penetración (*Eindringlichkeit*) y sencillez que cuando describe su vieja época de Berna. Al mismo tiempo que se diferencia del mundo que le rodea en su apego a la tradición y en su libertad de elección, se aísla de él refugiándose en un mundo propio, más abstracto, en el que se encuentra en paz consigo mismo. En todas las novedades que nos ha legado en el campo de la física, siempre existe algo en lo que permanece fiel al pasado. Así, en sus investigaciones sobre teoría cuántica se adhiere firmemente al principio de Boltzmann de la interpretación estadística de la entropía; en la teoría de la relatividad especial mantiene los fundamentos de la electrodinámica de H.A. Lorentz; en su teoría de la relatividad general, completada en 1916, y que implica una concepción totalmente nueva de la gravitación como geometría espacio-temporal, se suma al concepto de campo en la física del continuo de Faraday y Maxwell, que originariamente se consideró como un estado mecánico de tensión del éter, pero que desde finales del siglo pasado se ha concebido de forma más general y abstracta.

El rasgo característico del nuevo modo de pensamiento que

Einstein introdujo en la física es el análisis imparcial de los conceptos fundamentales tradicionales sobre la base de principios generales, y, en última instancia, confirmados experimentalmente. En este proceso, determinadas hipótesis se revelan como innecesarias y demasiado restrictivas, y algunos conceptos son susceptibles de ser eliminados. En la teoría de la relatividad especial, fue el concepto de tiempo sobre el que Einstein develó nuevas facetas. Demostró la imposibilidad de la existencia de señales de velocidad arbitrariamente alta, al situar como límite superior de la misma a la velocidad de la luz en el vacío, lo que conlleva que la simultaneidad de sucesos en diferentes lugares dependa del estado de movimiento del observador. Así, el observador también forma parte de manera esencial de la descripción del orden temporal. Además, todos los posibles estados de movimiento del observador, así como sus juicios acerca de los sucesos físicos, están relacionados por transformaciones matemáticas —«grupos de transformaciones», en términos técnicos— que actúan como una ley esencial bajo la cual todos los posibles movimientos gozan del mismo privilegio. Este programa culminó en la teoría de la relatividad general. La igualdad entre masa inerte y masa gravitatoria se conocía desde los tiempos de Newton, pero necesitaba un Einstein que, sobre esta base, reclamara y llevara a cabo una interpretación geométrica del campo gravitatorio. En esta interpretación, la energía no sólo posee masa sino también gravedad o peso, y el estado de movimiento del «éter» lumínico pasa a ser un concepto susceptible de ser eliminado. La situación es más bien que el nuevo campo, permaneciendo conceptualmente independiente cuando se lo compara con la materia, juega el mismo papel que el «éter», representando, de hecho, cualidades físicas de los puntos del universo espacio-temporal. La cuarta dimensión de este universo, el tiempo, ha llegado a ser tan familiar a los físicos como las tres primeras dimensiones espaciales, y, en la actualidad, para expresar algo fuera de lo común tenemos que recurrir a un número de dimensiones mayor que cuatro.

Entre tanto, la teoría cuántica de la materia en el dominio atómico, a la que Einstein contribuyó, se ha desarrollado en una dirección que generaliza aún más los principios que explican la naturaleza y que ahora denominamos «clásicos». Ya no es sólo el estado de movimiento del observador el que interviene en las leyes de la física, sino, de forma más general, las condiciones expe-

rimentales específicas. La indivisibilidad del cuanto de acción y, con ella, la de los fenómenos atómicos, da lugar, en el dominio de la teoría cuántica, a una indeterminación de la interacción entre los sistemas observados y los instrumentos de observación. Sin embargo, también aquí existen transformaciones matemáticas que relacionan de manera comprensible las expresiones estadísticas esenciales de las leyes de la naturaleza a las que corresponden las distintas condiciones experimentales posibles. Einstein se mostró reacio a reconocer esta generalización de la idea «clásica» de realidad física como definitiva y permisible, aunque en cierto sentido esto esté en línea con el modo de pensamiento crítico que él mismo había creado. Los muchos debates habidos en torno a esta cuestión, particularmente los suscitados entre Einstein y Niels Bohr, en los que nunca se llegó a un acuerdo, han sido publicados en su totalidad en el volumen *Einstein de la Library of Living Philosophers* (1949).

Esto está íntimamente relacionado con el problema del alcance del concepto de campo que Einstein había propuesto. En su búsqueda de una unificación del campo electromagnético con su métrica del campo gravitatorio, pretendió también en sus últimos años fusionar el concepto atómico y el de campo geométrico de la física del continuo. Las razones generales que otros aducían contra esta posibilidad extrema, y con las que yo estaba de acuerdo, no le parecieron a él suficientemente convincentes. Sin embargo, en nuestro último encuentro, hace un año en Princeton, admitió con su vieja rectitud y honradez que no había logrado demostrar la posibilidad de una teoría pura de campo de la materia, y que consideraba que el problema todavía estaba en el aire.

La historia de una idea progresiva hasta que llega a ser independiente y escapa finalmente del control de su creador. En sus últimos años comenzó la soledad intelectual de Einstein en Princeton, donde se prestaba poca atención a los resultados más recientes en física experimental y donde él, utilizando métodos que antaño se habían revelado como provechosos, prosiguió de forma obstinada e inflexible la búsqueda de los objetivos teóricos que se había impuesto.

Su vida, marcando el futuro, será un recuerdo continuo para nosotros del arquetipo, hoy cuestionado, de pensador intelectual cuyas ideas se extienden sosegadamente y sin rodeos sobre los grandes problemas de la estructura del cosmos.

Albert Einstein y el desarrollo de la física *



Busto de Albert Einstein

Obra de Hermann Hubacher y dedicada al instituto de física de la ETH de Zurich (cortesía: archivo del CERN, Ginebra).

* *Nene Zürcher Zeitung*, 12 de enero de 1958.

La triste noticia de ayer sobre Einstein me impresionó mucho. Pienso que con él desaparece un capítulo de la física. No podría rehusar escribir un artículo breve sobre él en *Neue Zürcher Zeitung*.

Carta de Pauli a Léon Rosenfeld, 19 de abril de 1955.

Ante el busto de Einstein descubierto hoy * rememoramos al hombre con el que tantas conversaciones mantuvimos, tanto dentro como fuera de las instituciones, y en las que debatimos sobre los más arduos problemas de la física. Al contemplar la expresión de intemporalidad plasmada por el artista, debemos también recapacitar sobre cómo las ideas de Einstein, desligadas ya de su creador humano, adquieren ahora una existencia independiente que las conduce a regiones distantes, fuera de nuestro alcance.

Me ha parecido consecuente elegir como tema de este discurso *Albert Einstein y el desarrollo de la física*. Su labor ha sido frecuentemente reconocida; concretamente, durante el congreso de Berna sobre los cincuenta años de la teoría de la relatividad tuvimos ocasión de discutir en detalle la trascendencia de dicha teoría en otras disciplinas científicas. Sus artículos sobre teoría cuántica también han sido comentados por diversos autores en el volumen *Einstein* de la *Library of Living Philosophers*; entre ellos cabe hacer mención especial al escrito por Bohr, un extenso e importante artículo sobre sus discusiones con Einstein.

Sin embargo, no se han mencionado hasta el momento las vicisitudes que la interacción de estas dos líneas de investigación ocasionó en la vida de Einstein.

Comencemos con el primer año que fue determinante en su actividad, el de 1905 en Berna, en el que vieron la luz simultáneamente su interpretación del efecto fotoeléctrico, su teoría del movimiento browniano y la teoría de la relatividad especial (nombre que le fue dado posteriormente). Para Einstein, las experiencias científicas definitivas eran la interpretación estadística de la entropía de Boltzmann, la teoría de la radiación térmica de Planck y el trabajo sobre electrodinámica de Lorentz en el estadio que había alcanzado en 1895.

* Discurso pronunciado por el autor en ocasión de la dedicatoria del busto de Albert Einstein, realizado por Hermann Hubacher, al instituto de física de la ETH.

Hoy día, hablamos justificadamente del «grupo de Lorentz»; pero, desde un punto de vista histórico, fue precisamente de esta propiedad de grupo de sus transformaciones de la que Lorentz no se percató. La constatación de la misma les estaba reservada a Poincaré y a Einstein, quienes la descubrieron de forma independiente, aunque lamentablemente se generó alguna disputa por la asunción de su prioridad. Lo realmente interesante es estudiar la diferencia en el método con el que trataron el mismo problema el matemático Poincaré y el físico Einstein. Poincaré parte de las familiares ecuaciones de Maxwell y muestra que admiten determinadas transformaciones. Una carta que Einstein escribió a Seelig, que ya fuera citada por Born, contribuye a esclarecer las motivaciones del primero. Como consecuencia de su trabajo sobre el efecto fotoeléctrico, Einstein sabía que la teoría de Maxwell no era totalmente correcta. Por tanto, formuló la invariancia de las leyes de la naturaleza respecto a las transformaciones de Lorentz como un postulado general, algo que ofrecía más confianza que las ecuaciones de Maxwell. Estableció dicho postulado, independientemente de las citadas ecuaciones, sirviéndose de consideraciones cinemáticas y de experimentos mentales (*Gedankenexperimente*) sobre la compatibilidad entre el principio de relatividad para movimientos traslacionales y el principio de constancia de la velocidad de la luz, asumiendo la relatividad de la simultaneidad.

El proceso de desligar la electrodinámica maxwelliana de los modelos mecánicos del éter, que había ya comenzado en el trabajo de Lorentz, fue completado por Einstein. Citando sus propias palabras, «la emancipación del concepto de campo de la hipótesis de un portador material es, desde el punto de vista psicológico, uno de los procesos más interesantes en el desarrollo del pensamiento físico». Así, pronto llegó a la conclusión de que el estado de movimiento de un medio etéreo debía ser eliminado como concepto físico.

El alcance del trabajo sobre relatividad y teoría cuántica que Einstein tuvo entre manos en aquella época ha quedado reflejado en la conferencia que pronunció en la Convención de Científicos de Salzburgo¹ de 1908. Detrás de su nombre como autor aparecía el de la ciudad de Zurich, y la conferencia llevaba por título: *Sobre*

¹ *Physikalische Zeitschrift* 10, 817 (1909).

el desarrollo de nuestras opiniones acerca de la naturaleza y de la constitución de la radiación. Tras exponer de nuevo su célebre deducción de la equivalencia entre energía y masa inercial, pasó a la estructura cuántica de la radiación para dar cuenta de su resultado principal, que no es otro que el proceso elemental de emisión de la luz ha de ser direccional, considerando pues una teoría «que se puede concebir como una fusión entre las teorías ondulatoria y de emisión».

Aquí, sin embargo, aún se aferra a la utilización de imágenes visualizables basadas en el concepto de campo clásico, en contraste con su punto de vista sobre el estado de movimiento del éter. A este respecto, cito su réplica a Planck en el curso del debate.

Mi idea de cuanto es la de una singularidad rodeada por un gran campo vectorial. Se puede generar, mediante un número grande de cuantos, un campo vectorial que difiera poco del tipo de campo que asumimos en las radiaciones. Puedo imaginar que cuando los rayos inciden en una superficie límite, la separación de los cuantos tiene lugar por la acción de la misma, dependiendo posiblemente de la fase del campo resultante con la que los cuantos alcanzan la superficie de separación. Las ecuaciones del campo resultante diferirían poco de las de la teoría existente. Respecto a los fenómenos de interferencia, yo diría que no es preciso realizar muchos cambios en las concepciones actualmente establecidas. Lo podemos comparar con el proceso de molecularización de los portadores del campo electrostático. El campo, considerado como producido por partículas eléctricas atomizadas, no es en esencia muy diferente del correspondiente al concepto anterior, y no es imposible que sucediera algo similar en la teoría de la radiación. En principio, no veo ninguna dificultad respecto a los efectos de interferencia.

Sin embargo, la cuestión no era tan sencilla. Los fenómenos de interferencia son independientes de la intensidad de la luz, aun cuando sólo haya algunos cuantos de luz implicados. Einstein fue de inmediato plenamente consciente de esto, pero en aquella época, y por una u otra razón, continuó considerando su punto de vista como modelo para tratar de explicar el enigma del cuanto, cosa que no consiguió hasta pasado algún tiempo.

En 1917, Einstein culminó una nueva y esencial etapa de su trabajo.

En esta época se completó la teoría de la relatividad general, que difiere de la teoría especial en que fue elaborada exclusivamente por Einstein, es decir, sin contribución alguna de otros científicos, y que siempre será considerada como una teoría modélica y de consumada belleza de la estructura matemática. Su aplicación a los problemas de la estructura del Universo a gran escala es única. Mencionaré brevemente algunos de los recientes proyectos a los que ha dado lugar la verificación experimental de sus fundamentos. Uno de ellos, el de Dicke en Princeton*, está relacionado con la repetición refinada del antiguo experimento de Eötvös para tratar de establecer la igualdad entre masa inerte y masa gravitatoria, es decir, la igualdad de la aceleración gravitatoria de todos los cuerpos con una precisión mejorada en muchas potencias de diez. Por supuesto, esta igualdad constituye una piedra angular de la teoría de Einstein. Otro proyecto, el de Zacharias (Cambridge, Mass.), se refiere a la comprobación experimental de la dependencia**, postulada por Einstein, de la marcha de un reloj en el campo gravitatorio, mediante una comparación entre la hora que marca un reloj atómico en el Jungfrauoch*** y la de otro reloj al nivel del mar. Para llevar a cabo esto, sería necesario un considerable aumento de la precisión alcanzada hasta hoy. Quiero mostrar por medio de estos ejemplos que, frente al reproche que a menudo se ha hecho a la teoría de la relatividad general sobre su carencia de soporte relacionado con el experimento, en la actualidad está ejerciendo una influencia fértil sobre la investigación experimental.

La relatividad general no fue la única de las investigaciones de Einstein que culminaron en los años 1916-1917; también lo hizo la que se desarrolló en el ámbito de la teoría cuántica. En aquella época Einstein también publicó su artículo fundamental sobre el

* Cf. R.H. Dicke en *Relativity, Groups and Topology*, eds. C. DeWitt y B.S. DeWitt (Nueva York, 1964), pág.167; P.G. Roll, R. Krotkov y R.H. Dicke, *Annals of Physics* (Nueva York) 26, 442 (1967).

** Jerrold Reinach Zacharias (1905-1986) fue profesor de física en el MIT en Cambridge, Mass. Sus planes, a finales de 1955, para verificar junto con su colaborador Rainer Weiss la teoría de la relatividad general utilizando sus relojes atómicos nunca se realizaron debido a su implicación en otros proyectos. Véase Jack S. Goldstein, *A Different Sort of Time. The Life of Jerrold R. Zacharias. Scientist, Engineer, Educator*, Cambridge, Massachusetts, 1992, pág.149.

*** Observatorio de los Alpes suizos.

balance entre la energía y el momento de la radiación y de los átomos, deducido a partir de la forma general de las leyes estadísticas de los distintos tipos de procesos cuánticos de emisión y absorción de la luz. Una vez más, la teoría condujo al resultado de que se ha de asumir que el proceso de emisión de la luz es direccional, lo cual también fue confirmado experimentalmente más adelante.

Al final de este artículo de Einstein hay un célebre pasaje sobre el significado del azar que cito a continuación:

La debilidad de la teoría estriba, por un lado, en que no nos aproxima a una fusión con la teoría ondulatoria, y, por otra, en que deja el tiempo y la dirección de los procesos elementales al «azar»; a pesar de ello, tengo plena confianza en lo fidedigno del camino emprendido.

A Einstein no le gustaba aceptar probabilidades *a priori*. En aquella época solía decir: «Durante el resto de mi vida reflexionaré acerca de lo que es la luz.» El éxito de la teoría de la relatividad general no debilitó su idea de que el concepto de campo clásico podría ser suficiente, en principio, para explicar el conjunto de la física, y para él era así hasta tal punto que difícilmente podía imaginar cualquier otra solución.

Durante el desarrollo subsiguiente de la teoría de la relatividad general surgió un problema que, en último extremo, no pudo ser aclarado. Ernst Mach había sugerido que se podía replantear por completo el concepto de inercia teniendo en cuenta la acción de masas distantes. Si este principio era correcto, el campo- G de Einstein tendría que anularse en ausencia de materia. Al establecer su teoría, Einstein seguramente se guió por este principio y lo consideró adecuado; sin embargo, no ha sido posible deducirlo a partir de las ecuaciones de la misma. Parece ser inherente a la naturaleza del concepto de campo que aunque esté influido por la distribución de masa continua, no obstante, existiendo como una realidad independiente aun cuando se elimine toda la masa. Desconocemos cuál será la solución final de este problema.

Mientras Einstein meditaba sobre una unificación de su teoría del campo gravitatorio que abarcara también al electromagnetismo, fue cuando se descubrió que el cuanto de acción no era aplicable exclusivamente a la estructura de la luz, sino que su aplicación se extendía también a la materia. Cuando Einstein cono-

ció el trabajo de De Broglie sobre ondas materiales, fue uno de los primeros que se mostró partidario de aceptar esta idea. Poco tiempo después, y como consecuencia de un artículo publicado por Bose, se interesó por un nuevo tratamiento de la estadística de un sistema constituido por partículas idénticas que se conoce ahora como «estadística de Einstein-Bose».

En 1927 se abre un nuevo capítulo en la actividad creativa de Einstein al completarse la estructura de la nueva mecánica ondulatoria. Yo tuve la fortuna de estar presente en los grandes debates que sobre esta teoría protagonizaron Bohr, Einstein y otros y que tuvieron lugar en la Conferencia Solvay de Bruselas. Para mí constituyó una experiencia inolvidable. Por supuesto, Einstein admitía la consistencia lógica de la nueva mecánica ondulatoria, pero consideraba incompletas las leyes estadísticas de la nueva teoría. A menudo afirmaba que «no se puede hacer una teoría a base de *puede ser*», y también: «Aun cuando sea empírica y lógicamente correcta, en el fondo está equivocada.» Lo que se negaba a aceptar era una forma de pensar que incluía parejas de antagonistas, imágenes visualizables dependientes de la elección de los dispositivos experimentales y probabilidades *a priori*.

No obstante, estos conceptos y puntos de vista que rechazaba eran constituyentes esenciales de la denominada «interpretación de Copenhague» de la mecánica cuántica fundada por Bohr y aceptada por la mayoría de los físicos teóricos, entre los que me cuento. La oposición de Einstein quedó de nuevo reflejada en los artículos que publicó, en primer lugar, con Rosen y Podolsky y posteriormente solo, y que contienen una actitud crítica hacia el concepto de realidad en mecánica cuántica. A menudo discutíamos estas cuestiones juntos, con gran provecho por mi parte aun cuando no compartiera sus puntos de vista. «Después de todo, la física es la descripción de la realidad», me decía antes de dirigirme una mirada sarcástica y continuar argumentando: «¿O quizá debiera decir que la física es la descripción de lo que uno simplemente imagina?» Este interrogante muestra claramente la importancia que Einstein concedía al carácter objetivo de la física que él pensaba que podía perderse a través de una teoría del tipo de la mecánica cuántica en la que, como consecuencia de su amplia concepción de la objetividad en la explicación de la naturaleza, se puede llegar a no discernir entre lo que es la realidad física y lo que es un sueño o una alucinación.

Sin embargo, la objetividad de la física en mecánica cuántica está salvaguardada por completo en el sentido siguiente. Aunque, en principio, según la teoría sólo se pueda determinar, con carácter general y mediante leyes, la estadística de series de experimentos, el observador es incapaz de influir en el resultado de su observación, aun en un caso singular imposible de predecir, como pudiera ser el de la respuesta de un contador en un instante de tiempo dado. Además, al no intervenir, en modo alguno, en la teoría las características personales del observador, es posible realizar la observación mediante instrumentos de registro objetivos, cuyos resultados igualmente objetivos están a disposición de cualquiera. De la misma forma que en la teoría de la relatividad un grupo de transformaciones matemáticas relaciona todos los sistemas de coordenadas posibles, en mecánica cuántica todos los posibles dispositivos experimentales están conectados por un grupo de transformaciones matemáticas.

Con todo, Einstein abogaba por un concepto de realidad más restringido que asumiera una separación total entre un estado físico con existencia objetiva y su modo de observación, cualquiera que éste fuera. Desgraciadamente, nunca se llegó a un acuerdo, y hasta sus últimos días mantuvo viva la esperanza de poder tratar de explicar la constitución atómica de la materia mediante el concepto de campo clásico.

A partir de 1927, Einstein se sintió desencantado por el desarrollo de la física, y poco a poco se fue sumiendo en una soledad intelectual. Sus posteriores artículos sobre teoría del campo, aunque escritos con la misma maestría que los anteriores, parecían carecer de una aproximación real a la naturaleza, y es dudoso que sus últimas formulaciones teóricas puedan aplicarse de forma real en física.

Tras abandonar desilusionado su línea de investigación sobre teoría cuántica, también la cultivada sobre teoría del campo comenzó a ser problemática desde el punto de vista físico.

Si hubiéramos podido ofrecer a Einstein una síntesis de su teoría general de la relatividad y de la teoría cuántica, el debate hubiera sido mucho más fácil; pero la dualidad entre el campo y los instrumentos que lo miden, aún latente en la mecánica cuántica actual, no está expresada con claridad conceptual; y la conexión que posibilite aplicar el concepto ordinario de espacio-tiempo a aquel en el que están implicadas las propiedades de los

objetos físicos minúsculos, las denominadas «partículas elementales», aún no ha sido develada.

La vida de Einstein terminó planteando a la física una pregunta, y a nosotros el reto de la búsqueda de una síntesis que este busto de Hubacher se encargará de recordarnos siempre que pasemos por su lado. En un futuro remoto, en el que nuestros problemas habrán perdido ya su trascendencia, esta escultura representará para las nuevas generaciones un símbolo de la perseverancia en medio del cambio.

Teoría y experimento *

Los puntos de vista que se exponen a continuación tratan de reforzar los comentarios y tesis de F. Gonseth y P. Bernays con los que, en principio, me identifico, pero sobre los que se puede aportar más claridad si se los considera desde otras perspectivas.

1. El punto de vista dual de F. Gonseth respecto al diálogo entre experimento y teoría me parece un caso especial de una relación más general entre los conceptos de interno (psíquico) y externo (físico). En la situación de *conocimiento* nos interesamos por la relación existente entre el conocedor (*dem Erkennenden*) y lo conocido. El punto de vista puramente empírico que busca reducir cada «explicación» a una «descripción» (aunque genérica y conceptual) no tiene en cuenta el hecho de que en cualquier caso la postulación de un concepto o sistema de conceptos (y por tanto también de una ley natural) es una *realidad psíquica* de importancia decisiva. (En inglés esto se expresa por medio del vocablo *explanation*, ya que éste implica que algo es «evidente» o claro para alguien, alusión que no contiene la palabra *description*.)

Teniendo presente la filosofía de Platón, me gustaría sugerir que el proceso de comprensión de la naturaleza, así como el de felicidad que el ser humano experimenta al comprenderla, esto es, la realización consciente de un conocimiento nuevo, debería ser interpretada como una correspondencia, como una aproximación congruente (*zur Deckung kommen* **) entre las imágenes internas preexistentes en la psique humana y los objetos externos y su comportamiento. El puente entre percepciones sensoriales por una parte, y conceptos por otra, no se puede construir

* *Dialectica* 6 (15 de junio de 1952), págs 141-142.

** Véase la misma expresión en los ensayos 2, 15 y 16 de este volumen.

mediante lógica pura, sino que descansa, según esta concepción, sobre un orden cósmico que es independiente de nuestra elección; un orden diferente al constituido por el mundo fenomenológico y que abarca tanto lo psíquico como lo físico, tanto al sujeto como al objeto.

Respecto a la situación de conocimiento, la psicología moderna ha establecido que la comprensión es un extenso proceso que se inicia mediante otros que se desarrollan en el inconsciente, y que tienen lugar mucho antes de que se pueda formular racionalmente el contenido consciente. En el nivel preconsciente del conocimiento, el lugar de los conceptos claros es ocupado por imágenes con fuerte contenido emocional, no pensadas, sino contempladas como si estuviesen pintadas. La búsqueda del puente entre percepciones sensoriales e ideas o conceptos me parece estar condicionada por operadores o factores de orden, (que a diferencia de Bernays no describiría como «racionales»), mediante los cuales se gobierna, asimismo, este sustrato preconceptual de imágenes simbólicas. Es interesante hacer notar que el término «arquetipo» utilizado, por ejemplo, por Kepler para describir las imágenes preexistentes¹ (platónicas) ha sido ahora retomado por C. G. Jung para dar cuenta de factores de orden no visualizables que se supone que se manifiestan tanto psíquica como físicamente².

2. Según la concepción aquí propuesta, el carácter *a priori* de las ideas formuladas racionalmente por Kant, abandonadas de una vez por todas, se transfiere así a las imágenes preexistentes (arquetipos) presentes y opera fuera de la conciencia («en el inconsciente»). Coincidimos con P. Bernays en no considerar ya las ideas especiales, que Kant denominaba juicios sintéticos *a priori*, como las precondiciones de la comprensión humana en general, sino simplemente como precondiciones especiales de la

ciencia exacta (y de las matemáticas) de su época. Sin embargo, a diferencia de Platón y en concordancia con la *philosophie ouverte* de Gonseth, consideramos las imágenes primordiales preexistentes no como inalterables, sino como relativas al desarrollo del punto de vista consciente. Es precisamente la reacción de la conciencia sobre las imágenes del inconsciente³ —una reacción que probablemente no pueda ser separada de la acción inversa de las imágenes sobre la conciencia en el sentido de la existencia de una «complementariedad»— la que a mi juicio constituye la esencia del proceso de desarrollo del conocimiento humano que F. Gonseth ha denominado «dialéctico».

¹ En un estudio histórico que ha aparecido mientras tanto, «Der einfluß archetypischer Vorstellungen auf die Bildung naturwissenschaftlicher Theorien bei Kepler» (*Naturerklärung und Psyche*, Rascher Verlag, Zürich, 1952; trad. ing. en *The interpretation of Nature and the Psyche*, Londres, 1955), trato de explicar más exhaustivamente la situación que brevemente he esbozado aquí. [Ensayo 21 de este volumen.]

² C.G. Jung, *Eranos Jahrbuch*, 1946: «Der Geist der Psychologie»; trad. ing. en *Eranos Yearbook*, Londres, 1954.

³ C.G. Jung habla ocasionalmente de un «desplazamiento secular del punto de vista del inconsciente» (cf. por ejemplo *Psychologie und Alchemie*, Zürich, 1944, pág. 181; trad. ing. en *Collected Works of C.G. Jung* (Fundación Bollingen, Nueva York, vol. 12). Hay trad. castellana: *Psicología y alquimia*, Rueda, Buenos Aires, 1957.

Fenómeno y realidad física *

En este artículo se analizan, sin aceptar ni favorecer ningún «ismo» filosófico particular, los conceptos de «fenómeno» y «realidad» desde el punto de vista de la vida cotidiana profesional del físico. Asimismo, se comenta brevemente la estructura lógica de las teorías físicas incluyendo sus relaciones características con la observación y la experimentación, tomando como ejemplos la mecánica clásica, las teorías clásicas de campos relativistas y la mecánica cuántica. Igualmente, se resalta el hecho de que los físicos consideren que su ciencia está en fase de desarrollo. El problema no está, por tanto, en si prevalecerán o no las teorías actuales, sino más bien en saber hacia qué dirección cambiarán**.

En esta conferencia quiero dar algunas indicaciones en lo que se refiere a problemas relacionados con las palabras clave fenómeno y realidad que desempeñan un papel importante en la física contemporánea, pero sin atribuirme autoridad alguna sobre tan exhaustivo tema. En el transcurso de mis observaciones me referiré también a cuestiones controvertidas, por cuanto el interés general está principalmente dirigido hacia ellas. Para tranquilidad de los filósofos debo decir en primer lugar que no estoy adherido a ningún «ismo» filosófico en particular, y que además soy opuesto a asociarlos con teorías físicas concretas, como pueden ser la teoría de la relatividad o las teorías ondulatoria o cuántica, aun-

* *Dialectica* 11 (15 de marzo de 1957), págs. 35-48. Introducción a un simposio celebrado en ocasión del Congreso Internacional de Filósofos, en Zurich, de 1954.

** Este resumen no está reproducido en la edición alemana de *Aufsätze über Physik und Erkenntnistheorie* de Pauli.

que ocasionalmente así lo hagan los físicos. Mi tendencia general es más bien la de mantener una posición intermedia entre extremos opuestos. En este sentido, pienso que es mejor comenzar por considerar cómo inciden fenómeno y realidad en la vida cotidiana profesional del físico.

1. Fenómeno y realidad en la vida cotidiana del físico

El fenómeno, o aparición, puede ser elemental o sumamente complejo. Entre los fenómenos percibidos directamente se encuentran los contenidos de la conciencia. Su descripción como percepciones es unilateral, ya que en cuanto que pensamientos e ideas surgen también de forma espontánea; en alemán hablamos de *Einfälle* (ideas que se le ocurren a uno), refiriéndonos con ello a algo que se produce en nuestra conciencia. Por tanto, sugiero que, al igual que sucede con los tonos, los colores o las impresiones táctiles, a las apariciones de ideas y pensamientos se las debería también denominar fenómenos.

Nuestras ideas no siguen un curso arbitrario, sino que aparecen en cierto orden. La conexión entre los contenidos de la conciencia es lo que nos permite distinguir el sueño de la vigilia y percibir como existentes, de forma involuntaria, tanto los objetos exteriores como la conciencia de nuestro prójimo. Lo que designamos como real es aquello que encontramos que trasciende nuestra capacidad de elección y que nos vemos obligados a considerar. En inglés existen dos palabras que expresan esto con significados diferentes; una de ellas es *reality* (del latín *res* = cosa), y la otra, *actuality* (de *agere* = hacer); sus análogas en alemán son *Realität* y *Wirklichkeit*. El concepto más abstracto derivado de *agere* o de *wirken* es más afín al utilizado en ciencia.

Si intentamos ahora formular lo que es el fenómeno físico y lo que es la realidad física, aparece de inmediato una diferencia. Personalmente, no veo cómo en física se puede dar una definición de fenómeno que pretenda aislar los datos de la percepción de los principios racionales y de orden. Más bien me parece que una separación de esta naturaleza es ya en sí el resultado de un esfuer-

zo mental crítico especial que elimina el inconsciente, siempre presente, y los ingredientes intuitivos del pensamiento. La limitación a los contenidos de la conciencia, que están o pueden ser establecidos, haría imposibles tanto la vida como la ciencia. Al principio de forma involuntaria, y más tarde conscientemente, el hombre postula lo que no puede observar por sí mismo, o, dicho de otra manera, lo que es relativamente trascendental, como son, por ejemplo, la conciencia de los demás, la cara oculta de la Luna o una historia de la Tierra que es inasequible en su totalidad para cualquier ser vivo, y todo ello lo hace con el fin de obtener algo que pueda ser comprendido.

Desde esta posición intermedia se hace igualmente largo el camino que conduce a la eliminación del concepto de realidad, por un lado, y a la aceptación, por otro, de lo metafísico, es decir, de juicios ontológicos que sean permanentemente válidos de forma incondicional. Creo que por lo que a las ciencias exactas se refiere no es necesaria ninguna de estas alternativas. El hombre tendrá continuamente la experiencia espontánea de una realidad que describirá en los términos que a él le parezcan apropiados. No obstante, puede admitir juicios ontológicos *condicionado por* los esfuerzos, las esperanzas, los deseos, o, más brevemente, por la actitud espiritual general de los individuos o grupos de individuos que los formulan. Entre estas actitudes figuran, especialmente en el caso del investigador científico, su grado de capacidad y el nivel del conocimiento de su época. De esta forma, se produce una tensión entre fenómeno y realidad que constituye lo fascinante de la vida dedicada a la investigación.

El investigador en ciencias exactas tiene que tratar con fenómenos especiales y con una realidad especial. Debe restringirse a *lo que es reproducible*, e incluyo en esto la reproducción de cualquier cosa proporcionada por la naturaleza. No afirmo que lo reproducible en sí mismo sea más importante que lo único, sino que lo esencialmente único está fuera del alcance del tratamiento mediante métodos científicos, ya que, después de todo, la finalidad y el propósito de estos métodos es descubrir y constatar las leyes de la naturaleza sobre las que únicamente se centra y se debe centrar el interés del investigador.

Se denomina teoría física a la formulación conexcionada de sistemas conceptuales constituidos por reglas y ecuaciones matemáticas que se pueden vincular con datos experimentales, y a la

que, dentro del ámbito de su aplicación, se la puede así describir como un «modelo de la realidad». Como ya he explicado en otro lugar¹, considero inútil especular sobre si fue primero la idea o el experimento, y confío en que nadie mantenga aún que las teorías se deducen mediante consideraciones estrictamente lógicas surgidas de los cuadernos de laboratorio, idea que todavía estaba bastante de moda en mi época de estudiante. Las teorías nacen de una comprensión inspirada por el material empírico, una *comprensión* que puede esclarecerse si, siguiendo a Platón, la consideramos como el establecimiento de una aproximación congruente (*zur Deckung kommen*) entre las imágenes internas y los objetos exteriores y su comportamiento. La posibilidad del entendimiento muestra de nuevo la presencia de dispositivos reguladores típicos a los que está sometido tanto lo más íntimo del hombre como el mundo exterior.

Coincido con la opinión de Bohr de que la *objetividad* de una explicación científica de la naturaleza debería definirse tan liberalmente como fuera posible. Denominaremos objetivo a cada modo de contemplar las cosas que uno puede comunicar a quienes, teniendo el conocimiento preliminar necesario, las pueden entender y a su vez aplicar, es decir, a aquello de lo que podemos hablar con los demás. En este sentido, todas las teorías y las leyes físicas son objetivas. Sin embargo, por su diversa estructura el *fenómeno físico* no es simple sino complejo, y normalmente su descripción ya incorpora tanto una gran cantidad de conocimiento teórico previamente adquirido como una experiencia instrumental. Es justamente esto, y no el aislamiento de los datos de la percepción, lo que le resulta útil al físico en su vida cotidiana. Bohr define el fenómeno como «el relato de las observaciones que se obtienen bajo circunstancias específicas, y que incluye un juicio acerca del experimento *completo*».

Esta definición permite hablar de un fenómeno *nuevo* cuando se cambia una parte del dispositivo experimental, así, como tener en cuenta la limitación concerniente a la divisibilidad del fenómeno cuando se trata de explicar la naturaleza.

¹ «Theorie und Experiment», *Dialectica* 6, 141 (1952); ensayo anterior.

2. Estructura lógica de las teorías físicas

Esta definición de fenómeno puede parecer abarcar un significado cuyo alcance incluso trasciende la física. Sin embargo, ya que ha sido formulada pensando especialmente en la mecánica cuántica, parece natural abordar ahora la discusión de la estructura lógica de las diversas teorías físicas. Nos estamos refiriendo principalmente a la mecánica de Galileo y Newton, que actualmente llamamos clásica, a la teoría de la relatividad y a la mecánica cuántica. Existe una extensa bibliografía² en la que figuran tanto estas teorías como su contenido epistemológico, por lo que debo darme aquí por satisfecho seleccionando algunos puntos de forma algo arbitraria. Uno de ellos está relacionado con el concepto de causalidad en mecánica clásica. Entre los más importantes avances realizados por esta teoría figura el de que no se puede hallar causa alguna que justifique el movimiento uniforme ni el estado de reposo. El reconocimiento de este hecho estuvo estrechamente relacionado con la aplicación del concepto matemático de grupo en física. La mecánica clásica admite el grupo de todos los movimientos de traslación uniformes, hoy día llamado grupo de Galileo. Dos estados relacionados por un elemento del grupo se llaman *equivalentes* (respecto al grupo considerado), por lo que la descripción de la naturaleza no debe incluir preferencia alguna de uno de estos estados sobre el otro. Este concepto teórico de grupos ha conducido, en manos de Einstein, a resultados de gran belleza reflejados en las teorías especial y general de la relatividad. En la primera de ellas, el grupo de Galileo es sustituido por el grupo de Lorentz, el cual también transforma el tiempo y deja invariante una forma cuadrática indefinida en el sistema cuatridimensional del espacio-tiempo. En la teoría de la relatividad general, el grupo se extiende al grupo de transformaciones de todas las coordenadas. Sin embargo, esto sólo puede hacerse incluyendo en la teoría una realidad física nueva, a saber, el cam-

² En relación con esto, cf. también *Dialectica* 2, núm. 3/4, págs. 305-424 (1948); y el volumen sobre Einstein en la serie *Library of Living Philosophers* (1948).

po gravitacional. Este campo es representado por diez funciones del espacio y el tiempo, las cuales, como coeficientes de la forma cuadrática invariante de la métrica, experimentan la transformación adecuada en una transformación general de las coordenadas. Me parece probable que aún no se haya agotado la capacidad de aplicación del concepto matemático de grupo en física.

Hemos visto que la aparición de este concepto en física estaba asociada desde el principio a un tratamiento más libre de la idea de causa. Se explicará posteriormente que la idea de causalidad, criticada inicialmente desde el punto de vista empírico por D. Hume, ha experimentado posteriormente una generalización esencial en la mecánica cuántica.

A la vista de los intentos de *dividir* el concepto de causalidad en un concepto «físico» y otro «ontológico», me gustaría hacer una crítica general del método que se emplea a menudo, con la intención de preservar un concepto que requiere ser enmendado, y que consiste en introducir dos regiones metodológicamente separadas, una en la que se lo aplica y otra en la que ya no se lo hace. Así, me parece erróneo utilizar el término «ontológico» para calificar a la palabra «causa», como si con ello se pretendiera afianzar algo poco firme.

En lugar del término «causal», el físico prefiere decir *determinista*, entendiéndolo por esto una teoría en la que el estado de un sistema en cualquier instante, anterior o posterior, se deduce matemáticamente del estado en un instante dado. Para conseguirlo, es necesario introducir en mecánica la posición y la velocidad inicial de todas las masas como dos magnitudes independientes que caracterizan dicho estado. A partir de esto se ha desarrollado posteriormente en mecánica cuántica el concepto de par de antagonistas complementarios.

Tan fundamental como la mecánica clásica de las partículas puntuales es la física clásica de campo creada por Faraday y Maxwell, denominada electrodinámica, y que fue ampliada por Einstein en la teoría relativista de la gravitación antes mencionada. Quiero señalar aquí únicamente que el concepto clásico de campo surge por abstracción de las condiciones bajo las que se puede medir el mismo. Se introduce así una dualidad entre el campo y sus fuentes, que, en mi opinión, ocasiona problemas hasta ahora sin solución. Sin embargo, Einstein todavía confía³ en ser capaz de establecer una teoría del campo unificado que abarque a la totali-

dad de la física, aunque confiese que no puede demostrar la posibilidad de semejante teoría. Me parece insatisfactoria la característica del concepto clásico de campo por la que un campo único no puede interaccionar con otros objetos, y que, como consecuencia de ello, no tenga en cuenta la complementariedad entre los instrumentos de observación y el sistema observado, y nunca pueda ser medido. Pese a que esto sea lógicamente posible en esta teoría, físicamente es ficticio. En mi opinión, una teoría satisfactoria debería permitir que el campo y el cuerpo de prueba que sirve para medirlo sean considerados como antagonistas complementarios.

Mencionaré sólo brevemente que la física clásica de campos, al igual que la mecánica clásica, se encuentra entre las teorías deterministas. Resulta interesante que Einstein considerase esta característica determinista de las teorías físicas menos fundamental que otra más general, que se puede designar como «realista» en sentido estricto. Él lo explica de la forma siguiente⁴:

Hay algo, como el estado real de un sistema físico, que existe objetivamente con independencia de cualquier observación o medida, y que en principio puede describirse por los métodos de expresión de la física*.

Sin embargo, este requisito simplemente parafrasea un ideal especial que se satisface en la mecánica clásica de partículas, en la electrodinámica y en la teoría de la relatividad, pero no en la descripción igualmente objetiva de la naturaleza dada por la mecánica cuántica.

Einstein ha señalado de forma reiterada que a este respecto considera a la mecánica cuántica como *incompleta*, y que no está dispuesto a renunciar a la esperanza de que cuando ésta se complete se restablecerá su estricto requisito de realidad. Manifiesta claramente que el motivo de su actitud⁵ es su opinión de que sólo

³ Cf.: a) A. Einstein, *Memorial volume to Louis de Broglie*, París, 1951, pág. 6; b) *The Meaning of Relativity*, 4ª ed., Princeton, 1953; y, en especial, c) su ensayo publicado en *Scientific Papers presented to Max Born*, Nueva York, 1953, págs. 33-40. Hay trad. castellana: *El significado de la relatividad*, Espasa-Calpe, Madrid.

* Esto corrige el final, erróneamente colocado, de la cita de la edición alemana.

⁵ Véase el ensayo de Einstein *Scientific Papers presented to Max Born*, Nueva York, 1953, págs. 33-40.

³ Escrito en 1954.

una teoría de este tipo, realista en sentido estricto, puede garantizar el discernimiento entre sueño o vigilia y entre imaginación o alucinación, así como una realidad objetiva válida en cualquier caso.

Otros investigadores, especialmente Bohr, Heisenberg y Born, con quienes coincido plenamente, no comparten estos recelos y consideran como definitivo el paso que dio la mecánica cuántica al incluir, de manera fundamental, al observador y a las condiciones del experimento en la explicación física de la naturaleza. En realidad, yo incluso me permito conjeturar acerca de que el observador en la física actual es aún demasiado objetivo, y que la física se desviará aún más del ejemplo clásico.

Puesto que los fundamentos de la mecánica cuántica y su significado epistemológico general han sido frecuentemente expuestos⁶, puedo permitirme ser breve y referirme sólo a algunas circunstancias especiales.

1. La indivisibilidad de los procesos cuánticos elementales (valor finito del cuanto de acción) encuentra su expresión en una indeterminación de la interacción entre el instrumento de observación (sujeto) y el sistema observado (objeto), que no puede eliminarse mediante correcciones determinables. Por consiguiente, es únicamente el dispositivo experimental el que define el estado físico del sistema, cuya caracterización involucra así esencialmente algún conocimiento acerca del mismo. Todo acto de observación es una interferencia de magnitud indeterminable, tanto con los instrumentos de observación como con el sistema observado, e interrumpe la relación causal entre fenómenos anteriores y posteriores. La ganancia en conocimiento a partir de una observación trae como consecuencia necesaria y natural la pérdida de algún otro. Sin embargo, el observador tiene la libertad de elegir, entre dos dispositivos experimentales mutuamente excluyentes, *cuál* es el conocimiento particular que se gana y *cuál* el que se pierde (pares de antagonistas complementarios). Por tanto, la interferencia ineludible de una observación con las fuentes de información del sistema altera el estado de éste, y crea un fenómeno nuevo en el sentido expresado por Bohr. Cualquier intento de

⁶ Cf. también W. Pauli, *Experientia* VII/2, 72 (1950) [ensayo 2 de este volumen].

subdividir el fenómeno, por ejemplo el de seguir a una partícula concreta en el espacio y en el tiempo, crea otro fenómeno como consecuencia de la interacción indeterminable con el aparato que se introduce para este propósito, sin conseguir el objetivo de la subdivisión del fenómeno original. Por tanto, se ponen de manifiesto características nuevas de indivisibilidad o completitud, ajenas a la descripción clásica de la naturaleza.

2. Dado el estado de un sistema (objeto), sólo se pueden hacer en general predicciones estadísticas sobre los resultados de observaciones futuras (probabilidad primaria), por cuanto el resultado de una sola observación no está determinado mediante leyes, siendo, de este modo, un hecho final sin causa. Esto es necesario a fin de que la mecánica cuántica se pueda considerar como una generalización racional de la física clásica, y la complementariedad como una generalización de la causalidad en el sentido más estricto.

La posibilidad de llevar a cabo esta generalización de forma que esté libre de contradicciones está garantizada por el formalismo matemático de la mecánica cuántica u ondulatoria. Esta formulación caracteriza cada sistema (objeto) por la estructura abstracta de las reglas de conmutación de los operadores, así como por el operador hamiltoniano que determina la evolución de los estados en el tiempo con tal de que no se realice ninguna observación desde el exterior que interfiera con el sistema.

3. Tal como ha señalado Heisenberg, la mecánica cuántica descansa en la existencia de un nítido corte entre observador o instrumento de observación, por un lado, y el sistema observado, por otro. En mecánica cuántica no relativista, la *posición* de este corte, a diferencia de su *existencia*, es hasta cierto punto arbitraria.

Sin embargo, me parece que aquí existen aún algunos problemas fundamentales ocultos. Aun cuando en las medidas de los campos se tengan en cuenta sus propiedades cuánticas, la relación entre el aparato de medida y el campo medido se muestra menos simétrica. Pero en relación con esto, Bohr ha demostrado cuán esencial sería el requisito de poder considerar el aparato de medida como casi clásico, y de hecho prescindir así de su constitución atómica como algo innecesario. Por consiguiente, se tiene la impresión de que el instrumento de observación (sujeto) debe

poseer mayor grado de estabilidad que el sistema observado (objeto). Esta circunstancia me parece íntimamente relacionada con el problema, mencionado anteriormente, relativo a la complementariedad entre el cuerpo de prueba y el campo, pero aún no conocemos las consecuencias que podría tener en una teoría de partículas elementales aún no disponible.

4. En física cuántica, los resultados de observaciones únicas, que no están predeterminadas por leyes, son también susceptibles de ser comprobados por varios observadores y no pueden ser influidos por ellos al tratarse de fenómenos que, en última instancia, tienen lugar en aparatos de medida clásicos. En este sentido, los propios resultados se presentan a los observadores como realidad objetiva regida por leyes de probabilidad. En mecánica cuántica, las propiedades subjetivas o psíquicas del observador no forman parte de las descripciones físicas de la naturaleza. La transformación (*Wandlung* *) del estado, que según la mecánica cuántica es inherente a cualquier medida, no aparece como completitud de sujeto y objeto en cuanto que el observador, al haber ganado o perdido información a través de la medida, se separa una vez más del sistema medido, es decir, del objeto.

En tanto que la percepción de un contenido de la conciencia es también una observación, la cuestión genérica relativa a la separación entre sujeto y objeto nos conduce desde el restringido ámbito de la física hasta el más extenso de los fenómenos de los seres vivos.

3. La física en un estado de desarrollo (abierto)

El físico nunca se pregunta si existen o no dificultades, sino que invariablemente se cuestiona *en qué puntos* existen y en cuáles no. Nunca se plantea si la teoría actual perderá o no su vigencia, sino *en qué dirección* evolucionará. Sobre todas estas controversias no se pueden hacer más que conjeturas, aun cuando se hayan sopesado todas las circunstancias, entre las cuales la estructura

matemática y lógica de las leyes conocidas desempeña un papel tan importante como el de los resultados empíricos. El logro más importante del desarrollo alcanzado hasta ahora por la física atómica es, en mi opinión, el de que los pares antagónicos (por ejemplo, el de onda y corpúsculo) deben considerarse como complementarios y no pueden eliminarse de forma unilateral rompiendo la simetría de la situación global empírica y mental. La filosofía también está familiarizada con estas situaciones contradictorias de las cuales no parece, en principio, que haya forma de salir (como es el caso de la vieja controversia sobre los universales). El desarrollo que en física tuvo la mecánica ondulatoria o cuántica en 1927 demostró que las contradicciones aparentemente irremediables que surgen al aplicar imágenes visualizables diferentes (*anschauliche*) podrían, después de todo, eliminarse, aunque al precio de sacrificar las ideas e ideales tradicionales de causalidad y realidad de la naturaleza. Sin embargo, ya que estas viejas ideas están contenidas como caso límite en las nuevas, las cuales son a su vez generalizaciones racionales de las primeras, semejante sacrificio no se me antoja en modo alguno excesivo.

No deseo aburrirles con especulaciones etéreas acerca del futuro de la física; antes bien, prefiero devolverles a la vida cotidiana profesional del físico con la que habíamos comenzado. Lo que las investigaciones epistemológicas consideran acertado es que una teoría *acabada* sea acompañada de su comprobación o viceversa, pero esto sólo acontece en casos excepcionales. Lo que generalmente se presenta son resultados empíricos ya desarrollados a través de teorías conocidas, resultados que, sin embargo, trascienden lo que es explicable mediante tales teorías. Existen tablas de constantes de fase deducidas teóricamente a partir de medidas de difusión de mesones y nucleones, pero no existe una teoría a partir de la cual se obtengan *a priori* los valores de estas constantes y su dependencia funcional de la energía de las partículas difundidas. ¿Dónde encontrar algo sencillo y comprensible? ¿Tiene alguien una buena idea que explique, mediante una ley de fuerza, los resultados de la interacción entre nucleones y mesones?

Otro caso en el que la ley de fuerza sí se conoce realmente es el de la interacción de electrones de muy alta energía con núcleos atómicos. La teoría conocida es suficientemente buena como para permitir extraer conclusiones acerca de la distribución de la carga

* Véase la nota 1 en el ensayo 2 de este volumen.

eléctrica de los protones en los núcleos, pero la distribución de carga obtenida de esta manera no se deduce de ninguna teoría disponible. ¿Se puede comprender esto?

Podemos referirnos a un tercer ejemplo aún más fundamental: uno de los resultados empíricos que merece más confianza en física es el de la estructura atomística de la carga eléctrica. Los valores de la carga son múltiplos enteros de una unidad fundamental, el cuanto elemental de carga, a partir del cual, y junto con el cuanto de acción y la velocidad de la luz, se puede obtener el número sin dimensiones, $137,04^7$. Para llegar a este resultado se necesita una contribución considerable de la teoría clásica de la electricidad. Por ejemplo, cuando en el siglo XVII aún no se sabía cómo medir las cargas eléctricas ni cómo estaban definidas cuantitativamente, no se habría podido obtener y formular este resultado empírico. Sin embargo, somos incapaces de entender o explicar dicho número.

Así, gran parte de la rutina diaria del físico incluye en un primer plano el panorama de la física como algo abierto, como algo correcto que nos muestra las realidades a las que nos tenemos que enfrentar, y, de entre ellas, cuáles nos han sido transmitidas y cuáles conciernen a nuestro quehacer cotidiano. Al final, esto no nos ha llevado a los datos aislados de la percepción como fenómenos elementales por una parte y como símbolos matemáticos por otra, y ni siquiera a la metafísica última y absoluta de los juicios ontológicos que pretenden mantenerse siempre. Más bien nos ha devuelto a la tarea de los físicos, a la gente real que expresa todas estas opiniones tan importantes sobre fenómenos y realidad, que son en su conjunto lo que denominamos física.

⁷ J.M. DuMond y E.R. Cohen, *Physical Review* 82, 555 (1951) da $137,0429 \pm 0,0009$; R. Arnowitt, *Physical Review* 92, 1001 (1953), especialmente pág. 1008: $137,0377^* \pm 0,0016$ (*la última cifra es 4 u 8 dependiendo de la corrección aplicada).

Ciencia y pensamiento occidental *



Melancolía I (1514), grabado de Alberto Dürero

Este grabado, analizado en detalle por el historiador de arte Erwin Panofsky, amigo de Pauli, fue objeto de discusión en la correspondencia mantenida entre ambos:

«Por lo que respecta a *Melancolia*, de Dürero, naturalmente depende mucho de si Dürero tuvo relación con los alquimistas, de a qué fuentes tuvo acceso, de cuál era su experiencia *interior* ante su cuadro, y muchas otras cosas. El cuadro *solo* no basta, evidentemente, para decidirse por uno u otro significado.»

Carta de Pauli a Erwin Panofsky, 13 de marzo de 1952.

* Publicado por primera vez en M. Göhring (ed.), *Europa-Erbe und Auftrag*, Internationaler Gelehrtenkongress, Maguncia, 1955, Wiesbaden, 1956, págs. 71-79.

«¿Sabe usted algo de un "Instituto para la historia de Europa" en Maguncia?» Me preguntó esto (firma el profesor doctor Martin Göhring) para saber si podría yo dictar una conferencia en octubre, en el marco de unas jornadas de trabajo del mismo, sobre el tema «La ciencia y el concepto de mundo occidental». (*Nota bene.* Me gustaría sustituir el término «concepto de mundo» por «pensamiento». Por lo visto, Von Weizsäcker está muy impresionado por mi artículo sobre Kepler, que usted conoce, así como por una carta que le escribí al respecto, dado que me recomienda por todas partes en Alemania como conferenciante y articulista.)

El tema me atrae, pues es la ciencia (y no la religión cristiana) lo que me liga espiritualmente a Occidente. Siento simpatía intuitivamente tanto por la mística hindú como por Lao Tsé, pero el pensamiento científico me impedirá con seguridad una eventual conversión a Oriente (como sucedió con el alemán R. Wilhelm y el inglés A. Huxley).

La diferenciación y la delimitación de la ciencia frente a la mística —creo que se las presenta a los países occidentales modernos como «problema Este-Oeste»— es, por consiguiente, un tema que me atrae mucho; al mismo tiempo, contestaría de manera implícita a la cuestión de en qué medida *yo* soy un occidental.

Carta de Pauli a Pascual Jordan, 19 de mayo de 1954.

Es ciertamente temerario comprometerse a hablar en tan breve tiempo sobre un tema como ciencia y pensamiento occidental, que fácilmente podría ocupar un ciclo de conferencias completo.

En su conjunto, el pensamiento occidental ha estado siempre influido por el cercano y el lejano Oriente. Sin embargo, parece existir acuerdo en que la ciencia, más que nada, es realmente característica de la civilización occidental. Las matemáticas y las ciencias naturales se distinguen especialmente de otras actividades intelectuales del hombre por ser susceptibles de explicación y de verificación, cualidades ambas que requieren una interpretación prolongada y en parte crítica. Cuando hablo de que son susceptibles de explicación, me estoy refiriendo a la posibilidad de comunicar a otros una serie de pensamientos y de resultados que son consecuencia de una tradición progresista en la cual el aprendizaje de lo que ya es conocido demanda un esfuerzo intelectual

de un tipo bastante diferente del que se requiere para el descubrimiento de algo nuevo. El elemento irracional creativo encuentra en el último proceso una expresión más esencial que en el primero. En ciencia no existe una regla general que permita pasar del material empírico a nuevos conceptos y teorías capaces de ser formulados matemáticamente. Por un lado, los resultados empíricos proporcionan estímulos para ejercitar el pensamiento; por otro, los pensamientos y las ideas son fenómenos en sí mismos que a menudo surgen espontáneamente para experimentar a continuación una modificación cuando se enfrentan a los datos observacionales. No siempre es posible constatar mediante el experimento cada uno de los asertos de una teoría científica, aunque el sistema de pensamiento considerado en su conjunto deba contener, si merece el nombre de teoría científica, posibilidades de constatación a través de métodos empíricos, lo que constituye su capacidad de verificación.

La cualidad de explicable es común a la ciencia exacta y a las matemáticas, demostrables lógicamente. La posibilidad de la demostración matemática, y la de aplicar las matemáticas a la naturaleza, son experiencias fundamentales de la humanidad que surgieron por vez primera en la antigüedad. Estas experiencias fueron en un principio consideradas como enigmáticas, sobrehumanas, divinas y ligadas al ámbito religioso.

Es aquí donde nos encontramos con *el problema fundamental de la relación entre el conocimiento de la salvación y el conocimiento científico*. Se han sucedido con frecuencia períodos de investigación desapasionada sobre líneas críticas con otros en los cuales el objetivo era tratar de incluir a la ciencia en un espiritualismo más amplio que contuviera elementos místicos. En contraposición a la ciencia, la actitud mística no es característica del mundo occidental (*Abendland*), sino que, pese a diferencias de detalle, es común a Oriente y a Occidente. A este respecto recomiendo al lector el excelente libro de R. Otto *West-östliche Mystik* (Gotha, 1926), en el cual se hace una comparación entre el misticismo de Meister Eckhart (1250-1327) y el del indio Shankara (en torno a 800), fundador de la filosofía vedanta. El misticismo procura la unidad de todas las cosas externas y, a su vez, la del interior del hombre con ellas, intentando verlas a través de su multiplicidad como si fueran ilusorias e irreales. Así tiene lugar, paso a paso, la unidad del hombre con la divinidad, tao en China, samadhi en India o

nirvana en el budismo, estados que son probablemente equivalentes, desde el punto de vista occidental, a la extinción de la conciencia del ego. El misticismo escrupuloso no se pregunta «por qué», sino «¿cómo puede escapar el hombre del mal y del sufrimiento de este universo terrible y amenazador? ¿Qué puede reconocerse como apariencia? ¿Cómo se puede distinguir la realidad última, el Brahma, el Uno, la Divinidad (no la que anhela Eckhart)?» Sin embargo, dentro del espíritu de la ciencia occidental, o en cierto sentido, del espíritu griego, esto es lo mismo que, por ejemplo, preguntarse ¿por qué el Uno se refleja en lo Múltiple? ¿Qué es lo que refleja y qué lo reflejado? ¿Por qué no ha permanecido el Uno solo? ¿Qué origina lo que denominamos ilusión?. En el libro antes mencionado, Otto se refiere oportunamente (pág. 126) a lo concerniente a la salvación como «algo que partiendo de determinadas situaciones de calamidad trata de encontrar recursos para intentar aliviarlas, pero que no resuelve teóricamente el problema de su procedencia, contentándose con plantear otros insolubles o remendarlos de la mejor manera posible mediante teorías auxiliares insuficientes». Pienso que éste es el destino del mundo occidental, el de mantener una relación continua entre estas dos actitudes fundamentales, por una parte la racional y crítica que intenta comprender, y por otra la irracional y mística que busca la experiencia redentora de la unidad. *Ambas* residirán siempre en el alma humana, y cada una de ellas contendrá a la otra como germen de su antagonista. Es así como surge una especie de proceso dialéctico que no sabemos adónde nos conduce. Pienso que en tanto que occidentales (*Abendländer*) tenemos que comprometernos con este proceso y reconocer el par de antagonistas como complementarios. No podemos sacrificar totalmente la conciencia del ego que observa el Universo, pero estamos capacitados para aceptar intelectualmente la experiencia de unidad como un tipo de caso límite o de concepción rayana con lo ideal. Aun manteniendo esta tensión entre antagonistas, hemos de reconocer asimismo que cualquier vía hacia el conocimiento o la salvación depende de factores que escapan a nuestro control, y que en términos religiosos se denominan gracias divinas.

Entre los intentos que se han sucedido en el curso de la historia para efectuar una síntesis entre las actitudes básicas de la ciencia y del misticismo, hay dos que me gustaría señalar de forma particular. Uno de ellos es el llevado a cabo por Pitágoras en el

siglo VI a.C., continuado por sus discípulos, desarrollado posteriormente por Platón y que resurge a finales de la antigüedad como neoplatonismo y neopitagorismo. Puesto que gran parte de esta filosofía fue asumida por la antigua teología cristiana, persevera asociada al cristianismo y florece de nuevo en el Renacimiento. La ciencia moderna, que ahora llamamos clásica, surge en el siglo XVII como consecuencia del rechazo del *anima mundi*, el alma del mundo, del retorno a la doctrina del conocimiento de Platón contenida en la obra de Galileo, y del resurgimiento parcial de los elementos pitagóricos que figura en la de Kepler. Después de Newton, se separa rápidamente en líneas críticas racionales abandonando sus elementos místicos originales. El segundo de los intentos es el de la alquimia y la filosofía hermética, que prescribió desde el siglo XVII.

Fuera del largo proceso del desarrollo histórico del pensamiento en el que este problema de las relaciones alcanza forma nueva, puedo seleccionar, sólo a título de ejemplo, unas cuantas características que son también significativas de nuestra época. Investigaciones recientes han revelado la enorme influencia que ejercieron los matemáticos y astrónomos babilonios sobre los comienzos de la ciencia en Grecia. Sin embargo, fue allí, en la Grecia clásica, donde primero culminó el espíritu científico crítico y donde se formularon esos contrastes y paradojas que también nos conciernen a nosotros como problemas, aunque su forma haya sido modificada: la apariencia y la realidad, el ser y el llegar a ser, lo único y lo plural, la experiencia de los sentidos y el pensamiento puro, lo continuo y lo entero, la proporción racional y el número irracional, la necesidad y la finalidad, la causalidad y el azar. Fue allí también donde la especulación acerca de una forma de eliminar las dificultades de la relación entre unidad y multiplicidad condujo, como un triunfo del modo racional de pensamiento, a la idea del átomo de Leucipo (en torno a 440 a.C.) y de Demócrito (en torno a 420 a.C.). No sería correcto designar a estos pensadores como materialistas en el sentido moderno, ya que entonces lo espiritual y lo material no estaban tan separados como en épocas posteriores; así, Demócrito supuso que los átomos del alma y los de los cuerpos materiales estaban relacionados por medio del fuego. En la disputa que se mantuvo a lo largo de un siglo acerca de la cuestión de si podía existir el espacio desprovisto de materia, los atomistas se alinearon con aquellos que

admitían esta posibilidad, pues el espacio entre los átomos se suponía vacío. Demócrito niega el azar y las causas con finalidad; los átomos se desploman en el espacio vacío según las leyes de la necesidad. Sin embargo, si yo lo he entendido correctamente, se supone que tiene lugar un «desvío» inicial de los átomos de su movimiento rectilíneo en el sentido de un movimiento circular incipiente, y es sólo este último el que puede conducir al vórtice cosmogónico (generador del mundo). Esta antigua forma de atomismo no contiene el elemento de verificación empírica, por lo que no es una teoría científica desde el punto de vista moderno, sino únicamente una especulación filosófica precursora de una teoría.

Con anterioridad a la aproximación racional de Demócrito, Pitágoras, mencionado anteriormente, ya había comenzado a trabajar (en torno a 530 a.C.). Él y sus discípulos encontraron una doctrina de salvación categóricamente mística que estaba íntimamente ligada con el pensamiento matemático, y que se basaba en el antiguo misticismo babilónico del número. Para él y para los pitagóricos, allí donde existiera el número existía asimismo el alma, expresión de la unidad, que es Dios. Las relaciones entre los números enteros, como las que intervienen en las proporciones de las frecuencias de los intervalos musicales simples, son armonías, es decir, lo que aporta unidad a los contrastes. Como parte de las matemáticas, el número pertenece también a un mundo externo suprasensual y abstracto que no puede ser percibido por los sentidos sino únicamente mediante la contemplación intelectual. Así, para los pitagóricos, las matemáticas y la meditación contemplativa (el significado original de *theoria*) estaban íntimamente relacionadas; para ellos, el conocimiento matemático y la sabiduría (*sophia*) eran inseparables. Al *tetraktys*, cuádruplo, se le asignó un significado especial, existiendo un juramento tradicional de los pitagóricos que dice: «Por aquél por quien se ha confiado a nuestra alma el *tetraktys*, fuente originaria y raíz de la eterna naturaleza».

Como reacción frente al racionalismo de los atomistas, Platón (428-348 a.C.) asumió en su doctrina de las ideas muchos de los elementos místicos de los pitagóricos. Comparte con ellos su alta valoración de la contemplación frente a la experiencia sensorial ordinaria y la pasión con la que hacen participar a las matemáticas, y en especial a la geometría, en sus objetos ideales. Los

descubrimientos de su amigo Teeteto sobre intervalos inconmensurables (proporciones que no se pueden representar por fracciones racionales), le causaron profunda impresión. En realidad, nos enfrentamos aquí con una cuestión fundamental, la de aquello que no puede ser decidido por medio de la percepción sensorial, sino únicamente mediante el pensamiento.

Es justamente la distinción entre los objetos geométricos ideales y los cuerpos percibidos por los sentidos lo que determina la concepción platónica de lo que hoy día llamamos materia. Para Platón, esta distinción radica en algo totalmente pasivo, algo difícil de comprender a través del pensamiento y que él designa por medio de diversos vocablos femeninos como, por ejemplo, vasija o nodriza de las ideas. También se debe mencionar aquí el término $\chi\omega\rho\alpha$ que denota el espacio ocupado por la materia. Aristóteles intentó concebir este femenino indeterminado χ de forma más positiva; lo llamó *hylō* y resaltó, frente a los eleáticos, que no es una mera *privatio*, es decir, que no es simplemente una carencia, sino que es algo que, al menos, «existe potencialmente», entendiendo por «existe», en el sentido de Parménides, lo que se puede entender como algo «comprensible mediante el pensamiento conceptual», en contraposición con la «no existencia» que no significa sólo ausencia, sino algo que es «inaccesible a la mente pensante». Cicerón tradujo al latín el término aristotélico *hylō* como «materia», palabra que después ha designado el concepto que ahora nos es familiar.

Se ha escrito tanto acerca de la doctrina de las ideas de Platón y de su teoría del conocimiento como recuerdo por parte del alma de un estado previo (*anamnesis*), que seré muy breve. Estas teorías han tenido, más que ninguna otra, influencia permanente en el pensamiento occidental. El hombre moderno, que busca una posición intermedia entre la evaluación de la impresión sensorial y el pensamiento, puede, siguiendo a Platón, interpretar el proceso de comprensión de la naturaleza como una correspondencia, es decir, llegar a establecer una aproximación congruente (*zur Deckung kommen*) entre las imágenes internas preexistentes de la psique humana y los objetos externos y su comportamiento. Por supuesto, el hombre moderno, a diferencia de Platón, considera las imágenes originales preexistentes no como invariables, sino como relativas al desarrollo del punto de vista consciente, de forma que la palabra «dialéctico», que Platón tenía a gala utilizar,

puede ser aplicada al proceso del desarrollo del conocimiento humano.

En tanto que evolución posterior de las enseñanzas pitagóricas, el misticismo de Platón se puede calificar de lúcido. Comprende, en diferentes niveles, desde la opinión (δόξα) hasta el conocimiento superior de las verdades generales y necesarias (ἐπιστήμη), pasando por el conocimiento geométrico (διόνοισα). Tan lúcido es este misticismo que es capaz de develar muchas de las sombras ante las que hoy día nosotros nos mostramos incapaces. Esto se trasluce, por ejemplo, en la concepción platónica que identifica a Dios con la «realidad» suprema que nos es dada a conocer mediante la meditación. Así, la tesis de Sócrates acerca de la posibilidad de enseñar la virtud y que considera a la ignorancia como única causa de las acciones funestas, se transforma en la doctrina platónica en la identificación de la idea de Dios con la causa del conocimiento, de la verdad y de la ciencia.

Mientras la ciencia se fue desarrollando racionalmente dentro del sistema axiomático de la geometría con los elementos de Euclides (en torno a 300 a.C.), los cuales resistieron a toda crítica durante largo tiempo y sólo experimentaron una ampliación sustancial en el siglo XIX, la vertiente mística de la obra de Platón dio lugar gradualmente al neoplatonismo, que alcanzó una formulación más o menos sistemática de la mano de Plotino (204 a 270). Aquí nos encontramos con que la identificación de Dios con lo comprensible ha sido llevada a un extremo, si se compara con el punto de vista de Platón, y envilecida por la doctrina que afirma que la materia (*hyle*) es una simple carencia (*privatio*) de ideas. Se dice además que es la encarnación del diablo y por tanto una mera *privatio boni*, es decir, una carencia de Dios que no puede ser objeto de pensamiento conceptual. Surge por tanto una mezcla bastante grotesca entre el par de antagonistas éticos «bueno-malo» y el naturalista o lógico «ser-no ser» al que nosotros denominaríamos «racional-irracional».

Más que cualquier otra corriente de pensamiento filosófico de finales de la antigüedad, el neoplatonismo fue el que demostró ser el más apto para ser absorbido por la antigua teología cristiana. De hecho, antes de su conversión al cristianismo Agustín fue neoplatónico, y posteriormente hubo siempre entre los pensadores cristianos varios teólogos y filósofos a quienes conceptualmente se podía calificar de platónicos.

En este punto propongo dar un salto, históricamente hablando, y trasladarnos al Renacimiento, no sin mencionar que el medievo está representado en este ensayo tanto por el maestro del gótico Eckhart como por la alquimia, cuya presencia se mantiene a lo largo de toda aquella época.

El Renacimiento fue una época de extraordinaria pasión, de *furor*; en la que Italia, en el curso de los siglos XV y XVI, rompe las barreras existentes entre las diferentes actividades humanas y establece una relación más íntima entre cosas que estaban formalmente separadas, como la observación empírica y las matemáticas, las técnicas manuales y el pensamiento, y el arte y la ciencia. La filosofía que gobierna esta época es la correspondiente a un desenterrado neoplatonismo de estampa crítica, aunque por supuesto modificado, representado por Marsilio Ficino (1443-1499), quien, bajo el mecenazgo de Lorenzo de Médicis, fundó la Academia Platónica de Florencia cuyo miembro más importante, aparte de él mismo, era Pico della Mirandola. Esta academia era, al mismo tiempo, una especie de secta mística que cultivaba como valores supremos una vida contemplativa y una inspiración metafísica divina. A diferencia del propio Platón, cuyas obras había traducido Ficino al latín y cuya autoridad se respetó durante mucho tiempo, este círculo no tenía relación con las matemáticas. Sus principios se oponían en parte a la tendencia científica orientada hacia las matemáticas como era, por ejemplo, la representada por Leonardo da Vinci (1452-1519). La obra principal de Ficino, *Theologia Platonica*, constituyó un intento de síntesis entre la teología cristiana y la antigua filosofía pagana planificado sobre grandes líneas. A esta obra pertenece la idea de Afrodita Urania (*Venus coelestis*), la espiritualización de Eros o Amor, que aparece también en los estados extáticos de profetas religiosos como Moisés y Pablo, y la cual, *as amor intellectualis Dei*, se corresponde aproximadamente con nuestro deseo de conocimiento. Las discusiones sobre astrología y magia, basadas en la vieja idea de *sympatheia* de Plotino, constituían más una afición de los miembros de la Academia Platónica que un debate científico. Tanto Agripa de Nettesheim como Paracelso se vieron fuertemente influidos por este modo de pensamiento.

En este período único se conmovió todo aquello que parecía firmemente asentado. Se tomaba partido a favor o en contra de Aristóteles, del vacío, o del sistema heliocéntrico redescubierto

por Copérnico (1473-1543). En un principio, todo esto no era ciencia desapasionada, sino misticismo religioso que surgía de un nuevo sentimiento cósmico y que se expresaba de forma particular en una deificación del espacio. Así, Francesco Patrizzi (1529-1597) sostenía la equivalencia de todos los puntos del espacio autónomo. El hecho de que, desde la época de Nicolás de Cusa, el espacio hubiese perdido sus límites y se pensara que era infinito, hizo posible el panteísmo de Giordano Bruno (1548-1600), quien se inclinaba a considerar el conocimiento del mundo como un ulterior desarrollo de la filosofía de los primeros platónicos del Renacimiento. A partir de entonces, la forma más desapasionada de ver las cosas, propia del siglo XVII, condujo a la geometría analítica de Descartes y al concepto de espacio absoluto de la mecánica de Newton.

A fin de no echar en olvido la vertiente más oscura en la extraordinaria expansión experimentada por la conciencia humana al acceder a ámbitos de comprensión de la naturaleza totalmente nuevos, deseo mencionar a Francis Bacon (1561-1626), un precursor algo superficial de la ciencia moderna. Sin poseer un particular talento para las matemáticas, defendió el empirismo y el método inductivo que entonces constituía una novedad. Su objetivo práctico reconocido era domar las fuerzas de la naturaleza mediante el descubrimiento científico y la invención. A este respecto, utilizaba el lema propagandístico de «conocer es poder». Yo pienso que este presuntuoso deseo de dominar la naturaleza subyace de hecho en la ciencia moderna, y que incluso los partidarios del conocimiento puro no niegan totalmente esta motivación. Así, los modernos nos sentimos atemorizados frecuentemente por nuestra « semejanza con Dios ». Utilizando una frase bien conocida del historiador Schlosser *, lo que realmente nos preguntamos es si también este poder, es decir, nuestro poder occidental sobre la naturaleza, es o no perverso.

En primer lugar hay que señalar que esta actitud del hombre, deseoso de comprender y de pasar a dominar la naturaleza aun a costa de entrar en conflicto con la unidad de la misma, es la que le permite ocupar una posición externa desde la que observa y reflexiona. Y es esta actitud la que propicia que se pueda celebrar el gran triunfo del advenimiento de la ciencia moderna durante lo que se ha

dado en llamar el *grand siècle*, el siglo XVII. Así, el alma del mundo es sustituida por una ley matemática abstracta de la naturaleza. Por un lado, el sistema copernicano conduce a la astronomía de Kepler, que, aunque basada todavía en motivaciones religiosas, ya comienza a ser empírica; por otro, plantea cuestiones desapasionadas que Copérnico es incapaz de responder. Por ejemplo, ¿por qué la Tierra no genera un fuerte viento al rotar?, ¿por qué participa la atmósfera en esta rotación?, ¿por qué un cañón dispara tan lejos hacia el oeste como hacia el este? Hasta que Galileo no formuló la ley de la inercia, no se pudo responder sensatamente a estas preguntas. No me es posible entrar aquí en el desarrollo de la mecánica que culmina con los *Principia* de Newton en 1687 y que experimenta una evolución sustancial con la teoría de la relatividad de Einstein, que ya pertenece a la física moderna.

Entre las manifestaciones de carácter general que tienen lugar en el siglo XVII, se cuentan el restablecimiento de nuevos límites entre disciplinas y artes y el desdoblamiento que experimenta la imagen del mundo en una vertiente religiosa y otra racional. Esta disociación era inevitable y se encuentra reflejada particularmente en la filosofía de Descartes y en los escritos teológicos de Newton.

Casi al mismo tiempo, el destino propició que se acometiera un segundo intento de efectuar una síntesis entre una vía de salvación que contenía elementos gnóstico-místicos y el pensamiento científico. Me refiero a la alquimia y a la filosofía hermética. Esta filosofía, cuyo origen se remonta a épocas antiguas, se extendió a finales de la antigüedad con la aparición de Hermes Trimegisto y se propagó a lo largo de todo el medievo alimentada por fuentes árabes y por traducciones latinas de las mismas. Finalmente, tras un período de florecimiento en el siglo XVI, entró en decadencia hacia finales del XVII coincidiendo con el comienzo de la ciencia moderna. En este caso también quedó demostrado lo limitado del fundamento de dicha síntesis, y la pareja de antagonistas se separó una vez más: por un lado, en una química de carácter científico, y, por otro, en un misticismo religioso, como el representado por Jakob Böhme, que aparecía nuevamente divorciado de los acontecimientos materiales.

Las hipótesis de la filosofía alquimista, pese a que puedan parecer muy extrañas a primera vista, establecen una cierta simetría entre la materia y el espíritu. Esto actúa de forma que com-

* Friedrich Schlosser (1776-1861).

pensa la tendencia unilateral hacia la espiritualización, intensificada de forma considerable en el neoplatonismo si se la compara con las enseñanzas del propio Platón, y que fue asumida por el cristianismo. En contraste con la identificación neoplatónica de la materia con el mal, la concepción alquimista sostiene que reside en ella un espíritu que espera su liberación. El practicante de la alquimia siempre está involucrado en el curso de la naturaleza, de forma que los procesos químicos, supuestos o reales, que tienen lugar en la retorta suelen identificarse místicamente con los propios procesos psíquicos, designándoselos con las mismas palabras. Hoy día nos resulta algo extraña la identificación de los siete planetas con siete metales, incluyendo la de Hermes tanto con el planeta Mercurio como con el *argentum vivum*, la plata viva, que ha conservado asimismo el nombre de mercurio. En el calificativo de espirituoso que se aplica al alcohol, y en la denominación de esencia (naturaleza esencial) que designa la materia resultante de la destilación, existen vestigios de la identificación de las sustancias fácilmente evaporables o volátiles con el espíritu. El camino de la liberación, de nuevo simbolizado por Hermes, es una *opus* (obra) que comienza en la oscuridad (*nigredo* o *melancholia*) y acaba con la producción de la *lapis sapientium*, la piedra filosofal, la cual, en tanto que *filius philosophorum* y *filius macrocosmi*, se dispone en paralelo con Cristo, el *filius microcosmi*. Según la concepción alquimista, la liberación de sustancia por el hombre, que culmina en la producción de la piedra, es consecuencia de una correspondencia mística entre el macro y el microcosmos idéntica a la transformación redentora (*Wandlung*) del hombre a través de la *opus* que sólo acontece *Deo concedente*.

En la alquimia nos enfrentamos a un monismo psicofísico expresado en un lenguaje unificado que nos resulta extraño, y que se entremezcla con lo concreto y lo visible. Pero la actitud general del hombre hacia la naturaleza que expresa la alquimia, y que está dirigida hacia la experiencia de unidad, no debería equipararse simplemente con sus resultados, entre los que se cuentan la familiar y siempre estéril fabricación fraudulenta de oro.

Las concepciones científicas de Goethe, a menudo contrarias a la ciencia oficial, se tornan más comprensibles a la luz de sus fuentes alquimistas, cuya terminología queda al descubierto de forma llana especialmente en *Fausto*. Goethe era un tipo emocional y por tanto más susceptible a la experiencia de unidad que a la

ciencia crítica —«nichts ist drinnen, nichts ist draußen, denn was innen, das ist außen» (nada adentro, nada afuera, para lo que está adentro aquello está afuera)—, y desde este punto de vista sólo la alquimia encajaba en su actitud emocional. Este es el trasfondo del antagonismo entre Goethe y Newton, un lugar común sobre el que se ha escrito mucho. Menos conocidas son las anteriores polémicas mantenidas entre Kepler, representante de la ciencia que comenzaba a desarrollarse, y el médico inglés Robert Fludd, que pertenecía a la orden de los rosacruces y representaba la tradición hermética. Pienso que a ambas parejas, Kepler-Fludd y Newton-Goethe, se les puede aplicar el viejo dicho «Was die Alten sungen, das zwitschern die Jungen» (el joven gorjeaba cuando el viejo ya cantaba).

Recientemente, C. G. Jung ha comenzado a revelar, a partir de la psicología del inconsciente, el contenido psicológico de los viejos textos alquímicos y a descubrirnos su secreto. Deseo que en este proceso salga a la luz algún material valioso, en particular el referido al papel que desempeñan los pares antagónicos en la *opus* alquímica. La alquimia, que representa un contrapeso a la espiritualización extrema, tiene también para la psicología del inconsciente el significado de un encuentro entre la psicología, la materia y el resto de la ciencia.

En este punto se plantea un interrogante que es vital para la ciencia contemporánea: «¿Seríamos capaces de realizar, en un plano superior, el viejo sueño de los alquimistas de la unidad psicofísica mediante la creación de una base conceptual unificada para la comprensión científica tanto de los problemas físicos como de los psíquicos?» Aún no conocemos la respuesta. Muchas cuestiones biológicas fundamentales, en particular las referentes a la relación existente entre lo causal y lo final y sus relaciones psicofísicas, no han sido en mi opinión respondidas o clarificadas de forma concluyente.

Sin embargo, la física cuántica moderna, según la ha formulado Niels Bohr, ha encontrado asimismo pares antagónicos en sus objetos atómicos, como los de partícula-onda o posición-momento, y ha tenido en cuenta la libertad que posee el observador para efectuar una elección entre dispositivos experimentales mutuamente excluyentes, los cuales interfieren con el curso de la naturaleza de una forma que no puede ser calculada de antemano. Para el observador de la física moderna, incluso el resultado obje-

tivo de la observación ya no está sometido a su influencia una vez que se ha elegido el dispositivo experimental. Esta cuestión, difícil de comprender para el lego, ya ha sido frecuentemente expuesta por varios físicos, por lo que sólo me referiré a ella brevemente.

La vieja cuestión que planteaba si, bajo algunas condiciones, el estado físico del observador puede afectar el curso material externo de la naturaleza, ya no tiene cabida en la física contemporánea. A esta cuestión, los antiguos alquimistas contestaban de forma afirmativa. En el pasado siglo un pensador tan crítico como el filósofo Arthur Schopenhauer, importante experto y admirador de Kant, sostenía en su ensayo *Magnetismo animal y magia* que los denominados efectos mágicos eran en gran medida posibles. Él los interpretaba, con su particular terminología, como «influencias directas de la voluntad que se abren camino a través de los límites del espacio y del tiempo». A este respecto, probablemente no se pueda decir que existan razones filosóficas *a priori* suficientes como para rechazar de forma terminante tales posibilidades. Existe desde hace poco una parapsicología empírica que exige una metodología científica exacta, que, por un lado, opera con métodos experimentales modernos, y por otro, con procesos de estadística matemática actuales. Si se demostrase la fiabilidad de los resultados positivos obtenidos en un campo todavía tan controvertido como el de la percepción extrasensorial (PES), se podría llegar a desarrollos hoy día imprevisibles.

A la luz de nuestra perspectiva histórica, que por razones externas se ha limitado a un ámbito excesivamente restringido, podemos decir que actualmente se ha llegado a un punto en el cual la concepción racionalista ha sobrepasado su cenit y se encuentra constreñida. Desde el exterior da la sensación de que los contrastes se han acentuado de forma extraordinaria. Por una parte, la forma de pensamiento racional conduce a la asunción de una realidad que no puede ser percibida directamente por los sentidos, pero que se hace comprensible mediante símbolos matemáticos o de otra índole, como pueden ser los relativos al átomo o al inconsciente. Sin embargo, por otro lado, los efectos visibles de esta realidad abstracta son tan concretos como lo pueden ser las explosiones atómicas, a las que no sólo no se las puede calificar en modo alguno como buenas, sino que se sitúan realmente en el extremo opuesto. Así pues, parece obvio y emocionalmente comprensible que tenga lugar una huida desde lo meramente racional,

en cuyo fondo siempre está presente la voluntad de poder, hacia su antítesis, que bien puede estar representada por el misticismo cristiano o budista. No obstante, para quien el racionalismo angosto haya perdido su capacidad de convicción, así como para quien la magia de la actitud mística que experimenta en su multiplicidad el mundo externo se haya tornado ilusoria, pienso que no existe otro camino más efectivo que el de exponerse de una u otra forma a estos contrastes acentuados y a sus conflictos. Tal es, precisamente, la manera en que el científico encuentra más o menos conscientemente su vía de salvación interior. El lento desarrollo de imágenes internas, fantasías o ideas, que compensen la situación externa, indica la posibilidad de que tenga lugar una aproximación mutua entre los polos de parejas antagónicas. Escarmentado por el fracaso experimentado, a lo largo de la historia del pensamiento, por todos los esfuerzos realizados en pro de una unidad, no me aventuraré a hacer predicciones futuras. Como contrario a la división estricta de las actividades del espíritu humano en departamentos separados, que se viene manteniendo desde el siglo XVII, considero aún como objetivo conceptual tratar de superar los contrastes, objetivo que debe de incluir una síntesis que abarque tanto el entendimiento racional como la experiencia mística de una unidad semejante a la de los mitos tácitos o expresos de nuestra época actual.

Ideas del inconsciente desde el punto
de vista de la ciencia natural y de la epistemología *



Carl Gustav Jung (1875-1961)

En su estudio de Küsnacht en torno a 1930. (Foto: © herederos
de C. G. Jung.)

* *Dialectica* 8, núm. 4 (15 de diciembre de 1954), págs. 283-303.

En este artículo me he desviado de mi rama científica específica motivado por las coincidencias de *sentido* de algunas ideas que surgen de forma casi simultánea en ciencias diferentes. Los conceptos de «correspondencia», «pares antagónicos complementarios» y «completitud» aparecen tanto en física como en ideas relacionadas con el inconsciente. El propio «inconsciente» presenta una cierta analogía con el «campo» físico, y ambos, debido a un problema de observación, se desplazan desde el ámbito visual al paradójico. Aunque en física no se habla de «arquetipos» que se reproduzcan por sí mismos, sino de «leyes estadísticas de la naturaleza con probabilidades primarias», ambas formulaciones coinciden en su tendencia a ampliar la antigua y restrictiva idea de «causalidad (determinismo)» a una forma más general de relación con la naturaleza, hacia la que asimismo apunta el problema psicofísico. Este tipo de consideración me hace concebir la esperanza de que las ideas acerca del inconsciente no tengan lugar ya en el estrecho marco de las aplicaciones terapéuticas, sino que su unión con la corriente general de las ciencias naturales que se ocupan de los fenómenos vitales sea algo determinante en su desarrollo*.

El 26 de julio de este año se conmemora el ochenta aniversario de C. G. Jung, representante de las tendencias más actuales en el campo de la psicología del inconsciente. Esto me brinda la ocasión de intentar considerar, sin duda con osadía y como alguien ajeno al tema, caminos alternativos y posibilidades de desarrollos futuros en este área, estableciendo para ello una comparación entre las ideas acerca del inconsciente y las de otras ramas del conocimiento. Puesto que para mí el único punto de vista directamente accesible es el del científico puro, no tomaré en consideración en este ensayo aquellas aplicaciones prácticas que se incluyen en el campo médico de la terapéutica.

1. El problema de la observación

Las sugerencias hechas por Kant en el siglo pasado condujeron, a través de Schelling, al desarrollo de una filosofía del incons-

* Este resumen escrito en inglés (que no se reprodujo en la edición alemana) también formaba parte de la versión original del artículo de Pauli.

ciente plasmada en el trabajo de C.G. Carus y E. von Hartmann. Aproximadamente en la misma época, las imágenes concretas de Faraday originaron la idea del campo físico que culminó en las leyes del campo electromagnético de Maxwell. Este campo se pensaba como algo real independientemente de que se pudiera o no ponerlo de manifiesto mediante procedimientos adecuados (cuerpos cargados, limaduras de hierro, agujas magnéticas, etc.); de la misma forma, la realidad fue adscrita al inconsciente como un estrato marginal de «contenido» subliminal, el cual, no obstante, en algunas circunstancias puede ejercer una considerable influencia sobre acontecimientos percibidos por la conciencia. Esta comparación entre un estrato psíquico no directamente perceptible que rodea la conciencia y un campo físico, concretamente un campo magnético, fue llevada ya a cabo por William James en 1902¹:

El hecho importante que recuerda esta formulación del «campo» es el de la indeterminación del margen. Había pasado inadvertido que es la materia la que contiene el margen; sin embargo, está ahí y nos ayuda tanto a guiar nuestro comportamiento como a determinar el siguiente movimiento de nuestra atención. Nos rodea como un «campo magnético» en cuyo interior nuestro centro de energía gira lo mismo que la aguja de una brújula cuando la fase presente de la conciencia se transforma en su sucesora. La totalidad de nuestro pasado, repleto de memorias, flota más allá de este margen dispuesto a llamar para entrar; y la masa total de energías residuales, impulsos y conocimientos que constituyen nuestra experiencia se está extendiendo continuamente al otro lado del mismo. Así de vagos son los contornos entre lo que, en cualquier momento de nuestra vida consciente, es real y lo que es únicamente potencial, por lo que se hace difícil decir si somos o no conscientes de determinados elementos mentales.

Este algo subliminal que guía la conciencia como si lo hiciera entre bastidores es lo que se denominó «subconsciente». Freud, que fue el primero que lo descubrió e investigó, propuso originariamente reducirlo a aquello que había sido reprimido de la con-

¹ William James, *The Varieties of Religious Experience*, Nueva York, 1902, conferencia X, págs. 226, 227 de la edición en la serie *Modern Library* (Nueva York). [Hay ed. cast., *Las variedades de la experiencia religiosa*, ED. 62, 1986, Barcelona.]

ciencia, de forma que el subconsciente pudiera ser eliminado de nuevo al cesar la represión (*Verdrängung*).

Pronto se demostró que el «subconsciente» era estructuralmente más complejo de lo que se había supuesto. En particular, Jung probó que es sólo una pequeña parte del mismo la que está constituida por lo que ha sido reprimido, y que en su mayor parte lo está por contenidos colectivos arcaicos, no conscientes con anterioridad, que son los que condicionan la autonomía del «inconsciente» y el hecho de que esté sometido a sus propias leyes. El término «inconsciente», que de nuevo volvió a utilizarse, representó un retorno a la antigua terminología de los filósofos.

Entre tanto, el concepto físico de campo también había originado nuevos problemas. Mientras que los cuerpos de prueba (por ejemplo, limaduras de hierro) utilizados como medio de observación suministran una indicación real del campo, ya existente antes de su uso, sin apreciable perturbación del mismo, la situación es relativamente sencilla. Sin embargo, cuando en el dominio atómico llegamos a una región en la que la reacción de los cuerpos que producen el campo (por ejemplo, electrones) sobre el original ya no es despreciable y no puede ser realmente compensada con certidumbre, nos enfrentamos al problema de la existencia de una dualidad entre el campo y las fuentes del mismo, problema que persiste en nuestra época.

Esta conflictiva situación forma parte de la característica fundamental de la mecánica cuántica, que establece que las interacciones de los instrumentos de medida con el sistema observado permanecen parcialmente indeterminables, siempre que intervenga la limitación del cuanto de acción. Según esta teoría, para determinar las propiedades de los objetos atómicos, el observador puede elegir libremente entre dispositivos experimentales que, en general, son mutuamente excluyentes. Por una parte, esto se aplica en particular al momento y a la energía (relación de incertidumbre de Heisenberg), y por otra al curso espacio-temporal de los acontecimientos (complementariedad de N. Bohr). En consecuencia, la situación del observador cambia en la física cuántica desde la propia de un espectador oculto a otra en la que éste desempeña el papel de agente activo, cuyos efectos sobre el sistema que observa, mediante instrumentos apropiados, ya no se pueden compensar.

Esta situación de «complementariedad» obliga a introducir

en física las *probabilidades primarias* como una generalización lógica de la forma determinista de las leyes de la naturaleza de la física clásica¹. Estas probabilidades están determinadas por campos en espacios multidimensionales, los cuales describen la *estadística* de series de medidas realizadas en condiciones iniciales similares, y que, en el caso de una *única* medida, sólo expresan *posibilidades*. A diferencia de los campos de la física clásica, estos «campos de probabilidad», que han sido también denominados «catálogos de expectativas», no se pueden medir simultáneamente en lugares diferentes. El hecho de efectuarse una medida en *un* sitio implica el paso a un fenómeno *nuevo*, con condiciones iniciales distintas de las que cabe esperar un conjunto también nuevo de posibilidades, y, en consecuencia, el establecimiento *por doquier* de un nuevo campo. Así, los fenómenos de la física atómica gozan de otra propiedad, la de *completitud*, que hay que entender en el sentido de que no son susceptibles de descomponerse en otros parciales sin que cambie, en cada caso, de forma esencial el fenómeno total.

Una vez que el observador físico ha escogido su dispositivo experimental, no puede ya influir en el resultado de la medida, cuyo registro objetivo es universalmente asequible. Las propiedades subjetivas del observador o su estado físico no tienen una intervención mayor en las leyes de la mecánica cuántica que la que tienen en las de la física clásica.

Ch. de Montet², hombre dotado de gran perspicacia para establecer paralelismos entre fenómenos físicos y psicológicos, ha caracterizado la situación de la física cuántica aquí descrita como de «sacrificio y elección». El concepto de sacrificio en física es esencialmente distinto del psicológico, pese a que exista acuerdo en considerarlo como una renuncia a determinados valores (pérdida de conocimiento) en favor de otros; en la medida física, el «don de sacrificio» no forma parte de uno mismo, sino de una porción del mundo externo, de modo que no tiene lugar la transformación (*Wandlung*) del observador. Tras la medida, el sistema observado, ya separado del observador, es abandonado a sí mismo.

¹ Cf. mi artículo «Wahrscheinlichkeit und Physik» en *Dialectica* 8, 112-124 (1954) [ensayo 3 de este volumen].

² Ch. de Montet, *L'évolution vers l'essentiel*, Lausana, 1950. Desgraciadamente, el autor murió poco después de que apareciera el libro, de forma que no llegué a conocerlo.

Esto sugiere establecer una comparación⁴ entre el proceso interno de percepción sensorial, o, de forma más general, entre cada aparición de contenido nuevo de la conciencia y la observación que se realiza en física, ya que los instrumentos físicos de medida pueden considerarse como extensiones técnicas de los órganos sensoriales del observador. Sin embargo, en el caso de la percepción sensorial el contenido nuevo de conciencia queda incorporado como una parte constituyente del sujeto perceptor. Puesto que el inconsciente no es mensurable cuantitativamente, y por ende no es susceptible de descripción matemática, y ya que cada extensión de la conciencia («lo que se introduce en la conciencia») debé reaccionar alterando el inconsciente, cabe esperar un «problema de observación» relativo a éste, que si bien presenta analogías con el de la física atómica, implica, no obstante, dificultades considerablemente mayores. Estas dificultades deben manifestarse como paradojas lógicas cuando se intenta comprender el inconsciente de forma conceptual. Por ejemplo, los propios sueños, que según Freud son un «camino real» al inconsciente, desde el punto de vista epistemológico se consideran como un contenido de la conciencia tan pronto se rememoran al despertar; además, constituyen un episodio psicofísico, ya que necesariamente están acompañados de procesos fisiológicos cerebrales. La mera aprehensión del sueño altera, por así decirlo, el estado del inconsciente, y con ello crea un fenómeno nuevo, de forma análoga a lo que sucede en el caso de la medida observada en física cuántica. La reflexión consciente sobre un sueño debe por tanto causar una alteración del inconsciente, que, por su mayor alcance, carece de análogo en física.

Las siguientes citas intentan mostrar cómo los juicios de Jung⁵ acerca del inconsciente pueden esclarecer las paradojas lógicas a las que da lugar el problema de la observación.

Él llama al contenido de la conciencia «consciente e incons-

ciente simultáneo, es decir, consciente bajo un aspecto e inconsciente bajo otro», y añade:

Como sucede con las paradojas, esta afirmación no es comprensible de manera inmediata. Debemos, sin embargo, hacernos a la idea de que el consciente y el inconsciente no tienen demarcaciones claras, uno comienza donde acaba el otro. *Más bien, la psique es un conjunto de consciente e inconsciente*⁶.

Hasta ahora nada he dicho acerca del concepto de «psique», que aparece aquí ligado al par antagónico consciente-inconsciente. Este concepto fue ya definido por Jung, en concordancia con la cita anterior, como «la totalidad de todos los procesos psíquicos, tanto conscientes como inconscientes»⁷.

Sin embargo, unas cuantas páginas después del pasaje citado afirma que⁸:

Tanto la materia como el espíritu aparecen en el ámbito psíquico como cualidades distintivas del contenido del consciente. La naturaleza última de ambos es transcendente, esto es, irrepresentable, puesto que la psique y sus contenidos constituyen la única realidad que se nos otorga *sin un medio*.

La causa de las dificultades lógicas presentes en este punto no se debe al carácter no intuitivo de la materia y del espíritu, sino a la afirmación contenida en el último párrafo de que la psique «se nos otorga sin un medio». Porque ¿cómo es posible que «la totalidad de los procesos conscientes e inconscientes» y «el conjunto consciente-inconsciente (*Ganzheit*)» «sean otorgados sin el concurso de un intermediario (*unmittelbar*)»?

Tanto el físico como el ingenuo lector podrían tener la sensación de que son sólo los contenidos de la conciencia los que «se otorgan sin intermediario». Sin embargo, al profundizar un poco,

⁴ Cf. también, en relación con esto, P. Jordan, *Verdrängung und Komplementarität*, Hamburgo-Bergedorf, 1947.

⁵ C.G. Jung, *Von den Wurzeln des Bewusstseins*, Zurich, 1954. El cap. VII, «Theoretische Überlegungen zum Wesen des Psychischen», citado aquí, es una reproducción de su ensayo titulado «Der Geist der Psychologie» publicado por primera vez en *Erano's Jahrbuch* 14, 385-490 (1946).

⁶ Los pasajes que se citan a continuación son de la trad. ing. *The Collected Works of C.G. Jung*, vols. 6, 8, 9, 12 y 13, Nueva York, 1953.

⁶ *The Collected Works of C.G. Jung*, vol. 8, pág. 200.

⁷ C.G. Jung, *Psychologische Typen*, Zurich, 1921. Cap. XI, *Definitions*, pág. 661 término «alma», de la cual, sin embargo, «psique» está expresamente diferenciada. Trad. ing. H.G. Baynes, en *The Collected Works of C.G. Jung*, vol. 6, pág. 463. [Hay trad. cast., *Tipos psicológicos*, Editorial Sudamericana, Buenos Aires.]

⁸ *Wurzeln des Bewusstseins*, pág. 580. [*The Collected Works of C. G. Jung*, vol. 8, pág. 216.]

al físico se le puede plantear la duda de si un «conjunto consciente-inconsciente» no tendría que tener un mayor alcance que el que le confiere su descripción como «psique». En realidad, y como cuestión de significado susceptible de ser considerada científicamente, al físico no le parece convincente que el alcance del término «psique» como sustantivo sea necesariamente el del adjetivo «psíquico»⁹, término que realmente abarca pasiones, emociones y actividad sensual. La utilización de la palabra «psique» como nombre, que obviamente rememora la filosofía platónica y su alma universal (*Weltseele*), implica el riesgo de que el elemento psíquico pase inadvertido y como absolutamente aislado de los sucesos materiales de la naturaleza, en la cual el dominio atómico, al igual que sucede en el caso del inconsciente, no es determinable en sí mismo más que de forma indirecta.

El empleo del sustantivo psique en psicología pretendía realzar el contraste con la imagen del mundo mecanicista, que demandaba reducir todos los sucesos a la física determinista por entonces conocida. Mientras tanto, el cuanto de acción de Planck, que desde 1900 se había introducido como un extraño en esta imagen limitada del mundo, había causado una revolución en la física al utilizar «argumentos de correspondencia» que permitieron alcanzar conclusiones provisionales con el establecimiento de la mecánica ondulatoria o cuántica en 1927. Algunos físicos vivieron esta etapa con la esperanza de que trajera consigo un retorno a la situación anterior, y otros, buscando nuevas vías que les alejaran aún más del viejo ideal «clásico» que había servido para explicar la naturaleza. Esta segunda categoría de físicos, a la que pertenezco, se inclinó incluso por considerar que el ámbito de aplicación de la física atómica contemporánea era limitado, por lo que estaban dispuestos a dirigir su atención hacia un proceso que tuviera lugar en un sustrato material, aun sin comprender-

⁹ En esta ocasión me gustaría llamar la atención sobre la curiosidad lógica contenida en la utilización que C.G. Jung hace de la combinación de palabras «juicio psíquico». En realidad, los juicios no se clasifican en psíquicos y no psíquicos, sino por la propiedad asociada a *todo* juicio, *independientemente de su contenido*, de formar parte del contenido de la conciencia del estado de la persona, es decir, de la «psique» (siendo por tanto también accesible a la investigación referida a las condiciones psicológicas). Desde el punto de vista de la lógica formal, la combinación de palabras «juicio psíquico», cuando es utilizada de esta forma, es un *pleonismo*, como, por ejemplo «weiße Schimmel», «blanco caballo blanco» (*Schimmel* = caballo blanco).

lo, con tal de que se dirigiera hacia un fin, que fuera adecuado para algún propósito y que poseyera integridad en sí mismo, cualidades que nosotros contemplamos como características de la vida y de los seres vivos. Así, por ejemplo, Bohr resaltó un aspecto nuevo del problema de la observación al conjeturar que la condición adicional de que un organismo permanezca vivo cuando se le somete a un experimento, limita, en principio, la posibilidad de verificar y de aplicar a un objeto vivo las leyes de la física cuántica del ámbito inorgánico¹⁰. De esta manera, las *interconexiones psico-físicas* que frecuentemente encontramos en la vida cotidiana parecen haber llegado a ocupar, una vez más, una posición central en el desarrollo científico¹¹. Ya desde el siglo XVII estas conexiones se han manifestado como algo embarazoso para la imagen del mundo de la física «clásica», por lo que se ha hecho necesario postular, además de la conexión causal ordinaria, y sólo a este respecto, otra con un tipo de «paralelismo» diferente. ¿Existe *únicamente* una relación paralela en la asociación de procesos físicos y psíquicos, y no así en otras situaciones? Y una relación de paralelismo, ¿no justifica una demanda de que aquello que esté asociado o «se corresponda» (lo correspondiente) sea también abarcado conceptualmente en una unidad de esencia?

Me parece ahora interesante resaltar que la tendencia más actual en la psicología del inconsciente, es decir, la representada por C.G. Jung, se ha desarrollado en la dirección del *reconocimiento de lo no físico en relación con el problema de la unidad psico-física*. El primer paso fue dado a partir del encuentro de la psico-

¹⁰ El punto de vista de Bohr sobre los fenómenos vitales, que difiere tanto del «mecanicista» como del de las ideas «vitalistas», está expuesto por ejemplo en la revista *Erkenntnis*, 14, 293, 1936, en el artículo «Kausalität und Komplementarität» (causalidad y complementariedad), que también contiene referencias bibliográficas anteriores.

¹¹ En su libro *Neuere Probleme der Abstammungslehre*, 2ª ed., 1954, el zoólogo B. Rensch acuña, en relación con la cuestión del origen de los seres vivos, un concepto al que denomina «hylopsíquico». Según esta idea, «los procesos psíquicos son, de alguna forma, una propiedad de todos los seres vivos» (pág. 361). Utilizando el argumento de que, en principio, es improbable que la ley de conexión paralela «entrara repentinamente en el ser en uno u otro momento en el curso de un proceso de filogénesis continuo, gradual e inmutable», indica, en principio, la posibilidad de «adscribir también a las cosas inanimadas, y por ende a las inorgánicas, componentes de procesos psíquicos muy primitivos que discurren estrictamente en paralelo» (pág. 381).

logía con la *alquimia*¹², hecho que considero como un auténtico «símbolo»¹³. La alquimia era una doctrina dotada de elementos místico-gnósticos, que mediante la utilización de identificaciones¹⁴, que hoy en día nos resultan extrañas, confirió por medio de su lenguaje una expresión nueva y extrema tanto a la unidad psicofísica como a la de lo que pertenece al experimentador (el «artista», como lo denomina la alquimia) con lo que pertenece a la materia (correspondencia entre micro y macrocosmos). Así pues, la psicología de Jung se encontró con la materia, y de la misma forma que la alquimia fue la precursora de la química moderna, lo fue también del resto de la ciencia. No es sorprendente que tras este primer encuentro con la alquimia, tanto el problema psicofísico como el de la inclusión del observador en el curso de la naturaleza llegaran a ser cuestiones relevantes en psicología. De hecho, en 1946 Jung¹⁵ alteró de forma sustancial los conceptos que empleaba en la consideración de estos problemas fundamentales, y lo hizo, de manera especial, motivado por los fenómenos de «percepción extrasensorial» (PES), a los que nos referiremos brevemente al final de la sección siguiente.

Jung intentó dar cuenta de lo no psíquico mediante el concepto especial de «psicoide»¹⁶ y, también, modificando su antiguo concepto de «arquetipo»¹⁷ que originariamente utilizó como sinónimo de «imagen primordial». Este concepto de la psicología

¹² Los escritos más importantes de C.G. Jung sobre alquimia son: *Das Geheimnis der goldenen Blüte*, en colaboración con R. Wilhelm, 1ª ed., Munich, 1929 [*The Collected Works of C.G. Jung*, vol. 13, págs. 1-56]; *Psychologie und Alchemie*, 1ª ed., Zurich, 1944; 2ª ed., 1952, [*The Collected Works of C.G. Jung*, vol. 12] [hay ed. cast., *Psicología y alquimia*, Editorial Rueda, Buenos Aires]; y en *Symbolik des Geistes*, Zurich, 1948, contribución V, «Der Geist Mercurius» [*The Collected Works of C.G. Jung* vol. 13, págs. 191-250].

¹³ *Tipos psicológicos*, cap. XI, «Definiciones», «símbolo», Jung define la expresión simbólica como «la mejor descripción posible... de un hecho relativamente desconocido».

¹⁴ El lector puede recordar las correspondencias: los siete planetas, los siete metales, entre ellas la del planeta Mercurio = Hermes = plata viva; espíritu = alma = alcohol, etc. ¿Es casualidad que Freud haga hincapié en la palabra alquimista «sublimar»?

¹⁵ Véase C.G. Jung, *Von den Wurzeln des Bewußtseins*, Zurich, 1954 (nota 5 anterior).

¹⁶ *The Collected Works of C.G. Jung*, vol. 8, págs. 183 sig.

¹⁷ El profesor E. Panofsky (Princeton) me ha hecho saber amablemente que la aparición más antigua que se conoce en literatura de la palabra griega

de Jung, que supongo que no es demasiado conocido, puede elucidarse de forma breve por medio de las citas siguientes que, al estar dispuestas en orden cronológico, muestran también su gradual alteración y desarrollo. No se puede disociar de la idea de Jung antes mencionada la de un estrato colectivo y arcaico del inconsciente que es capaz de reproducir motivos mitológicos espontáneamente.

C.G. Jung, *Tipos psicológicos* (1921), cap. XI, «Definiciones» (véase «Imagen»)*:

La imagen primordial, también denominada en otro lugar «arquetipo», es siempre colectiva, es decir, es al menos común a pueblos enteros, épocas... la imagen primordial se puede concebir como un depósito mnémico, como una huella o *engramm* (*Semon*) que ha surgido mediante una condensación de innumerales procesos de índole similar... La imagen primordial es la precursora de la *idea* y su matriz.

Über die Energetik der Seele (*Psychologische Abhandlungen*, vol. II, Zurich, 1928), pág. 198**:

Los arquetipos son modos típicos de comprensión, y dondequiera que nos encontremos con modos recurrentes regulares y uniformes, estamos tratando con un arquetipo, independientemente de que se reconozca o no su carácter mitológico.

Psychologie und Religion, Zurich, 1940, pág. 93***:

Incluso los sueños están constituidos en muy alto grado por material colectivo, y al igual que en la mitología y en el folclore de distintos pueblos, determinados motivos se repiten a sí mismos de forma casi idéntica. Yo he denominado a estos motivos «arquetipos», y por ello entiendo formas o imágenes de naturaleza colectiva que se manifiestan prácticamente por toda la Tierra como constitu-

αρχετυπος se encuentra en Cicerón, *Cartas a Ático*, 12.5 y 16.3., donde se traduce dicha palabra al latín. Se desconocen las fuentes griegas de Cicerón, pero gracias a su autoridad la palabra llegó a ser de uso común en la antigüedad tardía.

* *The Collected Works of C.G. Jung*, vol. 6, págs. 443 sigs.

** *The Collected Works of C.G. Jung*, vol. 8, págs. 137 sig.

*** *The Collected Works of C.G. Jung*, vol. 11, pág. 50.

yentes del mito, y, al mismo tiempo, como productos individuales autóctonos de origen inconsciente. Los motivos arquetípicos derivan presumiblemente de patrones de la mente humana que son transmitidos no sólo por tradición y migración, sino también por herencia. Esta última hipótesis es indispensable, ya que incluso imágenes arquetípicas complicadas pueden reproducirse espontáneamente sin que haya habido posibilidad de tradición directa.

Ibid., pág. 186*: (Suponemos la existencia de)

una determinada condición de inconsciente como un factor heredado *a priori*. Con esto, naturalmente, no me refiero a la herencia de las ideas (*Vorstellungen*), lo cual sería difícil si no imposible de demostrar; antes bien, supongo que la cualidad heredada es algo así como la posibilidad formal de producir la misma idea o ideas similares una y otra vez. Yo he llamado a esta posibilidad el «arquetipo». En consecuencia, el arquetipo sería una cualidad estructural o una condición peculiar de una psique que está de alguna manera conectada con el cerebro.

Wurzeln des Bewußtseins (1954), pág. 577**:

Sin embargo, debemos constantemente tener presente que lo que entendemos por «arquetipo» es en sí mismo irrepresentable (*unanschaulich*), pero tiene efectos que posibilitan su visualización, a saber, las imágenes y las ideas arquetípicas (*Vorstellungen*).

Ibid., pág. 573***: (arquetipo,)

siendo así una imagen por derecho propio, es al mismo tiempo un *dinamismo* que se percibe en la luminosidad y el poder fascinante de la imagen arquetípica.

Ibid., pág. 579****:

Así como el «infrarrojo psíquico», la psique instintiva biológica penetra gradualmente en la fisiología del organismo y emer-

* *Ibid.*, págs. 103 sig.

** *The Collected Works of C.G. Jung*, vol. 8, pág. 214.

*** *Ibid.*, pág. 211.

**** *Ibid.*, pág. 215.

ge después con sus condiciones físicas y químicas, así el «ultravioleta psíquico», el arquetipo, describe un campo que no presenta ninguna de las peculiaridades de lo psicológico y, por tanto, en un último análisis ya no se puede considerar como psíquico pese a que se manifieste psíquicamente. También los procesos fisiológicos se comportan de la misma forma, sin que por este motivo se declaren psíquicos. Aunque para nosotros no hay forma de existencia que no esté intermediada psíquicamente y sólo psíquicamente, sería difícil decir que todo es simplemente psíquico. Lógicamente, este argumento debe aplicarse asimismo a los arquetipos.

Ibid., pág. 601*:

Las unidades con las que funciona el inconsciente, definibles cualitativamente más que cuantitativamente, es decir, los arquetipos, tienen por tanto una naturaleza que *no puede ser definida con certeza como psíquica*.

Ibid., pág. 602**: (Los arquetipos son)

postulados derivados empíricamente —arquetipos— cuyo contenido, si existe, no se puede representar en la mente. Los arquetipos, en lo que podemos observarlos y experimentarlos, se manifiestan a sí mismos sólo mediante su capacidad para *organizar* imágenes e ideas (*Vorstellungen*), y esto siempre es un proceso del inconsciente que no se puede detectar hasta después.

Aion (1951), pág. 260***: (Está relacionado con)

ciertas formas de pensamiento complejas, los arquetipos, que pueden ser conjeturados como los organizadores inconscientes de nuestras ideas. La fuerza motriz que produce estas configuraciones no se puede distinguir del factor trasconsciente (*Tatbestand*) conocido como instinto. Por tanto, no hay justificación alguna para visualizar el arquetipo como algo diferente de la imagen (*Gestalt*) del instinto del hombre.

* *Ibid.*, pág. 230.

** *Ibid.*, pág. 231

*** *The Collected Works of C.G. Jung*, vol. 9, parte 2, pág. 179.

Wurzeln des Bewußtseins (1954), pág. 5*:

«Arquetipo» es una paráfrasis explicativa del *εἶδος* platónico.

Ibid., pág. 6**:

El arquetipo es esencialmente un contenido inconsciente que se transforma al volverse consciente y ser percibido, y que adopta la apariencia de la conciencia individual en la que se va a manifestar.

Ibid., pág. 6, nota 4***:

Para ser precisos, se debe distinguir entre «arquetipo» e «ideas arquetípicas» (*Vorstellungen*). El arquetipo, como modelo hipotético e irrepresentable (*unanschaulich*), es algo similar al «patrón de comportamiento» de la biología.

Estas citas pueden ofrecer al lector una imagen de la función que desempeña el concepto de «arquetipo» en la psicología de Jung, así como de la transformación experimentada desde el sentido original de «imagen primordial» hasta el de un elemento estructural irrepresentable (*unanschauliches*) del inconsciente; se trata de una especie de regulador que organiza las representaciones (*Vorstellungen*). Personalmente, veo en ello la primera indicación de los principios de orden, que aun siendo neutros¹⁸ respecto al discernimiento psicofísico, en contraste con el concreto lenguaje unificado psicofísico de la antigua alquimia, son ideales y abstractos, es decir, irrepresentables (*unanschaulich*) por su propia naturaleza. Así se manifiestan de forma clara las grandes dificultades y paradojas que entraña el problema de la observación. Estos cambios en las ideas sobre el inconsciente muestran que, lejos de haber sido definitivamente resueltas desde la vertiente lógica, constituyen la expresión de una línea de investigación en desarro-

llo. El físico conoce muy bien que ambas cosas a menudo van de la mano y sabe de la inutilidad de ir contra lo que está en proceso de desarrollo, ya sea por mera repetición o mediante axiomas elaborados lógicamente. En este caso, pienso que es importante considerar la investigación desde un punto de vista más general que el del campo específico.

2. Aplicaciones de las ideas acerca del inconsciente a las ciencias cuantitativas

Sin entrar demasiado en discusiones generales acerca de viejos problemas filosóficos relacionados con el hecho de que nuestras ideas están dispuestas (*Angeordnetsein*) de forma tal que, por ejemplo, puedan coincidir formas de ser y de pensar, me gustaría tratar aquí sobre algunas aplicaciones de las ideas del inconsciente a las ciencias cuantitativas. A este propósito se pueden prestar tanto las matemáticas y la biología como la frontera que separa la física y la fisiología.

Al considerar las aplicaciones del concepto de arquetipo fuera del marco de la moderna psicología del inconsciente, me encuentro en primer lugar con el hecho histórico de la utilización amplia y regular por parte de Kepler de los términos *archetypus* y *archetypalis* y, además, en un sentido similar al de Jung, es decir, en el de «imagen primordial»¹⁹. Ciertamente, el campo al que Kepler aplica este concepto es más especializado, ya que abarca exclusivamente ideas *matemáticas*. Así, denomina a la geometría «el arquetipo de la belleza del Universo», y a las proporciones matemáticas, que él piensa que están implantadas desde la eternidad en el alma del hombre hecho a imagen del Creador, las llama armonías arquetípicas. Yo, como discípulo de Sommerfeld, conozco bien que estos elementos pitagóricos que aparecen en la obra de Kepler mantienen hoy día su vigencia²⁰. Esa antigua *dynamis* espiritual del

* *The Collected Works of C.G. Jung*, vol. 9, parte 1, pág. 4.

** *Ibid.*, pág. 5.

*** *Ibid.*, pág. 5.

¹⁸ Cf. también, en relación con esto, C.G. Jung, *Aion* (1951), págs. 372, 373.

¹⁹ Véase mi artículo «Der Einfluß archetypischer Vorstellungen auf die Bildung naturwissenschaftlicher Theorien bei Kepler», en *Naturerklärung und Psyche*, Zurich, 1952. [Trad. ing. en *The Interpretation of Nature and the Psyche*, Londres, 1955, ensayo 21 de este volumen.]

²⁰ Véase mi ensayo «Sommerfeld's Beiträge zur Quantentheorie», *Die Naturwissenschaften* 35, 129-132 (1948) [ensayo 5 de este volumen].

número, aún activa, fue en tiempos pasados expresada en la vieja doctrina pitagórica que afirmaba que los números son el origen de todas las cosas y que, como las armonías, representan la unidad en la multiplicidad.

Por tanto, si en nuestra época se utiliza un concepto más general de «arquetipo», es necesario que se formule de forma tal que comprenda esa «intuición matemática primitiva», intuición que, por ejemplo, se manifiesta a sí misma en aritmética mediante la idea de la serie infinita de los números enteros, y en geometría, en la idea del continuo. Ciertamente, nosotros estamos interesados aquí en «los modos de comprensión uniformes y regularmente recurrentes», por lo que pienso que sería de interés determinar de forma precisa lo que es específico de esas «representaciones arquetípicas» (*Vorstellungen*), que constituyen el fundamento de las matemáticas, cuando se comparan con ideas arquetípicas más generales.

Como es sabido, a través del propio análisis ha resultado imposible demostrar formalmente que el análisis matemático, utilizado constantemente en física, no implica contradicciones. La razón de esta ausencia de contradicciones debe consecuentemente buscarse fuera de las propias matemáticas, de forma que aparezca como un hecho natural relacionado con la manera en que opera la mente humana. Aquí también nos encontramos con el hecho de la «organización» (*Angeordnetsein*) de nuestras representaciones (*Vorstellungen*).

A pesar de los enormes logros del espíritu humano, como pueden ser las matemáticas, no debemos olvidar que la continuidad de la vida establece un vínculo entre el origen de los conceptos y los fenómenos de adaptación de todos los organismos vivos; a este respecto, podemos recordar la concepción alquimista de que el espíritu es «el hijo antiguo de la madre». La concepción de Jung acerca de que los arquetipos son un depósito heredado de la línea ancestral ha sido desestimada mucho tiempo. ¿Cómo surgieron en el curso de la evolución biológica y cómo cambiaron en el proceso?

Esto nos lleva a la cuestión de la forma en que se adquieren y heredan patrones específicos del comportamiento como pueden ser los instintos, un campo que, pese a los grandes éxitos cosechados por la genética moderna, aún se me antoja muy oscuro²¹. Es bien conocido que la vieja concepción lamarckiana de que «la

función hace al órgano»²² no se sostiene ante el hecho, empíricamente establecido, de que «las características adquiridas individualmente no son heredadas». Por otra parte, se conocen acciones instintivas hereditarias (por ejemplo, la orientación del vuelo de las aves migratorias) que han sido probablemente adquiridas en algún momento.

En la actualidad, parece tener gran aceptación entre los biólogos un modelo teórico de evolución biológica basado en una combinación de «mutaciones aleatorias» con «selección». El último término, tomado de Darwin, expresa la influencia del entorno²³. Este modelo de evolución representa un intento que está en

kungen», en *Vierteljahresschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zurich* 97, 65 (1952).

²² En relación con las ideas acerca del inconsciente me gustaría mencionar aquí al «psico-lamarckiano» A. Pauly, *Darwinismus und Lamarckismus - Entwurf einer psychophysischen Teleologie*, Munich, 1905, quien hace responsable a la psique de los organismos, plantas incluidas, de los fenómenos de adaptación que denomina «juicios del inconsciente» (*loc. cit.* pág. 119 y pág. 251), efectuando una referencia a E. von Hartmann sobre la expresión «inconsciente». Por supuesto, la terminología de esta naturaleza es fundamentalmente una mera paráfrasis de lo que se pretende explicar. El autor pasa con frecuencia por alto los resultados empíricos antes mencionados, que son evidentemente anti-lamarckianos, con expresiones de opinión dogmáticas. Además, su visión acerca de que «la psique» puede evocar *causalmente* fenómenos físicos, es probablemente insostenible desde el punto de vista epistemológico. Menciono a este autor más por interés histórico que por sus dudosas opiniones. Recientemente, C.G. Jung en «Synchronizität als Prinzip akausaler Zusammenhänge», en *Naturerklärung und Psyche*, Zurich, 1952, véase especialmente págs. 78 sig. (trad. ing. en *The Interpretation of Nature and Psyche*, Londres, 1955, pág. 107), sin aplicar en modo alguno ideas lamarckianas, establece una conexión entre procesos biológicos con una finalidad y «un conocimiento "inconsciente" autosubsistente» al que también denomina «conocimiento absoluto». Y añade: «No es el conocimiento, sino lo que Leibniz denomina magistralmente "percepción", lo que está constituido, o más cautamente, lo que parece estar constituido por imágenes o "simulacros" sin tema definido. Estas imágenes que postula son probablemente las mismas que mis arquetipos, de los cuales se puede demostrar que son factores formales de productos espontáneos de la fantasía.» Me gustaría señalar a este respecto la relación entre el «conocimiento absoluto» postulado por Jung y los «juicios del inconsciente» de A. Pauly.

²³ Acerca del material empírico y de su discusión teórica, véase por ejemplo G.G. Simpson, *The Meaning of Evolution*, Yale University Press, 1949; ed. abreviada, Nueva York, 1951. Otra referencia es O.H. Schindewolf, *Der Zeitfaktor in Geologie und Paläontologie*, Stuttgart, 1950, donde se presta especial atención a los «tiempos de impulso» (*Stoßzeiten*) en la evolución.

²¹ Cf. el ensayo de B. Peyer, «Das Problem der Vererbung von Reizwir-

la línea de las ideas predominantes en la segunda mitad del siglo XIX, y que pretende dar apoyo teórico a la eliminación total de cualquier vestigio de teleología, la que debe ser reemplazada de alguna forma por la introducción del «azar».

Como físico, me gustaría expresar a este respecto mis recelos²⁴, indicando que hasta el momento este modelo no está respaldado por consideración probabilística positiva alguna. Esta consideración consistiría en efectuar una comparación entre la *escala temporal* teórica de la evolución que se deduce del modelo y su escala temporal empírica: *Habría que demostrar que sobre la base del modelo asumido, algo que tenga una finalidad (Zweckmäßiges), lo cual es en realidad corriente, tuviera el azar suficiente para surgir en la escala temporal que se conoce de forma empírica. Sin embargo, hasta ahora no se ha planteado una consideración de esta naturaleza*^{25,26}. En cambio, se ha desviado la atención de esta cuestión esencial señalando que si existiera algo que no tuviera una finalidad (*Unzweckmäßiges*) ciertamente sucumbiría, o también que se derrumbarían determinados conceptos «vitalistas» antiguos (cuyos nombres, generalmente, tienen la misma terminación).

Si bien, al igual que sucede en física atómica, los resultados genéticos firmemente establecidos²⁷ se basan en leyes estadísticas verificadas mediante series de experimentos realizados sobre sucesos reproducibles y que se presentan con frecuencia, *los sucesos raros o incluso únicos* son especialmente importantes para la evolu-

²⁴ Sé que varios matemáticos y físicos están de acuerdo con esta crítica. Sin embargo, pienso que los reponsables de las dificultades son los propios problemas y no los físicos.

²⁵ Esta crítica también es aplicable al libro de Rensch ya citado (nota 11 de este ensayo), en el cual se acepta este modelo. El modelo debería sostenerse en una consideración positiva de este tipo, especialmente en lo que se refiere a la escala temporal de la «anagénesis» (desarrollo superior) que se define y establece en el libro.

²⁶ En las reflexiones de G. Wald sobre el origen de la vida (*Scientific American* 191, 45, 1954), que está envuelto aún en la oscuridad más absoluta, afirmaciones tales como «sólo hay que esperar, el propio tiempo realiza los milagros», juegan también un papel esencial pese a que no se pueda hacer una estimación de cuánto tiempo se requeriría.

²⁷ Los antiguos pitagóricos, que reverenciaban el número cuatro, se hubieran sentido felices por la estructura química *cuaternaria* basada en dos pares opuestos de un ácido nucleico (abreviadamente ADN), esencial para el proceso de la herencia y de la reproducción (J.D. Watson y F.H.C. Crick, *Nature* 171, 964, 1953).

ción biológica²⁸. En tanto que persona ajena al tema, debo contentarme con señalar esta diferencia fundamental y confirmar mi impresión de que los fenómenos a los que nos enfrentamos, que ciertamente presentan gran complejidad, no han sido aún analizados y comprendidos.

Para terminar, me gustaría tratar brevemente la controvertida cuestión de la «percepción extrasensorial» (PES), que constituye una frontera entre la física y la psicología y que tanto se podría denominar «parapsicología» como «biofísica». Existen ya experimentos cuantitativos en este campo llevados a cabo mediante métodos científicos y utilizando la estadística matemática moderna²⁹. Normalmente, se trata de adivinar cifras o figuras en naipes. Esta frontera ya había suscitado interés entre los físicos, y, también, una buena dosis de rechazo. Unos hablan de errores matemáticos o experimentales, y otros, más cautos, dicen que estos temas «les enferman». A los primeros yo les diría que, por lo que conozco, en aquellos experimentos que se han realizado cuidadosamente no se han detectado realmente errores. Por supuesto, siempre hay involucrados fenómenos *relativamente raros* que, en cierta medida, se asocian con algún don especial que posee el sujeto experimental. A los segundos les señalaría que, probablemente, los fundamentos epistemológicos *a priori* no son suficientes para descartar la existencia de la PES. Incluso un filósofo tan crítico como Schopenhauer no sólo ha considerado que los efectos parapsicológicos son posibles, sino que los encuentra sustentados por su filosofía, lo cual rebasa realmente lo establecido por el empirismo científico³⁰. En cualquier caso, la existencia de la PES debe decidirse mediante empirismo crítico.

Investigaciones recientes sobre estos fenómenos confieren actualidad a la vieja cuestión de cómo interviene el estado psíquico de las personas que toman parte en el experimento en el curso de los acontecimientos externos. ¿Pueden ser influidos positivamente o negativamente los fenómenos de percepción extrasensorial? Has-

²⁸ Cf. también P. Jordan, «Der Begriff der Wahrscheinlichkeit in der Phylogenie» en *Scientific Papers presented to Max Born*, Edimburgo, 1953.

²⁹ Cf. especialmente S.G. Soal y F. Bateman, *Modern Experiments in Telepathy*, Faber and Faber, Londres, 1954. En esta referencia se mencionan asimismo los experimentos anteriores de Rhine y otros.

³⁰ Cf. el ensayo de A. Schopenhauer «Animalischer Magnetismus und Magic», en el vol. 4, *Naturphilosophie und Ethik*, de sus *Obras*.

ta ahora, los resultados concuerdan en la presencia del «efecto de fatiga (mengua)» que destaca la importancia que tiene el *factor emocional* en el sujeto sometido al experimento.

Schopenhauer habla metafísicamente del «albedrío» que se abre camino por el espacio y el tiempo, el *principium individuationis*, como él lo denomina, y compara el *nexus metaphysicus* con el *nexus physicus* ordinario. Jung³¹ emplea una terminología científico-psicológica en lugar de la metafísico-filosófica, e intenta generalizar las relaciones paralelas a esos *fenómenos de frontera relativamente raros*³² hablando, en este caso, de una «conexión (*nexus*) que se realiza por medio de la identidad de clase o “significado”». Siguiendo su intuición psicológica, vincula esto con el concepto temporal mediante la introducción del término «sincronismo». Hemos hecho un primer intento para tratar de penetrar en un campo totalmente nuevo. Hasta el momento, la idea de Jung no ha sido verificada ni siquiera en parte por comparación detallada con los resultados experimentales de los fenómenos de percepción extrasensorial.

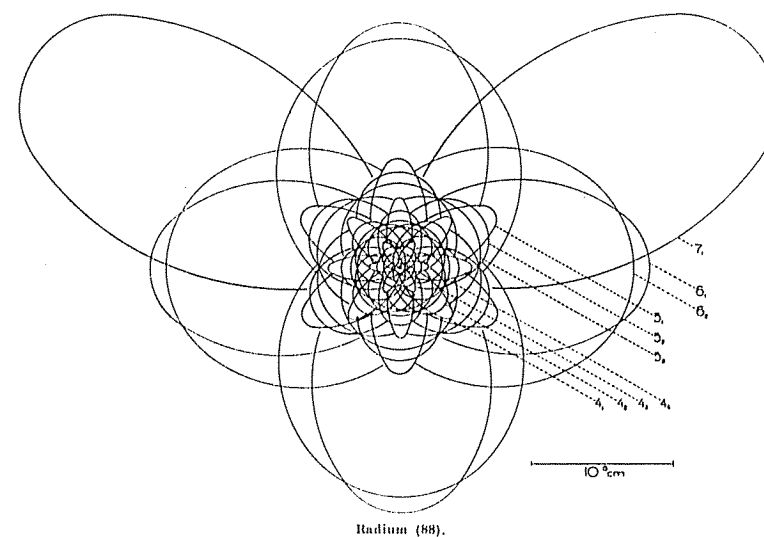
En resumen, puedo señalar que en este artículo me he permitido franquear los límites de mi campo específico, más limitado, solamente motivado por la concordancia existente entre el *significado* de ideas que proceden más o menos simultáneamente de diferentes ramas del conocimiento. Las coincidencias significativas que aparecen de forma independiente, tanto en física como en las ideas sobre el inconsciente, son: «correspondencia (*Entsprechung*)», «pares antagónicos complementarios» y «completitud». El propio «inconsciente» presenta cierta analogía con el «campo» físico, manifestándose ambos en el dominio de lo irrepresentable (*Unanschauliche*) y de lo paradójico debido a un problema de observación. Sin embargo, en física no se habla de «arquetipos» autorreproducibles sino de «leyes estadísticas naturales que involucran probabilidades primarias», pero ambas formulaciones

³¹ C.G. Jung, «Synchronizität als Prinzip akausaler Zusammenhänge», en *Naturerklärung und Psyche*, Zurich, 1952, [trad. cast. en *La interpretación de la naturaleza y la psique*, Paidós, Barcelona, 1991].

³² Me gustaría plantear la cuestión de si los componentes psíquicos más primitivos (véase nota 11 de este ensayo) asumidos por Rensch y adscritos a los seres inorgánicos no se manifiestan en tales fenómenos de frontera.

coinciden en su tendencia a ampliar la antigua y restrictiva idea de «causalidad» (determinismo) a una forma más general de relación con la naturaleza, conclusión a la que también apunta el problema psicofísico. Esta manera de considerar las cosas me hace concebir la esperanza de que las ideas acerca del inconsciente no tengan ya lugar en el estrecho marco de las aplicaciones terapéuticas, sino que se caractericen por su asimilación a la corriente general de las ciencias naturales como una aplicación a los fenómenos vitales.

Principio de exclusión y mecánica cuántica *



Representación gráfica del átomo de radio, según la teoría atómica de Bohr, realizada por Hendrik Anthony Kramers.

Estas representaciones gráficas coloreadas del átomo (*bunte Bilderbücher*), realizadas antes de que se formulara el *principio de exclusión* y del advenimiento de la nueva *mecánica cuántica*, fueron acerbamente criticadas por Pauli. [De *Die Naturwissenschaften* 11 (1923).]

* Discurso de recepción del premio Nobel pronunciado en inglés en Estocolmo el 13 de diciembre de 1946 (Estocolmo, 1948).

Los preparativos de mi viaje a Europa se desarrollan según el plan previsto y partiré en unas cuatro semanas. Mi primera etapa será probablemente Dublín. ¿Sabe algo acerca de si el discurso de Estocolmo que corresponde pronunciar a un ganador del premio Nobel debe ser técnico (como pretendería realmente un físico teórico) o algo más popular? Yo preferiría lo primero.

Carta de Pauli a Lamek Hulthén, 30 de enero de 1946.

De momento he decidido conservar mi puesto de profesor en Zurich y posponer para más adelante mi viaje a Estados Unidos. Por otra parte, he propuesto a Waller y a Westgren (el secretario de la Real Academia Sueca) pronunciar mi discurso de aceptación del Nobel el 10 de diciembre de este año.

Carta de Pauli a Torsten Gustafson, 4 de agosto de 1946.

La historia del descubrimiento del principio de exclusión, por el que he tenido el honor de ser galardonado con el premio Nobel del año 1945, se remonta a mis días de estudiante en Munich. Aunque en la escuela de Viena ya había adquirido algunos conocimientos de física clásica y de la por entonces nueva teoría de la relatividad de Einstein, fue en la Universidad de Munich donde fui introducido por Sommerfeld en la estructura del átomo, algo extraño desde el punto de vista de la física clásica. Yo no me libré de la conmoción que todo físico, acostumbrado a la forma de pensamiento clásico, experimentaba cuando llegaba a conocer por primera vez los «Postulados básicos de la teoría cuántica» de Bohr. En aquella época existían dos formas de aproximarse a los difíciles problemas relacionados con el cuanto de acción. Una de ellas era un intento de llevar un orden abstracto a las nuevas ideas, buscando una clave que permitiera trasladar la mecánica y la electrodinámica clásicas al lenguaje cuántico, lo que constituiría su generalización lógica. Tal fue la dirección escogida por el principio de correspondencia de Bohr. Sin embargo, Sommerfeld, a la vista de las dificultades que impedían el uso de conceptos basados en modelos cinemáticos, prefirió llevar a cabo una interpretación directa, tan independiente de los modelos como fuera posible, de las leyes de los espectros en términos de números enteros, motivado, como ya lo hiciera Kepler en su investigación del sistema planetario, por un sentimiento más profundo de la armonía. Ambos

métodos, que no me parecieron irreconciliables, tuvieron influencia sobre mí. La serie de los números enteros 2, 8, 18, 32... que da las longitudes de los períodos en el sistema natural de los elementos químicos, incluyendo la observación del físico sueco Rydberg de que estos números son de la sencilla forma $2n^2$, cuando « n » toma todos los valores enteros, era discutida apasionadamente en Munich. En especial, Sommerfeld intentó relacionar el número 8 con el número de vértices de un cubo.

Cuando me encontré por primera vez personalmente con Niels Bohr comenzó una nueva etapa de mi vida científica, hecho que acaeció en 1922, cuando se le invitó a dictar una serie de conferencias en Gotinga, en las que dio cuenta de sus investigaciones teóricas sobre el sistema periódico de los elementos. Recordaré sólo brevemente que el avance esencial logrado por las consideraciones de Bohr en esa época consistió en explicar, por medio del modelo atómico de simetría esférica, la formación de las capas intermedias del átomo y las propiedades generales de las tierras raras. La pregunta de por qué todos los electrones de un átomo en su estado fundamental no caen a su capa más profunda ya había sido señalada por Bohr como un problema fundamental en sus anteriores trabajos. En sus conferencias de Gotinga trató especialmente del llenado de esta capa más interna K en el átomo de helio y de su relación esencial con los dos espectros no combinables del helio, el orto y el parahelio. Sin embargo, no se pudo dar ninguna explicación convincente a este hecho a partir de la mecánica clásica. Me causó una fuerte impresión que Bohr, entonces y en posteriores discusiones, estuviera buscando una explicación *general* que incluyese el llenado de *cada* capa electrónica, y en la que el número 2 fuese considerado tan esencial como el 8, en contraste con la aproximación de Sommerfeld.

Atendiendo a la invitación de Bohr fui a Copenhague en el otoño de 1922 y allí hice un serio esfuerzo por explicar el llamado «efecto Zeeman anómalo», nombre con el que los espectroscopistas designaban a un tipo de desdoblamiento de las líneas espectrales en un campo magnético que es diferente del triplete normal. Por un lado, el tipo de desdoblamiento anómalo presentaba leyes bellas y sencillas, y Landé¹ ya había logrado encontrar el desdo-

¹ A. Landé, *Zeitschrift für Physik* 5, 231 (1921) y 7, 398 (1921); *Physikalische Zeitschrift* 22, 417 (1921).

blamiento más sencillo de los términos espectroscópicos a partir del observado en las líneas. Su resultado más importante fue la utilización de semienteros como números cuánticos magnéticos para los dobletes de los metales alcalinos. Por otro lado, el desdoblamiento anómalo era difícil de comprender desde el punto de vista del modelo mecánico del átomo, ya que las hipótesis más generales acerca del electrón, tanto si se utilizaba la teoría clásica como la cuántica, conducían siempre al mismo triplete. Una investigación más profunda sobre este problema me causó la sensación de que incluso era inabordable. Ahora sabemos que en aquella época uno se enfrentaba simultáneamente con dos dificultades diferentes desde el punto de vista lógico. Una era la ausencia de una regla general que permitiera trasladar un modelo mecánico dado a la teoría cuántica, para lo cual se intentaba en vano utilizar la mecánica clásica en la descripción de los propios estados cuánticos estacionarios. La segunda dificultad era nuestra ignorancia acerca del modelo clásico adecuado que sirviera para obtener un desdoblamiento anómalo de las líneas espectrales emitidas por un átomo en un campo magnético externo. Por tanto, no resulta sorprendente que yo no pudiera por aquel entonces hallar una solución satisfactoria al problema. Sin embargo, al generalizar el análisis del término de Landé para campos magnéticos muy intensos², logré encontrar un caso que, como resultado de la transformación magneto-óptica (efecto Paschen-Back), era en muchos aspectos más sencillo. Este primer trabajo tuvo una importancia decisiva en el descubrimiento del principio de exclusión.

Poco después de mi retorno a la Universidad de Hamburgo, en 1923, pronuncié mi discurso inaugural como *Privatdozent* sobre el sistema periódico de los elementos. El contenido de esta conferencia me resultó muy insatisfactorio, ya que el problema del llenado de las capas electrónicas no había sido todavía aclarado. Lo único que estaba claro era que debía de existir una relación más estrecha de este problema con la teoría de la estructura de los multipletes. En consecuencia, intenté examinar de nuevo críticamente el caso más sencillo, el de la estructura de doblete de los espectros alcalinos. Según el punto de vista ortodoxo, por entonces imperante, y que también había sido tenido en cuenta por

Bohr en sus ya mencionadas conferencias de Gotinga, se suponía que la causa de esta estructura de doblete era un momento angular no nulo del «corazón» atómico.

En una publicación del otoño de 1924 argumenté en contra de este punto de vista, que definitivamente rechacé como incorrecto, proponiendo en su lugar la hipótesis de una nueva propiedad teórico-cuántica del electrón a la que llamé «ambivalencia sin descripción clásica»³. En esa época apareció un artículo del científico inglés Stoner⁴ que contenía, además de mejoras en la clasificación de los electrones en subgrupos, la siguiente observación esencial: para un valor dado del número cuántico principal, el número de niveles de energía de un electrón, en los espectros de los metales alcalinos en un campo magnético externo, es igual al número de electrones de la capa completa del gas noble que corresponde a dicho número cuántico principal. Sobre la base de mis resultados preliminares acerca de la clasificación de los términos espectrales en un campo magnético intenso, la formulación general del principio de exclusión se hizo clara para mí. La idea fundamental se puede explicar de la forma siguiente: los complicados números de electrones en los subgrupos cerrados se reducen al simple número *uno* si se realiza la división de los grupos que dan los valores de los 4 números cuánticos de un electrón hasta que desaparezca toda degeneración. Un nivel de energía completamente no degenerado está ya «cerrado» si está ocupado por un único electrón, debiéndose excluir los estados que estén en contradicción con este postulado. La exposición de esta formulación general del principio de exclusión fue hecha en Hamburgo en la primavera de 1925⁵, después de que durante una visita a Tubinga, y con la ayuda del material espectroscópico allí disponible, fuera capaz de verificar algunas conclusiones adicionales concernientes al efecto Zeeman anómalo de átomos más complicados.

A excepción de los expertos en la clasificación de términos espectrales, los físicos tropezaron con dificultades para comprender el principio de exclusión ya que no confería significado, en términos de un modelo, al cuarto grado de libertad del electrón. Esta salvedad fue cubierta por la idea del espín electrónico de

³ W. Pauli, *Zeitschrift für Physik* 31, 373 (1925).

⁴ E.C. Stoner, *Philosophical Magazine* 48, 719 (1924).

⁵ W. Pauli, *Zeitschrift für Physik* 31, 765 (1925).

² W. Pauli, *Zeitschrift für Physik* 16, 155 (1923).

Uhlenbeck y Goudsmit⁶, e hizo posible comprender el efecto Zeeman anómalo, suponiendo simplemente que el número cuántico de espín de un electrón era igual a $1/2$, y que el cociente entre el momento magnético y el momento angular mecánico tiene para el espín un valor dos veces mayor que para la órbita normal del electrón. Desde entonces, el principio de exclusión ha estado íntimamente relacionado con la idea de espín. Aunque en un principio tuve grandes dudas en cuanto a lo correcto de esta idea a causa de su carácter mecánico clásico, los cálculos de Thomas⁷ sobre el valor del desdoblamiento del doblete acabaron por convencerme. Por otro lado, mis primeras dudas se desvanecieron en parte, ya que la cauta expresión «ambivalencia sin descripción clásica» experimentó cierto grado de verificación en el curso de posteriores desarrollos, pues Bohr fue capaz de demostrar, sobre la base de la mecánica ondulatoria, que el espín del electrón no se puede medir mediante experimentos que se puedan describir clásicamente (como, por ejemplo, la desviación de haces moleculares en campos electromagnéticos externos) y que debe, por tanto, considerarse como una propiedad esencialmente mecano-cuántica del electrón^{8,9}.

* * *

Los desarrollos subsiguientes estuvieron determinados por la aparición de la nueva mecánica cuántica. En 1925, el mismo año en que publiqué mi trabajo sobre el principio de exclusión, De Broglie formuló su idea sobre las ondas de materia y Heisenberg la nueva mecánica de matrices, a la que, en el año siguiente, siguió inmediatamente la mecánica ondulatoria de Schrödinger. Actualmente resulta innecesario insistir en la importancia y en el carácter fundamental de estos descubrimientos, tanto más cuanto que

⁶ S. Goudsmit y G. Uhlenbeck, *Die Naturwissenschaften* 13, 953 (1925), *Nature* 117, 264 (1926).

⁷ L.H. Thomas, *Nature* 117, 514 (1926) y *Philosophical Magazine* 3, 1 (1927). Compárese con J. Frenkel, *Zeitschrift für Physik* 37, 243 (1926).

⁸ Compárese con el *Rapport du Sixième Conseil Solvay de Physique*, París, 1932, págs. 217-225.

⁹ Sobre esta primera etapa de la historia del principio de exclusión, compárese también la nota del autor en *Science* 103, 213 (1946), que coincide parcialmente con la primera parte de esta conferencia.

estos físicos ya explicaron aquí en Estocolmo el significado de sus principales ideas¹⁰. La carencia de tiempo me impide explicar con detalle el significado epistemológico general de la nueva disciplina de la mecánica cuántica, lo cual ya ha sido hecho, entre otros, por Bohr en varios artículos en los que se utiliza, como un nuevo concepto central, la idea de «complementariedad»¹¹. Sólo recordaré que los principios de la mecánica cuántica tratan sólo con probabilidades y no con realidades. Se presentan bajo la forma de «esto no es posible» o de «es posible esto o aquello», pero nunca pueden decir «lo que realmente sucederá entonces y aquí». La observación real aparece como un suceso fuera del alcance de una descripción mediante leyes físicas y da lugar, en general, a una selección discontinua a causa del número de posibilidades previsto por las leyes estadísticas de la nueva teoría. Sólo esta renuncia a las antiguas pretensiones de una descripción objetiva de los fenómenos físicos, independientemente de la forma en la que son observados, permitió lograr de nuevo la autoconsistencia de la teoría cuántica que, en realidad, se había perdido desde el descubrimiento del cuanto de acción de Planck. Sin detallar más el cambio de actitud experimentado por la física moderna, en comparación con la antigua física clásica, en lo concerniente a conceptos tales como los de «causalidad» y «realidad física», comentaré a continuación más concretamente la posición que ocupa el principio de exclusión en la nueva mecánica cuántica.

Tal como demostró por primera vez Heisenberg¹², la mecánica ondulatoria conduce a conclusiones cualitativamente diferentes para partículas del mismo tipo (por ejemplo, para electrones) que para partículas diferentes. Como consecuencia de la imposibilidad de distinguir una de estas partículas idénticas de las demás, las funciones de onda que describen el conjunto de un número dado de partículas idénticas en el espacio de configuración están claramente separadas en distintas clases de simetría, que nunca pueden transformarse unas en otras mediante perturbaciones.

¹⁰ Los discursos de aceptación de los premios Nobel concedidos a W. Heisenberg, E. Schrödinger y P.A.M. Dirac figuran en *Die moderne Atomtheorie*, Leipzig, 1934.

¹¹ Los artículos de N. Bohr figuran en *La teoría atómica y la descripción de la naturaleza*, Alianza, Madrid, 1988. Véase también su artículo «Light and Life», *Nature* 131, 421 y 457 (1933).

¹² W. Heisenberg, *Zeitschrift für Physik* 38, 411 (1926) y 39, 499 (1926).

baciones externas. En el término «espacio de configuración» se incluye el grado de libertad del espín, que es representado en la función de onda de una partícula por un índice que posee sólo un número finito de valores posibles. Para los electrones, este número es igual a dos; el espacio de configuración de N electrones tiene, por tanto, $3N$ dimensiones espaciales y N índices «bivaluados». Entre las diferentes clases de simetría, las más importantes (que además en el caso de dos partículas son las únicas) son las clases simétricas, en las que la función de onda no cambia su valor cuando se permutan las coordenadas espaciales y de espín de dos partículas, y las clases antisimétricas, en las que esta permutación cambia el signo de la función de onda. En esta fase de la teoría, y en relación al conjunto real de partículas idénticas existentes en la naturaleza, se pueden considerar tres hipótesis como lógicamente posibles:

- I. Este conjunto es una mezcla de todas las clases de simetría.
- II. Sólo existen las clases simétricas.
- III. Sólo existen las clases antisimétricas.

Como veremos, la primera de ellas no se produce nunca en la naturaleza. Además, sólo la tercera hipótesis está de acuerdo con el principio de exclusión, ya que una función antisimétrica que contenga dos partículas en el mismo estado es idénticamente nula. Esta hipótesis puede, por tanto, considerarse como la formulación mecano-ondulatoria correcta y general del principio de exclusión. Es esta posibilidad la que verifican realmente los electrones.

Esta situación me resultó decepcionante en un aspecto importante. Ya en mi artículo original subrayé la circunstancia de que era incapaz de dar una razón lógica al principio de exclusión o de deducir de él hipótesis más generales. Siempre tuve la sensación, y aún la sigo teniendo, de que esto es una deficiencia. Por supuesto, en un principio confié en que la nueva mecánica cuántica, con cuya ayuda era posible deducir tantas reglas formales semiempíricas al uso de esa época, posibilitaría también una deducción rigurosa del principio de exclusión. En cambio, en el caso de los electrones se puso de manifiesto otra exclusión, no ya tanto referida a los estados individuales sino a las clases completas de estados, a saber, la exclusión de todas las clases diferentes de la

antisimétrica. La impresión de que la sombra de algo incompleto se cernía sobre la brillante luz del éxito de la nueva mecánica cuántica me pareció inevitable. Resumiré este problema cuando tratemos sobre mecánica cuántica relativista, ya que antes quiero dar cuenta de algunos resultados más acerca de la aplicación de la mecánica ondulatoria a sistemas de varias partículas idénticas.

En el artículo de Heisenberg que hemos comentado, él también fue capaz de dar una sencilla explicación de la existencia de los dos espectros no combinables del helio que ya mencioné al principio de esta conferencia. En realidad, además de la separación rigurosa de las funciones de onda en clases de simetría respecto a las coordenadas espaciales y a los índices de espín, existe una separación aproximada en clases de simetría únicamente respecto a las coordenadas espaciales. Esta última es válida en tanto que se pueda despreciar la interacción entre el espín y el movimiento orbital del electrón. De esta forma, los espectros para y orto del helio se pueden interpretar como pertenecientes a las clases de funciones de onda simétricas y antisimétricas respectivamente sólo en las coordenadas espaciales. Llegó a ser claro que la diferencia de energía entre los correspondientes niveles de ambas clases no tiene nada que ver con interacciones magnéticas, sino que es de un nuevo tipo, de un orden de magnitud mucho mayor, al que se denominó energía de intercambio.

De significado más fundamental es el hecho de la relación existente entre las clases de simetría y los problemas generales de la teoría estadística del calor. Como es sabido, esta teoría conduce al resultado de que la entropía de un sistema (salvo un factor constante) es dada por el logaritmo del número de estados cuánticos del sistema completo en la llamada capa de energía. Uno podría esperar, en primer lugar, que este número fuera igual al volumen correspondiente del espacio multidimensional de las fases dividido por h^f , siendo h la constante de Planck y f el número de grados de libertad del sistema total. Sin embargo, resultó que para un sistema de N partículas idénticas había aún que dividir este cociente por $N!$, a fin de obtener un valor de la entropía que concordara con el postulado convencional de homogeneidad de que dicha entropía ha de ser proporcional a la masa para un estado interno dado de la sustancia. De esta forma, en la mecánica estadística general ya se preconcebía una distinción cualitativa entre partículas idénticas y partículas no idénticas, diferencia que

Gibbs intentó describir mediante sus conceptos de fase genérica y fase específica. A la luz del resultado proporcionado por la mecánica ondulatoria en relación a las clases de simetría, esta división por $N!$, que había originado tanta polémica, puede interpretarse fácilmente si se acepta una de nuestras hipótesis (II y III), según las cuales en la naturaleza sólo tiene lugar *una* clase de simetría. Así, la densidad de estados cuánticos del sistema completo disminuye realmente en un factor $N!$, si se la compara con la densidad que podría esperarse según una hipótesis del tipo I en la que se admiten todas las clases de simetría.

Incluso en el caso de un gas ideal, en el que se puede despreciar la energía de interacción entre las moléculas, se deben esperar desviaciones de la ecuación de estado ordinaria por el hecho de que sólo es posible *una* clase de simetría, por cuanto la longitud de onda media de De Broglie de una molécula del gas se hace de un orden de magnitud comparable al de la distancia media entre dos moléculas, lo que ocurre para bajas temperaturas y densidades altas. Fermi y Dirac¹³ han deducido las consecuencias estadísticas para la clase antisimétrica, mientras que los resultados para la clase simétrica ya habían sido obtenidos por Einstein y Bose¹⁴ antes del descubrimiento de la nueva mecánica cuántica. El primer caso se pudo aplicar a los electrones en un metal y pudo ser utilizado para interpretar tanto las propiedades magnéticas como otras propiedades de los metales.

Tan pronto como se clarificaron las clases de simetría en el caso de los electrones, surgió la cuestión acerca de cuáles eran las de las demás partículas. Un ejemplo de partículas con funciones de onda exclusivamente simétricas (hipótesis II), conocido desde hacía tiempo, era el de los fotones. Éste no es únicamente una consecuencia inmediata de la deducción de Planck acerca de la distribución espectral de la energía de la radiación en el equilibrio termodinámico, sino también algo necesario para la aplicación de los conceptos clásicos del campo a las ondas luminosas, en el caso límite en el que hay un número grande e impreciso de fotones en

¹³ E. Fermi, *Zeitschrift für Physik* 36, 902 (1926). P.A.M. Dirac, *Proceedings of the Royal Society A* 112, 661 (1926).

¹⁴ S.N. Bose, *Zeitschrift für Physik* 26, 178 (1924) y 27, 384 (1924); A. Einstein, *Sitzungsberichte der Berliner Akademie der Wissenschaften*, 1924, pág. 261; 1925, págs. 1 y 18.

un estado cuántico individual. Observemos que para los fotones, la clase simétrica aparece para un valor entero e igual a 1 de su espín, mientras que la antisimétrica del electrón tiene lugar para un valor semientero e igual a $1/2$ del espín.

Sin embargo, la importante cuestión acerca de las clases de simetría de los núcleos ha de ser aún investigada. Por supuesto, la clase de simetría se refiere, también en este caso, a la permutación de las coordenadas espaciales y de los índices de espín de dos núcleos idénticos. El índice de espín puede tomar $2I+1$ valores, siendo I el número cuántico de espín del núcleo que puede ser entero o semientero. Quiero incluir la referencia histórica de que ya en 1924, antes de que fuera descubierto el espín del electrón, propuse la hipótesis de un espín nuclear para interpretar la estructura hiperfina de las líneas espectrales¹⁵. Esta propuesta encontró, por un lado, fuerte oposición desde muchos ámbitos, pero, por otro, influyó en la pretensión de dotar de espín al electrón hecha por Goudsmit y Uhlenbeck. Sería sólo algunos años después cuando mi tentativa de interpretar la estructura hiperfina pudo ser confirmada experimentalmente de forma definitiva, gracias a investigaciones en las que participó el propio Zeeman, y que mostraron, tal como yo había predicho, la existencia de una transformación magneto-óptica de la estructura hiperfina. Desde entonces, la estructura hiperfina de las líneas espectrales se convirtió en un método general para determinar el espín nuclear.

Para determinar también de forma experimental la clase de simetría de los núcleos fueron necesarios otros métodos, entre los cuales el más idóneo, aunque no el único, consistió en la investigación de espectros de bandas debidos a una molécula con dos átomos idénticos¹⁶. Se pudo demostrar fácilmente que, en el estado fundamental de la configuración electrónica de tal molécula, los estados con valores par e impar del número cuántico rotacional son simétricos y antisimétricos, respectivamente, ante una permutación de las coordenadas espaciales de los dos núcleos. Además, entre los $(2I+1)^2$ estados de espín del par de núcleos existen $(2I+1)(I+1)$ estados simétricos y $(2I+1)I$ estados antisimétricos de los espines, ya que los $(2I+1)$ estados con dos espines del

¹⁵ W. Pauli, *Die Naturwissenschaften* 12, 741 (1924).

¹⁶ W. Heisenberg, *Zeitschrift für Physik* 41, 239 (1927). F. Hund, *Zeitschrift für Physik* 42, 39 (1927).

mismo sentido son necesariamente simétricos. Así se llegó a la siguiente conclusión: si la función de onda total de las coordenadas espaciales y de los índices de espín de los núcleos es simétrica, la relación entre los pesos de los estados con un número cuántico rotacional par y los de los de número cuántico rotacional impar, es dada por $(I+1) : I$. En el caso contrario de función de onda total antisimétrica de los núcleos, dicha relación es $I : (I+1)$. Las transiciones entre un estado de número cuántico rotacional par y otro impar serán extremadamente raras, ya que sólo pueden producirse mediante una interacción entre los movimientos orbitales y los espines de los núcleos. Así, la relación entre los pesos de los estados rotacionales con paridad diferente dará lugar a dos sistemas distintos de espectros de bandas con diferentes intensidades y cuyas líneas se alternan.

La primera aplicación de este método condujo al resultado de que los protones tienen espín $1/2$ y de que cumplen, al igual que los electrones, el principio de exclusión. Las dificultades iniciales para comprender cuantitativamente el calor específico de las moléculas de hidrógeno a bajas temperaturas fueron superadas por la hipótesis de Dennison¹⁷ de que, a esta baja temperatura, no se alcanzaba aún el equilibrio térmico entre las dos variedades de la molécula de hidrógeno (orto- H_2 : números cuánticos rotacionales impares y espines de los protones paralelos; para- H_2 : números cuánticos rotacionales pares y espines antiparalelos). Como es sabido, esta hipótesis fue confirmada posteriormente por los experimentos de Bonhoeffer y Harteck y por los de Eucken, quienes demostraron, tal como se había predicho teóricamente, la transformación lenta de una de las variedades en la otra.

Entre las clases de simetría de otros núcleos tienen especial interés las de aquellos en los que la paridad de sus números másicos M es diferente de la de sus números de carga Z . Si consideramos un sistema compuesto que está constituido por cantidades $A_1, A_2, \dots$, de constituyentes diferentes, cada uno de los cuales verifica el principio de exclusión, y un número S de constituyentes con estados simétricos, se deben esperar estados simétricos o antisimétricos si la suma $A_1 + A_2 + \dots$ es par o impar, y esto se cumple independientemente de la paridad de S . Con la hipótesis planteada con anterioridad, de que los núcleos estaban formados

por protones y electrones, de modo que M fuera el número de protones y $M-Z$ el de electrones del núcleo, cabría esperar que la paridad de Z determinase la clase de simetría del núcleo completo. Ya desde hace algún tiempo se conoce el contraejemplo del nitrógeno, que tiene espín 1 y estados simétricos¹⁸. Sin embargo, después del descubrimiento del neutrón los núcleos se han considerado compuestos por protones y neutrones de tal forma que un núcleo de número másico M y número de carga Z tendría Z protones y $M-Z$ neutrones. En el caso en que los neutrones tuvieran estados simétricos, cabría de nuevo esperar que la paridad del número de carga Z determinase la clase de simetría de los núcleos. Sin embargo, si los neutrones satisfacen el principio de exclusión habría de esperarse que fuera la paridad de M la que determinase la clase de simetría: para M par se tendrían siempre estados simétricos, y para M impar serían antisimétricos. Esta última regla fue confirmada experimentalmente sin excepción, demostrándose así que los neutrones satisfacen el principio de exclusión.

El ejemplo crucial más importante y sencillo de un núcleo con distinta paridad de M y Z es el del hidrógeno pesado o deuterón con $M=2$ y $Z=1$, que tiene estados simétricos y espín $I=1$, como se comprobó investigando los espectros de bandas de una molécula con dos deuterones¹⁹. A partir del valor 1 del espín del deuterón se puede concluir que el neutrón ha de tener espín semientero. Así, resultó ser correcta la hipótesis posible más sencilla de que, al igual que el del protón y el electrón, el espín del neutrón es igual a $1/2$.

Existe la esperanza de que experimentos posteriores con núcleos ligeros, especialmente con protones, neutrones y deuterones, nos darán más información sobre la naturaleza de las fuerzas que existen entre los componentes de los núcleos, algo que hasta el momento no está suficientemente claro. No obstante, hoy día sabemos que estas interacciones son fundamentalmente diferentes de las electromagnéticas. La comparación entre la dispersión neutrón-protón y protón-protón ha mostrado incluso que las fuerzas entre estas partículas son, en buena aproximación,

¹⁸ R. de Laer Kronig, *Die Naturwissenschaften* 16, 335 (1928). W. Heitler y G. Herzberg, *Die Naturwissenschaften* 17, 673 (1929).

¹⁹ G.N. Lewis y M.F. Ashley, *Physical Review* 43, 837 (1933). G.M. Murphy y H. Johnston, *Physical Review* 45, 550 (1934) y 46, 95 (1934).

¹⁷ D.M. Dennison, *Proceedings of the Royal Society A*, 115, 483 (1927).

iguales, es decir independientes de su carga eléctrica. Si se tuviera sólo en cuenta el valor de su energía de interacción se podría, por tanto, esperar un di-protón estable o ${}_2\text{He}^2$ ($M = 2$, $Z = 2$), con prácticamente la misma energía de enlace que el deuterón. Sin embargo, un estado así está prohibido por el principio de exclusión en concordancia con la experiencia, ya que dicho estado adquiriría una función de onda simétrica respecto a los dos protones. Éste es sólo el ejemplo más sencillo de la aplicación del principio de exclusión a la estructura de núcleos compuestos, para cuya comprensión es indispensable este principio ya que los componentes de estos núcleos más pesados, los protones y los neutrones, lo cumplen.

Con objeto de pasar a dar cuenta de cuestiones más fundamentales, queremos hacer hincapié en una ley de la naturaleza que es generalmente válida, a saber, la de la relación existente entre espín y clase de simetría. *Un valor semientero del número cuántico de espín está siempre relacionado con estados antisimétricos (principio de exclusión), y un espín entero con estados simétricos.* Esta ley se cumple no sólo para protones y neutrones, sino también para fotones y electrones. Además, puede comprobarse fácilmente que se cumple para sistemas compuestos si se la verifica para todos sus componentes. Para buscar una explicación teórica de esta ley debemos trasladarnos al ámbito de la mecánica de ondas relativista, ya que, como vimos, no se la puede explicar mediante la mecánica ondulatoria no relativista.

* * *

Consideraremos en primer lugar campos clásicos²⁰, los cuales, al igual que escalares, vectores y tensores se transforman, con respecto a las rotaciones en el espacio ordinario, según una representación univaluada del grupo de las rotaciones. De ahora en adelante podemos denominar brevemente a estos campos «univaluados». En tanto que puedan despreciarse las interacciones de los distintos tipos de campo, podemos suponer que todas las componentes del campo satisfarán una ecuación de onda de

²⁰ En lo que sigue compárese el informe del autor en *Reviews of Modern Physics* 13, 203 (1941), en el cual figura bibliografía anterior. Véase también W. Pauli y V. Weisskopf, *Helvetica Physica Acta* 7, 709 (1934).

segundo orden que admite como solución general una superposición de ondas planas. La frecuencia y el número de ondas de estas ondas planas están relacionados por una ley que, según la hipótesis fundamental de De Broglie, se puede obtener a partir de la relación entre la energía y el momento de una partícula, establecida en mecánica relativista por el inverso del factor constante $\hbar$, resultado de dividir la constante de Planck por 2π . En consecuencia, aparecerá en las ecuaciones del campo clásico, en general, una nueva constante μ con dimensiones inversas a las de una longitud, y cuya relación con la masa m en reposo de la partícula es dada por la expresión $m = \hbar\mu / c$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío. Teniendo en cuenta la hipótesis de que el campo sea univaluado, se puede concluir que el número de ondas planas posibles para una frecuencia, número de ondas y dirección de propagación dadas es siempre impar, para un valor de μ distinto de cero. Sin entrar en detalles sobre la definición general de espín, podemos considerar esta propiedad de la polarización de ondas planas como una característica de aquellos campos que, como consecuencia de su cuantización, da lugar a valores enteros del espín.

Los casos más sencillos de campos univaluados son el campo escalar y un campo constituido por un cuadvectores y un tensor antisimétrico análogos a los potenciales y a las intensidades de campo de la teoría de Maxwell. Mientras que el campo escalar satisface simplemente la ecuación de onda usual de segundo orden, en la que se debe incluir el término proporcional a μ^2 , el otro campo debe satisfacer las ecuaciones debidas a Proca que son una generalización de las ecuaciones de Maxwell obtenidas en el caso particular* en el que $\mu = 0$. Resulta satisfactorio que para estos casos más sencillos de campos univaluados, la densidad de energía sea una forma cuadrática definida positiva de las magnitudes del campo y de sus primeras derivadas en un punto dado. Para el caso general de campos univaluados, se puede conseguir al menos que la energía total después de la integración sobre el espacio sea siempre positiva.

Las componentes del campo se pueden suponer reales o complejas. Para un campo complejo, además de la energía y el momento del campo, se puede definir un cuadvectores que satisfaga la ecuación de continuidad y que pueda interpretarse como

* Corrección del original.

el cuadvector de la corriente eléctrica. Sus cuatro componentes determinan la densidad de carga eléctrica y pueden adoptar valores positivos y negativos. Es posible que los mesones con carga observados en los rayos cósmicos tengan espines enteros y se puedan describir, por tanto, mediante uno de estos campos complejos. En el caso particular de los campos reales, este cuadvector de corriente se hace idénticamente nulo.

En especial, y a la vista de las propiedades de la radiación en el equilibrio termodinámico, en el que las propiedades específicas de las fuentes del campo no desempeñan papel alguno, parece estar justificado, en principio, despreciar en el proceso formal de cuantización del campo la interacción del mismo con las fuentes. Realmente, al tratar con este problema se intenta aplicar el mismo método matemático que el que permite pasar de un sistema clásico al correspondiente sistema gobernado por las leyes de la mecánica cuántica, y que se ha revelado tan útil para trasladar la mecánica clásica del punto a la mecánica ondulatoria. Sin embargo, no debe olvidarse que un campo sólo puede observarse por medio de sus interacciones con cuerpos de prueba, los cuales a su vez son nuevas fuentes del campo.

Los resultados del proceso formal de la cuantización del campo fueron en parte muy alentadores. Los campos ondulatorios cuantizados se pueden caracterizar por una función de onda que depende de una sucesión infinita de enteros (no negativos) como variables. Como la energía total y el momento total del campo y, en el caso de los campos complejos también su carga eléctrica total, resultan ser funciones lineales de estos números, éstos se pueden interpretar como el número de partículas presentes en un estado específico de una sola partícula. Utilizando una sucesión de espacios de configuración con un número de dimensiones diferente que corresponda a los distintos valores posibles del número total de partículas presente, podría demostrarse fácilmente que esta descripción de nuestro sistema mediante una función de onda, que depende de números enteros, es equivalente a un conjunto de partículas con funciones de onda simétricas en sus espacios de configuración.

Además, Bohr y Rosenfeld²¹ han demostrado que, en el caso

²¹ N. Bohr y L. Rosenfeld, *Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs, matematisk-fysiske Meddelelser* XII, núm. 8 (1933).

del campo electromagnético, las relaciones de incertidumbre, que se obtienen para los valores medios de las intensidades de campo sobre regiones del espacio-tiempo finitas a partir de las reglas formales de conmutación de esta teoría, tienen un significado físico directo con tal de que las fuentes se puedan tratar clásicamente y se pueda despreciar su estructura atómica. Debemos resaltar la siguiente propiedad de estas reglas de conmutación: todas las magnitudes físicas en dos puntos del Universo para las que el cuadvector de la línea recta que los une es de género espacio, conmutan entre sí. En realidad, esto es necesario por razones físicas, ya que cualquier perturbación originada por medidas realizadas en un punto del universo P_1 sólo puede alcanzar aquellos puntos P_2 para los que el vector $P_1 P_2$ es de género tiempo, es decir, para los que $c(t_1 - t_2) > r_{12}$. Los puntos P_2 con un vector de género espacio $P_1 P_2$, para los que $c(t_1 - t_2) < r_{12}$, no pueden ser alcanzados por esta perturbación, y las medidas realizadas en P_1 y P_2 nunca pueden influirse entre sí.

Esta consecuencia permitió investigar la posibilidad lógica de partículas con espín entero que obedecieran el principio de exclusión. Dichas partículas podrían describirse mediante una secuencia de espacios de configuración de distintas dimensiones y funciones de onda antisimétricas en las coordenadas de estos espacios, o también mediante una función de onda que dependiendo de nuevo de los números enteros, sea interpretada como el número de partículas presentes en estados específicos que en este caso sólo pueden adoptar los valores 0 y 1. Wigner y Jordan²² han demostrado que, también en este caso, se pueden definir operadores que sean funciones de las coordenadas espacio-temporales ordinarias y que se los pueda aplicar a dicha función de onda. Estos operadores ya no cumplen las reglas de conmutación: en este caso es la suma y no la diferencia de los dos productos posibles de los dos operadores, que se distinguen por el orden de sus factores, la que está determinada por las condiciones matemáticas que deben satisfacer los operadores. En estas condiciones, el simple cambio de signo altera por completo el significado físico del formalismo, y en el caso del principio de exclusión nunca puede existir un caso límite en el que tales operadores puedan ser susti-

²² P. Jordan y E. Wigner, *Zeitschrift für Physik* 47, 631 (1928). Compárese también V. Fock, *Zeitschrift für Physik* 75, 622 (1932).

tuidos por un campo clásico. Utilizando este formalismo de Wigner y Jordan pude probar, bajo suposiciones muy generales, que una teoría relativista invariante que describiese sistemas de partículas idénticas con espín entero que obedezcan al principio de exclusión, conduciría siempre a la no conmutabilidad de las magnitudes físicas unidas por un vector de género espacio²³. Esto violaría un principio físico razonable que es válido para partículas con estados simétricos. De esta forma, al combinar las exigencias de la invariancia relativista y las propiedades de la cuantización del campo se puede dar un paso más en la comprensión de la relación existente entre espín y clase de simetría.

La cuantización de campos complejos univaluados con un cuadvectores no nulo de la corriente eléctrica conduce además al resultado de que deberían existir partículas con carga positiva y negativa, y que podrían aniquilarse y crearse en campos electromagnéticos externos²⁴. Estos pares de creación y aniquilación exigidos por la teoría hacen necesario distinguir claramente entre el concepto de densidad de carga y el de densidad de partículas. Este último concepto no existe en una teoría ondulatoria relativista, ni para campos que transportan una carga eléctrica ni para campos neutros. Esto resulta satisfactorio, ya que el uso de la imagen de partícula y de las relaciones de incertidumbre (por ejemplo, al analizar experimentos imaginarios del tipo de la microscopía de rayos γ) conduce también al resultado de que sólo es posible una localización de la partícula con precisión limitada²⁵, lo que es válido tanto para partículas con espines enteros como semienteros. En un estado con un valor medio E de su energía, descrito por un paquete de ondas con frecuencia media $\nu = E/h$, una partícula sólo puede ser localizada con un error $\Delta x > hc/E$ o bien $\Delta x > c/\nu$. Para los fotones, esto implica que el límite de su localización es la longitud de onda; para una partícula con masa en reposo finita m y con una longitud característica $\mu^{-1} = h/mc$, este límite, en el sistema en reposo del centro del paquete de ondas que describe el estado de las partículas, es dado por $\Delta x > h/mc$ o $\Delta x > \mu^{-1}$.

²³ W. Pauli, *Annales de l'Institut Henri Poincaré* 6, 137 (1936) y *Physical Review* 58, 716 (1940).

²⁴ Véase nota 20.

²⁵ L. Landau y R. Peierls, *Zeitschrift für Physik* 69, 56 (1931). Compárese también el artículo del autor en *Handbuch der Physik* 24, parte 1, 1933, cap. A, párrafo 2.

Hasta ahora sólo he mencionado aquellos resultados de la aplicación de la mecánica cuántica a los campos clásicos que son satisfactorios. Ya hemos visto que los postulados de esta teoría acerca de los promedios de la intensidad de campo sobre regiones finitas espacio-temporales tienen un significado directo, mientras que no sucede así para los valores de la intensidad de campo en un punto concreto. Desgraciadamente, en la expresión clásica de la energía del campo intervienen promedios de los cuadrados de las intensidades de campo sobre tales regiones, que no se pueden expresar mediante promedios de las propias intensidades de campo. Esto tiene como consecuencia que la energía de punto cero del vacío obtenida del campo cuantizado se haga infinita, lo que está directamente relacionado con el hecho de que el sistema considerado tenga un número infinito de grados de libertad. Es evidente que esta energía de punto cero no tiene realidad física; por ejemplo, no es la fuente de un campo gravitacional. Formalmente es fácil sustraer términos infinitos constantes, que sean independientes del estado considerado, sin que nada varíe; no obstante, me parece que este resultado constituye ya un indicio de que será necesario un cambio fundamental en los conceptos subyacentes a la teoría actual de los campos cuantizados.

A fin de clarificar algunos aspectos de la teoría cuántica relativista, me he referido aquí en primer lugar, y sin seguir el orden cronológico de los acontecimientos, a los campos univaluados. Con anterioridad, Dirac²⁶ había formulado sus ecuaciones de onda relativistas para partículas materiales con espín 1/2, utilizando un par de los denominados espinores, cada uno de ellos con dos componentes, ecuaciones que aplicó al problema de un electrón en un campo electromagnético. A pesar del gran éxito que tuvo esta teoría en la explicación cuantitativa de la estructura fina de los niveles de energía del átomo de hidrógeno, y en el cálculo de la sección eficaz de difusión de un fotón por un electrón libre, hubo una consecuencia de la teoría que estaba obviamente en contradicción con la experiencia. Según la teoría, la energía del electrón debería tener valores positivos y negativos, y en campos electromagnéticos externos las transiciones tendrían lugar entre estados con un signo de la energía y estados con el otro signo. Por otro lado, existe en esta teoría un cuadvectores que satisface la

²⁶ P.A.M. Dirac, *Proceedings of the Royal Society A*, 117, 610 (1928).

ecuación de continuidad con una cuarta componente que corresponde a una densidad que es definitivamente positiva.

Se puede demostrar que existe una situación análoga para todos los campos, los cuales, al igual que los espinores, se transforman por rotaciones en el espacio ordinario según representaciones bivaluadas, cambiando así su signo en una rotación completa. A estas magnitudes las denominaremos, brevemente, «bivaluadas». A partir de las ecuaciones de ondas relativistas de dichas magnitudes, se puede obtener siempre un cuadrivector bilineal en las componentes del campo que satisfaga la ecuación de continuidad, y para el que la cuarta componente, al menos después de la integración sobre el espacio, da una cantidad esencialmente positiva. Por otro lado, la expresión de la energía total puede tener signo tanto positivo como negativo.

¿Hay algún procedimiento para trasladar el signo menos de la energía a la densidad del cuadrivector? Si así fuera, este último podría interpretarse de nuevo como densidad de carga en lugar de como densidad de partículas, y la energía se haría positiva tal como tiene que ser. Se sabe que la respuesta de Dirac fue que esto realmente se podría conseguir aplicando el principio de exclusión. En la conferencia que pronunció aquí, en Estocolmo²⁷, él mismo explicó su intención de dar una nueva interpretación a su teoría, según la cual en el vacío real todos los estados de energía negativa deberían estar ocupados y sólo se supondrían observables las desviaciones de este estado de menor energía, es decir, los huecos existentes en el mar de estos estados ocupados. Es el principio de exclusión el que garantiza la estabilidad del vacío en el que todos los estados de energía negativa están ocupados. Además, los huecos tienen todas las propiedades de partículas con energía y carga eléctrica positivas, y se pueden crear y aniquilar por pares en campos electromagnéticos externos. Estos positrones predichos, que son imágenes especulares exactas de los electrones, han sido de hecho descubiertos experimentalmente.

Por cierto, la nueva interpretación de la teoría abandona inicialmente el punto de vista del problema de un cuerpo y considera, desde el principio, el de muchos cuerpos. Ya no se puede exigir que las ecuaciones de onda relativistas de Dirac sean las únicas posibles, pero si se quiere tener ecuaciones de campo relativistas

correspondientes a partículas para las que se conoce que el valor de su espín es $1/2$, ciertamente hay que asumir las ecuaciones de Dirac. Aunque es lógicamente posible cuantizar estas ecuaciones como campos clásicos, lo que produciría estados simétricos de un sistema constituido por muchas de estas partículas, esto estaría en contradicción con el postulado de que la energía del sistema ha de ser efectivamente positiva. Por otra parte, este postulado se satisface si aplicamos el principio de exclusión y la interpretación de Dirac del vacío y los huecos, lo que al mismo tiempo sustituye el concepto físico de densidad de carga con valores de ambos signos por la abstracción matemática de una densidad de partículas positiva. Una conclusión parecida es válida para todas las ecuaciones de onda relativistas cuyas componentes del campo son magnitudes bivaluadas. Este es el otro paso (históricamente el primero) que conduce a la comprensión de la relación existente entre espín y clase de simetría.

Quiero solamente destacar, brevemente, que la nueva interpretación de Dirac de los estados de energía negativa vacíos y ocupados se puede formular de forma muy elegante con ayuda del formalismo de Jordan y Wigner, mencionado anteriormente. La transición de la vieja a la nueva interpretación de la teoría puede, en realidad, llevarse a cabo intercambiando simplemente el significado de uno de los operadores por el de su hermítico conjugado, si se los aplica a estados originalmente de energía negativa. La «carga cero» infinita de los estados ocupados de energía negativa es entonces formalmente análoga a la energía de punto cero infinita de los campos univaluados cuantizados. La primera de ellas no tiene realidad física, y tampoco es la fuente de un campo electromagnético.

A pesar de la analogía formal existente entre la cuantización de los campos univaluados, que conduce a conjuntos de partículas idénticas con estados simétricos y a partículas que cumplen el principio de exclusión que son descritas por operadores bivaluados, y que dependen de las coordenadas del espacio y el tiempo, existe por supuesto la diferencia fundamental de que para estas últimas no hay caso límite en el que los operadores matemáticos se puedan tratar como campos clásicos. Por otro lado, cabe esperar que las posibilidades y las limitaciones de las aplicaciones de los conceptos de espacio y tiempo, que encuentran su expresión en los conceptos diferentes de densidad de carga y de densidad de

²⁷ Véase nota 10.

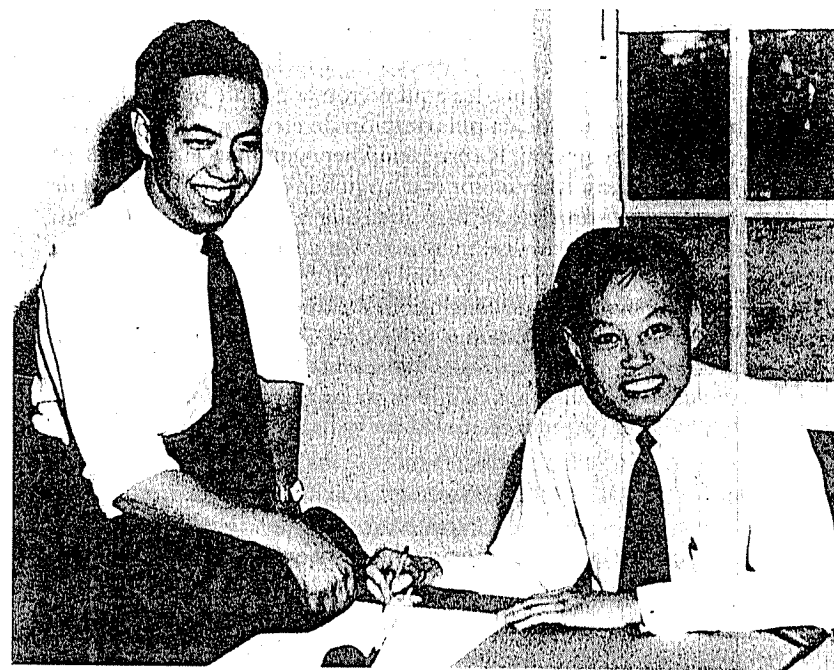
partículas, serán las mismas para partículas cargadas con espines enteros y semienteros.

Las dificultades de la presente teoría se acentúan aún más si se tiene en consideración la interacción del campo electromagnético con la materia, ya que los conocidos infinitos relativos a la energía de un electrón en su propio campo, la llamada autoenergía, aparecen como consecuencia de aplicar a este problema el formalismo convencional de las perturbaciones. La raíz de esta dificultad parece residir en el hecho de que el formalismo de la cuantización del campo tiene sólo un significado directo en tanto que las fuentes del campo se puedan considerar distribuidas de forma continua, siguiendo las leyes de la física clásica, y en tanto que solamente se utilicen promedios de las magnitudes del campo sobre regiones espacio-temporales finitas. Sin embargo, los propios electrones son esencialmente fuentes de campo no clásicas.

Al término de esta conferencia quiero expresar mi opinión crítica de que una teoría correcta no debería conducir a energías de punto cero infinitas, ni a cargas cero infinitas, que no debería hacer uso de trucos matemáticos para sustraer infinitos o singularidades y que no debería inventar «un mundo hipotético» que sea únicamente una ficción matemática; antes bien, debería ser capaz de formular la interpretación correcta del mundo real de la física.

Desde el punto de vista de la lógica, mi conferencia sobre «Principio de exclusión y mecánica cuántica» carece de conclusión. Creo que sólo sería posible escribir esta conclusión si estuviese establecida una teoría que determinase el valor de la constante de estructura fina, y que, por tanto, explicase la estructura atomística de la electricidad, que es una cualidad esencial de todas las fuentes atómicas de los campos eléctricos que se manifiestan realmente en la naturaleza.

La violación de las simetrías de reflexión en las leyes de la física atómica *



Tsung-Dao Lee y Chang Ning Yang

En su despacho del Instituto de Estudios Avanzados de Princeton.
Fotografía de Alan W. Richard (cortesía: American Institute of
Physics / Emilio Segrè Visual Archives)

* De *Experientia* 14, 1-5 (1958).

En este ensayo se explican las reflexiones de la carga (C), la de las coordenadas espaciales (P) y la del tiempo (T), así como las diferencias existentes entre vector polar y axial y entre productos escalar y pseudoescalar en el caso concreto de la reflexión espacial. Asimismo, se hace una introducción a los tres tipos de interacciones, fuerte, intermedia (electromagnética) y débil. Mientras que las dos primeras satisfacen por separado todas las invariancias por reflexión mencionadas, Lee y Yang (1956) han mostrado que en el caso de las interacciones débiles no hay evidencia empírica suficiente de invariancias por reflexión, habiendo sugerido experimentos para comprobarlas.

También se revisa el aspecto cualitativo de los resultados experimentales disponibles en noviembre de 1957, que mostraron la violación de las invariancias C y P en las interacciones débiles. Los métodos aplicados aquí fueron la desintegración beta de núcleos orientados, la polarización de electrones emitidos en dicha desintegración, la correlación beta-gamma y la asimetría en la desintegración de mesones μ originados por desintegración de mesones π . Asimismo, se menciona que la hipótesis que implica a una única partícula (el mesón K) sin paridad definida, puede conducir a la solución del problema θ - τ .

En el apartado de conclusiones se discuten brevemente algunos aspectos de problemas teóricos, aún sin resolver, sobre las razones más profundas de las violaciones de las simetrías por parte de las interacciones débiles, que probablemente conduzcan también a cuestiones cosmológicas todavía abiertas*.

I. Tipos de interacciones. Las simetrías C , P y T

Cuando se tratan los grados de simetría de las leyes físicas, resulta útil clasificar las interacciones de la física en tres categorías: interacciones fuertes, que incluyen las que tienen lugar entre los nucleones y entre éstos y los mesones; interacciones electromagnéticas, de intensidad intermedia, que son también responsables de la capa más externa del átomo, e interacciones débiles, categoría

en la que se incluyen todos los fenómenos de la radiactividad beta asociados con la emisión o absorción de neutrinos, así como las desintegraciones de los mesones Λ y K , en las que no intervienen neutrinos.

Las interacciones fuertes tienen incluso un grado mayor de simetría que las electromagnéticas, pero, para lo que se pretende en esta revisión, no se requiere una pormenorización de este hecho. Bastará con señalar que las dos primeras categorías —como se deduce con gran precisión del material empírico— son *invariantes por separado* respecto a las tres operaciones de simetría que se explicarán a continuación. Cada una de estas operaciones se asocia a cualquier estado físico posible o a otro proceso, lo que es además consistente con las leyes de la naturaleza consideradas.

1. Conjugación partícula-antipartícula (simetría de carga) C ¹

Una característica general de las leyes de la naturaleza que gobiernan las distintas «partículas elementales» y sus interacciones es la que hace corresponder a cada partícula una antipartícula. Si están cargadas eléctricamente, partícula y antipartícula tienen cargas de signo opuesto. Por el contrario, no necesariamente una partícula semejante a otra, pero con carga opuesta, ha de ser su antipartícula. Es más, incluso en el caso de partículas neutras pueden existir antipartículas diferentes de ellas. Así, el antineutrón, cuya existencia ha sido recientemente establecida experimentalmente, tiene un momento magnético de sentido opuesto al del neutrón cuando los espines de ambos tienen la misma dirección. Aún no se ha respondido a la cuestión de si el antineutrino correspondiente al neutrino se puede distinguir experimentalmente de éste utilizando una ley de conservación de la diferencia entre el número total de «partículas ligeras» (leptones) y el número total de «antipartículas ligeras», aunque una ley de conservación de este tipo se cumple para la diferencia correspondiente entre «partículas pesadas» (bariones = nucleones e hiperones).

* Este resumen en inglés, que figuraba en la versión original, no está reproducido en la versión alemana de *Aufsätze über Physik und Erkenntnistheorie* de Pauli.

¹ La letra C denota «carga».

2. Reflexión espacial o simetría de la paridad P

Esta operación cambia el signo de las tres coordenadas espaciales, asignando por tanto a cada tornillo roscado a derechas un tornillo roscado a izquierdas. Técnicamente, esta operación espacial de reflexión distingue los denominados vectores «axiales» de los «polares». Solamente estos últimos están caracterizados adecuadamente por un *segmento orientado*, mientras que los primeros lo están por un *área dotada de sentido de circulación*. Los vectores axiales, también llamados pseudovectores, no cambian de signo en la reflexión, pero sí lo hacen los vectores polares. La velocidad es un vector polar, y un momento angular, en particular el del «espín», es un vector axial.

La dirección asociada a un pseudovector no es por tanto invariante en la reflexión; cuando se define el sentido asociado, el tornillo roscado a izquierdas tiene siempre preferencia sobre el tornillo roscado a derechas. La asociación de la normal al área con sentido de circulación, que representa el vector axial, es invariante bajo las rotaciones, si bien se elige por convenio cuál de los dos sentidos se asigna a esta normal. Para definirlo se pueden utilizar las reglas de Ampère u otras equivalentes, como la siguiente: si se toma como superficie el plano horizontal del papel, y el sentido de circulación es antihorario, el sentido asociado a la normal debe de apuntar hacia arriba, es decir, hacia el lector; y, recíprocamente, debe de apuntar hacia abajo si la circulación tiene sentido horario. Expresiones tales como «sentido del espín» deben siempre entenderse en relación con este tipo de convención.

Mientras que es posible formar a partir de dos vectores ordinarios (polares) el escalar invariante P (producto de las longitudes de los vectores por el coseno del ángulo que forman), dados un vector polar y otro axial solamente existe la posibilidad de definir su producto como un *pseudoescalar* que es invariante bajo las rotaciones del sistema de coordenadas, pero que cambia de signo bajo la reflexión espacial. Pero para poder formar este producto pseudoescalar, incluyendo su signo, se debe asignar al vector axial (área con sentido de circulación) un sentido de la normal mediante el convenio antes mencionado. El producto pseudoescalar es, entonces, el producto del valor del área por la longitud del vector polar

y por el coseno del ángulo que forman su dirección con la de la normal al área del vector axial en el sentido asignado por el convenio, sentido que no es invariante bajo las reflexiones.

Las leyes de la naturaleza en una teoría invariante bajo reflexiones espaciales (invariante P) no deben, por tanto, cambiar su forma cuando estos pseudoescales cambien su signo, y en tal teoría a cada proceso le corresponde otro equivalente en el que los pseudoescales tienen el signo opuesto.

Cuando se refiere a un entero, la palabra *paridad* (*Parität* en alemán, *parité* en francés y *parity* en inglés) designa la diferencia entre par e impar. La aplicación de este concepto a las reflexiones espaciales surge del hecho de que en el caso de invariancia de todas las interacciones bajo reflexiones espaciales, según la mecánica ondulatoria, los estados propios se dividen en «pares» e «impares» de tal forma que las funciones de onda de los estados pares no cambian cuando lo hacen los signos de todas las coordenadas espaciales (reflexión), mientras que las funciones de onda de los estados impares cambian de signo. El signo así definido, +1 para pares y -1 para impares, se denomina *paridad* del estado.

Las interacciones que no son invariantes P no tienen paridad de los estados de energía, ya que en este caso las funciones de onda no se comportan necesariamente de forma tan sencilla bajo reflexión espacial.

Según la concepción usual (convenio), la carga eléctrica no cambia de signo bajo la operación P de modo que la intensidad del campo eléctrico es un vector polar y la intensidad del campo magnético es un vector axial.

3. Inversión temporal T

Está definida de tal forma que tanto las coordenadas espaciales como la carga eléctrica conserven su signo. Por tanto, esta operación T se puede definir de forma más precisa como *la inversión del sentido del movimiento* de todos los procesos. Por ejemplo, el movimiento de una partícula cargada en un campo magnético externo es invariante T sólo si la intensidad de dicho campo cambia de signo al mismo tiempo.

Una consecuencia importante de la invariancia T es la anulación del momento dipolar eléctrico de los nucleones (que es

análoga a la del momento eléctrico de moléculas en un estado de energía de rotación concreto), de lo que se sigue que, a este respecto, las interacciones débiles son prácticamente despreciables.

La cuestión del alcance de la simetría de las leyes de la naturaleza se ha convertido de nuevo en centro de atención a través de investigaciones experimentales y teóricas recientes. El logro de Lee y Yang², por el que fueron galardonados con el premio Nobel de física en 1957, fue señalar y resaltar *la absoluta insuficiencia de evidencia experimental acerca de la validez de estas tres operaciones de simetría en el caso de las interacciones débiles (3ª categoría). Asimismo, describieron experimentos mediante los cuales se pueden comprobar estas simetrías en dichas interacciones débiles.*

Mientras tanto, la realización reiterada de estos y otros experimentos similares ha demostrado de forma definitiva la violación de las simetrías C y P por parte de las interacciones débiles. Esto se explicará con más detalle en la sección II. Aquí, lo primero que debemos señalar es que la cuestión acerca de la validez de la invariancia T por parte de las interacciones débiles está aún pendiente desde el punto de vista experimental. Desde el punto de vista teórico, esto es equivalente a la cuestión sobre la validez de la operación combinada CP (o de su inversa PC). El llamado teorema CPT es válido bajo hipótesis muy generales y bien establecidas, que incluyen la invariancia de Lorentz característica de la teoría de la relatividad especial. Este teorema establece que, basándose en estas hipótesis generales, ya se deduce la invariancia de la teoría para la combinación (producto) de las tres operaciones C , P y T (en cualquier orden). Para más detalles, se remite al lector a la bibliografía existente sobre el tema³.

² T.D. Lee y C.N. Yang, *Physical Review* 104, 254 (1956).

³ El teorema CPT fue considerado en primer lugar por G. Lüders, *Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs, matematisk-fysiske Meddelelser* 28, núm. 5 (1954). Véase también *Annals of Physics* (Nueva York) 2, 1 (1957). Otras referencias: J. Schwinger, *Physical Review* 82, 914 (1951); W. Pauli en *Niels Bohr and the Development of Physics* (Pergamon Press, Londres, 1955), pág. 30; una condición equivalente al teorema CPT para teorías no locales, que se satisface idénticamente para teorías locales, ha sido dada por R. Jost, *Helvetica Physica Acta* 30, 409 (1957); para otras aplicaciones, véase T.D. Lee, R. Oehme y C.N. Yang, *Physical Review* 106, 340 (1957).

Una consecuencia de esto es que las masas de partículas y antipartículas (o, de forma más general, los valores de la energía de un sistema de partículas y los de sus partículas conjugadas en la carga C) deben ser iguales entre sí.

II. Evidencia experimental de la violación de la simetría izquierda-derecha (P) y de la simetría de carga (C)

Vamos a tratar aquí, breve y únicamente, del aspecto cualitativo de los experimentos, remitiendo al lector a la literatura especializada sobre los aspectos cuantitativos que todavía están en fase de desarrollo.

El primer experimento, aunque de ningún modo el más sencillo, consiste en la orientación de los espines de núcleos radiactivos para lo que ya se disponía de una técnica especial, altamente desarrollada, que utiliza campos magnéticos a bajas temperaturas. El objetivo es investigar si hay una asimetría en la dirección de la emisión de los electrones (negatones e_- o positones e_+) con relación al plano (invariante bajo las reflexiones) del espín nuclear al que es perpendicular, por convenio, el vector I . En otras palabras, se investiga la distribución del pseudoescalar $(I p_e) = I p_e \cos \theta$, donde p_e es el vector momento de los electrones emitidos y θ el ángulo que forman I y p_e . Si la teoría fuera invariante bajo la reflexión, esta distribución debería ser simétrica respecto a 0; es decir, con relación al plano del espín, ya que se moverán el mismo número de electrones en la dirección θ que en la dirección opuesta $\pi - \theta$. Los experimentos⁴ realizados con Co^{60} (e_-) y con Co^{58} (e_+) han mostrado una notable asimetría; en promedio

⁴ C.S. Wu, E. Ambler, R.W. Hayward, D.D. Hoppes y R.P. Hudson, *Physical Review* 105, 1413 (1957); Co^{60} ; H. Postma, W.J. Huiskamp, A.R. Miedema, M.J. Steenland, H.A. Tolhoek y C.J. Gorter, *Physica* 23, 259 (1957); Co^{58} ; E. Ambler, R.W. Hayward, D.D. Hoppes, R.P. Hudson y C.S. Wu, *Physical Review* 106, 1361 (1957); Co^{60} , Co^{58} ; experimentos análogos con neutrones polarizados: M.T. Burgy, R.J. Epstein, V.E. Krohn, T.B. Novy, S. Raboy, G.R. Ringo y V.L. Telegdi, *Physical Review* 107, 1731 (1957).

$$(I \cdot p_e) < 0 \text{ para la desintegración } e_-, \\ (I \cdot p_e) > 0 \text{ para la desintegración } e_+.$$

Un análisis más detallado⁵ muestra que esto ya implica una violación de la simetría C , pues en una teoría invariante C este efecto debe desaparecer puesto que la interacción culombiana entre el núcleo y el electrón emitido es despreciable. Además, con el número de carga nuclear 27 del Co, la influencia de la interacción de Coulomb es aún demasiado débil como para explicar por sí misma el efecto de asimetría observado.

Un experimento más sencillo relacionado con esto es la medida de la polarización de electrones emitidos en la desintegración beta en una dirección dada. En este caso, la polarización está determinada por el plano del espín electrónico con sentido de circulación (definido en el sistema en el que el electrón está en reposo); el sentido asociado convencionalmente al vector σ_e es el de avance en este plano de un tornillo roscado a derechas visto desde la partícula, y lo que se mide es el pseudoescalar $(\sigma_e \cdot p_e)$.

Los resultados experimentales⁶ mostraban una fuerte polarización, en el sentido de que para la desintegración e_- , en promedio $(\sigma_e \cdot p_e) < 0$, es decir, el vector axial σ_e y p_e siguen la regla del tornillo roscado a izquierdas, y para la desintegración e_+ , en promedio $(\sigma_e \cdot p_e) > 0$, es decir, el vector axial σ_e y p_e siguen la del tornillo roscado a derechas.

De naturaleza parecida es la medida del sentido de la polarización circular de fotones emitidos, en un proceso secundario, tras la emisión de electrones (desintegración beta del núcleo excita-

do). En este caso, lo que se mide es el pseudoescalar $(p_e \cdot \sigma_\gamma)$. El resultado de esta experiencia también resultó ser positivo⁷.

Llegamos ahora al importante experimento, realizado también a sugerencia de Lee y Yang, sobre la desintegración del mesón μ , cuyo resultado positivo⁸ coincidió más o menos en el tiempo con el que tuvo lugar con espines nucleares orientados.

Consideremos mesones π que se desintegran en un mesón μ y un neutrino, según la reacción

$$\pi \rightarrow \mu + \nu$$

tras la cual el mesón μ se desintegra en dos neutrinos (más exactamente en un neutrino ν y un antineutrino $\bar{\nu}$) y en un electrón:

$$\mu \rightarrow e + \bar{\nu} + \nu.$$

La primera reacción actúa como polarizador del mesón μ , y la segunda como analizador. La asimetría observada en la emisión electrónica, con relación al plano perpendicular a la dirección del movimiento de los mesones μ , demuestra que se viola la simetría de reflexión en ambas reacciones. Como resultado secundario de la fuerte polarización de los mesones μ respecto a su dirección de movimiento, surge la posibilidad de medir con precisión su momento magnético. Se están realizando ya experimentos que permitan determinar el signo del pseudoescalar $(\sigma_\mu \cdot p_\mu)$.

Todos los experimentos mencionados aquí concuerdan con un *modelo especial* del neutrino que ha sido propuesto independientemente por varios autores⁹. Normalmente se lo describe, un tanto imprecisamente, como «teoría de las dos componentes», pero a mí me gustaría llamar de forma abreviada a sus dos variantes «modelo R » y «modelo L ». La característica principal

⁵ T.D. Lee y C.N. Yang, *Physical Review* 104, 254 (1956); T.D. Lee, R. Oehme y C.N. Yang, *Physical Review* 106, 340 (1957).

⁶ Llevado a cabo por primera vez por H. Frauenfelder, R. Bobone, E. von Goeler, N. Levine, H.R. Lewis, R.N. Peacock, A. Rossi y G. de Pasquali, *Physical Review* 106, 386 (1957): Co⁶⁰; después, por M. Goldhaber, L. Grodzins y A.W. Sunyar, *Physical Review* 106, 826 (1957): Bremsstrahlung; S.S. Hanna y R.S. Preston, *Physical Review* 106, 1363 (1957): Cu⁶⁴; H. Frauenfelder, A.O. Hanson, N. Levine, A. Rossi y G. de Pasquali, *Physical Review* 107, 643 (1957): difusión de Möller; M. Deutsch, B. Gittelman, R.W. Bauer, L. Grodzins y A.W. Sunyar, *Physical Review* 107, 1733 (1957): Ga⁶⁶, Cl³⁴; A. de Shalit, S. Kuperman, H.J. Lipkin y T. Rothen, *Physical Review* 107, 1459 (1957): difusión doble; F. Boehm, T.B. Novey, C.A. Barnes y B. Stech, *Physical Review* 108, 1497 (1957): N¹³.

⁷ H. Schopper, *Philosophical Magazine* 2, 710 (1957); H. Appel y H. Schopper, *Zeitschrift für Physik* 149, 103 (1957); F. Boehm y A.H. Wapstra, *Physical Review* 106, 1364 (1957); 107, 1202 y 1462 (1957).

⁸ R.L. Garwin, L.M. Ledermann y M. Weinrich, *Physical Review* 105, 1415 (1957): ciclotrón; J.I. Friedman y V.L. Telegdi, *Physical Review* 105, 1681 (1957): placas fotográficas; véase también D. Berley, T. Coffin, R.L. Garwin, L.M. Ledermann y M. Weinrich, *Physical Review* 106, 835 (1957).

⁹ A. Salam, *Nuovo Cimento* 5, 229 (1957); T.D. Lee y C.N. Yang, *Physical Review* 105, 1671 (1957); L. Landau, *Nuclear Physics* 3, 127 (1957).

del «modelo R » es que sólo puede existir el neutrino cuyo espín y sentido de movimiento formen un tornillo a derechas y que, además, el espín y el momento del antineutrino asociado han de formar, *por el contrario*, un tornillo roscado a izquierdas. Por tanto, esto significa que cualquier interacción con otras partículas sólo puede tener lugar, en el caso del neutrino, para $(\sigma_\nu \cdot p_\nu) > 0$ o en el del antineutrino para $(\sigma_\nu \cdot p_\nu) < 0$. En un modelo de este tipo se produce necesariamente la violación de las invariancias C y P ; las invariancias CP y T son posibles pero no necesarias, y se cumple una ley de conservación para la diferencia entre el número de partículas y el de antipartículas en el caso de los leptones. Sin embargo, los experimentos realizados hasta ahora no bastan para establecer con seguridad la exactitud de este modelo especial. Con el fin de determinar las constantes en la interacción más general de la desintegración beta sin simetrías P y C , se hace necesario realizar experimentos que no tengan nada que ver con la paridad y determinar la correlación direccional en la emisión del electrón y el neutrino. Esto no se puede medir directamente, pero sí es susceptible de medición el retroceso de las partículas pesadas producidas (núcleos, o en el caso de la desintegración del neutrón libre, protones). A partir de esta medida se puede deducir la dirección y el valor del momento del neutrino según la ley de la conservación del momento. Aunque estas medidas resultan ahora considerablemente más fáciles de realizar mediante las potentes fuentes radiactivas disponibles en los reactores de uranio, todavía se encuentran en un estado confuso y contradictorio, y habrá que esperar a su ulterior desarrollo.

Aun cuando los modelos especiales R y L del neutrino se mostraran correctos para todas sus reacciones, apenas darían una explicación suficiente de la violación de la simetría P en el caso de las interacciones débiles en general. Como ya señalaron Lee y Yang en su primer artículo¹⁰, hay también, casi con toda seguridad, interacciones que violan la paridad en las que el neutrino no interviene en absoluto. En el denominado «problema $\theta - \tau$ », la hipótesis de la invariancia P (conservación de la paridad en las reacciones implicadas) conduce a la necesidad de suponer la existencia de varias partículas con, aproximadamente, la misma masa

y la misma vida media¹¹. No se ha encontrado ninguna explicación plausible para esto. Sin embargo, si se acepta la violación de la paridad, basta con suponer en estas diversas reacciones de desintegración una y siempre la misma partícula (el mesón K) que no tenga necesariamente paridad.

III. Panorama de los problemas teóricos

Las dificultades más profundas y aún no resueltas que surgen en las teorías del campo cuantizadas, y que se manifiestan en divergencias matemáticas, no aparecen en el caso de las interacciones débiles, para las que es suficiente la aproximación más baja de la teoría de perturbaciones. Tampoco el hecho de que no existan una deducción y una interpretación teóricas de las masas y del espín de las partículas de la naturaleza, hace por sí mismo percibir si la teoría debe adoptar un punto de vista puramente fenomenológico respecto a los nuevos fenómenos. En la situación actual de dicha teoría parecen existir muchas más posibilidades formales, respecto a la violación empírica de las simetrías C y P , que una falta de explicación formal.

Aun cuando en esta ocasión también ha resultado ser metodológicamente correcto plantear en primer lugar la pregunta de cómo y posponer la cuestión más profunda del por qué, esta última no ha sido respondida y probablemente se haga más apremiante en el futuro. Pienso que es un error intentar refugiarse en lo que se me antoja como una «filosofía de alto secreto» (*Beschwichtigungsphilosophie*¹²) superficial y oportunista o en las, excesivamente simples, «soluciones evidentes».

A partir de aquí, se puede proceder en dos direcciones. En la primera de ellas, la pregunta de por qué las interacciones débiles violan las simetrías C y P puede sustituirse por la de por qué estas simetrías están presentes en las interacciones fuertes y electromag-

¹¹ En relación con esto, véase R. Dalitz, *Philosophical Magazine* 44, 1068 (1953); E. Fabri, *Nuovo Cimento* 11, 479 (1954); también, *Proceedings of the sixth Rochester Conference* (1956).

¹² Expresión debida a Paul Ehrenfest.

¹⁰ Véase nota 2.

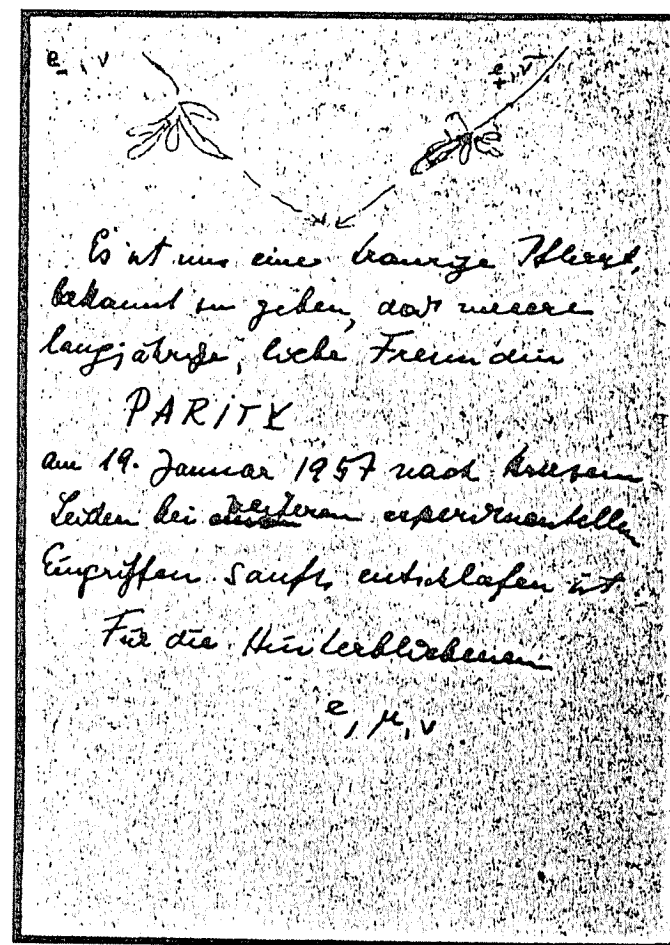
néticas, y se puede intentar reducir estas simetrías a otras propiedades más especiales de esas interacciones.

En la segunda, se puede intentar descubrir y justificar una relación entre las violaciones de simetría a pequeña escala y las propiedades del Universo a gran escala¹³. Sin embargo, esto está fuera del alcance de las teorías de gravitación conocidas hasta ahora. Las acciones gravitatorias, que no están incluidas en las tres categorías de interacción que introdujimos al principio, deben evidentemente caracterizarse por ser mucho más débiles aún que las «interacciones débiles». Sin embargo, según la teoría de la gravitación de Einstein, no contradicha por los fenómenos conocidos, las acciones gravitatorias satisfacen las simetrías C , P y T . Por otra parte, las influencias directas del campo gravitatorio sobre los fenómenos atómicos que estamos tratando son completamente despreciables en la práctica.

Si se pretende responder con algo más que con vagas especulaciones a la pregunta sobre la relación entre lo pequeño y lo grande, hacen falta aún algunas ideas esencialmente nuevas. Sin embargo, esto no significa aceptar definitivamente la imposibilidad de tal relación.

De este modo, los nuevos resultados empíricos discutidos aquí nos conducen a problemas cuya solución quizá se encuentre aún en un futuro remoto.

¹³ T.D. Lee, «Weak Interaction», en *Proceedings of the seventh Rochester Conference* (1957), sección sobre *Mach's principle*; para un tratamiento general, véase también E.P. Wigner, *Reviews of Modern Physics* 29, 255 (1957).



Anuncio de Pauli sobre la violación de la paridad.

Acerca de la anterior y la
más reciente historia del neutrino *



Pauli y Chien-Shiung Wu

Fotografía tomada en Rehovot, Israel, en septiembre de 1957 (cortesía: American Institute of Physics / Emilio Segrè Visual Archives).

* Versión (septiembre de 1958) extensa y ampliada (especialmente en la sección 5) de una conferencia pronunciada en el Zürcher Naturforschende Gesellschaft el 21 de enero de 1957 (después del anuncio de los primeros experimentos sobre la violación de la paridad). Una trad. ing. independiente de este ensayo figura en Klaus Winter (ed.), *Neutrino Physics*, (Cambridge University Press, Cambridge, 1991), págs. 1-24, que fue realizada antes de que se conociera la existencia de la trad. de Schlapp (véase el Prefacio, de C.P. Enz).

Junto con otros físicos, espero con alegría su 80 cumpleaños el 7 de noviembre de este año. Todavía es demasiado pronto para felicitarle, pero no debería ser demasiado pronto para hacerle ya ahora un regalo. No me fue posible tener algo listo para la publicación con motivo de esa fecha. Sin embargo, pude acabar a tiempo un manuscrito mecanografiado de una versión más extensa de mi conferencia sobre la historia del neutrino, que le adjunto aquí personalmente para usted. (Por supuesto, la idea es que usted quiera conservarlo.)

Usted es la primera que recibe este manuscrito y estoy ansioso por saber si tiene algo que objetar a mi interpretación, en particular en lo que atañe a la historia más antigua. He leído considerablemente más que lo que aparece citado en el manuscrito. Pero lo mencionado me parece suficiente para los lectores actuales. También la historia más antigua es la que suele despertar cierto interés hoy en día, como es el caso de Reines (Los Álamos), quien me ha pedido una copia. Tan pronto como exista una traducción inglesa, se la enviaré.

Carta de Pauli a Lise Meitner, 3 de octubre de 1958.

1. Problemas de interpretación del espectro de energía continuo de los rayos beta

El espectro de energía continuo de los rayos beta, descubierto por J. Chadwick en 1914¹, dio lugar de inmediato a complicados problemas de interpretación teórica. Se cuestionaba si había que adscribirlo directamente a electrones primarios emitidos por el núcleo radiactivo, o si podía ser imputable a procesos secundarios. La primera de estas opiniones, que resultó ser la correcta, fue propuesta por C.D. Ellis², y la segunda, por L. Meitner³. Esta investigadora apelaba al hecho, ya conocido en los casos de los rayos alfa y gamma, de que los núcleos poseen niveles de energía discretos, por lo que centró su argumentación en las energías dis-

cretas de los electrones, que igualmente se observaban en muchos núcleos radiactivos beta. Ellis los interpretó como electrones expulsados de las capas más externas por radiación nuclear gamma monocromática debido a conversión interna, y los relacionó con los observados en las líneas de rayos x. Sin embargo, según la teoría de L. Meitner, al menos uno de los electrones de energía discreta era un electrón genuinamente primario que provenía del núcleo, el cual posteriormente podía expulsar otros secundarios de menores energías provenientes de las capas más externas⁴. No obstante, este electrón primario de energía discreta no pudo jamás ser detectado. Además, existen núcleos radiactivos beta, como el de RaE, que no emiten rayos gamma y que, por añadidura, carecen totalmente de electrones de energía discreta. En la controversia mantenida en 1922 entre Ellis y L. Meitner, aquél resumió su postura como sigue⁵:

La teoría de Meitner constituye un intento muy interesante para dar una explicación sencilla a la desintegración β . Sin embargo, los hechos experimentales no encajan en el marco de esta teoría, y todo parece indicar que no se puede mantener la simple analogía entre las desintegraciones α y β . La desintegración β es un proceso mucho más complicado, y las indicaciones generales que yo he dado acerca del mismo me parece que en este momento merecen una mínima consideración.

Obviamente, la cuestión suscitada acerca de la interpretación del espectro beta continuo estaba lejos de ser respondida mediante esta afirmación, por lo que prosiguió la discusión sobre si la energía era primaria (Ellis) o si, aunque originariamente discreta, se ensanchaba en un continuo mediante un proceso secundario (L. Meitner). Sin embargo, esta controversia quedó zanjada gracias a un experimento, el que proporcionó *la medida absoluta del calor de absorción de los electrones beta*. Como resultado de experimentos de recuento, se sabía que por cada desintegración se emite un electrón desde el núcleo. En el caso de procesos secundarios

¹ J. Chadwick, *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 16, 383 (1914).

² C.D. Ellis, *Proceedings of the Royal Society* (Londres) A 101, 1 (1922).

³ L. Meitner, *Zeitschrift für Physik* 9, 131 y 145 (1922); 11, 35 (1922).

⁴ En un artículo posterior (*Zeitschrift für Physik* 34, 807, 1925), L. Meitner mostró de modo experimental que, contrariamente a un punto de vista anterior de Ellis, los rayos γ son emitidos por el núcleo producido *tras* la emisión de las partículas α o β .

⁵ C.D. Ellis, *Zeitschrift für Physik* 10, 303 (1922).

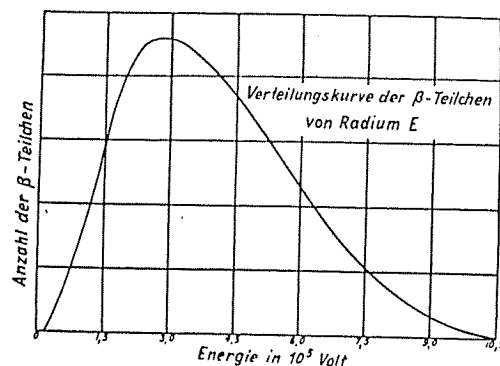


Fig. 1. Espectro beta continuo del RaE.

subsiguientes, el calor por cada desintegración medido en el calorímetro debería corresponder al límite superior del espectro beta, mientras que en el caso de un proceso primario sería el de su energía media. La medida fue llevada a cabo en los RaE por C.D. Ellis y W.A. Wooster⁶, y la cantidad de calor por desintegración, expresada en voltios, resultó ser de $344.000 \text{ V} \pm 10\%$, cantidad que concordaba bien con la energía media del espectro beta. Por otra parte, al límite superior del espectro beta le hubieran correspondido en torno a un millón de voltios, cifra totalmente descartada por los experimentos. Ellis matizó que su experimento dejaba aún una puerta abierta a la posibilidad de que el nivel energético estuviera producido por un espectro gamma continuo que no hubiera sido absorbido en el calorímetro, y por tanto hubiera escapado a la observación.

A L. Meitner no le convenció este experimento, e inmediatamente decidió repetirlo con un dispositivo mejorado. A este propósito, W. Orthmann, un colaborador de Nernst, construyó un calorímetro diferencial especial con el que se repitió la medida del calor de los electrones beta de los RaE con mayor precisión⁷. El nuevo resultado, $337.000 \text{ V} \pm 6\%$, confirmó completamente el de Ellis y Wooster.

Yendo aún más allá, L. Meitner puso de manifiesto, mediante

⁶ C.D. Ellis y W.A. Wooster, *Proceedings of the Royal Society* (Londres) A 117, 109 (1927).

⁷ L. Meitner y W. Orthmann, *Zeitschrift für Physik* 60, 143 (1930).

experimentos con contadores, la ausencia del espectro gamma continuo que Ellis había tomado en consideración.

Según estos resultados experimentales, quedaban sólo dos posibilidades teóricas que permitieran la *interpretación del espectro beta continuo*.

1) Que en aquellas interacciones responsables de la radiactividad beta la conservación de la energía se verificara sólo estadísticamente.

2) Que la ley de la energía fuera estrictamente válida para cada proceso individual primario, pero que, junto con los electrones, fuera emitida en el curso del mismo otra radiación muy penetrante constituida por *nuevas partículas neutras*.

La primera posibilidad fue defendida por Bohr, y la segunda por mí; pero antes de profundizar en la historia de estas cuestiones, que finalmente se saldaron de forma positiva en favor de la segunda posibilidad, describiremos brevemente cuál ha sido el desarrollo de nuestras ideas acerca de la estructura nuclear.

2. El neutrino y la estructura nuclear

Después de los primeros experimentos de Rutherford sobre transmutaciones nucleares artificiales, la idea generalmente aceptada acerca de la estructura de los núcleos era que estaban constituidos por protones y electrones. Desde este punto de vista fue como el propio Rutherford explicó la estructura nuclear en su célebre Conferencia Bakeriana⁸. Entre otras hipótesis se incluía la de la existencia de un núcleo de carga 0 y de sus posibles propiedades. Pronto se supo⁹ que Rutherford había propuesto el nombre de *neutrón* para esta nueva e hipotética partícula que él imaginaba como una combinación, de dimensiones nucleares, de un protón y un electrón. En consecuencia, puso en marcha en su laboratorio experimentos que pusieran de manifiesto el neutrón en descargas de hidrógeno, pero esta búsqueda se reveló estéril.

⁸ E. Rutherford, *Proceedings of the Royal Society* (Londres) A 97, 374 (1920); para el núcleo neutro, véase pág. 396.

⁹ Cf. por ejemplo J.L. Glasson, *Philosophical Magazine* 42, 596 (1921).

Aun cuando a disgusto, y de forma muy lenta, se fue abandonando la idea de que los núcleos estaban constituidos por protones y electrones. A ello contribuyó de manera decisiva el establecimiento en 1927 de la mecánica cuántica u ondulatoria. Según esta teoría existen dos tipos de partículas, los fermiones antisimétricos y los bosones simétricos. Las partículas compuestas son fermiones o bosones según que el número de fermiones que contengan sea impar o par. Por lo que respecta al espín, los fermiones lo tienen semientero y los bosones entero. Puesto que pronto se puso de manifiesto que los electrones y los protones eran fermiones, la idea de que únicamente ellos constituirían los cimientos de todos los núcleos condujo a la conclusión de que la paridad del número de carga determinaría el carácter de la simetría del núcleo. Sin embargo, esta conclusión no obtuvo respaldo experimental. El primer ejemplo contrario fue lo que se denominó en aquella época la «anomalía del nitrógeno», ya que R. Kronig¹⁰ por una parte, y W. Heitler y G. Herzberg¹¹ por otra, demostraron a partir de los espectros de bandas que el nitrógeno con número de carga 7 y número de masa 14 tenía espín 1 y estadística de Bose. Se sucedieron otros casos análogos, tales como el del Li 6 (carga 3, masa 6) y el deuterón (carga 1, masa 2), ambos asimismo con espín 1 y estadística de Bose. Al final, resultó que es la paridad del número de masa y no la del número de carga la que determina el carácter de la simetría de los núcleos.

Intentaré ahora relacionar este problema del espín y de la estadística de los núcleos con el del espectro beta continuo, sin tener que sacrificar la ley de la energía por la idea de una nueva partícula neutra. En diciembre de 1930, cuando aún no se había descubierto experimentalmente el neutrón pesado, dirigí una carta sobre este tema a una conferencia de físicos que se celebraba en Tubinga, y en la cual participaban Geiger y L. Meitner¹².

¹⁰ R. Kronig, *Die Naturwissenschaften* 16, 335 (1928).

¹¹ W. Heitler y G. Herzberg, *Die Naturwissenschaften* 17, 673 (1929).

¹² Estoy muy agradecido a L. Meitner por proporcionarme una copia de esta carta que ella conservaba.

Carta abierta al grupo de personas radiactivas en la Conferencia de la Sociedad Comarcal de Tubinga

Instituto de física del Instituto Federal de Tecnología, Zurich

Zurich, 4 de diciembre de 1930.
Gloriastr.

Queridos damas y caballeros radiactivos:

Tal como el portador de estas líneas, a quien os ruego encarecidamente prestéis atención, os explicará con más detalle, he encontrado un remedio desesperado para preservar la «ley de la alternancia»¹³ de la estadística y la ley de la energía en relación con la estadística «errónea» de los núcleos de N y de Li 6, así como del espectro β continuo. Estriba en la posibilidad de que en los núcleos puedan existir partículas eléctricamente neutras, que denominaré neutrones, con espín 1/2, que obedezcan al principio de exclusión y que además se diferencien de los cuantos luminosos por no viajar a la velocidad de la luz. La masa de los neutrones tendría que ser del mismo orden que la masa electrónica y, en cualquier caso, no mayor que 0,01 veces la masa del protón. El espectro β continuo sería entonces comprensible bajo la hipótesis de que en la desintegración β , junto con el electrón, se emite también un neutrón, de tal forma que la suma de las energías de ambos sea constante.

Queda ahora por responder la cuestión de cuáles son las fuerzas que actúan sobre los neutrones. El modelo más apropiado para el neutrón me parece que podría ser, según la mecánica cuántica (el portador de estas líneas sabe más acerca de ello), un neutrón estacionario consistente en un dipolo magnético con un cierto momento μ . Por supuesto, los experimentos requieren que la acción ionizante de tal neutrón no sea mayor que la de un rayo γ , y por tanto μ no debería ser, probablemente, mayor que $e \times 10^{-13}$ cm.

Puesto que aún no tengo la suficiente seguridad para publicar algo acerca de esta idea, me dirijo confiadamente y en primer lugar a vosotros, querida gente radiactiva, para plantearos la siguiente pregunta: ¿qué posibilidad existiría respecto a la detección experimental de un neutrón de estas características si poseyera un poder de penetración igual o quizá diez veces mayor que el de un rayo γ ?

Admito que mi remedio pueda tal vez parecer inapropiado

¹³ Su enunciado es: «Principio de exclusión (estadística de Fermi) y espín semientero si el número total de partículas es impar; estadística de Bose y espín entero si el número total es par.»

desde el principio, pues probablemente hace mucho que se hubieran observado los neutrones en el caso de existir, pero «quien no se arriesga, no gana», y la gravedad de la situación respecto al espectro β continuo queda esclarecida por el juicio de mi respetado predecesor, el señor Debye, quien recientemente me dijo en Bruselas: «Oh, es mejor no pensar en todo eso, lo mismo que en los nuevos impuestos.» Se debe por tanto tratar de encontrar seriamente cualquier vía que posibilite una salida. Así pues, querida gente radiactiva, ponerlo a prueba y juzgarlo. Desgraciadamente, mi presencia en Tubinga no es posible a causa de un baile que se celebra en Zurich la noche del 6 al 7 de diciembre y que me impide salir de aquí.

Muchos saludos tanto a vosotros como al señor Back.
Vuestro más humilde servidor,

W. Pauli.

Se puede apreciar la modestia de las cifras en las que yo pensaba en aquella época. Realmente, el poder de penetración de las partículas que hoy día denominamos neutrinos es de aproximadamente 100 años luz en Pb en lugar de 10 cm, factor que si se compara con los rayos γ es de 10^{16} o 10^{17} en vez de 10, mientras que la masa en reposo y el momento magnético son teóricamente 0, y los límites superiores experimentales son de 0,002 veces la masa del electrón y de 10^{-9} magnetones de Bohr¹⁴.

Pronto recibí una carta de Geiger en respuesta a la mía en la que refería haber discutido mi propuesta con las demás personas presentes en Tubinga y especialmente con L. Meitner. Desgraciadamente, no la conservo pero recuerdo que su respuesta era positiva y alentadora, pues afirmaba que, desde el punto de vista experimental, mis nuevas partículas eran viables.

Habida cuenta los valores empíricos de las masas nucleares, pronto abandoné la idea de que las partículas neutras emitidas en la desintegración beta fueran al mismo tiempo constituyentes de los núcleos.

En una conferencia que pronuncié en Pasadena en junio de 1931, en ocasión de una reunión de la American Physical Society, hice pública por vez primera mi idea acerca de las nuevas partículas neutras de alta penetración que intervenían en la desintegración beta, pero ya no las consideré como constituyentes del

¹⁴ C.L. Cowan jr. y F. Reines, *Physical Review* 107, 528 (1957).

núcleo, por lo que en esta ocasión no las denominé neutrones y no me referí a ellas con nombre especial alguno. Sin embargo, la cuestión aún me parecía dudosa y no publiqué mi conferencia.

En ese mismo año, 1931, viajé directamente de Estados Unidos a Roma, donde en octubre tuvo lugar un gran congreso internacional sobre física nuclear. Allí me encontré con Fermi, que en seguida mostró vivo interés por mi idea y una actitud francamente positiva respecto a mis nuevas partículas neutras. También se encontraba allí Bohr, que, en contraposición, defendió su idea de que en la desintegración beta la energía sólo se conservaba estadísticamente. Poco después haría pública esta idea en su conferencia Faraday¹⁵. Con objeto de dar una noción acerca de sus ideas, cito el siguiente pasaje¹⁶:

Sin embargo, en el estado actual de la teoría atómica podemos decir que carecemos de argumento, desde el punto de vista tanto empírico como teórico, que sustente el principio de la energía en el caso de las desintegraciones de rayos β , e incluso nos puede conducir a dificultades y complicaciones si pretendemos hacerlo. Por supuesto, una desviación radical de este principio implicaría consecuencias extrañas en el caso de que el proceso se pudiera invertir. En realidad, si en un proceso colisional un electrón pudiera por sí mismo ligarse a un núcleo con pérdida de su individualidad mecánica, y subsiguientemente transformarse en rayo β , encontraríamos que la energía de éste diferiría, por lo general, de la del electrón original. No obstante, así como la importancia de esos aspectos de la constitución atómica, esencial para la explicación de las propiedades físicas y químicas ordinarias de la materia, implica una renuncia de la idea clásica de causalidad, las características de la estabilidad atómica, aún más profundas, y responsables de la existencia y de las propiedades de los núcleos atómicos, pueden obligarnos a renunciar a la misma idea de equilibrio energético. No profundizaré en tales especulaciones ni hablaré de su posible fundamento en la tan debatida cuestión de la fuente de energía estelar. Si me he referido a ellas ha sido sólo con el ánimo de poner de manifiesto que en teoría atómica, pese a todos los progresos recientes, siempre debemos de estar preparados para nuevas sorpresas.

¹⁵ N. Bohr (conferencia Faraday), «Chemistry and the Quantum Theory of Atomic Constitution», *Journal of the Chemical Society* (Londres), 1932, págs 349-384.

¹⁶ N. Bohr, *loc. cit.*, pág. 383.

Respecto a la apuntada posibilidad genérica de sorpresas, Bohr tuvo por fin razón aunque en un contexto diferente, en el que se refiere al caso de las interacciones que ahora denominamos «débiles». Sin embargo, su idea acerca de una validez meramente estadística de la ley de la energía para estas interacciones no nos pareció aceptable ni a Fermi ni a mí. Pese a las discusiones mantenidas en Roma en 1931 sobre esta cuestión, yo no veía razón teórica alguna que permitiera considerar la ley de la conservación de la energía menos cierta que, por ejemplo, la de la conservación de la carga eléctrica. Desde el punto de vista empírico, a mí me parecía que el factor decisivo radicaba en si los espectros beta de los electrones presentaban un límite superior definido, o, por el contrario, obedecían a una distribución de Poisson que se extendía hasta el infinito. En mi opinión, en el primero de los casos mi idea de nuevas partículas era correcta¹⁷. Aunque en aquella época la cuestión, desde el punto de vista experimental, aún no estaba decidida, Ellis, también presente en Roma, ya había planeado nuevos experimentos sobre este problema.

En 1932, es decir, al año siguiente, Chadwick descubrió el tan esperado neutrón de número de carga 0 y número de masa 1, al bombardear núcleos ligeros con partículas alfa. En consecuencia, en los seminarios de Roma, Fermi denominó a mi nueva partícula, la emitida en la desintegración beta, *neutrino* con objeto de diferenciarla del neutrón pesado¹⁸; este nombre italiano pronto se utilizó de forma general. Después de esto, la nueva idea de estructura nuclear se desarrolló rápidamente; según ésta, los núcleos están constituidos por protones y neutrones, que ahora llamamos «nucleones», y ambos son fermiones con espín 1/2. La idea tuvo su origen independiente en varios autores; en Italia fue defendida por Majorana y apoyada por Fermi.

Así pues, la situación se clarificó tras la Conferencia Solvay sobre núcleos atómicos que tuvo lugar en Bruselas en octubre de 1933 y en la cual, entre otros conferenciantes, Chadwick y Joliot dieron cuenta de sus descubrimientos experimentales acerca del neutrón y de la desintegración del positrón, y Heisenberg disertó

sobre la estructura nuclear. Asimismo, estuvieron presentes Fermi y Bohr. Ahora parecía evidente que sobre esta base de estructura nuclear, los neutrinos, como hoy los llamamos, deberían ser fermiones a fin de que se pudiera conservar la estadística en la desintegración beta. Además, Ellis presentó una comunicación sobre los nuevos experimentos realizados por su discípulo W.J. Henderson¹⁹, los cuales confirmaban el límite superior definido del espectro beta, así como su interpretación.

A la vista de esta nueva situación, mi cautela anterior para posponer la publicación me pareció ya superflua.

En la discusión que siguió a la exposición de Heisenberg comuniqué mis ideas sobre el neutrino (como ahora se denomina), las cuales aparecieron publicadas en el Informe de la Conferencia²⁰ y que se reproducen a continuación:

La dificultad proveniente de la existencia del espectro continuo de los rayos β consiste, como es sabido, en que la duración media de la vida de los núcleos que emiten estos rayos, así como la de los núcleos de los cuerpos radiactivos que de ellos resultan, posee valores bien determinados. De ahí se concluye necesariamente que el estado, así como la energía y la masa del núcleo que permanece tras la expulsión de la partícula β , están asimismo bien determinadas. No insisto sobre los esfuerzos que se podrían intentar para escapar a esta conclusión, pero creo, de acuerdo con la opinión de Bohr, que siempre nos enfrentaremos a situaciones insuperables en la explicación de los hechos experimentales.

En este sentido, se presentan dos interpretaciones de las experiencias. La que defiende Bohr admite que las leyes de la conservación de la energía y del impulso no se verifican de forma total cuando se trata de un proceso nuclear en el que las partículas ligeras juegan papel esencial. Esta hipótesis no me parece satisfactoria ni incluso plausible. En primer lugar, la carga eléctrica se conserva en el proceso, y no veo por qué la conservación de la carga habría de ser más fundamental que la de la energía y la del impulso. Además, son precisamente las relaciones energéticas las

¹⁷ Para la interpretación teórica del límite superior del espectro véase también C.D. Ellis y N.F. Mott, *Proceedings of the Royal Society* (Londres) A 141, 502 (1933).

¹⁸ Esta información se la debo a E. Amaldi.

¹⁹ W.J. Henderson, *Proceedings of the Royal Society* (Londres) A 147, 572 (1934).

²⁰ *Septième Conseil de Physique Solvay, 1933: Noyaux Atomiques*, París, 1934, págs. 324 sig.

que regulan varias propiedades características de los espectros β (existencia de un límite superior y relación con los espectros γ , criterio de estabilidad de Heisenberg). Si las leyes de la conservación no fueran válidas, sería preciso concluir de estas relaciones que una desintegración β es siempre acompañada de una pérdida de energía y nunca de una ganancia; esta conclusión implica una irreversibilidad de los procesos respecto al tiempo, que no me parece aceptable.

En junio de 1931, con motivo de una conferencia en Pasadena, propuse la interpretación siguiente: las leyes de la conservación siguen siendo válidas, la expulsión de partículas β es acompañada de una radiación muy penetrante de partículas neutras que no ha sido observada hasta el momento. La suma de energías de la partícula β y de la partícula neutra (o de las partículas neutras, pues se desconoce si hay una o varias) emitidas por el núcleo en un solo proceso, será igual a la energía que corresponde al límite superior del espectro β . Ni que decir tiene que no admitimos solamente la conservación de la energía, sino también la del impulso, la del impulso angular y la del carácter de la estadística en todos los procesos elementales.

En cuanto a las propiedades de estas partículas neutras, los pesos atómicos de los elementos radiactivos nos enseñan, en primer lugar, que su masa no puede sobrepasar mucho la del electrón. Para distinguirlas de los neutrones pesados, Fermi ha propuesto el nombre de «neutrino». Es posible que la masa propia de los neutrinos sea igual a cero, de forma que deberían propagarse con la velocidad de la luz, como los fotones. Además, su poder de penetración sobrepasaría en mucho el de los fotones de la misma energía. Me parece admisible que los neutrinos posean espín 1/2 y que obedezcan a la estadística de Fermi, aunque las experiencias no nos suministran prueba directa alguna de esta hipótesis. Nada sabemos de la interacción de los neutrinos con las demás partículas materiales y con los fotones: la hipótesis según la cual poseen un momento magnético, como yo había propuesto anteriormente (la teoría de Dirac conduce a prever la posibilidad de la existencia de partículas neutras magnéticas), no me parece del todo fundada.

En este sentido, el estudio experimental del balance del impulso en las desintegraciones β constituye un problema de la mayor importancia; se puede prever que las dificultades serán muy grandes a causa de la pequeñez de la energía de retroceso del núcleo.

La dificultad de las medidas del retroceso, a las que aquí se hace mención, sólo ha logrado superarse en fecha reciente.

Prosiguiendo con esto, Chadwick dio cuenta de los primeros e infructuosos intentos llevados a cabo para detectar la absorción de neutrinos experimentalmente; estos experimentos dieron un límite superior de 0,001 magnetones para el momento magnético del neutrino. La oposición de Bohr, comparada con la postura mantenida en su conferencia Faraday, se fue debilitando de forma apreciable. Como había sido muy cauto al afirmar la no validez de la ley de la energía, se restringió a su proposición, mucho más general, de que nadie sabía las sorpresas que aún podía depararnos este campo.

Por cierto, hasta 1936²¹ no aceptó completamente la validez de la ley de la energía en la desintegración beta y la existencia del neutrino; por aquella época ya se había desarrollado con éxito la teoría de Fermi.

3. La creación de una teoría de la desintegración beta

Estimulado por las discusiones de la Conferencia Solvay, Fermi²² desarrolló su teoría de la desintegración beta poco después. Parte de las conclusiones de Fermi en relación con la forma del espectro beta, y la deducción de la masa en reposo del neutrino, fueron también esbozadas de forma independiente y simultánea por F. Perrin²³, quien estaba igualmente presente en dicha Conferencia. De hecho, para este propósito no es necesaria una teoría completa de la interacción si uno se limita a las llamadas transiciones «permitidas», en las que es suficiente la aproximación no relativista para los nucleones del núcleo. Aparte de las correcciones debidas a la interacción de Coulomb entre núcleo y electrón, que sólo tienen importancia en el caso de cargas nucleares grandes, la forma del espectro beta está completamente determinada

²¹ N. Bohr, *Nature* 138, 25 (1936).

²² E. Fermi, *Ricerca Scientifica* 2, parte 12 (1933). *Zeitschrift für Physik* 88, 161 (1934).

²³ F. Perrin, *Comptes Rendus* 197, 1625 (1933).

para estas transiciones por el factor de peso estadístico $\rho(E_e)$ de la densidad de estados en el espacio de las fases. Este factor, que es muy sensible al valor de la masa en reposo m_ν del neutrino es dado por:

$$\rho(E_e) dE_e = p_e^2 dp_e p_\nu^2 \frac{dp_\nu}{dE_\nu} = p_e E_e p_\nu E_\nu dE_e. \quad (1)$$

Aquí se han utilizado las unidades naturales $\hbar = c = 1$; los subíndices e y ν se refieren a electrones y a neutrinos respectivamente, y la energía E y el momento p están relacionados por $E^2 = p^2 + m^2$, de modo que $dE/dp = p/E$.

Si ΔE es la diferencia entre las energías del núcleo en los estados inicial y final de la desintegración, la ley de la energía requiere que

$$E_\nu = \Delta E - E_e. \quad (2)$$

Puesto que m_ν es la energía mínima del neutrino, el límite superior E_0 de la energía del electrón en el espectro satisface la ecuación

$$E_0 = \Delta E - m_\nu, \quad (3)$$

es decir

$$E_\nu = E_0 - E_e + m_\nu \quad (4)$$

y

$$\rho(E_e) dE_e = p_e E_e (E_0 - E_e + m_\nu) \sqrt{(E_0 - E_e)(E_0 - E_e + 2m_\nu)} dE_e. \quad (5)$$

En el caso en que $m_\nu \neq 0$, el comportamiento de E_ν en las proximidades del límite superior E_0 , es decir, para $E_0 - E_e \ll m_\nu$ es bastante diferente de su comportamiento para $m_\nu = 0$, o sea

$$\rho(E_e) dE_e = p_e E_e (E_0 - E_e)^2, \text{ para } m_\nu = 0. \quad (6)$$

Por comparación con la forma empírica del espectro, Fermi y Perrin llegaron ya en 1933 a la conclusión de que $m_\nu = 0$.

La estimación más precisa del límite superior de la masa en reposo m_ν del neutrino, a partir del espectro beta del tritio (H^3) medido con gran exactitud por L.M. Langer y R.J.D. Moffat²⁴, se obtiene mediante el mismo principio²⁵.

El resultado es²⁶

$$m_\nu < 250 \text{ eV} = 0,002 m_e.$$

Así, en lo que sigue supondremos siempre que $m_\nu = 0$.

El diagrama de Kurie de las transiciones permitidas muestra que (salvo un factor $F(Z, E_e)$ debido a la corrección de Coulomb) el factor de densidad estadístico $\rho(E_e)$ basta para determinar la forma del espectro beta. Fue necesario que la técnica experimental se desarrollara lo suficiente antes de que se pudiera confirmar este resultado²⁷.

En el diagrama de Kurie

$$\sqrt{\frac{N(E_e)}{F(Z, E_e) p_e E_e}} = K(x) \quad (7)$$

está representado en función de

$$x = \frac{E_e - m_e}{\Delta E - m_e}, \quad (8)$$

²⁴ L.M. Langer y R.J.D. Moffat, *Physical Review* 88, 689 (1952).

²⁵ Además del factor estadístico ρ , para $m_\nu \neq 0$ interviene otra corrección que fue señalada por primera vez por J.R. Pruett, *Physical Review* 73, 1219 (1948). Depende de un factor que, en general, puede estar comprendido entre -1 y 1. La expresión más general de este factor en función de las constantes de acoplamiento puede verse en C.P. Enz, *Nuovo Cimento* 6, 250 (1957). Sin embargo, esta corrección se anula en la forma de la interacción que hoy se acepta.

²⁶ En relación con esto, cf. también L. Friedman y L.G. Smith, *Physical Review* 109, 2214 (1958); J.J. Sakurai, *Physical Review Letters* 1, 40 (1958); L. Friedman, *ibid.*, 1, 101 (1958).

²⁷ Un ejemplo de transición prohibida es la desintegración del RaE, que tan importante papel ha desempeñado en la historia de la interpretación del espectro electrónico continuo. La forma del espectro del RaE no está determinada exclusivamente por el factor de la densidad de estados ρ , por lo que aún hoy día resulta de interés como tema de investigación. Véase W. Bühring y J. Heintze, *Physical Review Letters* 1, 176 (1958) y *Zeitschrift für Physik* 153, 237 (1958).

donde $N(E_e)dE_e$ es el número de electrones emitido por segundo, integrado sobre todas las direcciones. Para $m_\nu = 0$ la teoría da

$$K(x) = 1 - x. \quad (9)$$

La fig. 2 muestra el carácter lineal del diagrama de Kurie para un ejemplo típico.

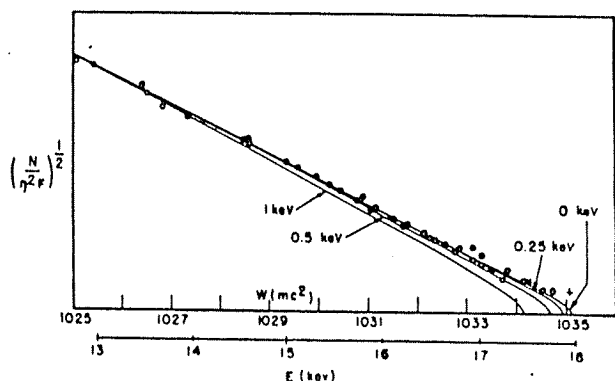


Fig. 2. Diagrama de Kurie del espectro del tritio.

A partir del resultado empírico de que para las transiciones permitidas el factor de peso estadístico $\rho(E_e)$ determina por sí mismo la forma del espectro, se pueden obtener aún más consecuencias sobre la base de la teoría de Fermi de 1933 de la desintegración beta y de sus generalizaciones. Fermi dedicó toda su atención al formalismo de la electrodinámica cuántica, desarrollado por Heisenberg y por mí, en el que los campos se representan como sumas de operadores de emisión y absorción dependientes del espacio y del tiempo, y sus propias contribuciones pronto le dieron una forma más elegante. Inmediatamente después de la conferencia de Bruselas comenzó a desarrollar una teoría de la desintegración beta, como ejemplo de una aplicación de estos métodos de cuantización del campo, que tuviera una relación tan estrecha como fuera posible con la electrodinámica. Así, expresó la energía de interacción por cm^3 como una suma de productos de

las componentes de *cuatro* campos de espinores diferentes (asociados con dos nucleones y dos leptones respectivamente), en el mismo punto del espacio-tiempo. Aunque es posible que este *carácter local de la interacción de Fermi* haya de ser refinado más adelante, ha demostrado ser una aproximación extraordinariamente buena en todos los casos. La expresión completa de la densidad de la energía de interacción debe ser un invariante relativista que satisfaga además estrictamente la ley de conservación de la carga eléctrica. Para ello existen cinco posibilidades típicas dependiendo de que se utilicen productos escalares de dos escalares (S), de dos seudoescales (P), de dos vectores (V), de dos pseudovectores o vectores axiales (A) o de dos tensores antisimétricos (T). En particular, y sugerido por la electrodinámica, Fermi eligió el tipo V .

En un principio, cada uno de estos tipos parecía dar lugar a *una* sola constante, pero esto se debía a la asunción de hipótesis especiales. Una de ellas es la de la conservación de la carga leptónica, que se explicará en la sección siguiente y que ha resistido hasta ahora la comprobación empírica. La otra era la hipótesis de una invariancia bajo la reflexión espacial sin cambio de la carga eléctrica («paridad»). En la sección final veremos que, en contra de lo esperado, esta hipótesis ha demostrado *no* ser válida. Así, la expresión más general que se puede concebir para la «interacción de Fermi» tiene aún diez constantes arbitrarias correspondientes a los cinco tipos. Sin embargo, en la naturaleza se da un caso particular (véase la sección 5), de modo que al final sólo permanece teóricamente indeterminado un cociente de constantes de acoplamiento.

Para profundizar en esto debemos primero señalar que en la aproximación no relativista para los nucleones, el tipo seudoescalar P no contribuye. Para saber algo acerca de este tipo es necesario considerar transiciones «prohibidas», en las que la aproximación no relativista desaparece, pero nosotros nos limitamos aquí a transiciones «permitidas» de la desintegración beta en la aproximación no relativista, por lo que omitimos el caso P .

Estas transiciones permitidas pertenecen a dos categorías según las reglas de selección del momento angular J del núcleo:

$$\begin{array}{lll} S, V & \Delta J = 0 & \text{Fermi (F),} \\ & (0 \rightarrow 0 \text{ permitida}) & \end{array} \quad (10a)$$

$$T, A \quad \Delta J = 0, \pm 1 \quad \text{Gamow-Teller (GT). (10b)}$$

$$(0 \rightarrow 0 \text{ prohibida})$$

Existen tanto transiciones de Fermi puras como transiciones de Gamow-Teller puras, mientras que en el caso general ambos elementos de matriz son diferentes de cero.

Fierz²⁸ fue el primero en señalar la importante conclusión de que en el caso general hay un factor adicional de la forma $1 \pm (bm_c / E_c)$ en la expresión de la distribución de energía del espectro beta; este es el caso en el que S, V o T, A tienen lugar simultáneamente. Sin embargo, la linealidad del diagrama de Kurie mostró que, en una buena aproximación, estos «términos de Fierz» deben anularse. Así, la conclusión es que *tanto los casos S y V como los casos T y A no pueden presentarse simultáneamente*²⁹.

Este resultado fue relacionado por B. Stech y J.H.D. Jensen³⁰ con una propiedad de transformación formal de la densidad de la energía de interacción, la cual, tras descubrirse la violación de la paridad, se ha demostrado que se puede generalizar y ha continuado siendo válida. Para explicar esto, debemos introducir la matriz de cuatro filas y cuatro columnas designada por γ_5 que tiene dos valores propios +1 y dos valores propios -1, de modo que

$$\frac{1 + \gamma_5}{2} \equiv \alpha^L, \quad \frac{1 - \gamma_5}{2} \equiv \alpha^R \quad (11)$$

son operadores de proyección. Las letras L y R significan izquierda y derecha y su justificación es que las componentes del espinor asociado

$$\psi^L = \alpha^L \psi; \quad \psi^R = \alpha^R \psi \quad (12)$$

corresponden a estados en los que el espín σ y el momento p (es decir, el sentido del movimiento) son antiparalelos o paralelos respectivamente:

²⁸ M. Fierz, *Zeitschrift für Physik* 101, 553 (1937).

²⁹ La conclusión sólo es válida en esta forma si existe invariancia bajo inversión temporal, lo que, sin embargo, parece ser válido en la naturaleza.

³⁰ B. Stech y J.H.D. Jensen, *Zeitschrift für Physik* 141, 175; 403 (1955).

$$\psi^L: \begin{array}{c} \sigma \\ \leftarrow p \end{array} \quad \psi^R: \begin{array}{c} \rightarrow \sigma \\ p \end{array}$$

(tornillo a izquierdas) (tornillo a derechas)

Fig.3. Dirección relativa del espín σ y del momento p para los estados caracterizados por ψ^L y ψ^R de una partícula libre de Dirac con masa en reposo nula.

Sólo en el caso de una partícula cuya masa en reposo sea nula, como es el del neutrino, estos estados son también estados estacionarios exactos de la partícula libre, mientras que en el caso del electrón, el término de masa de la ecuación de Dirac acopla las componentes L y R entre sí. Sin embargo, para energías del electrón que sean grandes en comparación con su masa en reposo³¹ se puede todavía hablar, de forma aproximada, de estados L y R de partículas libres.

La «transformación de Stech-Jensen» original consiste entonces en *multiplicar las componentes L por +1 y las componentes R por -1*, para el electrón y el neutrino simultáneamente, lo cual según las ecuaciones (11) y (12) es equivalente a

$$\Psi' = \gamma_5 \Psi. \quad (13)$$

Los cinco tipos de interacción se dividen entonces en dos clases

$$S, T, P \quad (14a)$$

y

$$V, A \quad (14b)$$

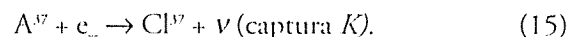
la primera de las cuales está multiplicada por -1 y la segunda por +1 bajo la transformación mencionada. Stech y Jensen propusieron que, en su transformación, la densidad total de la energía de interacción debería mostrar uno u otro comportamiento, *lo que excluye una mezcla de ambas clases*. Esto a su vez garantiza la anulación de los «términos de Fierz», demostrándose que es igualmente cierto.

Otra deducción teórica obtenida a partir de la linealidad del diagrama de Kurie que podemos mencionar aquí es la debida a S. Kusaka³², quien logró excluir el valor 3/2 del espín del neutrino, confirmando así el valor 1/2 que Fermi había supuesto.

³¹ Siempre utilizamos las unidades naturales $\hbar = c = 1$.

³² S. Kusaka, *Physical Review* 60, 61 (1941).

Con independencia del problema más profundo relativo a la forma de la interacción, fue además posible verificar experimentalmente la validez de la ley del momento en la emisión de neutrinos. Un dispositivo experimental particularmente claro es el de G.W. Rodeback y J.S. Allen³³, que utiliza la reacción de captura K por el A^{37} :



El retroceso del electrón de Auger es despreciable, por lo que el momento del neutrino se pone totalmente de manifiesto como retroceso de los átomos de Cl. La energía de retroceso de estos últimos se puede obtener experimentalmente a partir de su tiempo de vuelo, y concuerda con la calculada según la hipótesis de que $m_\nu = 0$ ³⁴.

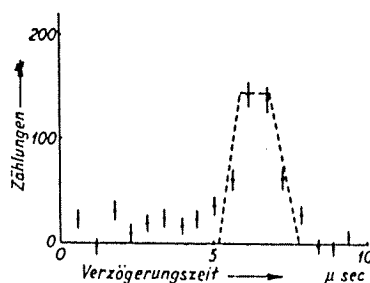


Fig. 4. Tiempo de vuelo de los átomos de Cl en retroceso de la reacción (15).

³³ G.W. Rodeback y J.S. Allen, *Physical Review* 86, 446 (1952).

³⁴ Cf. también la comprobación de la ley del momento en la desintegración beta ordinaria llevada a cabo por C.W. Sherwin, *Physical Review* 82, 52 (1951).

4. Comprobación experimental de la absorción de neutrinos libres.

Conservación de la carga leptónica, neutrino y antineutrino

Pese al éxito de la teoría de Fermi que, basada en la hipótesis del neutrino, establecía la interacción que daba lugar a la desintegración beta, el neutrino continuó siendo considerado por algunos físicos como algo no totalmente real. Todavía faltaba comprobar la absorción del neutrino libre, lo que fue posible mediante la utilización de reactores de uranio como fuentes de neutrinos, ya que éstos emiten del orden de 10^{20} neutrinos por segundo. Para el análisis que sigue es importante que en la práctica consideremos únicamente la desintegración en la que interviene el negatón (e_-), pues para la del positón (e_+) no existen fuentes disponibles. Al neutrino que acompaña al e_- se lo describe ahora convencionalmente como un antineutrino, asignándosele el símbolo $\bar{\nu}$. La desintegración en la que interviene el negatón corresponde entonces a la reacción



que tiene lugar tanto para neutrones libres como para neutrones ligados en los núcleos. Existe también la posibilidad teórica de un proceso de absorción de un antineutrino por un positón, que dé lugar a un neutrón y a un positón,



Esta posibilidad surge de la desintegración e_- ordinaria (16) por inversión de un proceso parcial en el que, en lugar de la absorción de e_- , tenga lugar la emisión de e_+ .

F. Reines y C.L. Cowan³⁵ lograron superar finalmente las

³⁵ C.L. Cowan hijo, F. Reines, F.B. Harrison, H. Kruse y A.D. McGuire, *Science* 124, 103 (1956). F. Reines y C.L. Cowan hijo, *Nature* 178, 446 (1956).

extraordinarias dificultades técnicas de la detección experimental, debidas al pequeño valor de la sección eficaz de esta reacción. Para ello fue necesario construir un «amplificador gigante» que permitiera la detección de los neutrones y positones que, según (17), se producen en la absorción de los antineutrinos generados por el reactor de uranio. Tras un tiempo finito de vuelo, los neutrones son absorbidos en núcleos de Cd, emitiendo radiación gamma, mientras que los positones se hacen visibles como rayos gamma debido a su aniquilación con los negatones. Un circuito de coincidencias retardadas permite detectar ambas radiaciones gamma. En la fig. 5 se describe el dispositivo experimental.

En la primera publicación (1956) del resultado experimental, la sección eficaz medida fue

$$Q = 6,3 \times 10^{-44} \text{ cm}^2 \pm 25\% \text{ por neutrino,}$$

que debido a la intensa corriente de neutrinos suministrada por el reactor da lugar a $2,88 \pm 0,22$ colisiones por hora.

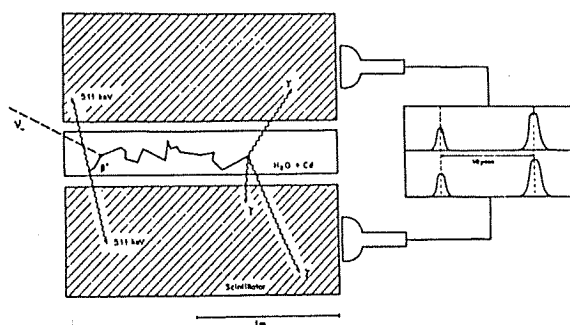


Fig. 5. Dispositivo experimental para la detección de antineutrinos según Reines y Cowan.

A fin de poder comparar las secciones eficaces de absorción medidas y las teóricas, se debe determinar experimentalmente el espectro de energía de los electrones emitidos en la fisión. Sin embargo, el valor teórico de la absorción (cuando la probabilidad de emisión es dada empíricamente) también depende de la forma particular de la interacción, ya que incluye un factor que puede tomar valores comprendidos entre 1 y 2. Esto fue analizado con

detalle por C. P. Enz³⁶. El valor de la sección eficaz de absorción publicada recientemente por Reines y Cowan³⁷ es

$$Q = (6,7 \pm 1,5) \times 10^{-43} \text{ cm}^2 \text{ por fisión}$$

que (si se utiliza el espectro electrónico generado por los productos de fisión) concuerda con el valor teórico³⁸ que se obtiene a partir del modelo de dos componentes del neutrino ahora aceptado (véase sección 5) que es

$$Q = (6,0 \pm 1) \times 10^{-43} \text{ cm}^2 \text{ por fisión.}$$

Nos encontramos ya con la pregunta de si hay dos clases de neutrinos simétricos, un neutrino ν emitido junto al e_+ según la ecuación



para protones ligados, y otro, el antineutrino que se emite con el e_- . Según esta concepción, la reacción (17) con ν en lugar de $\bar{\nu}$ sería imposible, aunque esto no admite comprobación experimental ya que no existen reactores como fuentes de neutrinos con emisión de positones. No obstante, podemos considerar la reacción correspondiente al proceso inverso a (15),



con antineutrinos en lugar de neutrinos ν , lo que corresponde a



para neutrones ligados en el núcleo de Cl^{37} . Según la idea de dos clases de neutrinos simétricos, esta reacción sería imposible.

Esto se puede formular de forma más concisa por medio de una *carga leptónica cuya suma se conserve en todas las reacciones posibles* y

³⁶ C.P. Enz, *Helvetica Physica Acta* 31, 69 (1958).

³⁷ F. Reines y C.L. Cowan jr., *Physical Review* 113, 273 (1958).

³⁸ R.E. Carter, F. Reines, J.J. Wagner y W.E. Wyman, *Physical Review* 113, 280 (1958).

que, aunque no tenga relación directa con el electromagnetismo, puede, al igual que la carga eléctrica, tomar ambos signos. Asignar un signo común de la carga leptónica a todos los leptones es puramente convencional; por otro lado, el signo del cociente entre la carga leptónica y la carga electromagnética de diversas partículas se debe fijar experimentalmente. Por ejemplo, que el muón (mesón- μ) μ_+ y el e_+ , y, de forma similar, el μ_- y el e_- , tengan la misma u opuesta carga leptónica no es cuestión de convenio. Los valores aceptados actualmente para la carga leptónica del e , μ y ν son

$$+1 \text{ para } \mu_-, e_-, \nu_-, \quad -1 \text{ para } \mu_+, e_+, \bar{\nu}. \quad (19)$$

Retornaremos al muón más adelante. Para partículas pesadas (bariones) tales como n y p , y para bosones como el π , la carga leptónica se supone nula. Vemos que esta asignación conduce al resultado de que *bajo la hipótesis de una ley de conservación de la carga leptónica, las reacciones (16), (16a) y (17) son permitidas, y las reacciones (18) y (18a) son prohibidas.*

La reacción (18) ha sido en realidad investigada por R. Davis⁴⁰ con resultado negativo, obteniendo un valor límite superior de $0,9 \times 10^{-45} \text{ cm}^2$ para la sección eficaz de la reacción. La precisión experimental, limitada por los efectos de fondo de la radiación cósmica, no es la suficiente para las necesidades teóricas. El máximo valor teórico posible de esta sección eficaz es sólo $2,6 \times 10^{-45}$ y son posibles teorías en las que este valor máximo esté multiplicado por un factor comprendido entre 0 y 1.

La reacción (18a) combinada con la (16) daría *emisión de dos electrones e sin emisión de neutrino*, siendo dos neutrones los que se convertirían simultáneamente en protones. Esta reacción, que evidentemente no satisface una ley de conservación de la carga leptónica, ha sido con frecuencia buscada directamente, aunque en vano, como una «desintegración beta doble». El resultado negativo más preciso de los conocidos es el relativo a la ausencia de una transición $\text{Nd}^{150} (Z=60) \rightarrow \text{Sm}^{150} (Z=62)$ ⁴⁰. La vida media del Nd resulta ser mayor que $4,4 \times 10^{18}$ años. Aunque hay que decir que en este caso la estimación teórica es incierta, ya que

⁴⁰ R. Davis, *Physical Review* 97, 766 (1955); *Bulletin of the American Physical Society*, Reunión de Washington, 1956, pág. 219.

⁴⁰ C.L. Cowan jr., F.B. Harrison, L.M. Langer y F. Reines, *Nuovo Cimento* 3, 649 (1956); *Physical Review* 106 (L), 825 (1957).

implica elementos de matriz desconocidos, conduce, como máximo, al valor plausible de 4×10^{15} años para la vida media del Nd que podría, sin embargo, elevarse hasta $1,9 \times 10^{18}$ años.

En resumen, podemos decir que la verificación empírica cuantitativa de una ley tan fundamental como la de la conservación de la carga leptónica deja en realidad mucho que desear. Por otro lado, todos los experimentos conocidos están en armonía con la hipótesis de esta ley de conservación, y en lo que sigue la supondremos correcta.

5. Violación de la paridad. Ley de la interacción débil

Hace dos años tuvo lugar un crítico debate sobre las simetrías de reflexión de las interacciones débiles que dio lugar a un nuevo desarrollo de este amplio campo de la física, del cual las propiedades del neutrino, tratadas en esta conferencia, constituyen sólo un caso especial. El denominado «problema $\theta - \tau$ » relativo a la desintegración de los mesones K , condujo a T. D. Lee y a C. N. Yang⁴¹ a investigar más profundamente, en el caso de las interacciones débiles, la evidencia empírica de la validez de la simetría de carga C (en general, C significa el intercambio entre partícula y antipartícula), así como a la de la reflexión espacial P (que viene de paridad; en ella, por definición no cambia el signo de la carga). Encontraron que esta evidencia era incorrecta y propusieron experimentos mediante los cuales se la podía comprobar.

Para gran sorpresa de muchos físicos, entre los que me incluyo, la primera vez que algunos de estos experimentos se llevaron a cabo, en enero de 1957, dieron el resultado anunciado de que tanto en la desintegración beta⁴² como en la producción y desintegración de mesones μ ⁴³, las operaciones de simetría C y P no se verificaban por separado.

⁴¹ T.D. Lee y C.N. Yang, *Physical Review* 104, 254 (1956).

⁴² C.S. Wu, E. Ambler, R.W. Hayward, D.D. Hoppes y R.P. Hudson, *Physical Review* 105, 1413 (1957): espines nucleares dirigidos de Co 60.

⁴³ R.L. Garwin, L.M. Lederman y M. Weinrich, *Physical Review* 105, 1415 (1957): ciclotrón; J.L. Friedman y V.L. Telegdi, *Physical Review* 105, 1681 (1957): placas fotográficas.

En lo que se refiere al significado fundamental de las cuestiones de simetría, remito a otro de mis ensayos⁴⁴ en el que se explican extensamente las tres categorías de interacciones: fuerte, electromagnética y débil. Sobre este tema, me limitaré aquí a hacer las siguientes observaciones. Además de las operaciones de simetría C y P , existe también la de inversión temporal T (en la que por definición no cambia el signo de la carga). El denominado teorema CPT afirma que, bajo hipótesis muy generales, la invariancia respecto al producto de las tres operaciones discretas C , P , T (en cualquier orden) ya se deduce de la invariancia respecto al grupo de Lorentz continuo. Además, los experimentos⁴⁵ realizados hasta ahora con este propósito han mostrado *la compatibilidad con la simetría T o con la simetría equivalente CP .*

Gustosamente aplico ahora la advertencia de Bohr, antes mencionada, de que en el caso de las interacciones débiles (como hoy las llamamos) «se debería estar preparado para sorpresas», como la de la violación de las simetrías C y P por separado. Su idea acerca de la violación de la ley de la energía en estas interacciones, idea que abandonó posteriormente, hubiese concernido al grupo *continuo* de traslaciones en el espacio y el tiempo (contenidas en el grupo de Lorentz inhomogéneo). Sin embargo, nuestra sorpresa actual se refiere a la inferior de las simetrías de los grupos de reflexiones *discretos* en el caso de las interacciones débiles. Ciertamente, esta sorpresa no hubiera tenido lugar si *todas* las leyes de la naturaleza manifestaran *sólo* las simetrías inferiores CP o T . Por tanto, se puede decir que el problema estriba en comprender *la razón de por qué las interacciones fuerte y electromagnética manifiestan la simetría superior C o P por separado.* Este problema aún no está resuelto. Mientras que en el electromagnetismo la simetría de reflexión superior podría tener alguna relación con la forma especial de la interacción, en las interacciones fuertes la situación es más compleja. Además, aquí surge la cuestión, que ha de ser decidida empíricamente, sobre si esta simetría de refle-

⁴⁴ W. Pauli, *Experientia* 14/1, 1958, pág. 1; ensayo 19 de este volumen. En este artículo se dan más referencias de experimentos realizados hasta finales de 1957.

⁴⁵ Para la situación actual de los experimentos (septiembre de 1958), remitimos al informe de M. Goldhaber en *Proceedings of the Eighth Annual International Conference on High Energy Physics*, Ginebra, 1958, pág. 233.

xión superior está realmente presente en *todas* las interacciones fuertes o solamente en las interacciones pión-nucleón y nucleón-nucleón. El futuro responderá a estas cuestiones.

La simetría de reflexión inferior de las interacciones débiles no se limita al neutrino, y por tanto no hay que atribuirla exclusivamente a propiedades especiales del mismo. Esto está bien establecido, por ejemplo, en la desintegración del hiperón neutro Λ^0 en un protón p y en un pión negativo π^- .

Para el neutrino existe una posibilidad especial que ya se trató en la sección 3: el denominado *modelo de dos componentes*. Según éste, en la naturaleza *tienen lugar las dos componentes R , o bien las dos componentes L* ⁴⁶ [véase ecuaciones (11) y (12)]. Después del primer artículo de Lee y Yang, varios autores, de forma independiente, sugirieron aplicar este modelo al neutrino⁴⁷. De hecho, el neutrino libre sólo tiene ya la simetría de reflexión que hemos designado por CP o T , puesto que la reflexión espacial (inversión del sentido del movimiento respecto al sentido del espín) está combinada simultáneamente con la transición de neutrino a anti-neutrino. *Hasta ahora, a la luz de todos los resultados experimentales, el modelo de dos componentes del neutrino es satisfactorio.*

Durante algún tiempo, mi actitud hacia este modelo especial fue algo escéptica⁴⁸, ya que me parecía que hacía demasiado énfasis en una posición excepcional del neutrino. Sin embargo, resultó ser susceptible de una interesante generalización respecto a la forma de la energía de interacción de todas las interacciones débiles, siguiendo la línea de pensamiento expresada por Stech y Jensen (véase sección 3).

En primer lugar, tanto los experimentos realizados sobre la polarización del electrón en la desintegración beta como los que se llevaron a cabo sobre la distribución angular de los electrones

⁴⁶ La «teoría de dos componentes» para partículas de masa en reposo cero fue dada en primer lugar por H. Weyl, *Zeitschrift für Physik* 56, 330 (1929). En mi artículo de *Handbuch der Physik* («Principles of Wave Mechanics», Berlín 1933), especialmente en la pág. 226, se discute críticamente. Esto fue *antes de que Dirac* diera a conocer su teoría de huecos, por lo que aún no se tenía noticia de la simetría de reflexión del modelo (CP o T) por el que se intercambia partícula por antipartícula.

⁴⁷ A. Salam, *Nuovo Cimento* 5, 229 (1957); T.D. Lee y C.N. Yang, *Physical Review* 105, 1671 (1957); L. Landau, *Nuclear Physics* 3, 127 (1957).

⁴⁸ Véase nota 46.

con espín nuclear dirigido, eran compatibles con la siguiente alternativa: o se tiene sólo interacción A y V con un modelo L del neutrino, o sólo se tiene interacción S y T con un modelo R .

En el caso de la desintegración de mesones μ , y sobre la base del modelo de dos componentes, en seguida fue posible discriminar a favor de la segunda posibilidad de entre las dos siguientes:

$$\mu \rightarrow e + \nu + \bar{\nu} \text{ (o } \mu \rightarrow e + \bar{\nu} + \bar{\nu}) \text{ y } \mu \rightarrow e + \nu + \bar{\nu} \quad (20)$$

Solamente para esta posibilidad concuerda con la experiencia la forma del espectro de energía de los electrones (el denominado «parámetro de Michel» $\rho = 3/4$). La medida de la dirección de vuelo en el espacio de los electrones respecto a la dirección de movimiento de los mesones μ que se producen en el proceso

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu \quad \text{o bien} \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu} \quad (21)$$

dio entonces como resultado que, según la teoría de las dos componentes, sólo permanezcan las interacciones del tipo V y A , y en el caso (20) deben de tener la misma intensidad. Por lo que se refiere al mesón μ , mencionaremos que debe asimismo estar presente la interacción débil entre (p, n) y (μ, ν) , como lo demuestra la captura de mesones μ por núcleos.

La reacción

$$\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu \quad \text{o bien} \quad \pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu} \quad (22)$$

ha sido buscada en vano durante mucho tiempo; sin embargo, recientemente se ha logrado mostrar su presencia⁴⁹. No obstante, de momento es aún prematuro tratar la cuestión cuantitativa acerca de la frecuencia relativa de las reacciones (22) y (21) comparando teoría y experimento. El orden de magnitud del cociente

de las secciones eficaces de las desintegraciones electrónicas y mesónicas del pión está comprendido entre 10^{-6} y 10^{-4} .

Aún más difícil fue la decisión de adoptar la alternativa de las interacciones S , T frente a la de las V , A en la desintegración beta. Esta decisión se mantuvo durante mucho tiempo como consecuencia de las medidas de retroceso erróneas realizadas en He⁶. La primera *indicación correcta en favor de la alternativa (V, A)* fue dada por la correlación angular entre electrón y neutrino en A^{35 50}, determinada mediante experimentos de retroceso, indicación que concordaba asimismo con el resultado de un elegante experimento realizado por M. Goldhaber, L. Grodzins y A.W. Sunyar⁵¹. Este experimento posibilitó deducir directamente el sentido del neutrino emitido a partir del sentido de la polarización circular de los rayos gamma emitidos, tras la captura de un electrón de las capas atómicas internas, mediante difusión de resonancia de los rayos gamma en los núcleos residuales. *El experimento con Eu¹⁵² dio un neutrino L*, lo que, en concordancia con otros experimentos ya mencionados, corresponde a la *alternativa (V, A)*.

Esto se confirmó⁵² posteriormente (mediante nuevos experimentos de retroceso en He⁶), de forma que se puede considerar como seguro.

Sobre la base de la transformación de Stech y Jensen, en combinación con el modelo de dos componentes del neutrino, la interpretación teórica parece quedar reflejada en el siguiente postulado: *la energía de toda interacción débil de 4 fermiones debe implicar, «con carácter universal», sólo componentes R o L de los fermiones involucrados*⁵³. Una formulación equivalente de este requisito es que en la transformación $\Psi' = \gamma_5 \Psi$ de cada una de las partículas que participan, la densidad de la energía de interacción

⁴⁹ W.B. Hermannsfeldt, D.R. Maxson, P. Stähelin y J.S. Allen, *Physical Review* 107, (L), 641 (1957).

⁵⁰ M. Goldhaber, L. Grodzins y A.W. Sunyar, *Physical Review* 109, 1015 (1958).

⁵¹ Véase nota 45.

⁵² Esto ha de verificarse para que incluya la condición de que esta interacción no debe involucrar las derivadas de estas componentes de espín explícitamente. Para partículas de masas en reposo distintas de cero, las componentes R se pueden expresar en función de las derivadas primeras de las componentes L y viceversa.

⁴⁹ T. Fazzini, G. Fidecaro, A.W. Merrison, H. Paul y A.V. Tollestrup, *Physical Review Letters* 1, 247 (1958); así como G. Impeduglia, P. Plano, A. Prodell, N. Samios, M. Schwartz y J. Steinberger, *Physical Review Letters* 1, 249 (1958). Para experimentos anteriores negativos y estimaciones teóricas, véase por ejemplo S. Lokanathan y J. Steinberger, *Nuovo Cimento*, suplemento al volumen 2, 151 (1955). También H.L. Anderson y C.M.G. Lattes, *Nuovo Cimento* 6, 1356 (1957).

debe, «con carácter universal», permanecer invariable o cambiar su signo⁵⁴.

La transformación de Stech-Jensen se refiere a un par de partículas simultáneamente, mientras que el modelo de dos componentes del neutrino es equivalente al resultado que se obtiene de la transformación para el neutrino solo. *El postulado en cuestión, referido a la transformación ampliada de Stech-Jensen, es por tanto una generalización natural del modelo de dos componentes del neutrino.*

Como puede verse fácilmente, este postulado conduce a la única ley de interacción (automáticamente invariante CP o T)

$$\begin{aligned} & [\bar{\Psi}_1 \gamma_\mu (1 \pm \gamma_5) \Psi_2] [\bar{\Psi}_3 \gamma_\mu (1 \pm \gamma_5) \Psi_4] \\ & \equiv [\bar{\Psi}_1 \gamma_\mu (1 \pm \gamma_5) \Psi_4] [\bar{\Psi}_3 \gamma_\mu (1 \pm \gamma_5) \Psi_2] \end{aligned} \quad (23)$$

La identidad de ambas expresiones es puramente una cuestión de álgebra. El signo de γ_5 debe ser, «con carácter universal», el mismo, y su elección depende de lo que el convenio considere partícula y antipartícula. Como es usual, $\bar{\Psi} = \Psi^* \gamma_0$, y Ψ^* denota el operador hermítico conjugado de Ψ . En (23) no figura explícitamente la constante de acoplamiento. El postulado, en la forma que se utiliza aquí, *no* tiene por qué ser el mismo para la interacción de partículas diferentes.

El postulado de las interacciones débiles R o L , «con carácter universal», exige en general *la igualdad de las intensidades de las interacciones V y A . Sin embargo, esto no es empíricamente correcto para los nucleones en la desintegración beta.* El resultado empírico puede ahora⁵⁵ resumirse como sigue. La interacción para la desintegración beta es

$$\frac{1}{\sqrt{2}} C [\bar{p} \gamma_\mu (1 + \lambda \gamma_5) n] [\bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu] + \text{herm. conj.} \quad (24)$$

⁵⁴ Este postulado, o uno equivalente, fue sugerido independientemente por varios autores: E.C.G. Sudarshan y R.E. Marshak, *Physical Review* 109 (L), 1860 (1958); J.J. Sakurai, *Nuovo Cimento* 7, 649 (1958); R.P. Feynman y M. Gell-Mann, *Physical Review* 109, 193 (1958).

⁵⁵ Véase nota 45. Aquí se ha hecho uso esencialmente de una nueva medida realizada por los autores rusos A.N. Sosnovskij, P.E. Spivak, Yu. A. Prokofiev, I.E. Kustikov y Yu. P. Dobrynin de la vida media del neutrón libre, a saber, 11.7 ± 0.3 min.

Para esta expresión más general de la interacción, la invariancia CP o T es equivalente a afirmar que la constante λ es real, lo que está refrendado por la experiencia⁵⁶. Los valores numéricos de las constantes son

$$\lambda = 1.25 \pm 0.04, \quad C = (1.410 \pm 0.009) \times 10^{-49} \text{ erg cm}^3.$$

La expresión siguiente de la energía de interacción es apropiada para la desintegración del mesón μ :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2}} C [\bar{\nu} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \mu] [\bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu] + \text{herm. conj.} \\ & \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} C [\bar{\nu} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu] [\bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \mu] + \text{herm. conj.} \end{aligned} \quad (25)$$

Las dos constantes C de las desintegraciones de mesón y nucleón son, en buena aproximación, empíricamente iguales.

Para interpretar la divergencia de la constante λ de la unidad, Feynman y Gell-Mann⁵⁷ han propuesto una hipótesis interesante. Si se reemplaza en (24) $[\bar{p} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) n]$ por la componente apropiada del espín isotópico total, que incluye los mesones π , de forma que la ley de la interacción sea ahora

$$\begin{aligned} & C \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{p} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) n) - \left(\pi_0 \frac{\partial \pi^*}{\partial x_\mu} - \pi^* \frac{\partial \pi_0}{\partial x_\mu} \right) \right\} [\bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu] \\ & + \text{herm. conj.} \end{aligned} \quad (24a)$$

se restaura el postulado de la interacción débil L «con carácter universal». En esta expresión, el campo $\pi_0(x)$ corresponde al mesón π neutro, y el campo (complejo) $\pi(x)$ al mesón cargado π .

⁵⁶ Véase nota 45.

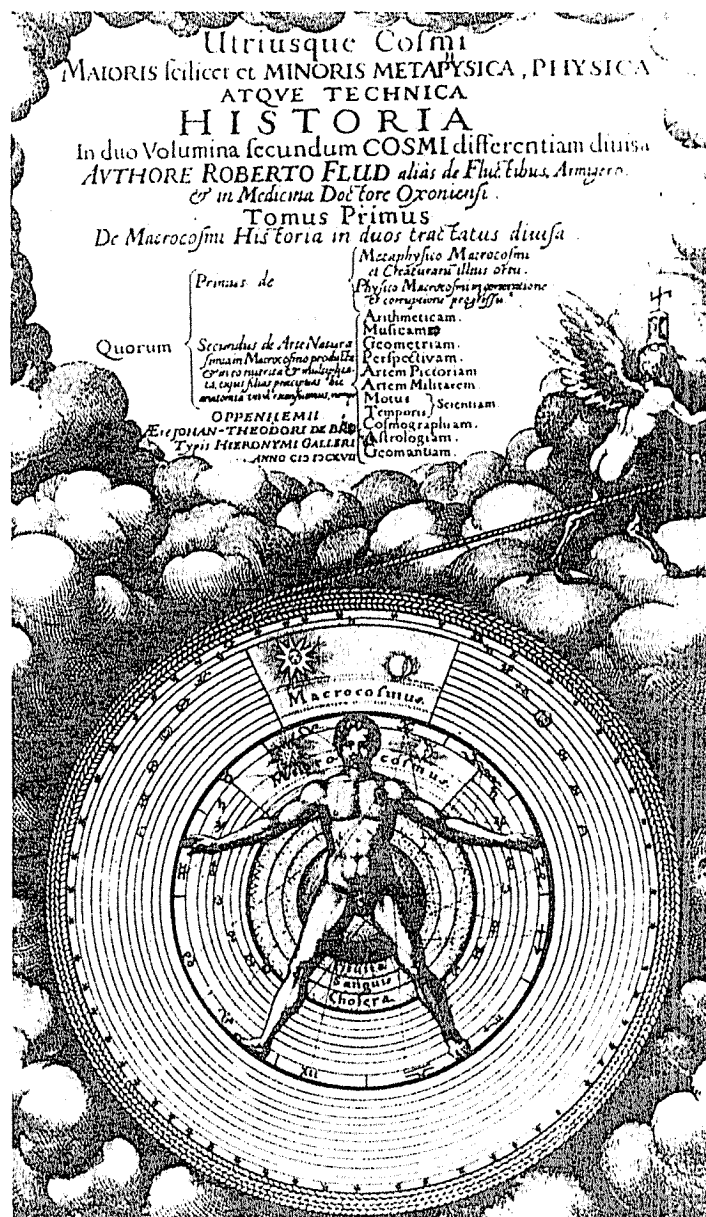
⁵⁷ Véase nota 54. Cf. también S.S. Gershtein e I.A. Zel'dovich, *Soviet Physics JETP* 2, 576 (1956), y M. Gell-Mann, *Physical Review* 111, 362 (1958), donde se discuten posibles comprobaciones experimentales de la nueva expresión.

Para explicar λ se invoca el concepto de «renormalización de las constantes de acoplamiento». La conservación del isospín total en el acoplamiento (fuerte) pión-nucleón asegura que éste cambiará sólo la constante de acoplamiento de la parte axial (A) de la interacción, mientras que dejará invariable la constante de acoplamiento V .

A modo de crítica, deberíamos decir que únicamente un cálculo de λ , a partir de otros datos empíricos de la interacción pión-nucleón, transformará el esquema de «renormalización» formal, aún incompleto, en una teoría adecuada. Sin embargo, tal teoría no está de momento disponible. La interacción directa de piones con electrón y neutrino propuesta, abre la esperanza a posibilidades de comprobación experimental.

Hemos seguido la historia del neutrino desde el comienzo y hemos visto cómo las ideas y conceptos originales se han demostrado posteriormente válidos. Parece haberse alcanzado ahora un punto en el que la física del neutrino se funde con la física más general de las partículas elementales. Hoy día aún describimos cada una de estas partículas por su propio campo, y cada tipo de interacción por sus propias constantes de acoplamiento.

Por ejemplo, ¿cuál es el significado del pequeño valor numérico de la constante de la interacción de Fermi, con dimensiones de sección eficaz, comparada con otras secciones eficaces atómicas? El siguiente paso, la supresión de la física fenomenológica de los campos individuales y de las constantes de acoplamiento en favor de una concepción unificada, será probablemente mucho más difícil que lo conseguido hasta ahora.



Portadilla de la obra de Robert Fludd *Utriusque cosmi maioris scilicet et minoris metaphysica, physica atque technica historia*
Oppenheim, 1617-1621

La influencia de las ideas arquetípicas en las teorías científicas de Kepler *

Entre tanto he continuado mi excursión por el siglo XVII. El que Newton colocara el espacio y el tiempo *quasi* a la mano derecha de Dios, y, ciertamente, en el lugar dejado vacío por el Hijo de Dios desalojado por él de allí, es un típico cuento mordaz de la historia de las ideas, que llegué a conocer gracias a la lectura de su conferencia sobre Newton. Como es sabido, supuso un esfuerzo extraordinario volver a bajar después de ese Olimpo al espacio y al tiempo. Este trabajo se tornó, si cabe, más difícil, de forma artificial, por el intento filosófico de Kant de cerrar la entrada a ese Olimpo para la razón humana.

Por este motivo, me hallo particularmente interesado por la época en la que espacio y tiempo *todavía* no estaban allí arriba, y, sobre todo, por el momento justamente *anterior* a esa operación fatal. De ahí mi estudio sobre Kepler. He prometido a C.A. Meier pronunciar una conferencia en el Club de Psicología sobre *El influjo de representaciones arquetípicas en la formación de las teorías científico-naturales en Kepler*. Kepler utiliza el término «arquetipos», y también «arquetípico», de manera bastante similar al uso que Jung hace de ese concepto, de forma que no es necesario subrayar una distinción especial. (Ambos utilizan asimismo las mismas formas antiguas.) Acto seguido, creo poder demostrar, a partir de los escritos de Kepler, una conexión quizá no del todo carente de interés entre su símbolo trinitario esférico, que arrastra a través de casi toda su obra, y su convicción heliocéntrica, defendida con tanto apasionamiento (en este sentido, resultan particu-

* Publicado por primera vez en alemán con el título «Der Einfluß archetypischer Vorstellungen auf die Bildung naturwissenschaftlicher Theorien bei Kepler», en *Naturerklärung und Psyche*, Rascher Verlag, Zurich, 1952. Trad. ing. Priscilla Silz publicada en *The Interpretation of Nature and the Psyche*, Serie Bollingen LI, Pantheon Books, Nueva York, 1955.

larmente enriquecedores los argumentos de Kepler en el libro de óptica *Paralipomena ad Vitellionem*).

Carta de Pauli a Markus Fierz, 29 de diciembre de 1947.

Nota introductoria *

Constituye un deber para mí expresar mi más caluroso agradecimiento a todos aquellos que me han prestado su ayuda y estímulo para escribir y publicar este ensayo. En particular, agradezco al profesor Erwin Panofsky, del Instituto de Estudios Avanzados de Princeton, por los muchos debates mantenidos acerca de los problemas que aquí se tratan relativos a la historia de las ideas, así como por la recopilación y juicio crítico de los textos originales y de varias traducciones del latín; al profesor C. G. Jung y al doctor C. A. Meier les agradezco las detalladas y esenciales discusiones mantenidas sobre el aspecto psicológico de la formación de los conceptos científicos y de su fundamento arquetípico, y a la doctora M.-L. von Franz, sus traducciones del latín, las más numerosas e importantes de este ensayo, así como el esmerado y a veces tedioso examen de los diferentes textos originales. Sus traducciones en la edición inglesa han sido revisadas por el profesor Panofsky. Debo añadir que dicha edición contiene algunas correcciones de poca importancia.

1

Aun cuando el tema de este estudio es histórico, no es su propósito la enumeración de hechos concernientes a la historia de la ciencia, ni tan siquiera el de hacer una valoración de un gran científico; antes bien, pretende ilustrar puntos de vista concretos sobre el origen y el desarrollo de conceptos y teorías de las ciencias

* Esta Nota introductoria figura como posdata en la versión alemana original.

naturales a la luz de un ejemplo histórico. Al hacerlo tendremos ocasión, asimismo, de considerar el significado que tienen para la ciencia moderna los problemas surgidos durante el siglo XVII, período al que vamos a referirnos.

En contraposición a la concepción puramente empírica según la cual las leyes de la naturaleza pueden derivar con certeza virtual sólo del material proporcionado por la experiencia, muchos físicos han hecho notar recientemente que la intuición y la forma en que se dirija la atención juegan considerable papel en el desarrollo de los conceptos e ideas, que generalmente trascienden la mera experiencia, y que son necesarios para fundamentar un sistema de leyes naturales (es decir, una teoría científica). Desde el punto de vista de esta concepción no puramente empírica, de la cual participamos, cabe plantearse la siguiente cuestión: ¿cuál es la naturaleza del vínculo entre las percepciones sensoriales y los conceptos? Todos los pensadores lógicos han llegado a la conclusión de que la lógica pura es fundamentalmente incapaz de construir tal vínculo. Parece más satisfactorio, llegados a este punto, postular un orden cósmico independiente de nuestro arbitrio y diferente del mundo fenomenológico. Tanto si se habla de «la participación de las cosas naturales en las ideas» como de «un comportamiento de las cosas metafísicas, es decir, de aquellas que son reales en sí mismas», se afirma la relación entre percepción sensorial e idea sobre el hecho de que para ser objetivos, tanto el espíritu del perceptor como el reconocido por la percepción han de estar sometidos a un pensamiento de orden.

Cada reconocimiento parcial de este orden en la naturaleza conduce a la formulación de juicios que, por una parte, concierne al mundo fenomenológico, y, por otra, lo trascienden al emplear, «idealizándolos», conceptos lógicos generales. El proceso de comprensión de la naturaleza, así como la felicidad que el hombre experimenta al comprenderla, esto es, la verificación consciente del nuevo conocimiento, parece estar basada en una correspondencia, en un «hermanamiento» de las imágenes internas preexistentes en la psique humana con los objetos externos y con su comportamiento. Por supuesto, esta interpretación del conocimiento científico se retrotrae a Platón y, como veremos, es asumida claramente por Kepler. De hecho, éste habla de ideas preexistentes en la mente de Dios y que fueron implantadas en el alma, la imagen de Dios, durante la creación. Estas imágenes pri-

marías que el alma puede percibir con la ayuda de un «instinto» innato son las que Kepler denomina arquetípicas (*archetypalis*). Existe gran concordancia entre dichas imágenes y las «imágenes primordiales» o *arquetipos* introducidas en la psicología moderna por C.G. Jung, que funcionan como «instintos de la imaginación». La psicología moderna, al probar que el mecanismo de la comprensión es un prolijo proceso desencadenado por otros que tienen lugar en el inconsciente, antes de que el contenido del consciente pueda ser formulado racionalmente, ha dirigido de nuevo la atención al preconsciente, el nivel arcaico del conocimiento. En este nivel, el lugar de los conceptos claros es ocupado por imágenes con fuerte contenido emocional, no pensadas, sino observadas como si estuvieran siendo dibujadas. Como quiera que estas imágenes son «la expresión de un oscuro estado de cosas, sospechado pero aún desconocido», pueden ser denominadas simbólicas según el concepto de símbolo propuesto por C.G. Jung. Por consiguiente, en tanto que operadores de *orden* y formadores de imágenes en este mundo simbólico, los arquetipos funcionan como el vínculo perdido entre las percepciones sensoriales y las ideas, siendo, en consecuencia, una presuposición que es incluso necesaria para el desarrollo de una teoría científica de la naturaleza. Sin embargo, hay que ser cautos a la hora de transferir este *a priori* del conocimiento a la mente consciente y relacionarlo con ideas definidas susceptibles de ser formuladas racionalmente.

2

Como consecuencia de la actitud racionalista de los científicos a partir del siglo XVIII, los procesos de fondo que acompañan el desarrollo de las ciencias naturales, aunque siempre presentes y de efecto decisivo, permanecieron en gran medida desatendidos, es decir, confinados al inconsciente. Por otra parte, en el medievo y hasta el comienzo de la edad moderna no se puede hablar de ciencia natural en el sentido actual, sino meramente del estadio precientífico antes mencionado, o sea, de una descripción simbólica y mágica de la naturaleza. Por supuesto que esto se encuentra también en la alqui-

mia, cuya significación psicológica ha constituido el tema de una intensa investigación por parte de C.G. Jung. Así pues, he centrado especialmente mi atención en el siglo XVII, en el que como fruto de un gran esfuerzo intelectual emergió del fértil suelo de una concepción mágico-animista de la naturaleza una forma auténticamente científica de pensamiento bastante novedosa en aquella época. La figura de Johannes Kepler (1571-1630) me ha parecido sumamente adecuada al propósito de ilustrar la relación existente entre las ideas arquetípicas y las teorías científicas de la naturaleza, ya que sus ideas representan un estadio intermedio notable entre las antiguas descripciones mágico-simbólicas de la naturaleza y las modernas, caracterizadas por su contenido matemático cuantitativo¹.

En aquella época, muchas de las cosas que posteriormente experimentaron una división como consecuencia de un esfuerzo crítico aún permanecían fuertemente interrelacionadas. Así, la visión del Universo no estaba escindida como ahora en una perspectiva religiosa y otra científica. En *Ad Vitellionem paralipomena* figuran meditaciones religiosas, un símbolo casi matemático como el de la Trinidad, teoremas ópticos modernos y descubrimientos esenciales en la teoría de la visión y de la fisiología del ojo (tales como la comprobación de que la retina es el órgano sensible del mismo). Kepler era partidario apasionado del sistema heliocéntrico copernicano, y sobre él escribió el primer libro de texto coherente, al que tituló *Epitome astronomiae Copernicanae*. En las páginas siguientes examinaremos con detalle, y en términos generales, la relación entre su credo heliocéntrico, como me gustaría denominarlo en clara alusión al credo religioso, y su forma con-

¹ Las obras maestras de Kepler son:

Mysterium cosmographicum (Tubinga, 1ª ed., 1596; 2ª ed., 1621). Hay trad. castellana: *El secreto del Universo*, Madrid, Alianza, 1992.

Ad Vitellionem paralipomena, quibus astronomiae pars optica traditur (Frankfurt del Meno, 1604).

De stella nova in pede serpentarii (Praga, 1606).

De motibus stellae Martis (Praga, 1609).

Tertius interveniens (Frankfurt del Meno, 1610).

Dioptrice (Augsburgo, 1611).

Harmonices mundi (en cinco libros, Augsburgo, 1619).

Epitome astronomiae Copernicanae (Linz y Frankfurt del Meno, 1618-1621).

Debe señalarse que la obra maestra de Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, apareció en 1687. [*Principios matemáticos de la filosofía natural*, 2 vols., Alianza, Madrid, 1987.]

creta de religión cristiano-protestante, y, en particular, la existente con sus símbolos e ideas arquetípicas.

Partiendo de la concepción heliocéntrica, Kepler descubrió sus tres famosas leyes del movimiento planetario: 1. Los planetas describen elipses en las que el Sol ocupa uno de sus focos, ley descrita en *De motibus stellae Martis*; 2. El radiovector de cualquier planeta barre áreas iguales en tiempos iguales, que figura asimismo en dicha obra; y 3. El tiempo de revolución τ es proporcional a $a^{3/2}$, siendo a el semieje mayor, ley que aparece reflejada en *Harmonices mundi*, libro V. No mucho después de su descubrimiento, estas leyes que hoy día figuran en todos los libros de texto se convirtieron en uno de los pilares sobre los que Newton² basó su teoría de la gravitación, es decir, la ley que establece que la fuerza gravitacional varía proporcionalmente a la inversa del cuadrado de la distancia que separa dos objetos masivos.

Sin embargo, las leyes descubiertas por Kepler, la tercera tras años de esfuerzo, no eran las que en principio estaba buscando. Si estaba fascinado por la antigua idea pitagórica de la música de las esferas (la cual, incidentalmente, también desempeñaba un papel relevante en la alquimia de la época), e intentaba encontrar en el movimiento de los planetas las mismas proporciones que aparecen en los armoniosos sonidos de los tonos y en los poliedros regulares. Para él, auténtico descendiente espiritual de los pitagóricos, todo lo bello debía fundarse en una proporción correcta, pues estaba convencido de que «Geometria est archetypus pulchritudinis mundi» (La geometría es el arquetipo de la belleza del mundo). Este axioma incluye simultáneamente su fuerza y su limitación, pues sus ideas sobre los cuerpos regulares y las proporciones armoniosas no funcionaban, después de todo, en el sistema planetario, y una línea de investigación como la emprendida por su coetáneo Galileo, quien había centrado su interés en la aceleración constante de los cuerpos en caída libre, era bastante ajena a la actitud de Kepler, ya que implicaba la desespiritualización del mundo físico, idea que sólo iba a ser completada en *Principia* de Newton y que aún no había progresado lo suficiente. Desde el punto de vista de Kepler, los planetas constituían aún entidades vivas dotadas de almas propias, y puesto que la Tierra había perdido su posición singular entre ellos, tuvo que postular asimismo

² *Principia*.

un *anima terrae*. Veremos cómo las almas de los cuerpos celestes desempeñan papel esencial en la concepción astrológica de Kepler, pero, con todo, la desespiritualización del mundo físico ya había hecho mella en su pensamiento. Es cierto que ocasionalmente menciona el alma del mundo alquímico, el *anima mundi* que permanece latente en la materia, responsable del origen de una nueva estrella (*De stella nova*, cap. 24) y del que se dice que tiene su sede, esto es, su concentración especial, en el Sol, pero puede verse con claridad que ese *anima mundi* ya no es más que una reliquia en la mente de Kepler, desempeñando un papel subordinado si se la compara con las almas individuales de los diferentes cuerpos celestes. Aunque las ideas de Kepler revelan de forma inequívoca la influencia de Paracelso y de sus discípulos, el antagonismo entre su método de aproximación científico y la actitud mágico-simbólica de la alquimia era, pese a todo, tan fuerte que Fludd, famoso alquimista de su tiempo y miembro de los rosacruces, mantuvo una violenta polémica a propósito de la obra maestra de Kepler, *Harmonices mundi*. En la sección 6 tendremos ocasión de referirnos a esta polémica en la que se pone de manifiesto la colisión entre dos mundos intelectualmente opuestos.

Antes de referir con detalle las ideas de Kepler, aportaré algunos breves datos biográficos que ayuden a esclarecer el trasfondo histórico de su vida. Nació en 1571 en la ciudad de Weil, en Württemberg, y se educó en la fe protestante. Aunque en realidad sus padres pretendieron que fuera clérigo, como consecuencia de su aceptación de la doctrina copernicana pronto entró en conflicto con la teología evangélica predominante en Württemberg. Mästlin, su profesor de matemáticas y astronomía, le consiguió un puesto de docente en Graz, y cuando Kepler le envió su primer trabajo, *Mysterium cosmographicum*, para que se publicara en Tubinga, tuvo que hacer frente a la objeción del Senado, ya que la doctrina concerniente al movimiento de la Tierra que figuraba en el mismo se decía que podía menoscabar la reputación de la Sagrada Escritura. Sin embargo, las dificultades se superaron y el trabajo pudo aparecer publicado. Pero no fue ésta la única dificultad a la que tuvo que enfrentarse Kepler, ya que posteriormente el archiduque Fernando, gobernador de Estiria, aplicó de forma rigurosa en sus tierras la Contrarreforma, y aquél, como protestante que era, fue desterrado del país bajo pena de muerte. Afortunadamente, esta decisión le llevó a establecer relación con Tycho Brahe,

quien, en 1599, algunos años después de la muerte de su benefactor Federico II de Dinamarca, había aceptado la sugerencia del emperador Rodolfo II y se había trasladado a Praga, abandonando su famoso observatorio Stjerneborg en la isla de Hven. Ese mismo año, nada más haberse exiliado de Graz, Kepler recibió invitación de Tycho desde Praga, y la colaboración entre ambos astrónomos se reveló en extremo fructífera. Es cierto que Tycho murió dos años después, pero a partir de sus observaciones exactas Kepler logró deducir sus dos primeras leyes, y la sustitución de los círculos por elipses (1609) constituyó una gran revolución en astronomía.

Tras la muerte de Rodolfo II, Kepler se trasladó a Linz, donde se vio obligado a efectuar gran derroche de energía en defensa de su madre, que había sido acusada de brujería debido a que una vecina había caído enferma, afirmando que como consecuencia de un hechizo de aquélla; finalmente, logró rescatarla de la tortura y de la hoguera. En 1619, año en que Kepler publicó su obra *Harmonices mundi*, el anterior archiduque, Fernando II, ascendió al trono imperial. Las persecuciones de los protestantes se reavivaron, y en 1626 Kepler hubo de renunciar a su puesto de Linz. Tras diversas negociaciones con Wallenstein que acabaron a la caída de éste, Kepler viajó en 1630 a Regensburg para presentar sus reclamaciones financieras en la Dieta Imperial. Su salud ya estaba bastante debilitada y al pronto de su llegada sucumbió a las emociones y agitación del viaje. Fue enterrado extramuros de la ciudad, y la guerra de los treinta años borró pronto todo rastro de su tumba.

3

Sin embargo, la tumba de Kepler tiene para nosotros mucha menor importancia que las ideas que expresó claramente en sus bien conservados trabajos y que ahora examinaremos de cerca como documentos de una época que, pese a las confusiones políticas y religiosas de todo tipo, constituyó un período de florecimiento científico.

Los conceptos arquetípicos de Kepler están ordenados *jerárquicamente* de forma tal que la Divinidad Cristiana trina, incapaz de ser representada, ocupa el lugar más elevado y cada nivel es una

imagen del que ocupa el lugar superior. A este respecto, Kepler invoca la autoridad de la doctrina *signatura rerum*, los signos de las cosas, doctrina que utilizaron y extendieron Agripa de Nettesheim y Paracelso y sus discípulos. Según esta teoría, que se originó en el medievo y que está relacionada de cerca con la vieja idea de la correspondencia entre el micro y el macrocosmos, las cosas tienen un significado oculto que está expresado en su forma externa, ya que ésta señala a otro nivel, no directamente visible, de realidad. Ahora bien, para Kepler la imagen más bella, la que representa la forma de ser del mismo Dios (*idea ipsius essentiae*), es la esfera tridimensional. Había afirmado ya en su anterior trabajo, *Mysterium cosmographicum*, que *La imagen del Dios trino está en la superficie esférica, a saber, el Padre en el centro, el Hijo en la superficie externa y el Espíritu Santo en la igualdad de la relación entre punto y circunferencia*¹. El movimiento o emanación que procede del centro llega a la superficie externa constituye para él el símbolo de la creación, mientras que la superficie externa curva representa el Ser eterno de Dios. En cuanto a las magnitudes (*quanta* o *quantitates*) desarrolladas en el comienzo por el Creador, la curva es el símbolo de lo intelectual o espiritual y es más perfecta que la recta, la cual, como la apariencia de lo creado, representa el mundo físico. Esto se refleja en la siguiente cita que muestra, asimismo, que en la disposición jerárquica de Kepler la mente humana mantiene la misma relación con lo perfecto, la Mente Divina, que el círculo con la esfera.

... De aquí se sigue, por tanto, que la línea recta, que está fluyendo desde un punto situado en el centro [de la esfera] a un único punto de la superficie, representa los primeros instantes de la creación, emulando la eterna generación del Hijo, por cuanto el centro fluye hacia infinitos puntos de toda la superficie, la cual, sometida a la regla de la más perfecta

... Sequitur igitur recta linea, quae ex fluxu puncti in centro in punctum unicum superficiei prima rudimenta creationis delineat, aemula aeternae generationis filii (egressu centri versus infinita puncta totius superficiei, lineis infinitis sub aequalitate omnibus perfectissima

¹ *Joannis Kepleri Astronomi Opera omnia*, ed. Ch. Frisch (8 vols., Frankfurt del Meno y Erlangen, 1858 sigs.), vol. I, págs. 122 sig. «Dei triuni imago in sphaerica superficie, Patris scilicet in centro, Filii in superficie, Spiritus in aequalitate $\sigma\chi\acute{\epsilon}\sigma\epsilon\omega\varsigma$ inter punctum et ambitum.»

igualdad, se forma y se describe por medio de infinitas líneas; y ni que decir tiene que esta línea recta es el elemento de la forma corpórea. Al extenderla, la línea recta ya presagia la propia forma corpórea creando el plano. Pero al ser intersectada por un plano, la esfera origina en esta sección el círculo, la auténtica imagen de la mente creada, dispuesta para gobernar el cuerpo sometido a la regla; y este círculo es a la esfera como la mente humana es a la Mente Divina, es decir, como la línea es a la superficie; pero, ciertamente, ambas son circulares. El círculo está relacionado con el plano en el que está contenido como lo está la curva con la línea recta, siendo ambas mutuamente incompatibles e incommensurables, y el círculo encaja bellamente en el plano intersector (circunscribiéndolo) así como en la esfera intersectada, por mor de la recíproca coincidencia de ambos, de igual manera que la mente es inherente al cuerpo al que informa y conecta con la forma corpórea y es confortado por Dios como si se tratara de una irradiación que fluyera en su interior proveniente del semblante divino, y de donde deriva su naturaleza más noble [la de la mente]. Tal como demuestra esta situación, el círculo, como principio subyacente de las proporciones armoniosas y fuente de sus causas determinantes, demanda el mayor grado posible de abstracción porque la imagen de la Mente de Dios no reside en un círculo de cualquier tamaño ni en uno imperfecto, como son los círculos materiales y perceptibles, y, lo más impor-

figuratae et depictae), quae recta linea elementum scilicet est formae corporeae. Haec in latum ducta jam ipsam formam corpoream adumbrat, planum creans; plano vero sectum sphaericum circulum sectione repraesentat, mentis creatae, quae corpori regendo sit praefecta, genuinam imaginem, quae in ea proportionem sit ad sphaericum, ut est mens humana ad divinam, linea scilicet ad superficiem, utraque tamen circularis, ad planum vero, in quo et inest, se habet ut curvum ad rectum, quae sunt incommunicabilia et incommensurabilia, inestque pulchre circulus tam in plano secante, circumscribens illud, quam in sphaerico secto, mutuo utriusque concursu, sicut animus et in corpore inest, informans illud connexusque formae corporeae, et in Deo sustentatur, veluti quaedam ex vultu divino in corpus derivata irradiatio, trahens inde nobliorem naturam. Quae causa sicut stabilis proportionibus harmonicis circulum pro subiecto et terminorum fonte, sic vel maxime abstractionem commendat, cum neque in certae quantitatis circulo, neque in imperfecto, ut sunt materiales et sensiles, insit divinitatis animi adumbratio, et quod caput est, tantum a corporeis

tante, debido a que el círculo ha de mantenerse libre (abstracto) de todo lo que sea material y perceptible, las fórmulas de la línea curva, símbolo de la mente, están separadas como si hubieran sido extraídas de la recta, el simulacro de los cuerpos. Así, estamos ahora suficientemente preparados para la tarea encomendada de deducir las causas determinantes de las proporciones armoniosas, sujetas sólo a la mente, a partir de cantidades abstractas.

Esta imagen de la relación entre la mente humana y la Divina encaja perfectamente con la interpretación de conocimiento mencionada anteriormente, y expresada como un «hermanamiento» de las impresiones externas con las imágenes internas preexistentes. Kepler formula esta idea de forma muy clara recurriendo a Proclo, su autor favorito, en apoyo de sus argumentos.

Para conocer es preciso comparar lo que se percibe externamente con las ideas internas y discernir lo que concuerda con ellas, proceso que Proclo expresó maravillosamente con la palabra «despertar», como si de un sueño se tratara. Para que las cosas perceptibles que aparecen en el mundo exterior nos hagan recordar lo que sabíamos antes, como experiencias sensoriales realizadas conscientemente, precisan nociones intelectuales ya presentes internamente; de forma que lo que anteriormente permanecía oculto en el alma, bajo un velo de potencialidad, se manifieste ahora allí dentro de forma real. ¿Cómo acceden, entonces, las ideas intelectuales? Mi respuesta es: todas las ideas o conceptos formales de las armonías, tal

et sensilibus debeat esse abstractum circulum, quantum curvi rationes, animi symbolum, a recto, corporum umbra, secretae et velut abstractae sunt. Satis igitur muniti sumus ad hoc, ut harmonicis proportionibus, animi solus obiectis, terminos ex abstractis potissimum quantitibus petamus⁴.

Nam agnoscere est, externum sensile cum ideis internis conferre eisque congruum iudicare. Quod pulchre exprimit Proclus vocabulo suscitandi, velut e somno. Sicut enim sensilia foris occurrentia faciunt nos recordari eorum, quae antea cognoveramus, sic mathemata sensilia, si agnoscuntur, eliciunt igitur intellectalia ante intus praesentia, ut nunc actu reluceant in anima, quae prius veluti sub velo potentiae latebant in ea. Quomodo igitur irruperunt intro? Respondeo, omnino ideas seu formales rationes harmonicarum, ut de iis supra

⁴ *Harmonices mundi*, libro V (Frisch, vol. V, pág. 223).

como las he tratado, residen en aquellos seres que poseen la facultad de conocimiento racional, y no son recibidas en modo alguno por medio del razonamiento discursivo; antes bien, derivan de un instinto natural y son innatas a aquellos seres, al igual que el número (algo intelectual) de pétalos de una flor o el de semillas de un fruto es innato a la forma de las plantas.

disserebamus, inesse iis, quae hac agnoscendi facultate pollent, sed non demum introrsum recipi per discursum, quin potius ex instinctu naturali dependere iisque connasci, ut formis plantarum connascitur numerus (res intellectualis) foliorum in flore et cellularum in pomo⁵.

Retornaremos a los puntos de vista especiales de Kepler acerca de la morfología de las plantas. El concepto de *instinto* que aparece aquí, es también utilizado por él en el sentido de una facultad de la percepción, por medio de la cual imagina formas geométricas determinadas cuantitativamente. De hecho, la geometría representa para él algo de la mayor importancia. «Los contornos de la geometría están expresados en el mundo, de forma que ella es, por así decirlo, una clase arquetípica de éste»⁶. «Lo geométrico, es decir, lo cuantitativo, simboliza entidades racionales. Al ser la razón eterna, también lo son las figuras geométricas, y en la Mente de Dios estaba desde la eternidad que, por ejemplo, el cuadrado del lado de un cuadrado sea igual a la mitad del cuadrado de la diagonal. Por tanto, las cantidades son el arquetipo del mundo»⁷. «...la mente de Dios, cuya copia aquí [en la Tierra] es la mente humana, la cual a partir de su arquetipo conserva la impronta de los datos geométricos desde el mismo comienzo de la humanidad»⁸.

Voy a citar ahora dos pasajes del ya mencionado libro IV de *Harmonices mundi*:

⁵ *Loc. cit.*, libro IV (Frisch, V, pág. 224).

⁶ *De stella nova*, cap. IX (Frisch, II, págs. 642 sig.). «...geometriae vestigia in mundo expressa, sic ut geometria sit quidam quasi mundi archetypus.»

⁷ Carta de Kepler a Hegulontio (Frisch, I, pág. 372): «Nobis constat, creatum mundum et quantum factum; geometricae figurae (h.e. quantitativae) sunt entia rationis. Ratio aeterna. Ergo figurae geometricae sunt aeternae, nempe ab aeterno verum erat in mente Dei, lateris tetragonici quadratum, e. gr., esse dimidium de quadrato diametri. Ergo quanta sunt mundi archetypus.»

⁸ *Apologia contra Fludd* (Frisch, V, pág. 429): «...in mente divina, cujus exemplar hic est humana, characterem rerum geometricarum inde ab ortu hominis ex archetypo suo retinens.»

Los cristianos saben que los principios matemáticos según los cuales ha sido creado el mundo corpóreo son coeternos con Dios; que Dios es alma y mente en el sentido más genuinamente supremo de la palabra, y que las almas humanas son imágenes creadas a semejanza de Dios.

El razonamiento matemático es «innato al alma humana» (*eius inerant animae*).

Se puede preguntar: ¿cómo puede ser innato el conocimiento de una cosa que la mente no ha aprendido ni aprendería nunca si estuviera desprovista de la percepción sensorial de las cosas externas? Proclo respondía a esta cuestión en el lenguaje utilizado constantemente en su filosofía. Hoy día, si no me equivoco, utilizamos adecuadamente la palabra «instinto». Así, la cantidad es conocida por la mente humana y por el resto de las almas por instinto, aunque carezca de los sentidos requeridos para este propósito. La mente es capaz de conocer por sí misma la línea recta y un intervalo dado a partir de un punto, pudiendo, en consecuencia, imaginar un círculo. Si la mente puede hacer esto, es aún más capaz de descubrir evidencias internas [verbigracia en el *instinctus*] y desempeñar la función del ojo, al observar un esquema (si fuera necesario). De hecho, si la propia mente nunca hubiera poseído un ojo, lo *pediría* a fin de comprender las cosas ajenas a ella y dictaría las leyes de su formación obtenidas a partir de sí misma... El mismo conocimiento de las cantidades, inna-

... rationis creandorum corporum mathematicas Deo coaeternas fuisse Deumque animam et mentem esse superexcellenter, animas vero humanas esse Dei creatoris imagines, etiam in essentialibus suo modo, id sciunt christiani⁹.

Quaeras, qui possit inesse scientia rei, quam nunquam mens didicit nec fortasse discernere potest, si sensu rerum exterarum destituatur? Ad hoc respondit supra Proclus, verbis in sua philosophia tritis; nos hodie, ni fallor, vocabulo instinctus rectissime utemur. Menti quippe humanae ceterisque animis ex instinctu nota est quantitas, etiamsi ad hoc omni sensu destituatur; illa se ipsa lineam rectam, ipsa intervallum aequale ab uno puncto intelligit, ipsa per haec sibi circulum imaginatur. Si hoc, potest multo magis in eo demonstrationem invenire itaque oculi officium in adspiciendo diagrammate (si tamen opus eo habet) supplere. Quippe mens ipsa, si nullius unquam oculi compos fuisset, posceret sibi ad comprehensionem rerum extra se positarum oculum legesque ejus formandi ex se ipsa petitas praescriberet (siquidem pura et sana et sine impedimentis, hoc est si id

⁹ Libro IV, 1, comentario sobre Proclo (Frisch, V, pág. 219).

to a la mente, dicta cómo se debe comportar el ojo, y, en consecuencia, éste ha llegado a ser lo que es, debido a que la mente es como es y no al revés. Pero ¿por qué tantas palabras? La geometría es coeterna con la Mente de Dios desde antes de que las cosas fueran creadas; es el *Propio Dios* (¿lo que está en Dios no es el Propio Dios?) y ha proporcionado a Éste los modelos para la creación del mundo. Por lo que a la imagen de Dios se refiere, ésta ha penetrado en el hombre, y, ciertamente, no ha sido recibida a través de los ojos

solum esset, quod est), ipsa enim quantitatum agnitio, congenita menti, qualis oculus esse debeat dicat, et ideo talis est factus oculus quia talis mens est, non vicissim. Et quid multis? Geometria ante ortum menti divinae coaeterna, *Deus ipse* (quis enim in Deo, quod non sit ipse Deus?) exempla creandi mundi suppeditavit et cum imagine Dei transivit in hominem, non demum per oculos introrsum est recepta¹⁰.

Sin embargo, cuando Kepler dice que en la Mente de Dios estaba desde la eternidad que, por ejemplo, el cuadrado del lado de un cuadrado sea igual a la mitad del cuadrado de su diagonal, ciertamente que no le regatearemos su júbilo por uno de los primeros descubrimientos cuantitativos placenteros de las leyes naturales formuladas matemáticamente, pero, como hombres modernos, debemos señalar críticamente que los axiomas de la geometría euclidiana no son los únicos posibles. Yo ya he dado la señal de alarma acerca de que estas tesis, determinadas mediante formulaciones racionales, nunca deberían ser aceptadas como las únicas premisas posibles del razonamiento humano. En relación con esto, me vienen a la mente determinadas formulaciones de la filosofía de Kant que a mí me parecen erróneas. Propongo, por tanto, incluso en lo que a la geometría se refiere, dejar que sea el *a priori* en el estadio preliminar metafórico el que guíe al *instinctus* (razón por la cual no estoy de acuerdo con la traducción que se ha hecho del término empleado por Kepler, instinto por *reine Anschauung*). Por otra parte, comparto totalmente la opinión de que el hombre tiene una tendencia instintiva, que no radica meramente en la experiencia externa, para interpretar sus percepciones sensoriales en términos de la geometría euclidiana. Representa un esfuerzo intelectual singular reconocer el hecho de que las hipótesis de la geometría euclidiana no son las únicas posibles. Probablemente incluso el pensador moderno comparta la siguiente for-

¹⁰ «De configurationibus harmonis» (págs. 222 sigs.).

mulación general de Kepler: «Las armonías perceptibles tienen en común con las arquetípicas que requieren fines y comparación entre los mismos, y esta comparación, la actividad de la propia alma (*Energeia*), es lo que constituye la esencia de ambas»¹¹.

4

Descendamos ahora un escalón en el orden jerárquico del universo de Kepler, es decir, pasemos de las ideas de la mente de la divinidad al mundo corpóreo. Es aquí donde los cuerpos celestes, con el Sol como centro en el sentido de la *signatura rerum*, constituyen para él una realización del ideal, la imagen esférica de la Trinidad aunque sin su perfección. El Sol en el centro como fuente de luz y calor, y en conformidad con la vida, se le antoja como especialmente idóneo para representar a Dios Padre. En este punto, voy a citar un pasaje muy típico de su libro sobre óptica:

En primer lugar, la naturaleza de cada cosa se destinó a representar a Dios su creador en tanto que fue capaz de hacerlo así por la condición de su esencia. Por cuanto el sapientísimo Creador procuró hacer cada una de las cosas tan buena, bella y excelente como fuera posible, se dio cuenta de que nada podía ser mejor, ni más bello, ni más excelente que Él Mismo. Por tanto, cuando concibió en Su Mente el mundo corpóreo, eligió para él una forma que se asemejara lo más posible a Sí Mismo. De esta suerte creó toda la categoría de las cantida-

Primum omnium rerum natura Deum conditorem, quantum quaeque suae essentiae conditione potuit, repraesentare debuit. Nam cum Conditor sapientissimus omnia studeret quam optima, ornatissima, praestantissimaque efficere: nihil seipso melius ornatiusque, nihil praestantius repperit. Propterea cum corporeum mundum agitare animo, formam ei detinavit sibi ipsi quam simillimam. Hinc ortum totum

¹¹ *Harmonices mundi*, libro IV (Frisch, V, pág. 223): «Comune enim habent harmoniae sensiles cum archetypalibus, quod terminos requirant eorumque comparationem, ipsius animae energiam; in hac comparatione utrarumque essentia consistit.»

des, y, dentro de ella, las diferencias entre lo curvo y lo recto y la más excelente figura de entre todas, la superficie esférica. Para realizar esto, el sapientísimo Creador creó jubilosamente la imagen de su venerable Trinidad. En ella, el punto central está situado como si fuera el origen del cuerpo esférico; la superficie externa, como si fuera la imagen del punto más interno, como el camino para llegar a él, y esa superficie puede entenderse como que tiene lugar debido a una expansión infinita del punto situado al otro lado de ella hasta que se alcanza una determinada igualdad de cada uno de los actos expansivos. El propio punto se despliega sobre esta extensión, de forma que punto y superficie se confunden salvo por el hecho de que la relación entre la densidad y la extensión es inversa. En consecuencia, existe por doquier entre punto y superficie la igualdad más absoluta, la unidad más estrecha, la armonía [literalmente: la respiración al unísono], la conexión, la relación, la proporción y la conmensurabilidad más bellas. Y a pesar de que Centro, Superficie y Distancia son manifestamente Tres, son sólo Una, ya que ninguna de ellas puede imaginarse ausente sin destruir el conjunto.

Esta es, por tanto, la imagen más auténtica y adecuada del mundo corpóreo, y cada uno de los seres, de entre aquellas criaturas físicas que aspiran a la más alta perfección, la asume [verbigracia, la forma esférica] ya sea absolutamente o a determinado respecto. Así, los propios cuerpos que, como tales, están confinados por los límites de sus superficies, y son en consecuen-

quantitatum genus, et in eo curvi rectique discrimina, praestantissimaque omnium figura, Sphaerica superficies. Nam in ea formanda lusit sapientissimus Conditor adorandae suae Trinitatis imaginem. Hinc Centri punctum, est Sphaerici quaedam quasi origo, superficies puncti intimi imago, et via ad id inveniendum, quaeque infinito puncti egressu ex se ipso, usque ad quandam omnium egressuum aequalitatem, gigni intelligitur, puncto se in hanc amplitudinem communicante, sic ut punctum et superficies, densitatis cum amplitudine commutata proportionem, sint aequalia: Hinc est undique punctum inter et superficiem absolutissima aequalitas, arcissima unio, pulcherrima conspiratio, connexus, relatio, proportio, commensus. Cumque Triasint plane Centrum, Superficies et Intervallum; ita tamen unum sunt, ut nullum ne cogitatu quidem abesse possit, quin totum destruat.

Haec igitur genuina, haec aptissima corporei mundi est imago quam vel simpliciter vel respectu quodam suscipit, quicquid ad summam perfectionem inter corporeas creaturas aspirat. Propterea corpora ipsa, cum per sese suarum superficierum finibus continerentur, nec se ipsa

cia incapaces de expandirse en forma esférica, están dotados de distintos poderes que residen en ellos, los cuales gozan de algo más de libertad que los propios cuerpos, no poseen materia corpórea, pero están constituidos por una materia exclusiva que implica dimensiones geométricas y cuya energía fluye de ellos y aspira a la forma circular, como puede verse de manera especialmente clara en el imán, pero también en muchas otras cosas. Es pues algo maravilloso ese principio de toda la belleza del mundo¹² que el divino Moisés introduce en la apenas creada materia ya desde el primer día de la creación, como (por así decirlo) instrumento del Creador para por su intervención dar forma visible y vida a todas las cosas. ¿Y no es algo maravilloso, digo, que este principio primario y este ser, el más bello de todos los del mundo corpóreo, matriz de todas las facultades de los animales y enlace entre el mundo intelectual y físico, esté sometido a aquellas mismas leyes por las que el mundo ha sido formado? Así pues, el Sol es un cuerpo determinado en el que reside la facultad de comunicar por sí mismo a todas las cosas lo que denominamos luz. Por esta única razón, el lugar que por derecho le corresponde es el punto medio y centro de todo el mundo, de forma que se pueda difundir perpetua y uniformemente por todo el Universo. El resto de los seres que comparten la luz, imitan al Sol.

multiplicare possent in orbem, variis sunt praedita virtutibus, quae nidulantes quidem in corporibus, seipsis vero paulo liberiores, et materia carentes corporea, sed sua quadam constantes materia, quae dimensiones suscipit Geometricas, egredierentur, orbemque adfectarent: ut praecipue in Magnete, sed et in multis aliis clare apparet. Quid mirum igitur, si principium illud omnis in mundo ornatus, quod divinus Moses quasi quoddam Creatoris instrumentum, ad figuranda et vegetanda omnia, die statim primo in materiam vix conditam introducit: si hoc inquam principium, et res in toto corporeo mundo praestantissima, matrix animalium facultatum, vinculumque corporei et spiritualis mundi, in leges easdem transiverit, quibus mundus erat exornandus. Sol itaque corpus est quoddam, in eo haec sese rebus omnibus communicandi facultas, quam lucem appellamus; cui vel ob hanc causam medius in toto mundo locus, et centrum debetur, ut aequabiliter perpetuo sese in Orbem totum diffunderet. Solem omnia alia, quae lucis sunt participia, imitantur¹³.

¹² El Sol.

¹³ *Ad Vitellionem paralipomena*, págs. 6-7.

En primer lugar, debo señalar que Kepler alude aquí a la ley fotométrica expuesta por él en este libro, y según la cual, como decimos en la actualidad, la intensidad de la iluminación disminuye en razón inversa al cuadrado de la distancia a la fuente luminosa, que se considera puntual. La palabra *amplitudo*, traducida por «extensión», obviamente significa aquí el área de la superficie esférica que, por supuesto, es proporcional al cuadrado de la longitud del radio. Esta ley fotométrica de Kepler es de gran importancia, habiéndole aproximado mucho al descubrimiento de la ley de la gravitación. A partir de este ejemplo, puede verse que en Kepler la imagen simbólica precede a la formulación consciente de una ley natural. Son las imágenes simbólicas y las concepciones arquetípicas las que originan en él la búsqueda de las leyes naturales. Por esta razón, podemos considerar como primario su punto de vista sobre la correspondencia entre el Sol y los planetas que le rodean y su imagen esférica abstracta de la Trinidad: *ya que al considerar el Sol y los planetas con esta imagen arquetípica, en el fondo cree con fervor religioso en el sistema heliocéntrico*, lo cual no significa que asumir otra vía, como puede ser el punto de vista racional, sea erróneo. Este pensamiento heliocéntrico, al cual Kepler permaneció fiel desde su más temprana juventud, le impulsó a la búsqueda de auténticas leyes sobre la proporción del movimiento planetario como genuina expresión de la belleza de la creación. Al comienzo realizó esta búsqueda en una dirección equivocada, que posteriormente corrigió con los resultados de su medida real.

La concepción de Kepler sobre el Sol y los planetas como imagen de la Trinidad se pone de manifiesto también de forma muy clara en la siguiente cita de su tratado, *Tertius interveniens*, escrito en alemán. Posteriormente haremos hincapié sobre el significado del título y el contenido del libro. El pasaje en cuestión está tomado de la sección 126 que se titula «Un discurso filosófico de signaturis rerum». Dice así:

Y como los *corpora (orbes)* celestes están *vel quasi* simbolizados y representados en los *corporibus* geométricos y *contra*, así también los movimientos celestes que tienen lugar en un *circulo* corresponden al *planis circulo inscriptis* geométrico.

En realidad, la Santísima Trinidad está representada por un *sphaerico concavo*, y éste en el mundo y *prima persona, fons Deitatis*,

in centro; sin embargo, el *centrum* está representado por el Sol, *qui est in centro mundi*; por ello es también fuente de toda luz, movimiento y vida del mundo. Así, *anima movens* está representada *in circulo potentiali*, el cual está *in puncto distincto*: de esta suerte, una cosa física, una *materia corporea*, está representada por *tertia quantitatis specie trium dimensionum*: así, *cutusque materia forma* está representada *in superficie*. Como la *materia* está modelada por su *forma*, así un *corpus* geométrico está formado por sus caras externas y *superficies*, de lo cual se pueden aducir muchas más cosas.

Ahora bien, cuando el Creador jugó, también enseñó a jugar a la naturaleza a Su imagen, y a jugar el mismo juego que Él jugó primero para ella...

De estas palabras de sencilla belleza se deduce que Kepler relaciona la Trinidad con la tridimensionalidad del espacio, y que el Sol y sus planetas son considerados como una imagen menos perfecta del símbolo esférico abstracto. Mediante esta concepción, ligada a la idea de correspondencias, Kepler elude un culto pagano de Helios y permanece fiel al pensamiento cristiano. A este propósito, me gustaría mencionar el «Epilogus de Sole conjecturalis» con el cual finaliza *Harmonices mundi*, en el que, entre otras cosas, define desde su punto de vista cristiano su actitud hacia el himno pagano al Sol de Proclo, su autor favorito. La noción que tiene Kepler de actividad jubilosa, establecida desde la creación del mundo y repetida por la naturaleza imitando la original, concuerda asimismo con la idea de «firma».

Respecto al concepto de *anima movens*, me gustaría señalar que las nociones de Kepler acerca del movimiento son titubeantes. En uno de los pasajes de su tratado sobre la estrella nova, dice:

Finalmente, esas energías motrices de las estrellas participan de alguna manera en la capacidad de pensamiento, ya que al igual que él, comprenden, imaginan y rigen su destino, no por supuesto mediante el raciocinio (reflexión y conclusión lógica) como es propio de los seres humanos, sino por un impulso innato implantado en ellas desde el comienzo de la Creación, de la misma forma que las facultades animales

Denique ut facultates illae stellarum motrices sunt mentis quodammodo participes, ut suum iter quasi intelligent, imaginentur, affectent, non ratiocinando quidem, ut nos homines, sed ingenita vi et quae in prima creatione ipsis est instincta: sic facultates animales rerum naturalium obtinent quendam intellectum finis sui (sine quidem

de las cosas adquieren, aunque sin raciocinio, algún conocimiento del fin al que dirigen sus acciones.

Aquí, Kepler adopta el punto de vista animista. Sin embargo, en otro lugar dice:

El Sol, en medio de las estrellas móviles, permanece en reposo y no obstante es fuente de movimiento y soporta la imagen de Dios Padre, el Creador. Al ser la creación movimiento para Dios, lo es para el Sol; sin embargo, se mueve entre las estrellas fijas como el Padre crea en el Hijo. Ya que si las estrellas fijas no crearan espacio mediante su inmovilidad, nada se movería. Sin embargo, el Sol distribuye su fuerza motriz a través del medio en el que existen las cosas móviles, así como el Padre crea a través del Espíritu Santo o median- te la energía del Espíritu Santo.

Esta concepción tiene mucho en común con la moderna física de campos. De hecho, Kepler piensa que la gravitación emana del Sol de forma similar aunque diferente a como lo hace la luz. También compara esta gravitación con el efecto de los imanes en referencia a los experimentos de Gilbert.

A propósito del conflicto de Kepler con Fludd, representante de la alquimia tradicional, conflicto que trataremos más adelante, es importante destacar que el símbolo kepleriano, al que C.G. Jung caracteriza como un mandala por su forma esférica, no contenga alusión alguna al número cuatro o cuaternia. Esto es particularmente significativo, ya que Kepler poseía un conocimiento excelente acerca de las especulaciones numéricas pitagóricas, concretamente del *tetraktys*, del que trata en detalle en el tercer libro de su *Harmonices mundi*, como introducción histórica a su propia teoría de los intervalos musicales. Sin embargo, estas antiguas especula-

ratione) in quem omnes suas acciones dirigunt¹⁴.

Sol in medio mobilium quietus ipse et tamen fons motus, gerit imaginem Dei patris creatoris. Nam quod est Deo creatio, hoc est Soli motus, movet autem in fixis, ut Pater in Filio creat. Fixae enim nisi locum praeberent sua quiete, nihil moveri posset. Dispertitur autem Sol virtutem motus per medium, in quo sunt mobilia, sicut Pater per Spiritum vel virtute Spiritus sui creat¹⁵.

ciones sólo constituyen para él una mera curiosidad, ya que no toma en consideración el carácter simbólico del número cuatro. Quizá la carencia de un simbolismo temporal en la imagen esférica de Kepler esté relacionada con la ausencia de cualquier sugerencia de cuaternia. El tipo de movimiento rectilíneo dirigido desde el centro es el único que contiene el símbolo kepleriano, y en vista de que este movimiento es captado por la superficie externa de la esfera, el símbolo puede denominarse estático. Puesto que la Trinidad jamás había sido representada de esta manera antes de Kepler, y dado que él está ubicado en el umbral de la época científica, es seductor asumir que el «mandala» kepleriano simboliza una forma de pensamiento o una actitud psicológica que, trascendiendo el significado de su persona, da lugar a la ciencia natural que hoy denominamos clásica. Desde un centro interior, la psique parece moverse hacia afuera, en el sentido de una extraversión, dentro del mundo físico en el que, por definición, cada cosa sucede de forma automática, de manera que la mente, permaneciendo en reposo, abarca este mundo físico como es, con sus ideas¹⁶.

¹⁴ Acorde la psicología de Jung, el proceso psicológico que acompaña a una ampliación de la conciencia se puede representar como el advenimiento de un nuevo *centro* (denominado por Jung «egocentro») que abarca los contenidos tanto conscientes como inconscientes. Estos procesos de «centrado» están siempre caracterizados por las imágenes simbólicas del mandala y del movimiento giratorio. En los textos chinos se denomina a este último, de forma muy gráfica, «circulación de la luz».

Al intentar aplicar estos resultados de la psicología analítica a la fase de la historia intelectual, que en el siglo XVII se conoció como la ascensión de la mecánica clásica (y que está estrechamente vinculada a la idea heliocéntrica), deberíamos tener presente que la atención de los científicos que contribuyeron a establecer la mecánica clásica estaba dirigido únicamente hacia afuera. Cabe por tanto esperar que el proceso de centrado interno antes mencionado, junto con las imágenes apropiadas, estuviera proyectado hacia el exterior. Realmente, se puede observar, particularmente en las opiniones de Kepler, que el sistema planetario con el Sol como centro se convierte en el soporte de la imagen del mandala, y que la relación entre la Tierra y el Sol es la que existe entre el ego y el concepto más amplio de «egocentro». Al parecer, de esta forma la teoría heliocéntrica recibió por parte de sus adeptos una inyección de contenido fuertemente emocional proveniente del inconsciente. Quizá la proyección de la imagen simbólica antes mencionada, del movimiento giratorio interno sobre la rotación externa de los cuerpos celestes, contribuyera al establecimiento de ésta con una vigencia tan absoluta que sobrepasaba la experiencia empírica. Un argumento adicional que sustenta esta opinión es que las ideas de Newton sobre el espacio y el tiempo absolutos formaban parte de sus puntos de vista teológicos.

¹⁴ *De stella nova*, cap. XXVIII (Frisch, II, pág. 719).

¹⁵ *Epistola ad Maestlinum* (Frisch, I, pág. 11).

El siguiente escalón en el orden jerárquico del cosmos kepleriano, por el que hemos descendido, a través de su modelo esférico, desde la Divinidad trina y las ideas sobre la Mente de Dios hasta el mundo físico, el Sol y los cuerpos celestes que giran en su torno, nos conduce ahora a las *almas individuales*.

Ya hemos dicho que para Kepler la Tierra es algo vivo semejante al ser humano. Al igual que los cuerpos vivientes poseen cabello, la Tierra tiene hierba y árboles, y las cigarras, caspa; al igual que las criaturas vivas secretan orina de la vejiga, surgen las montañas; el azufre y los productos volcánicos se corresponden con los excrementos; los metales y la lluvia, con la sangre y el sudor, y el agua de mar es el sustento de la Tierra. Como ser vivo que es, la Tierra posee alma, el *anima terrae*, cuyas cualidades se pueden considerar en gran medida análogas a las del alma humana, el *anima hominis*¹⁷. Podemos por tanto entender como alma individual tanto el *anima terrae* como las de los planetas y las humanas. Al mismo tiempo, el *anima terrae* es también una energía formativa (*facultas formatrix*) que radica en el interior de la Tierra y que se manifiesta, por ejemplo, en los cinco cuerpos regulares, en las piedras preciosas y en los fósiles. A este respecto, Kepler adopta los argumentos de Paracelso, quien había empleado el concepto del *Archaeus* como principio formativo de la naturaleza, que en tanto que *signator*, crea también la *signaturae*. De hecho, en su disputa con Fludd, Kepler le admitió que llamara *Archaeus* al *anima terrae* si así lo prefería¹⁸. Es importante señalar que, desde la perspectiva

¹⁷ La concepción de la Tierra como ser vivo que posee alma se encuentra ya a finales de la antigüedad. Véase sobre esta cuestión: Cicerón, *De natura deorum*, II, 83; Ovidio, *Metamorphoses*, XV, 342; Séneca, *Quaestiones naturales*, VI, 16, 1; Plotino, IV, 4. Véase asimismo el artículo «Plotino», de H.R. Schwyzer en A. Pauly, G. Wissowa y W. Kroll, *Real-Encyklopädie der klassischen Altertumswissenschaft* (ed. 1951), XI, cols. 471-592, especialmente la col. 578, en la que la idea de la animación de la Tierra se remonta a Posidonio.

¹⁸ Frisch, V, pág. 440.

kepleriana, el *anima terrae* es responsable de la climatología y de los meteoros. Por ejemplo, demasiada lluvia implica una enfermedad de la Tierra.

Ahora bien, la idea básica característica concerniente al alma individual consiste en que se trata de una imagen de Dios pero imperfecta, en parte un punto y en parte un círculo: «Anima est punctum qualitativum.» Esta teoría nos retrotrae a los filósofos neoplatónicos y neopitagóricos de la última etapa de la antigüedad, en cuyos trabajos se pueden encontrar ideas similares¹⁹. Cuáles son las funciones que cabe atribuir al punto central y al círculo periférico es algo dudoso. En general, las funciones contemplativas e imaginativas se asignan al punto, y los efectos motores y activos del cuerpo, al círculo. Sin embargo, también se supone que a este último le corresponde la facultad de *ratiocinatio*, es decir, la reflexión y conclusión lógica. El proceso de emisión del alma desde el punto central a la periferia del círculo es comparado por Kepler frecuentemente con la emanación de una llama. Asimismo, enfatiza de manera expresa la analogía de este movimiento con el de los rayos luminosos que fluyen desde el Sol considerado como centro, y establece también una relación con los radios que parten del punto central en su símbolo de la Trinidad. No es difícil establecer una analogía entre este proceso de emanación del alma desde el punto al círculo con el de extraversion de la psicología moderna, desde cuyo punto de vista la creación, en el sistema kepleriano de ideas, sería el modelo divino, mientras que el ser de Dios habría de ser considerado como el modelo de introversión.

El siguiente pasaje de *Harmonices mundi* aclarará el punto de vista de Kepler:

¹⁹ Según Sexto Empírico (*Adversus mathematicos*, III, 22), el punto (στιγμή) es γεννητική y no incorpóreo; lo es la mónada y el alma.

Según Plotino, IV, 4, 16, el alma está adaptada como lo está un círculo a su propio centro, unida por tanto al centro en una extensión limitada: καὶ ἡ ψυχὴ ἢ τοιαύτη, οἷον κύκλος προσαρμόττων κέντρῳ εὐθύς μετὰ κέντρον αὐξηθεῖς, διάστημα ἀδιάστατον. Sobre el concepto *Inlocalitas animae* (ἀδιάστατος ὁ ἀδιαστασία) en Claudio Mamerto, cf. también el ensayo de E. Bickel «*Inlocalitas*, Zur neupythagoreischen Metaphysik», en *Immanuel Kant* (estudios en memoria del 100 aniversario de Kant, Leipzig, 1924); además, F. Böhmer, *Der lateinische Neuplatonismus und Neupythagoreismus und Claudius Mamertus in Sprache und Philosophie* (Leipzig, 1936), especialmente págs. 124 y 139.

En primer lugar, el alma tiene en realidad la estructura de un punto (al menos por razón de su conjunción con el cuerpo) y la figura de un círculo en potencia. Ahora bien, puesto que es energía, fluye por sí misma desde su lugar de residencia puntual al interior del círculo. Tanto si precisa percibir las cosas externas que la rodean en forma esférica, como si debe gobernar el cuerpo (el cuerpo también la rodea), la propia alma permanece oculta en el interior, radicada en su punto fijo desde donde sale al resto del cuerpo como una imagen de sí misma. Pero ¿cómo podría salir si no fuera en línea recta? (Por eso es una auténtica «salida».) ¿Cómo podría salir de otra forma, siendo tanto luz como llama, que de la manera en la que sale la luz de sus fuentes, es decir, en línea recta? Sale pues al exterior del cuerpo en virtud de las mismas leyes por las que las luces del firmamento circundantes llegan al alma que reside en un punto.

Las peculiares opiniones de Kepler sobre la astrología, a cuyo desarrollo dedicó específicamente el tratado *Tertius interveniens*, están relacionadas con esta concepción puntual y circular del alma. En él se refiere la discusión mantenida entre H. Röslino, que representa el punto de vista de la astrología tradicional, y P. Feselio, que la menosprecia considerándola una superstición, y en la que Kepler interviene como tercero para oponerse a los dos autores manteniendo su propio punto de vista, que difiere esencialmente del de ambos. En la primera página del libro, inmediatamente después del título, aparece el siguiente comentario: «Una advertencia para los diversos teólogos, médicos y filósofos, y en particular para D. Philippus Feselio, a fin de que, en su justo

²⁰ Libro IV (Frisch, V, pág. 258).

Primum anima puncti rationem sortita est actu (saltem ratione alligationis ad corpus suum), circuli figuram potestate; quae cum sit energia, edidit sese ab illa sede puncti in circulum; sive enim sentire debeat res externas, illae sphaericum in modum sese circumstant, sive corpus regere, corpus quoque circumjectum habet, ipsa latet intus, radicata in puncto eius certo, unde exit per speciem sui in corpus reliquum. At qui exeat, nisi per lineas rectas? hoc enim vere est exire; qui alium exeundi morem habeat, ipsa et lux existens et flamma, quam a fontibus suis exeunt alia lumina, lineis sc. rectis? Egreditur igitur versus exteriora corporis iisdem legibus, quibus circumstantia firmiter lumina versus illam in puncto residentem ingrediuntur ²⁰.

repudio de la superstición de la observación de los astros, no tiren al niño con el agua del baño y actúen así sin saberlo en contradicción con su profesión.» Kepler también expone sus ideas sobre astrología en su anterior tratado sobre la estrella nova discutiendo esta vez con Pico della Mirandola, y, ya de forma definitiva, retoma de nuevo el tema en *Harmonices mundi*.

En lo que sigue intentaremos en primer lugar, y dejando de lado la cuestión acerca de la validez objetiva de los fundamentos astrológicos, caracterizar la forma en la que se integra la astrología kepleriana, tan diferente de la usual, en el conjunto de sus ideas sobre la ciencia natural, que son las que nos interesan.

Según Kepler, el alma individual, que él denomina *vis formatrix* o *matrix formativa*, posee la capacidad fundamental de reaccionar con la ayuda del *instinctus* a ciertas proporciones armónicas que corresponden a divisiones racionales específicas del círculo. En música, esta energía intelectual se manifiesta a sí misma en la percepción de la eufonía (consonancia) de ciertos intervalos musicales, efecto que Kepler no explica de forma puramente mecánica. Ahora bien, se afirma que el alma posee una capacidad de reacción específica similar a las proporciones armónicas de los ángulos que los rayos de la luz estelar forman entre sí al impactar con la Tierra, y, en opinión de Kepler, son éstos los que concierne a la astrología. Según él, las estrellas no ejercen influencia remota especial, ya que sus distancias reales carecen de importancia para la astrología, y son únicamente sus rayos los que se pueden considerar efectivos. El alma percibe las proporciones armónicas a través del *instinctus* sin reflexión consciente (*sine ratiocinatione*) debido a que aquélla, en virtud de su forma circular, es una imagen de Dios en el Cual estas proporciones y las exactitudes geométricas permanecen desde toda la eternidad. Puesto que el alma, como consecuencia de su forma circular, las percibe, queda marcada por las formas externas de las configuraciones de los rayos, guardando memoria de ellos desde su mismo nacimiento. Cito las palabras de Kepler a este respecto:

Hablo aquí como los astrólogos. Si expresara mi propia opinión, ésta sería la de que no existe estrella nociva alguna en los cielos, y esto es así fundamentalmente y, entre otras

Loquor cum astrologis. Nam si meam sententiam dicam, nullus in coelo maleficus mihi censetur: idque cum ob alias rationes tum maxime

razones, por las siguientes: es la naturaleza del hombre, tal cual se halla aquí en la Tierra, la que presta a las radiaciones planetarias su efecto sobre la misma, de igual manera que el sentido del oído, dotado con la facultad de discernir acordes, presta a la música aquella energía que incita a bailar a quien la oye. He expresado suficientemente mi opinión sobre este punto en mi réplica a las objeciones que hizo el doctor Röslino al libro *Sobre la estrella nova* y también en otros sitios, como en el libro IV de *Harmonices*, en especial en el capítulo 7.

En cuanto al *punctum naturale* (el alma natural de cada ser humano, o también del propio globo terrestre), tiene tanta energía como un círculo real. «In puncto inest circulus in potentia propter plagas unde adveniunt radii se mutuo in hoc puncto secantes»²².

El alma natural del hombre no es mayor que un solo punto, y sobre estos puntos están potencialmente grabadas la forma y el carácter del conjunto del cielo, que es cien veces mayor²³.

La naturaleza del alma se comporta como un punto; por esta razón puede también ser transformada en los puntos del *confluxus radiorum*²⁴.

El alma, según Kepler, contiene en sí la idea del zodíaco en virtud de su forma circular inherente, pero son los planetas, y no las estrellas fijas (y por intermedio de la luz), los vehículos efectivos de la influencia astrológica. La «distribución de los doce signos entre los siete planetas» constituye para él una fábula, aunque piensa que la *doctrina directionum* está basada en una buena razón, pues enfatiza la combinación armónica de dos rayos luminosos, que se denomina un «visor».

²¹ *Mysterium cosmographicum* (Frisch, I, pág. 133): «In Caput nonum notae autoris» (en la 2.ª ed. del libro).

²² *Tertius interveniens*, núm. 40.

²³ *Loc. cit.*, núm. 42.

²⁴ *Loc. cit.*, núm. 65.

propter hanc quia hominis ipsius natura est hic in Terra versans, quae radiationibus planetarum conciliat effectum in sese; sicut auditus, instructus facultate dignoscendi concordantias vocum conciliat musicae hanc vim, ut illa incitet audientem ad saltandum. De hac re egi multis in responso ad objecta Doctoris Roeslini contra libellum de *stella nova* et alibi passim, etiamque in lib. IV *Harmonicorum* passim, praesertim cap. 7²¹.

Kepler expresa esto en *Harmonices mundi* con especial claridad:

Puesto que el alma lleva en sí la idea del zodíaco, o más bien de su centro, también percibe la posición y el tiempo del planeta situado en una zona del zodíaco y mide el ángulo de los rayos que inciden en la Tierra; pero como quiera que recibe desde la irradiación de la esencia Divina las figuras geométricas del círculo y (por comparación del mismo con determinadas partes de él) las armonías arquetípicas (no ciertamente en forma geométrica pura, sino como si estuvieran recubiertas o más bien saturadas de un líquido de radiaciones resplandecientes), reconoce también las medidas de los ángulos y juzga a algunas como congruentes o armónicas y a otras como incongruentes.

Quatenus igitur haec anima circuli zodiaci seu potius eius centri gestat ideam, persentiscit etiam, qui planeta quovis tempore sub quo zodiaci gradu versetur angulosque radiationum, coeuntium in Terra, metitur; quatenus vero ex Divinae essentiae irradiatione rationes circuli geometricas et (per circuli comparisonem cum certis suis partibus) harmonias archetypales susceperit, non pure quidem geometricas, sed radiationum lucidarum veluti saccharo quodam inductas, imo penitus imbutas, mensuras etiam angulorum jam agnitas, has congruas seu harmonicas, illas incongruas iudicat²⁵.

El alma humana, desde el punto de vista de Kepler, desemboca en el nacimiento en una forma preexistente que es modelada en la Tierra por estos rayos de luz procedentes de las estrellas (planetas).

Cf. *Tertius interveniens*:

Por esto no debe de ser calificado en modo alguno de necesidad que el hombre está diversificado y calificado *naturali necessitate* según *Configurationibus stellarum*; esto, más bien, podría en realidad denominarse una «influencia» de la naturaleza del hombre en la estrella (como la del yeso fluido en un molde) que, por el contrario, una «influencia» de la estrella en el hombre²⁶.

Los ángulos efectivos entre dos rayos de luz son, según Kepler, bien aquellos que corresponden a polígonos regulares con los que se puede cubrir un plano sin dejar huecos, como los trián-

²⁵ Libro IV (Frisch, V, pág. 238).

²⁶ *Tertius interveniens*, núm. 107.

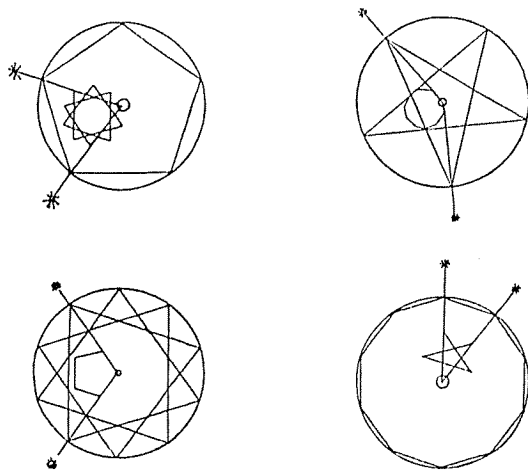


Fig. 1. Figura circunferencial y figura central. De *Harmonices mundi* de Kepler, libro IV: *De configurationibus harmonicis*, cap. 5 (Frisch, V, págs. 238 y 239: figs. 32, 33, 34, 35).

gulos equiláteros, los cuadrados o los hexágonos, bien las figuras con forma de estrella que guardan relación estrecha con los poliedros regulares. Aquí, Kepler trata de establecer una conexión íntima con las proporciones propias de las consonancias de los intervalos musicales; sin embargo, se ve forzado también a admitir determinadas diferencias entre éstas y las divisiones efectivas astrológicas del círculo. No entraré en detalles acerca de esto, sino que simplemente reproduciré algunas figuras de *Harmonices mundi*. En ellas (fig. 1) puede verse la relación recíproca entre la figura de la circunferencia y otra central; esta relación es tal que el ángulo de la periferia entre dos lados adyacentes de la última es igual al ángulo central que forman los radios en puntos adyacentes de la primera, y viceversa.

A juicio de Kepler, se supone que ambas figuras corresponden a las formas circular y puntual del alma. Reproduzco el siguiente pasaje extenso, pues quizá estas ideas puedan ser de cierto interés psicológico.

Se puede demostrar lo mismo a partir de las propiedades internas del alma, como ya fue esbozado en el capítulo 3. Puesto que las armonías de las configuraciones obtienen su ser formal (*esse formale*) del alma, ésta posee ciertamente un conocimiento íntimo de las figuras, tanto de la de la circunferencia como de la central; [este conocimiento lo posee] en virtud del mismo discernimiento por el cual el alma es tanto un círculo como un punto, es decir, el centro de un círculo. Pero aunque cada alma lleva en sí una idea determinada del círculo -un círculo no meramente desprendido de la materia, sino también en cierto modo de la magnitud (como se dijo en el capítulo 3), de modo que en este caso centro y círculo casi coinciden y la propia alma puede denominarse un círculo potencial o un punto diferenciado según las direcciones, pero en cualquier caso idónea-, sin embargo debe observarse la diferencia de algunas de sus facultades cuando se considera como círculo o como punto. De la misma manera que no se puede imaginar un círculo sin centro y, recíprocamente, el punto está rodeado por un área que puede ser circunscrita por una línea circular, así tampoco hay actividad en el alma sin una impresión sobre la imaginación. A la inversa, toda recepción o meditación interna es causada por movimiento externo, cada función interna del alma lo es por movimientos externos. La facultad principal y más sobresaliente del alma, que se denomina mente, ¿qué es sino el centro? La facultad de razonamiento, ¿qué es

Idem etiam sic probatur ex intimis animae proprietatibus, cap. 3 tactis. Cum enim anima sit, quae configurationum harmoniis suum conciliat esse formale, certe quo discrimine anima vel circulus est vel punctum, centrum circuli, eodem discrimine etiam familiares illi erunt figurae, circumferentialis et centralis. Etsi vero omnis anima circuli quandam ideam gerit, abstracti quidem illius non tantum a materia, sed etiam a magnitudine quodammodo, ut dictum cap. 3, eoque circulus et centrum hic fere coincidunt ipsaque vel circulus potentialis, vel punctum plagis distinctum et sic quodammodo qualitativum dici potest; tamen discrimen hoc videtur observandum, quod aliae facultates potius ut circulus considerandae sunt, aliae potius ut punctum. Quemadmodum enim circulus sine centro cogitari nequit, omne vicissim punctum circa se habet regionem scribendo circulo, sic in anima quoque operatio nulla est sine impressione imaginativa, omnis vicissim interna receptio vel meditatio est propter motum externum, omnis animae facultas interior propter magis [léase: motus] exteriores. Ipsa princeps et suprema animae facultas, mens dicta, quid est nisi centrum? quid ratiocinativa, nisi circulus?

sino el círculo? Lo mismo que el centro es interno y el círculo externo, así la mente [*mens*] permanece dentro de sí misma, mientras que el razonamiento teje una especie de cubierta externa; y de igual manera que el centro es el fundamento, fuente y origen del círculo, así lo es la mente del razonamiento.

Por otra parte, todas estas facultades del alma —la mente, la facultad de razonamiento, e incluso la facultad sensible— son una especie de centro, mientras que las funciones motrices del alma son la periferia; de nuevo, al igual que el círculo externo se dibuja alrededor del centro, así la acción se dirige hacia afuera, mientras que el conocimiento y la meditación actúan interiormente; y de la misma manera que el círculo está relacionado con el punto, lo está la acción externa con la contemplación interna, y el movimiento animal con la percepción sensorial. El punto, debido a que se opone por doquier a la circunferencia, es por su misma naturaleza idóneo para representar el receptivo pasivo; y el alma sensible —la que percibe los rayos de los planetas—, ¿qué otra cosa hace sino sentir y percibir que es pasiva, es decir, que es movida por aquello a lo cual se opone? Comparemos ahora ambas proposiciones: al igual que el punto central es el mismo en ambos casos, también la forma de conocimiento es, de alguna manera, la misma, la superior, la forma de conocimiento mental, y la sensorial, o mejor su análoga, la que percibe las radiaciones. Ninguna de estas [funciones

Nam sicut centrum intus est, circulus exterius, sic mens secum ipsa manet, ratiocinatio telam quandam exterio-rem texit; et sicut centrum circuli, sic mens ratiocinationum basis, fons et origo est.

Rursum omnis haec animae facultas tam intellectus, quam discursus, denique etiam sensitiva, sunt centrum quoddam, at facultates animae motrices, circulus; quia rursum ut circulus externus circumponitur centro, así la acción se dirige hacia afuera, mientras que el conocimiento y la meditación actúan interiormente; y de la misma manera que el círculo está relacionado con el punto, lo está la acción externa con la contemplación interna, y el movimiento animal con la percepción sensorial. El punto, debido a que se opone por doquier a la circunferencia, es por su misma naturaleza idóneo para representar el receptivo pasivo; y el alma sensible —la que percibe los rayos de los planetas—, ¿qué otra cosa hace sino sentir y percibir que es pasiva, es decir, que es movida por aquello a lo cual se opone? Comparemos ahora ambas proposiciones: al igual que el punto central es el mismo en ambos casos, también la forma de conocimiento es, de alguna manera, la misma, la superior, la forma de conocimiento mental, y la sensorial, o mejor su análoga, la que percibe las radiaciones. Ninguna de estas [funciones

cognoscitivas] hace, como tal, uso del razonamiento discursivo, pero poseen conocimiento sin su concurso. Así como *ésta* —me refiero a la naturaleza sub lunar y también a la naturaleza sensible [en el hombre]— es una leve imagen de *aquella*, a saber, la [facultad] principal, la mente humana, lo mismo *aquel* razonamiento lógico es una imagen de *estas* acciones u operaciones del alma, y cualquiera de los dos es un círculo.

En tanto que las almas son perceptoras de las radiaciones celestes, y son, por ende, movidas por ellas como si de un movimiento autocontenido interno se tratara, debemos considerarlas como puntos; pero como a su vez causan movimiento, es decir, transfieren las armonías de las radiaciones que han percibido en sus operaciones y son estimuladas a la acción por ellas, deben ser consideradas como círculos. De esto se deduce que, puesto que el alma tiene conocimiento de las armonías de los rayos, debe, fundamentalmente, estar relacionada con la figura central; pero habida cuenta que actúa provocando fenómenos meteoricos (o lo correspondiente a éstos en los seres humanos), cabe asignarla a la figura de la circunferencia. Sin embargo, en un aspecto, el de la eficiencia*, es de nuestro mayor interés la forma en la cual se perciba el alma operante; por lo que la consideración de la figura de la circunferencia es más importante para nosotros que la de la figura central.

dico sublunaris aut etiam sensitiva, mentis humanae principis tenuis quaedam imago, sicut ille discursus rationis harum actionum aut operationum animae imago est, utraque circulus.

Quatenus igitur animae percipiunt radiationes coelestes et sic iis quasi moventur secum ipsae intus, nobis puncta sunt, quatenus vero vicissim movent, hoc est quatenus perceptas radiationum harmonias transferunt in opera sua iisque stimulantur ad agendum, considerari debent ut circulus. Sequitur igitur, ut in quantum cognoscit harmonias radiorum, occupetur potissimum circa centram figuram; in quantum vero operatur, ciens meteora (et quae similia in homine), circumferentiali sese accomodet. Et vero in aspectu prior est nobis cura efficaciae quam modi, quo is percipiatur ab anima operante, prior igitur et circumferentialis quam centralis figurae respectus²⁷.

* Como se define en el libro IV, cap. 5 (Frisch, V, pág. 235).

²⁷ *Harmonices mundi*, libro IV, proposición VI (Frisch, V, pág. 238).

En lo que a los aspectos de las figuras interna y externa se refiere, parece que la mayor importancia que Kepler atribuye a la externa puede indicar, una vez más, una actitud extravertida predominante. Puesto que el *anima terrae* es causa de la climatología y, como todo lo que participa de la naturaleza del alma, tiene la facultad de reaccionar a los aspectos, la climatología debe ser sensible a los mismos. Kepler está convencido de haber demostrado esto en numerosos informes sobre climatología y, por consiguiente, considera, recíprocamente, que constituye una prueba de la existencia del *anima terrae*. Esta concepción animista de la causa del movimiento planetario, a la cual ya nos hemos referido, conduce a Kepler a la hipótesis de una relación universal entre los fenómenos celestes y las facultades receptivas de las almas individuales.

No existe ni sucede nada en el firmamento visible cuyo significado no se extienda más allá, en virtud de algún principio oculto, a la Tierra y a las facultades de las cosas naturales; y así, estas facultades animales se ven afectadas aquí en la Tierra exactamente igual que es afectado el propio firmamento.

Resulta interesante que Kepler intente complementar la manifestación receptiva pasiva de la *vis formatrix* con un efecto activo de la misma *vis formatrix* haciéndola responsable de la morfología de las plantas. Cualquier cosa que sea sensible a las formas armónicas puede también producir formas armónicas, tales como, por ejemplo, los capullos de las plantas con su número regular de pétalos, y viceversa. Por tanto, suscita la cuestión de si el alma vegetativa de las plantas posee también la capacidad de reaccionar a las proporciones de los rayos planetarios, pero no la responde, porque nunca establece juicios sin haber realizado sus propios experimentos.

De lo dicho hasta ahora se desprende que las ideas teóricas sobre astrología de Kepler están totalmente integradas en el pensamiento científico-causal, pues al enfatizar insistentemente el

Nihil esse vel fieri in coelo visibili, cuius sensus non occulta quadam ratione in Terram inque facultates rerum naturalium porrigatur: easque facultates animales sic affici hic in Terris, ut coelum ipsum afficitur²⁸.

²⁸ *De stella nova*, cap. 28 (Frisch, II, pág. 719).

papel de los rayos luminosos, está contribuyendo a una parte de la física y, concretamente, de la óptica. La efectividad astrológica de las direcciones, que están geométricamente definidas respecto a la esfera de las estrellas fijas, pero que no coinciden con los rayos luminosos (como, por ejemplo, la dirección de la Tierra al punto vernal), es rechazada de forma expresa por Kepler. Además, hace hincapié una y otra vez en el hecho de que, desde su punto de vista, los efectos astrológicos no están originados por los cuerpos celestes, sino por las almas individuales, las cuales poseen una capacidad de reacción específica a determinadas proporciones. Ya que, por una parte, esta energía de reacción recibe influencia del mundo corpóreo, y, por otra, está basada en la relación de imagen con Dios, estas almas individuales (el *anima terrae* y el *anima hominis*) llegan a ser para Kepler exponentes esenciales de la armonía cósmica (*harmonia mundi*).

La peculiar concepción astrológica de Kepler no logró reconocimiento. De hecho, si se analiza desde esta base, difícilmente parece posible evitar la conclusión, empíricamente insostenible, de que las fuentes luminosas artificiales serían capaces de producir efectos astrológicos. En general, me gustaría hacer notar, como crítica a la astrología, que como consecuencia del vago carácter de sus juicios (incluyendo el famoso horóscopo que Kepler le hizo a Wallenstein), no veo razón para que se conceda a estos horóscopos algún significado objetivo independiente de la psicología subjetiva del astrólogo²⁹.

6

Las opiniones de Kepler sobre la armonía cósmica, basadas esencialmente en premisas cuantitativas demostrables matemáticamente, eran incompatibles con el punto de vista de una descripción arcaica y mágica de la naturaleza como el expuesto en la obra maestra *Utriusque Cosmi Maioris scilicet et Minoris Metaphy-*

²⁹ Sobre este punto, cf. también el resultado negativo del experimento estadístico descrito por C.G. Jung en el cap. 2 de su contribución a *La interpretación de la naturaleza y de la psique*, Paidós, Barcelona, 1991.

sica, *Physica atque technica Historia*, 1.^a ed., Oppenheim, 1621, del respetado médico de Oxford y miembro de los rosacruces Robert Fludd. En un Apéndice al libro V de *Harmonices mundi*³⁰, Kepler criticó este trabajo de Fludd de forma muy violenta. Éste, representante de la alquimia tradicional, publicó en su tratado *Demonstratio quaedam analytica*³¹ una detallada polémica dirigida contra dicho apéndice a la que Kepler replicó con una *Apolo-gia*³² que, a su vez, fue seguida por una *Replicatio*³³ por parte de Fludd.

El «contramundo» intelectual al que Kepler se oponía constituye una descripción arcaizante y mágica de la naturaleza que culmina en un misterio de transmutación (*Wandlungsmysterium*). Es el proceso alquímico ordinario que mediante diversos procesos químicos libera de la *prima materia* el alma del mundo latente en ella, y al hacerlo redime la materia y transforma al iniciado. Fludd, al contrario que Kepler, carecía de ideas originales propias susceptibles de ser comunicadas, ya que incluso sus nociones acerca de la alquimia están formuladas de forma muy primitiva. El Universo está dividido en cuatro esferas que se corresponden con la antigua doctrina de los cuatro elementos. El superior es el empíreo, el mundo de los espíritus, y está seguido en orden descendente por el éter, que actúa de vínculo entre la esfera de los elementos y las cosas sublunares, y por el inferior, que representa la Tierra y que es también sede del diablo. El mundo es la imagen especular del Dios trino invisible que se manifiesta a Sí Mismo en él. Así como Dios está representado simbólicamente mediante un triángulo equilátero, existe un segundo triángulo reflejado debajo que representa al mundo. Esto puede verse claramente en una figura tomada de *Utriusque Cosmi...* de Fludd (lámina I).

Al lado del triángulo superior se encuentra la explicación (I):

El más divino y más bello Objeto [Dios] visto en el lóbrego espejo del mundo representado debajo.

Divinissimum et formosissimum Illud objectum in subscripto aqueo speculo mundano conspectum.

³⁰ Frisch, V, págs. 328-334.

³¹ Frankfurt del Meno, 1621 (denominado *Discursus analyticus*).

³² Frisch, V, págs. 413-468.

³³ Frankfurt del Meno, 1622.

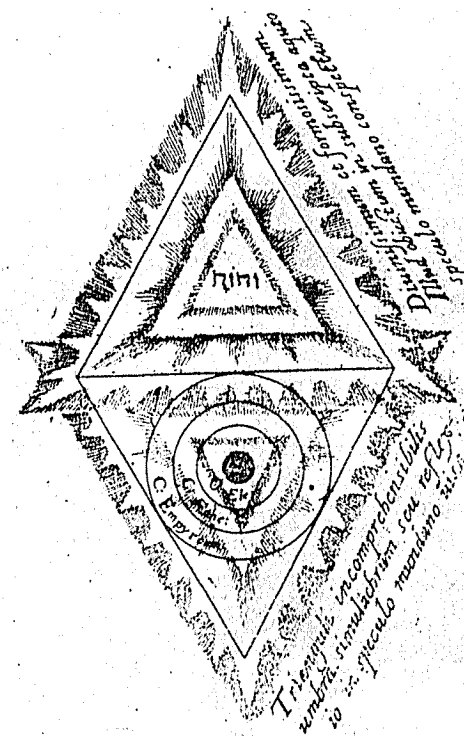


Lámina I. Los triángulos divinos y mundanos, Fludd, *Utriusque cosmi...*, pág. 21.

En lo que se refiere al triángulo inferior (II):

La sombra, apariencia o reflexión del triángulo impenetrable que se ve en el espejo del mundo.

Trianguli incomprehensibilis umbra simulacrum seu reflexio in speculo mundano visa.

En el triángulo superior, en caracteres hebreos, se lee «Yahvé» (?). En el texto de debajo se puede leer (III):

Aun cuando Hermes Trimegisto llamó al mundo la imagen del Propio Dios, yo mantengo que la imagen y la apariencia del Propio Dios pueden

At vero quatenus Trimegistus appellavit mundum ipsius Dei imaginem, eatenus ipsius Dei imaginem et simu-

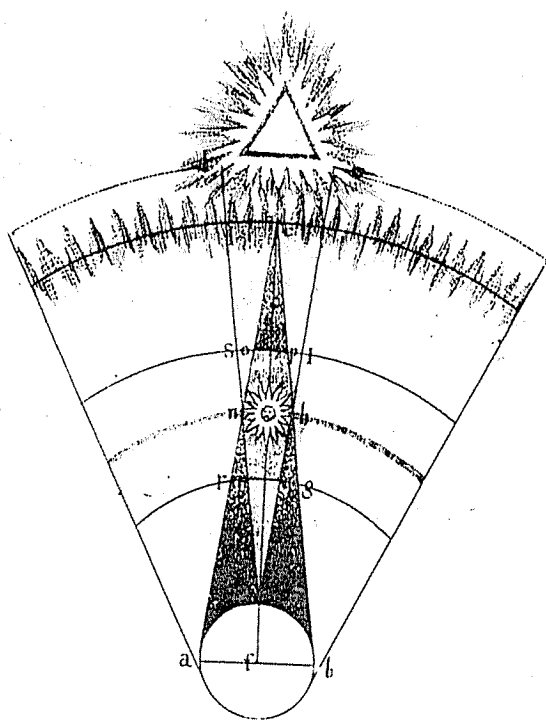


Lámina II. La interpenetración de las pirámides material y formal: 1
(con el *infans solaris*), Fludd, *Utriusque cosmi...*, pág. 81.

ser discernidas del espíritu del mundo al igual que la reflexión de un hombre en un espejo.

lacrum in mundi spiritu, tamquam effigiem humanam in speculo, conspici dicimus.

Los dos principios polares fundamentales del Universo son la *forma* como principio de la luz, que procede de arriba, y la *materia* como principio de la oscuridad, que mora en la Tierra. Todos los seres, desde los ángeles hasta los minerales, solo se diferencian por su mayor o menor contenido de luz. Constantemente se está librando una batalla entre estas polaridades opuestas desde abajo, la pirámide material crece hacia arriba, desde la Tierra, como si de

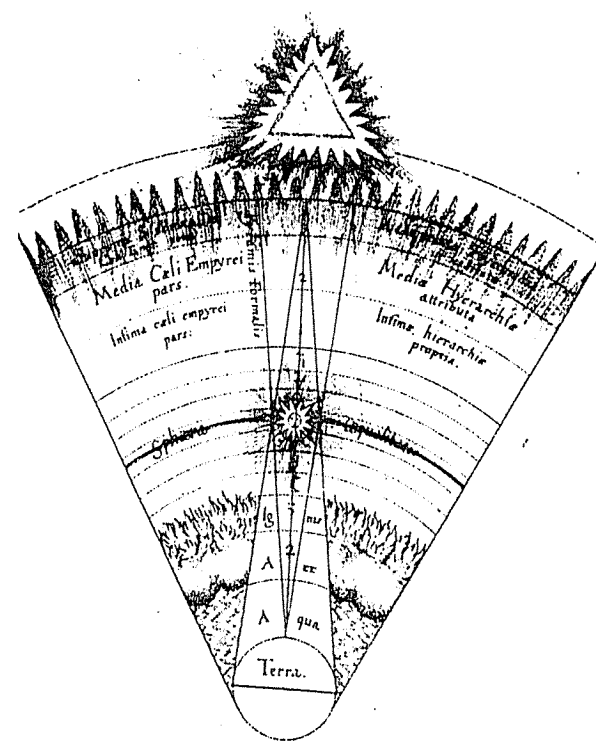


Lámina III. La interpenetración de las pirámides material y formal: 2
(con el *infans solaris*), Fludd, *Utriusque cosmi...*, pág. 89.

un árbol se tratara, y la materia se va afinando a medida que se aproxima al extremo; simultáneamente, la pirámide formal crece hacia abajo con su cúspide sobre la Tierra, reflejando exactamente la pirámide material. Fludd nunca distingue claramente entre un proceso material real y una representación simbólica. Debido a la analogía entre el micro y el macrocosmos, el proceso químico es realmente al mismo tiempo una reflexión del conjunto del Universo. Los dos movimientos, el que tiene lugar hacia abajo y el que tiene lugar hacia arriba, se denominan también simpatía y antipatía o, con referencia a la cábala, *voluntas Dei* y *noluntas Dei*. Tras la retirada del principio de la luz formal, la materia queda detrás como el principio de la oscuridad, aunque estaba presente

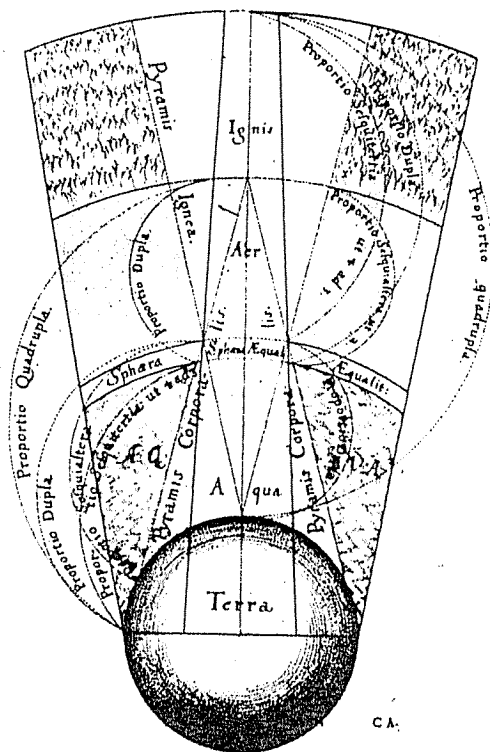


Lámina IV. La interpenetración de las pirámides material y formal: 3, Fludd, *Utriusque cosmi...*, pág. 97.

antes de forma latente como una parte de Dios³⁴. En el centro, exactamente donde estos principios opuestos se compensan, se encuentra la esfera del Sol donde en el misterio del enlace alquímico se engendra el *infans solaris*, que es al mismo tiempo el alma del mundo liberada. Este proceso se describe en una serie de lámi-

³⁴ Esto concuerda con el *Tsimtsun* (Retirada), teoría del cabalista Isaac Luria (1539-1572, que vivió en Safad, Palestina). Cf. Gershom Scholem: *Major Trends in Jewish Mysticism* (Nueva York, 1946), conferencia séptima. Me parece que esta doctrina mística debe ser considerada como uno de los intentos para armonizar la idea aristotélica y alquímica del *increatum* de la *prima materia*, aceptada en esencia por Fludd, con la doctrina bíblica. La idea de que la materia existía desde toda la eternidad es también invocada por el filósofo italiano Giacomo Zabarella (1532-1589).

TRACTATUS LIB. III.
Hic autem monochordum mundanum cum suis proportionibus, confon-
ditur, et inter alios actus comprehenditur, quod in eo extra mundum de
hoc modo deponitur.

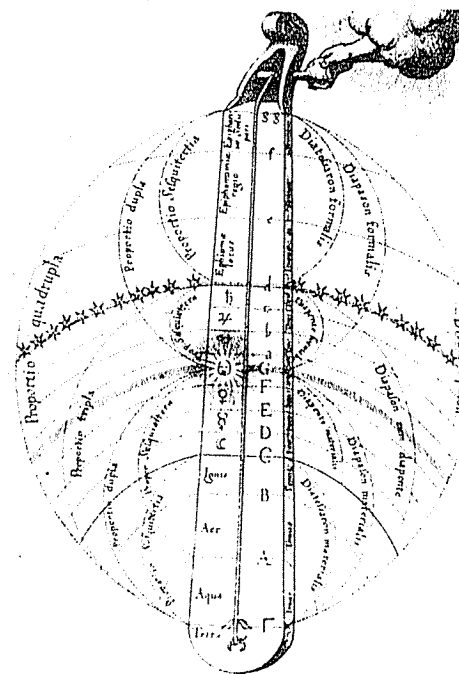


Lámina V. *Monochordus mundanus*, Fludd, *Utriusque cosmi...*, pág. 90.

nas (*picturae*) que Fludd también denomina «figuras jeroglíficas» o *aenigmata* y de las cuales las láminas II a IV representan algunos ejemplos.

En concordancia con las viejas ideas pitagóricas, Fludd desarrolla a partir de las proporciones de las partes de estas pirámides la música cósmica, en la cual los intervalos musicales sencillos desempeñan el papel principal.

Disdiapasón = Octava doble	<i>Proportio quadrupla</i> 4 : 1
Diapasón = Octava	<i>Proportio dupla</i> 2 : 1
Diapente = Quinta	<i>Proportio sesquialtera</i> 3 : 2
Diatessaron = Cuarta	<i>Proportio sesquitercia</i> 4 : 3

Esto se pone de manifiesto en la figura característica de la lámina V, que representa el *monochordus mundanus*. Es de destacar que la idea de música cósmica aparece también en las obras del alquimista Michael Maier.

Desde un punto de vista general, Fludd opina que tanto la armonía del mundo como la astronomía auténtica son realmente imposibles de comprender sin poseer un conocimiento de los misterios alquímicos o rosacruces, y que todo lo que se manifieste sin conocer estos misterios es una ficción subjetiva y arbitraria. Por otra parte, y según Kepler, sólo aquello que sea susceptible de comprobaciones matemáticas cuantitativas pertenece a la ciencia objetiva, siendo el resto personal. Esto ya se deduce de las palabras finales del apéndice al libro V de *Harmonices mundi*³⁶, en el que Kepler tuvo que esforzarse para justificar la adopción de métodos de comprobación matemáticos estrictos:

Tal como se deduce de este breve examen, queda claro que para comprender los densos misterios de la filosofía sumamente profunda que enseña Robert [Fludd], se hace muy necesario algún conocimiento acerca de las proporciones armónicas; sin embargo, él, que ha estudiado todo mi trabajo, de momento se encuentra no menos alejado de aquellos misterios que lo que éstas [las proporciones] lo están [para él] de la precisa exactitud de las demostraciones matemáticas.

La aversión de Fludd a todo lo que implique una medida cuantitativa se pone de manifiesto en los siguientes pasajes:

Lo que él [Kepler] ha expresado sirviéndose de tantas palabras y de un largo discurso, yo lo he comprimido en unas cuantas y lo he explica-

Ex his paucis constare arbitrator, etsi ad intelligenda mysteria conferta philosophiae profundissimae, quam tradit Robertus, cognitione proportionum harmonicarum omnino opus est, tamen illum, qui vel totum opus meum edidicit, adhuc a mysteriis illis perplexissimis abfuturum haud paulo longius ac ipsae ab accuratissima certitudine demonstrationum mathematicarum recesserunt.

Quod igitur ille multis verbis et longa oratione expressit, hoc ego brevibus contraxi, figurisque hic-

do mediante jeroglíficos y figuras en extremo significativas, y no, ciertamente, porque me deleite con las imágenes (como él ha afirmado en otro lugar), sino porque yo (uno de los que, como parece aludir más adelante, asocia con los alquimistas y filósofos herméticos) había tomado la determinación de reunir mucho en poco y, a la manera de los alquimistas, recoger la esencia extraída, desechar la sustancia sedimentaria y escanciar lo bueno en su vasija adecuada, a fin de que se pudiera poner de manifiesto el misterio de la ciencia, que, habiendo sido revelado, permanece oculto; y para que la naturaleza interna de las cosas, tras haber sido despojada de sus vestiduras externas, pueda ser engarzada en un anillo de oro, cual si de una preciosa gema se tratara, como símbolo más adecuado a su naturaleza, esto es, un símbolo cuya esencia pueda ser contemplada por el ojo y por la mente como en un espejo y sin complejos circunloquios.

Es por ello por lo que los matemáticos vulgares se interesan por las sombras cuantitativas, mientras que los alquimistas y los filósofos herméticos perciben el auténtico núcleo de los cuerpos naturales. Para los matemáticos selectos que han estudiado matemáticas formales, la naturaleza se mide y se revela en toda su desnudez; sin embargo, para los espurios e imprudentes permanece invisible y oculta. Es decir, estos últimos miden las sombras en lugar de la sustancia y

roglyphis et valde significantibus explicavi; non sane ideo, quia picturis delector (ut ipse alibi dicit) sed quoniam multa paucis congregare et more Chymicorum (quippe quem cum Chymicis et Hermeticis versari infra innuere videtur) extractam essentiam colligere, faeculentam vero substantiam reiicere, et quod bonum est in suo proprio vasculo collocare decreveram, ut detecto sic scientiae arcano occultum manifestaretur, reique natura interna exutis vestibibus, more gemmae pretiosae aureo annulo insertae, figurae naturae suae magis aptae includeretur, in qua eius virtus, tanquam in speculo, absque verborum plurimorum, circuitione oculo et animo conspiceretur³⁶.

Nam mathematicorum vulgarium est circa umbras quantitativas versari; Chymici et Hermetici veram corporum naturalium medullam amplectuntur³⁷.

A Mathematicis exquisitis et circa mathesin formalem versatis mensuratur atque revelatur Natura nuda; a spuris autem et mendosis invisibilis et occulta manet. Hi ergo umbras pro substantia me-

³⁶ Frisch, V, pág. 334.

³⁶ *Demonstratio quaedam analytica*, pág. 5.

³⁷ *Loc. cit.*, pág. 12.

se alimentan a sí mismos con opiniones inconsistentes, mientras que los primeros rechazan la sombra, aferran la sustancia y se recrean en la contemplación de la verdad.

Pero aquí se oculta toda la verdad, pues él [Kepler] reflexiona sobre los movimientos externos de las cosas creadas³⁹, mientras que yo contemplo⁴⁰ los impulsos internos y esenciales⁴¹ que surgen de la propia naturaleza; él agarra la cola, yo aferro la cabeza; yo percibo la causa primera, él sus efectos. Y aun cuando (como él dice) sus movimientos externos puedan ser reales, se ha hundido ya demasiado en la inmundicia y en el barro de su imposible doctrina, e, indeciso, se ha dejado apresar con demasiada firmeza por ocultos grilletes como para ser capaz de liberarse fácilmente de esas ligaduras, sin riesgo para su honra, y de redimirse a sí mismo de su cautividad sin pagar un precio excesivo⁴². Y el que cava una fosa para los demás, acabará sin saberlo cayendo en ella.

Semejante rechazo de todo lo cuantitativo en favor de la «forma» (que nosotros llamaríamos símbolo), es obviamente por completo incompatible con el pensamiento científico. Kepler replica a lo anterior de la siguiente manera:

³⁸ *Loc. cit.*, pág. 13.

³⁹ *Res naturata*: el objeto natural realmente existente.

⁴⁰ Kepler «desenreda» (*ausklügeln*), Fludd «contempla» (*schauen*).

⁴¹ Los *actus interiores* son los impulsos creativos que tienen lugar en la «propia naturaleza» (*ipsa natura*); los *motus exteriores* resultantes de estos impulsos son los sucesos físicos que se originan en «las cosas creadas» (*res naturata*).

⁴² *Minimo*: más barato.

⁴³ Fludd, *Discursus analyticus*, pág. 36.

tiuntur, opinionibus variis nutriuntur; illi, umbra rejecta, substantiam amplectuntur, veritatisque visione gaudent³⁸.

Sed hic tota latet difficultas, quod ipse motus rei naturatae exteriores excogitat, ego actus internos et essentielles ab ipsa natura profluentes considero; ipse caudam tenet, ego caput amplector; ego causam principalem, ipse illius effectus animadvertit. Et tamen ipse, quamvis motus eius extremi sint reales (ut dicit), magis coeno et luto impossibilitatis suae doctrinae inhaeret et perplexissimus obscuratis vinculis obligatur, quam, ut se facilis ex laqueis istis, salvo suo honore, liberare, captumque redimere queat minimo; atque qui foveam aliis fecit in eandem ipsemet igno-ranter incidit⁴³.

...Cuando pronuncio sus enigmas —armonías, las llamaría yo—, hablo de forma tenebrosa según mi discernimiento y comprensión, y usted mismo me ayuda a ello, ya que niega que su intención sea someterlos a demostración matemática, sin la cual yo me siento como un ciego.

... Quod igitur aenigmata tua, harmonica inquam, tenebrosa appello, loquor ex iudicio et captu meo, et habeo te astipulatorem, qui negas, tuam intentionem subjici demonstrationibus mathematicis, sine quibus ego coecus sum⁴⁴.

Así pues, los contendientes ya ni siquiera se ponen de acuerdo entre lo que se llama luz y oscuridad. Las *picturae* simbólicas de Fludd y los diagramas geométricos de Kepler manifiestan una contradicción irreconciliable. Por ejemplo, para éste es fácil señalar que las dimensiones de las esferas planetarias presentes en la figura de Fludd del *monochordus mundanum*, anteriormente ilustrada, no se corresponden con las dimensiones empíricas reales. Cuando éste replica que los *sapientes* no se han puesto de acuerdo sobre las dimensiones definitivas de las esferas, y que esta cuestión no es realmente importante, Kepler señala, oportunamente, que las proporciones cuantitativas, por lo que a la música se refiere, son esenciales, de manera especial en el caso de la proporción 4 : 3, característica del intervalo de cuarta. Naturalmente, Kepler objetó además la hipótesis de Fludd de que era la Tierra y no el Sol la que ocupaba el centro de las esferas planetarias.

El desprecio de Fludd por todo lo cuantitativo, como son todo tipo de divisiones y multiplicidades, y que pertenece en su opinión al principio de oscuridad (materia, diablo)⁴⁵, da lugar a

⁴⁴ Frisch, V, pág. 424.

⁴⁵ *Replicatio*, pág. 27, sobre Francisco Jorge Véneto:

Él concluye por tanto que el alma es una y simple, pero se puede llamar divisible cuando se desciende a las cosas inferiores. Y esta es la razón de la generación y de la descomposición en las esferas inferiores. Por ello, Pitágoras dice cuando escribe a Eusebio: «Dios está en la unidad, pero el Diablo y lo maligno está en la dualidad porque en ésta hay multiplicidad material...»

Replicatio, pág. 37:

La materia se expande sólo en masa

Concludit igitur, quod anima sit unica et simplex, ad res vero inferiores descendens divisa dicitur. Atque haec est generationis et corruptionis ratio in rebus inferioribus. Hic ergo dicit Pythagoras scribendo ad Eusebium: Deus est in unitate, in dualitate vero est Diabolus et malum quippe in quo est multitudo materialis...

Materiam, quae sola in mul-

otra diferencia esencial entre las opiniones de ambos, la que se refiere a la posición que ocupa el alma en la naturaleza. La sensibilidad del alma a las proporciones, tan fundamental para Kepler, es a juicio de Fludd únicamente el resultado de su implicación en el mundo corpóreo (oscuro), mientras que sus facultades imaginativas, que reconoce como una unidad, surgen de su naturaleza real cuyo origen radica en el principio de la luz (*forma*). Mientras que Kepler representa el punto de vista moderno según el cual el alma es una parte de la naturaleza, Fludd protesta incluso por la aplicación del concepto «parte» al alma humana, puesto que ésta, al no participar de las leyes del mundo físico, es decir, en cuanto que pertenece al principio de la luz, es inseparable del alma del mundo *en su conjunto* (véase Apéndice I).

Kepler se ve obligado a rechazar las «matemáticas formales» que Fludd opone a las matemáticas «vulgares»:

Si usted conoce otras matemáticas (además de las vulgares de las cuales han recibido, hasta el momento, su nombre los reputados como matemáticos), es decir, unas matemáticas que sean simultáneamente naturales y formales, yo debo confesar que nunca las he experimentado, salvo que nos refugiemos en el origen más general del mundo [enseñanza, doctrina] y renunciemos a las cantidades. Como usted sabe, no voy a hablar aquí de eso. Usted, Robert, puede quedarse con su fama y con las evidencias que la sustentan, y pienso que juzgará, sin necesidad de mi ayuda, lo precisas y ciertas que son. Yo reflexiono sobre los movimientos visibles determinables por los propios sentidos, *usted puede considerar los impulsos internos* e intentar diferenciarlos según los grados. Yo aga-

y no en forma, la cual siempre está ininterrumpidamente ligada con su fuente de esplendor...

Mathesin si tu aliam nosti (præter vulgarem illam, a qua denominati fuerunt quotquot hæcenus mathematici celebrantur), quæ scilicet sit naturalis et formalis, eam ego fateor numquam delibasse, nisi ad generalissimam vocis originem confugimus, dimissis quantitativis. De illa igitur scito me hic non esse locutum; habeas tibi, Roberte, laudem et illius et demonstrationem in illa, quæ quam sint accuratae, quam certæ, tute tecum judicabis sine me arbitro. Motus ego cogito visibiles sensuque ipso determinabiles, tu *actus internos considerato* deque iis in gradus distinguendis laborato; *caudam ego teneo* sed manu, tu caput

titudine dilatatur et non in forma quæ semper continua est ad suum fontem lucidum...

ro la cola pero la mantengo en mi mano; *usted puede aferrar la cabeza* mentalmente, aunque únicamente, me temo, en sus sueños. Yo me contento con los efectos, esto es, con los movimientos de los planetas. Si usted encontrara en las propias causas armonías tan diáfanas como lo son las mías en los movimientos, sería justo que yo le felicitara por su talento inventivo y que lo hiciera conmigo mismo por mi talento de observación tan pronto como fuera capaz de observar algo.

amplectaris mente, modo ne somnians; ego contentus sum *effectis* seu planetarum motibus, tu si in ipsis causis invenisti harmonias adeo liquidas, quam sunt meae in motibus, æquum erit, ut ego et tibi de inventionem et mihi de perceptione gratuler, ubi primum percipere potero⁴⁶.

Sin embargo, la situación no es tan sencilla como Kepler da a entender. Después de todo, su punto de vista teórico no es puramente empírico, sino que contiene elementos tan esencialmente especulativos como puede ser el de la noción de que el mundo físico es la realización de imágenes arquetípicas preexistentes. Es interesante hacer notar que esta vertiente especulativa de Kepler (no manifestada aquí) está contrarrestada en el caso de Fludd por una tendencia empírica menos obvia. De hecho, éste intentó fundamentar su filosofía especulativa de los principios de la luz y de la oscuridad en experimentos científicos realizados con la ayuda del denominado «barómetro». Puesto que esta tentativa arroja luz sobre lo que nos puede parecer un episodio raro en la historia intelectual del siglo XVII, me gustaría añadir algo acerca de este punto, aunque los pasajes relevantes sólo se encuentran en un postrero trabajo de Fludd, *Philosophia Moysaica* (Gouda, 1637), que no apareció hasta después de la muerte de Kepler.

El barómetro se construía mediante inmersión de un recipiente de vidrio abierto por el extremo inferior en un receptáculo que contenía agua. El aire contenido en el recipiente, al rarearse por calentamiento, originaba en su interior una columna de agua cuyo nivel era determinado por la temperatura y por la presión del aire. Sin embargo, este último concepto, no conocido antes de Torricelli, y las variaciones temporales en el nivel del agua, causadas en parte por las de la presión del aire, se interpretaban nor-

⁴⁶ *Apologia* (Frisch, V, pág. 460).

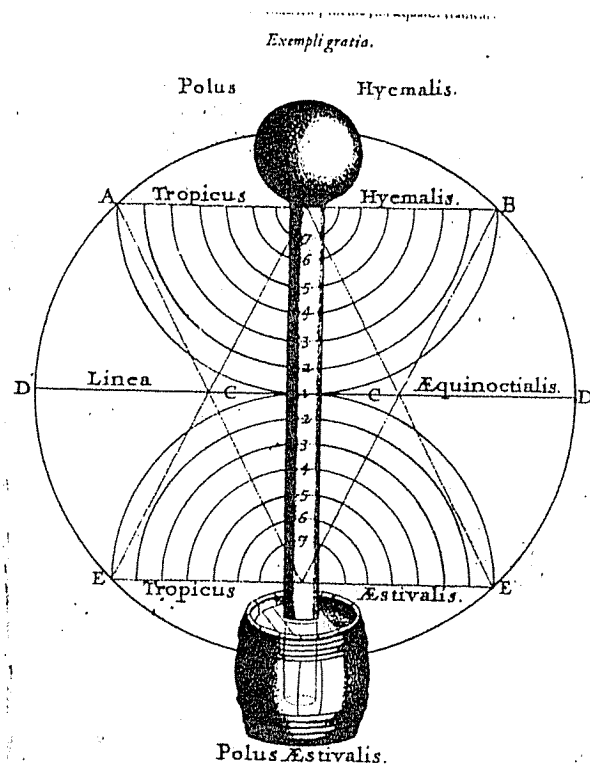


Lámina VI. El barómetro de Fludd. Fludd, *Philosophia Moysaica*, fol. 4.

malmente sólo como debidas a las variaciones de temperatura. La columna de agua baja al ser calentada y sube al ser enfiada como consecuencia de la expansión o de la contracción del aire que queda sobre la misma. El instrumento, una especie de combinación de barómetro y termómetro, se comporta, por supuesto, al revés de lo que para nosotros es habitual⁴⁷.

La lám. VI y las siguientes citas de *Philosophia Moysaica* dejan

⁴⁷ Sobre la historia de este instrumento, cf. G. Boffito, *Gli strumenti della scienza e la scienza degli strumenti* (Florenia, 1929), donde se hace referencia a una ilustración (lám. 66) y descripción del «barómetro» de *Sphaera Mundi* de Giuseppe Biancani (Bolonia, 1620), pág. 111, y también a las de un instrumento similar de Galileo llamado «termoscopio» (lám. 115). Esta información bibliográfica ha sido gentileza del profesor Panofsky.

en claro que Fludd considera el barómetro como un símbolo de la competencia entre los principios de la luz y de la oscuridad en el macrocosmos, tema del que ya se ha tratado aquí. Los triángulos de la lám. VI son los mismos que los de las figuras anteriores (láms. I-IV).

Algunos contemporáneos se atribuyen falsamente ese instrumento comúnmente denominado barómetro; es decir, alardean engañosamente de él como si hubiera sido inventado por ellos.

Tan apasionadamente ávido de renombre y codicioso de fama y reputación es el hombre, que para adquirirlos le importa poco si los procedimientos son rectos o tortuosos. Esta fue la única razón por la que los filósofos paganos se atribuyeron fraudulentamente aquellos principios filosóficos que por derecho supremo pertenecían al sabio y divino filósofo Moisés, los velaron y disimularon su robo mediante nuevos nombres o títulos para así poder ostentarlos como debidos a su propia invención (como se ampliará más adelante). Así también, nuestro instrumento experimental o barómetro tiene muchos inventores espurios o ilegítimos, quienes, alterando algo la forma del original, alardean de que fueron ellos los primeros que tuvieron esta idea (*inventionem*). En lo que a mí concierne, juzgo que es justo y honesto atribuir a cada uno lo que es suyo: por ello no me avergüenza atribuir los principios de mi filosofía a mi maestro Moisés, quien a su vez los recibió íntegros y escritos de la propia mano de Dios. No puedo por tanto, en justicia, arrogarme

Quod instrumentum vulgo speculum Calendarium dictum, falso a quibusdam nostri seculi hominibus sibi met ipsis arrogatur, utpote, qui illud propriam suam inventionem esse falso gloriantur.

Gloriae tam impense avidus atque famae et reputationis cupidus est homo, ut quomodo, quave ratione illam acquirat, nimirum an sit directe vel indirecte, parum refert. Ista sola erat causa, ob quam Ethnici philosophi sibi ipsis ea philosophiae principia more surreptitio ascripserunt, quae summo jure sapienti divinoque philosopho Moysi pertinebant, nominibusque sive titulis novis illam suam latrociniam velabant et quasi deaurabant, ut hac ratione ostentarent ea propriis suis inventionibus fuisse stabilita (ut infra dicetur latius); simili plane ratione instrumentum sive speculum hoc nostrum experimentale, plurimos habet inventores spurios seu adulterinos, qui, quoniam typi formam aliquantulum immutarent, ipsius inventionem a seipsis prius excogitatum gloriantur. Quod ad me attinet, cuilibet quod suum erit tribuere aequam atque honestum esse existimo: non enim erit mihi

o pretender la invención de este instrumento aunque haya hecho uso de él (bien que en otra forma) en mi historia del macrocosmos natural, y en otra parte, a fin de comprobar la veracidad de mi argumento filosófico; y he de confesar que lo encontré verbalmente especificado y geométricamente diseñado en un manuscrito de al menos hace cincuenta años. Así pues, en primer lugar explicaré la forma en que lo encontré en ese viejo registro que acabo de mencionar y después describiré su forma y posición, así como la manera en la que habitualmente lo utilizamos.

Antes de que procedamos a nuestra demostración ocular, que realizaremos mediante nuestro instrumento experimental, debemos considerar en primer lugar que el aire en general, esto es, el elemento genérico del mundo sublunar es la parte más delgada y espiritual de «las aguas bajo el firmamento» mencionadas por Moisés. Por tanto, es cierto que cualquier parte de este aire corresponde a su totalidad y, en consecuencia, el encerrado en el receptáculo de vidrio de este instrumento es de la misma naturaleza y condiciones que el aire del mundo en general. De

dedecus istius meae philosophiae principia praeceptorum meo Moysi ascribere, utpote qui ipsa etiam divino digito formata atque designata accepit, neque jure mihi fabricam huius instrumenti primariam arrogare aut vindicare queam, quamvis illo in naturali Macrocosmi, mei historia et alibi ad veritatem argumenti mei philosophici demonstrandam (licet in alia forma) sum usus: et agnosco, me illud in veteri quingentorum saltem annorum antiquitatis manuscripto graphice specificatum, atque geometricè delineatum invenisse. Primo itaque formam, sub qua illud in monumento praedicto antiquo inveni, vobis exponam: deinde eius figuram atque positionem, quod vulgariter inter nos est cognitum atque usitatum hic describam⁴⁶.

Priusquam ad ocularem nostram istam demonstrationem procedamus, quae erit in et per experimentale nostrum instrumentum facta, inprimis considerare debemus, quod Catholicus aer seu generale regionis sublunaris Elementum, sit subtilior et magis spiritualis Aquarum, infra Firmamentum portio, de quibus Moyses facit mentionem: Quare certum est quod quaelibet eiusdem aeris particula correspondeat eius toti, et per consequens aer inclusis in Ins-

donde se deduce que, debido a la continuidad entre ambos, el aire general del mundo sublunar se comporta en su disposición exactamente de la misma manera que el aire parcial encerrado en el receptáculo, el cual es una parte del aire general; y éste, a su vez, se comporta como el Espíritu de Ruach-Elohim que flota sobre las aguas y con Su presencia las anima, vivifica e informa, y las extiende proporcionándoles movimiento; de forma que en Su ausencia, esto es, tras cesar la actuación de Su fuerza y la emanación activa, o tras concentrar en Sí Mismo la actividad de Sus rayos, las aguas se contraen, se condensan, se oscurecen y se tornan inmóviles y calmadas.

trumenti huius vitro est eiusdem naturae et conditionis cum aere Catholico mundano. Unde liquet, quod ratione continuitatis ipsorum, ut aer generalis mundi sublunaris in sua dispositione se habet, ita etiam eius aer particularis vitro inclusa, qui est Catholici pars, se habet iterum ut Spiritus Ruah-Elohim, qui ferebatur super aquas, ipsas sua praesentia animavit, vivificavit, informavit, easque dando iis motionem dilatavit; ita quidem ipsius absentia seu actus et emanationis agilis cessatione, seu radorum activitatis suae in seipsum contractione, aquae similiter sunt contractae, condensatae, obscuratae et immobiles atque quictae factae⁴⁷.

A la vista de esta descripción, casi se está tentado de denominar al barómetro, en el sentido de Fludd, un «noluntómetro».

Es significativo, en lo que a la confrontación entre Kepler y Fludd se refiere, que para éste el número cuatro tenga un carácter simbólico especial, que, como hemos visto, no tiene en el caso de Kepler. Una cita de *Discursus analyticus* de Fludd, que figura en el Apéndice II, puede arrojar algo de luz sobre esta cuestión.

Esperamos que lo dicho anteriormente le haya servido al lector para conocer algo acerca de la atmósfera que prevalecía en la primera mitad del siglo XVII, en la que la nueva forma de pensamiento científico, matemático y cuantitativo colisionó con la tradición alquímica expresada cualitativamente mediante imágenes simbólicas. La primera, representada por el productivo y creativo Kepler, siempre esforzándose en encontrar nuevos modos de expresión, y la segunda, por el epígono Fludd que no sólo no podía colaborar, sino que veía claramente amenazado su mundo

⁴⁶ R. Fludd, *Philosophia Moysaica*, Gouda, 1637, I, 1, fol. altera.

⁴⁷ R. Fludd, *Philosophia Moysaica*, fol. 27 v. (I, III).

de misterios, que se iba quedando arcaico en virtud de la nueva alianza entre inducción empírica y pensamiento lógico matemático. Da la impresión de que Fludd nunca tenía razón cuando discutía sobre física o astronomía, y es que, como consecuencia de su rechazo del elemento cuantitativo, permaneció forzosamente ajeno a sus leyes y entró, inevitablemente, en un conflicto irreconciliable con el pensamiento científico.

Sin embargo, la actitud de Fludd nos parece algo más comprensiva cuando se analiza desde la perspectiva de una diferenciación más general entre dos tipos de mente, diferencia que, por otra parte, puede rastrearse a lo largo de la historia. Uno de los tipos considera esenciales las relaciones cuantitativas de las *partes*; el otro, la indivisibilidad cualitativa del *todo*. Un ejemplo de esto se encuentra ya en la antigüedad cuando se contemplan las dos definiciones de belleza. Una de ellas se refiere a la concordancia idónea de las partes entre sí y con el todo; la otra (remontándonos a Plotino) no hace referencia a las partes, sino que afirma que la belleza es el esplendor eterno de «Aquél» que resplandece continuamente en el fenómeno material⁵⁰. Puede también encontrarse una comparación análoga en la conocida polémica mantenida entre Goethe y Newton acerca de la teoría de los colores. El primero tenía una aversión similar a «las partes» y siempre resaltaba la influencia perturbadora que ejercían los instrumentos sobre los fenómenos «naturales». Nos gustaría manifestar nuestra opinión sobre el hecho de que estas actitudes discutibles son en realidad ilustraciones que muestran la diferencia entre el tipo sensible o intuitivo y el tipo pensante. Goethe y Fludd representan al sensible y a la aproximación intuitiva, y Newton y Kepler, al pensante; incluso no se debería considerar a Plotino como pensador sistemático si se lo compara con Aristóteles y Platón⁵¹.

Los eruditos modernos prefieren en principio no adscribirse a

⁵⁰ La controversia entre ambas definiciones de belleza jugó papel particularmente importante en el Renacimiento, cuando Ficino tomó partido por Plotino.

⁵¹ Como quiera que el pensamiento científico, basado en la cooperación de teoría y experimento, es una combinación de reflexión y sensación, su polo opuesto se puede describir de forma más precisa por el término «percepción intuitiva». Sobre Plotino, cf. también Schopenhauer, *Fragmente zur Geschichte der Philosophie*, 7: «Neuplatoniker» (en *Parerga und Paralipomena*, ed. R. von Koeber, Berlín, 1891).

ninguno de estos tipos antagónicos, caracterizados porque uno de ellos implica un mayor grado de conciencia que el otro, y esta es la causa de que la vieja disputa entre Kepler y Fludd mantenga aún su interés, como cuestión de principio, en una época en la que las ideas científicas acerca de la música del mundo han perdido por completo su significado. Otro indicio de esto puede verse en el hecho singular de que la actitud «cuaternaria» de Fludd, por contraposición con la «trinitaria» de Kepler, se corresponde, desde un punto de vista psicológico, con una mayor *completitud de la experiencia* (*Erleben*)⁵². Aunque Kepler concibe el alma prácticamente como un sistema de resonadores capaz de ser descrito matemáticamente, siempre ha intentado expresar la imagen simbólica, además de la parte inconmensurable de la experiencia, que también incluye los imponderables de las emociones y de las evaluaciones emocionales. Aun a costa de la pérdida de conciencia que implica el aspecto cuantitativo de la naturaleza y de sus leyes, las figuras «jeroglíficas» de Fludd intentan preservar una *unidad* entre la experiencia interna del «observador» (como lo llamaríamos hoy) y los procesos externos de la naturaleza, y, por tanto, una *integridad* en su contemplación; integridad contenida antiguamente en la idea de la analogía entre micro y macrocosmos, pero aparentemente ausente ya en Kepler y perdida en la visión del mundo de las ciencias naturales clásicas⁵³.

La física cuántica moderna incide de nuevo sobre el factor de la perturbación de los fenómenos a través de la medida (véase la siguiente sección), y la psicología moderna hace uso otra vez de las imágenes simbólicas (especialmente de las originadas espontáneamente en sueños y fantasías) como materia prima para la comprensión de procesos de la psique colectiva («objetiva»). Así, la física y la psicología vuelven a reflejar, para el hombre moderno, el viejo antagonismo entre lo cuantitativo y lo cualitativo. Sin embargo, desde la época de Kepler y Fludd cada vez se ha vuelto

⁵² Esto está en armonía con los textos alquímicos más antiguos, según los cuales sólo la totalidad de los cuatro elementos hace posible producir la *quinta essentia* y el *lapis*, que es la transmutación real. En el Apéndice III se pueden encontrar más datos sobre el simbolismo de los números tres y cuatro.

⁵³ Como paralelismo moderno a esta tendencia hacia la unidad y la completitud, cf. especialmente el estudio del sincronismo de Jung y su ensayo «The Spirit of Psychology», en *Spirit and Nature* (conferencias en *Eranos Yearbooks*, 1, Nueva York, 1954, Londres, 1955).

menos remota la posibilidad de relacionar estos polos antitéticos. Por otra parte, la idea de complementariedad de la física moderna nos ha demostrado, mediante un nuevo tipo de síntesis, que la contradicción en las aplicaciones de antiguas concepciones antitéticas (tales como las de partícula y onda) es sólo aparente; por otro lado, la posibilidad de emplear ideas de la vieja alquimia, puesta de manifiesto en la psicología de Jung, apunta hacia una unidad más profunda entre los acontecimientos psíquicos y físicos (*Geschehen*). Para nosotros, al contrario que para Kepler y Fludd, el único punto de vista aceptable es aquel que reconozca ambas partes de la realidad —la cuantitativa y la cualitativa, la física y la psíquica— como compatibles entre sí, y que sea capaz de abarcarlas simultáneamente.

7

El hombre moderno, obviamente, no se cuestiona la posibilidad de retroceder al punto de vista arcaico que pagaba el precio de su unidad y completitud a costa de una ignorancia ingenua de la naturaleza. El fuerte desecho de una mayor unificación de su visión del mundo le impulsa, sin embargo, a reconocer la trascendencia del estadio del conocimiento precientífico en el desarrollo de las ideas científicas —trascendencia de la que ya se ha hecho mención al comienzo de este ensayo— complementando la investigación de este conocimiento (*Erkenntnis nach außen*) con el dirigido hacia dentro (*Erkenntnis nach innen*). El primero de estos procesos está dedicado a adaptar nuestro conocimiento a los objetos externos, y el segundo debería arrojar luz sobre las imágenes arquetípicas utilizadas en la creación de nuestros conceptos científicos. Sólo combinando ambas direcciones de investigación puede obtenerse el conocimiento completo.

El deseo universal de una mayor unificación de nuestra visión del mundo, particularmente entre los científicos, se ha intensificado en gran medida por el hecho de que si bien ahora tenemos ciencias naturales, ya no poseemos una imagen científica total del mundo (*Weltbild*). Desde el descubrimiento del cuanto de acción, la física se ha visto gradualmente obligada a renunciar a la

soberbia pretensión de su capacidad para comprender, en principio, el mundo *en su conjunto*. Sin embargo, esta misma circunstancia, como correctora de anteriores desviaciones, podría contener el germen de progreso hacia una concepción unificada de la totalidad del cosmos (*Gesamtweltbild*), del que las ciencias naturales son sólo una parte.

Intentaré demostrar esto refiriéndome al problema, aún no resuelto, de la relación entre acontecimientos del mundo físico y del alma, problema que ya atrajo la atención de Kepler, quien, tras haber demostrado que las imágenes ópticas formadas en la retina están invertidas respecto a los objetos originales, se burló del mundo científico durante algún tiempo preguntando por qué la gente no veía los objetos invertidos en lugar de derechos. Por supuesto, esta cuestión tuvo fácil solución al tratarse sólo de un problema ilusorio, ya que de hecho el hombre es incapaz de comparar imágenes con objetos reales, pues únicamente registra las impresiones sensoriales resultantes de la estimulación de determinadas áreas de la retina. Sin embargo, el problema general de la relación entre lo físico y lo psíquico, entre lo interno y lo externo, difícilmente puede decirse que haya sido resuelto por el concepto de «paralelismo psicofísico» adelantado en el siglo pasado. No obstante, la ciencia moderna puede habernos aproximado a una concepción más satisfactoria de esta relación estableciendo, dentro del campo de la física, el concepto de *complementariedad*. Sería enormemente satisfactorio que lo físico y lo psíquico pudieran ser aspectos complementarios de la misma realidad; sin embargo, aún no sabemos si en este caso nos enfrentamos o no —como suponían Bohr y otros científicos— con una auténtica relación de complementariedad que involucre exclusión mutua, en el sentido de que una observación exacta del proceso fisiológico origine una interferencia con el proceso psíquico que haga totalmente inaccesible la observación de éste. No obstante, es cierto que la física moderna ha generalizado la antigua confrontación entre sujeto aprehensor y sujeto aprehendido a la idea de hendidura o *división* (*Schnitt*) existente entre observador o medio de observación, por un lado, y sistema observado, por otro. Mientras que la *existencia* de tal división es una condición necesaria del conocimiento humano, la física moderna sostiene que su *ubicación* (*Lage*) es, hasta cierto punto, arbitraria, y resulta como consecuencia de una elección codeterminada por consideraciones de

conveniencia y, en consecuencia, parcialmente libre. Además, mientras que los antiguos sistemas filosóficos situaban lo psíquico en el lado subjetivo de la división, es decir, en el lado del sujeto aprehensor, y lo material en el otro, o sea, en el lado de lo que es observado objetivamente, el punto de vista moderno es más liberal a este respecto. Así, la microfísica muestra que el medio de observación puede consistir en aparatos de registro automático, y la psicología moderna prueba que en el lado de lo que es observado introspectivamente existe una psique inconsciente de considerable realidad objetiva. Por tanto, el orden objetivo que se presumía en la naturaleza es, por una parte, relativo respecto al no menos indispensable medio de observación exterior al sistema observado, y, por otra, está situado más allá de la distinción entre lo «físico» y lo «psíquico».

Ahora bien, existe una diferencia básica entre los observadores o instrumentos de observación que deben ser tomados en consideración por la microfísica moderna y el observador objetivo de la física clásica. Por éste, yo entiendo no a aquel que necesariamente no tiene efecto sobre el sistema observado, sino a aquel cuya influencia puede ser siempre eliminada mediante correcciones determinables. Sin embargo, las leyes naturales en microfísica son tales que cada pizca de conocimiento adquirido a partir de una medida debe ser pagada como pérdida de otros datos complementarios de dicho conocimiento. Por tanto, cada observación interfiere, en una escala indeterminable, tanto con los instrumentos de observación como con el sistema observado, e interrumpe la relación causal entre los fenómenos precedentes y los posteriores. Esta interacción incontrolable entre observador y sistema observado, que tiene lugar en cada proceso de medida, invalida la concepción determinista de los fenómenos que se asume en física clásica. Así, la serie de acontecimientos que tienen lugar según reglas predeterminadas se interrumpe, después de que el espectador haya elegido libremente entre dispositivos experimentales mutuamente excluyentes, por la observación selectiva, la cual, como acontecimiento esencialmente no automático (*Geschehen*), puede ser comparable a la creación en el microcosmos o incluso a la transmutación (*Wandlung*), cuyos resultados son, sin embargo, imposibles de predecir y trascienden el control humano⁵⁴.

⁵⁴ Cf. sobre esta materia el ensayo del autor «Die philosophische Bedeu-

Así se explica de forma satisfactoria el papel del observador en la física moderna. La reacción del conocimiento ganado sobre el ganador de ese conocimiento (*Erkennenden*) da lugar, no obstante, a una situación que trasciende la ciencia natural, ya que sería necesario, en virtud de la completitud de la experiencia relacionada con él, que ejerciera una fuerza ineludible para el investigador (*für den Erkennenden verbindlich*). Hemos visto cómo no solamente la alquimia, sino también la idea heliocéntrica, suministran un ejemplo instructivo acerca del problema de cómo está relacionado el proceso del conocimiento con la experiencia religiosa de transmutación experimentada por aquel que lo adquiere (*Wandlungserlebnis des Erkennenden*). Esta relación sólo puede ser comprendida mediante símbolos que expresen imaginativamente el aspecto emocional de la experiencia, y que permitan establecer una afinidad vital entre la suma total del conocimiento contemporáneo y el proceso real de comprensión. Ya que hoy día la posibilidad de tal simbolismo se contempla como una idea extraña, podría considerarse de especial interés examinar otra época en la cual los conceptos de lo que ahora llamamos mecánica científica clásica fueran asimismo extraños, pero que nos permitiera comprobar la existencia de un símbolo que tuviera simultáneamente una función científica y religiosa.

tung der Idee der Komplementarität», en *Experientia* 6 (cuaderno 2), págs. 72-75 [ensayo 2 de esta colección]. El nuevo tipo de estadística, ley natural de la física cuántica, que funciona como intermediario entre el discontinuo y el continuo, no puede, en principio, ser reducido a leyes deterministas causales en el sentido de la física clásica, y sólo limitando lo que sucede, según la ley, a lo que es reproducible se debe volver a percibir la existencia de lo esencialmente único en los acontecimientos físicos. Me gustaría proponer, siguiendo a Bohr, que esta nueva forma de ley natural se designara como «correspondencia estadística».

Apéndice I

Rechazo de Fludd a la proposición de que el alma del hombre es una parte de la naturaleza

Replicatio in Apolog. ad Anal. XII (Frankfurt del Meno, 1622), págs. 20 sig. *

De estos fundamentos de su *Harmonices* surgen, en mi opinión, múltiples cuestiones y dudas no fácilmente resolubles, a saber:

1. ¿Es el alma humana una parte de la naturaleza?
2. ¿Está reflejado el círculo con sus divisiones mediante polígonos regulares en el alma por ser ésta [el alma] una imagen de Dios?
3. ¿Se asientan los determinantes de las armonías intelectuales en la Mente Divina como consecuencia de la división del círculo que tiene lugar en la esencia de la propia alma, como le gustaría a Johannes Kepler (pág. 21), cuyo modelo aquí es la mente humana, la cual ha mantenido de su arquetipo la impresión de los datos geométricos desde el mismo comienzo del hombre?
4. ¿Es el sentido del oído una parte de la naturaleza y da testimonio de los sonidos y de sus propiedades como si representara [para el intelecto] el *sensus communis*?
5. Suponiendo que (sobre la

Ut mihi videtur, ex hisce Harmonicae tuae fundamentis quaestiones et dubia multifaria non facile dissolvenda oriuntur: videlicet

1. An anima humana sit pars naturae?
2. An in Anima reluceat Circulus cum suis divisionibus per regularia plana, propterea quia ipsa est imago Dei.
3. An ex divisione, quae sit in ipsius animae essentia, constituentur termini harmoniarum intellectualium in mente divina, ut vult Johannes Keplerus (p. 21) cuius exemplar est hic humana, characterem rerum Geometricarum inde ob ortu hominis ex Archetypo suo retinens?
4. An Auditus pars sit Naturae, testeturque de sonis eorumque qualitatibus, quas sensus communis repraesentat?
5. Si inveniretur propor-

base de lo dicho anteriormente) la proporción está reflejada en la mente desde su origen, ¿se pueden considerar armoniosos los sonidos y derivarse placer de ellos?

6. Al igual que el cuadrado, ¿es el triángulo una parte de la naturaleza de las cosas inteligibles?, y además, ¿divide al círculo en partes que determinan, por su cantidad o longitud, alguna proporción armoniosa? ⁵⁵, y los demás valores naturales presentes en el canto artificial, ¿siguen los valores numéricos establecidos de las consonancias?

Comenzaré, Johannes mío, a hablar, siguiendo un orden, sobre los puntos principales de estas preguntas, intentando no contradecirle ni tampoco causar daño alguno a su *Harmonices*, guiado sólo por el placer de discutir y, como un filósofo estimulado por otro, de tratar de resolver algunas cuestiones que se apartan de su propia opinión.

¿Es el alma humana una parte de la naturaleza?

A esta pregunta, aun en contra de su deseo, debo responder negativamente.

1. Debido a que la naturaleza, en su capacidad de alma universal, contiene la fórmula del todo y no es divisible en partes esenciales, como atestigua Platón.

2. Hermes Trimegisto dice que el alma, o la mente humana (a la cual no dudó en llamar la naturaleza de Dios), puede ser separada o dividida

tio (ex praedictis) in intellectu ab origine relucens, an soni censeantur harmonici et utrum ab iis delectatio oriatur, necne?

6. An pars naturae rerum intelligibilem sit triangulum, pars quadrangulum et quodlibet distinguat circulum in partes, quae sunt quantitate seu longitudine sua termini proportionis alicuius harmonicae, et an ad numerum consonantiarum sic constitutum sequantur reliqua, quae insunt in cantu artificiali Naturalia?

De harum, inquam quaestionum praecipuis, mi Johannes, ordine, non ut tibi in re aliqua contradicam, aut aliquid Harmonicae tuae damni afferam, sed disputandi solummodo gratia, atque ut Philosophus a Philosopho ad quaestionum quarundam resolutionem praeter opinionem suam irritatus, sic exordior:

An Anima humana sit pars Naturae?

Quaestio haec negative a contra me spem tuam tenetur:

1. Quia Natura quatenus anima universalis rationem habet totius, nec in partes quidem essentielles dividitur, ut testatur Plato.

2. Dixit Mercurius Trimegistus, Animam s. mentem humanam (quam Dei naturam appellare haud dubitavit), a

* Cf. *Apologia* de Kepler (Frisch, V, pág. 429).

⁵⁵ Literalmente: «son los *termini*», verbigracia, determinantes.

de Dios tan poco como lo hace un rayo de luz del Sol.

3. Tanto Platón como Aristóteles parecen afirmar que el Creador de todas las cosas poseía como alma algo completo [total] antes de cualquier división, denominando Platón a este alma, naturaleza universal.

4. Platón dice que el alma, cuando se separa de las leyes corpóreas, no es un número que tenga una magnitud definida y no puede ser dividida en partes ni multiplicada, sino que es *una* [un continuo].

5. Y Yámblico parece mantener que el alma, aunque parezca tener dentro de sí todos los órdenes y categorías, sin embargo se ajusta siempre a algo unitario.

6. Finalmente, Pitágoras, y el resto de los filósofos que fueron dotados de algún don divino, reconocían que Dios es uno e indivisible. Por tanto, podemos argumentar mediante el siguiente silogismo:

A. *Aquello que fue un todo antes de cualquier división no es una parte de algo.*

B. *Ahora bien, el alma fue un todo antes de cualquier división.*

C. *Por tanto, no puede ser una parte de la naturaleza*⁵⁶.

B está demostrado mediante el tercer axioma mencionado anteriormente. Pero si para objetar A usted afirma que el filósofo se refería al alma

Deo non minus separari aut dividi, quam radius Solis a Sole.

3. Plato cum Aristotele affirmare videtur, quod creator omnium possideret animam totale quiddam ante divisionem. Et Plato hanc animam Universalem naturam nuncupavit.

4. Plato dicit, quod Anima separata a legibus corporeis non sit numerus habens quantitatem, nec dividitur nec multiplicatur in partes, sed est uniformis.

5. Et Jamblichus adstipulari videtur, quod Anima, quamvis videatur omnes rationes et species in se habere, tamen determinata est semper secundum aliquid unum.

6. Pythagoras denique et omnes alii Philosophi divinitate aliqua praediti Deum agnoverunt esse unum et indivisible. Sic ergo Syllogistice disputamus:

Quod erat totale quiddam ante ullam divisionem, non est pars alicuius rei,

At Anima erat totale quid ante divisionem,

Ergo non potest esse pars naturae.

Minor probatur per tertium axioma supra allegatum. At si ad Maiorem dicis, Philosophum intellexisse de Anima

del mundo o universal, y usted al alma humana, le replicaré con el cuarto axioma que expresa que el alma, separada de las leyes corpóreas, ni es un número ni es divisible. Ahora bien, el alma del mundo, la cual, en opinión de Platón y según el axioma 3, es la propia naturaleza, está separada de las leyes corpóreas. En consecuencia, el alma humana no puede ser considerada tampoco una parte de la primera, ya que ésta es indivisible (como lo demuestran los axiomas 2, 3 y 4). También puedo explicárselo de otra forma extrayendo mi argumento de sus propias palabras:

A. *La imagen de Dios no es parte de cosa alguna.*

B. *Ahora bien, partiendo de la base de que ha sido otorgada, el alma humana es la imagen de Dios.*

C. *Por tanto, no es una parte de la naturaleza.*

A es claro, ya que Dios es Uno e Indivisible según el axioma 6. B es una afirmación suya, como se cita en la segunda pregunta y como declara el discurso de Hermes Trimegisto acerca de la extensión de la mente según el axioma 2.

Vayamos ahora a la segunda cuestión: *¿está reflejado el círculo con sus divisiones mediante polígonos regulares en el alma por ser ésta la imagen de Dios?*

Tampoco dudaré en responder a esta pregunta de forma negativa, y ello sustentado por los argumentos más fuertes y alentadores de los filósofos. A saber:

mundi seu totali, te autem de illa humana, replicamus cum axioma quarto, quod Anima separata a corporeis legibus non est numerus, neque dividitur: At Anima illa mundi, quae secundum Platonem iuxta axioma 3 est ipsa natura, separatur a corporeis legibus, ergo nec Anima humana potest recenseri pro parte illius, cum sit indivisibilis, ut per 2, 3 et 4. Vel aliter sic tecum agam, argumentum meum a tuo proprio ore desumendo:

Imago Dei non est pars alicuius rei,

At vero, ex concessis, Anima humana est imago Dei.

Ergo non est pars Naturae.

Maior patet, quia Deus est unum et indivisible, per 6. Minor est assertio tua, ut in quaestione secunda declaratur et Trismegisti sermo de Mentis amplitudine hoc declarat. Axioma 2.

Jam vero ad secundam Quaestionem properabimus, *An in Anima relucent Circuli cum suis divisionibus per regularia plana, propterea quia ipsa est imago Dei?*

Hanc etiam Quaestionem validissimis Philosophorum suffragiis stipatus et ad hoc incitantibus negare non haesitabo. Videlicet quoniam

⁵⁶ Yo designo las partes del silogismo por A, B y C. A es lo que Fludd llama *maior*, la premisa mayor, la expresión más general; B es *minor*, la premisa menor, la más específica, y C es la conclusión.

1. En primer lugar, Platón afirma que el alma separada de las leyes corpóreas no es un número que posea magnitud, no siendo divisible ni multiplicable, pero es uniforme, giratoria por sí misma, racional, y supera a todas las cosas corpóreas y materiales.

2. Aristóteles y Platón dicen que el Creador mantuvo el alma como una totalidad antes de cualquier división, y Pitágoras la considera «una en sí misma» y dice que tiene su unidad en el intelecto.

3. Pitágoras, en su carta a Eusebio⁵⁷, agradece que Dios sea una unidad e indivisible, y dice que la dualidad es el Diabolo y el perverso porque en ella reside la multiplicidad y la materialidad. Y Platón sostiene que todo lo bueno existe como Uno, pero lo perverso proviene de la multiplicidad caótica.

4. Cicerón dice que no sería posible que existiera el orden perfecto en todas las partes del mundo si no estuvieran unidas⁵⁸ por un espíritu divino único y continuo.

5. Dios nunca puede estar limitado [definido] ni dividido ni compuesto (según Francisco Jorge).

6. Los filósofos platónicos han dicho que Dios está presente [lit.: vertido en el interior] en todas las cosas. [Él es llamado] el alma del mundo (la cual, según ellos dicen, contiene la fórmula del todo), puesto que Él, al difundirse universalmente, llena y vigoriza todas las cosas.

⁵⁷ Véase la carta cit. en la nota 45.

⁵⁸ *Continuatae*: unida, relacionada de forma continua.

1. Imprimis Plato dicit, quod Anima separata a legibus corporeis non est numerus habens quantitatem, unde nec dividitur illa nec multiplicatur. Sed est uniformis, in se reuertens, et rationalis, quae superat omnes res corporeas et materiales.

2. Aristoteles ac Plato dicunt, quod Creator retinuerit animam totale quiddam ante divisionem: et Pythagoras ipsam in se ipsa unum facit, dicitque illam unitatem suam habere in intellectu.

3. Pythagoras ad Eusebium agnoscit, Deum esse unitatem et indivisibilem dicitque dualitatem esse Diabolum et malum, quippe in qua est multitudo et materialitas. Et Plato vult omne bonum esse per unum: at Malum vult esse propter multitudinem confusam.

4. Cicero dicit, quod non possit esse ordinis perfectio in omnibus mundi partibus, nisi de uno solo divino et continuo spiritu non essent continuatae.

5. Deus nec potest definiri, nec dividi nec componi. Franciscus Georgius.

6. Deus infusus in omnibus rebus a Platonicis dicitur. Anima mundi [scil., dicitur], quam dicunt rationem habere totius, quatenus universaliter diffusus implet et vigorat omnia.

7. Dios no puede estar determinado por la esencia o por la cualidad, ni por la cantidad, ya que no puede estar comprendido en ninguna afirmación. Escoto.

8. Los pitagóricos y los platónicos consideran el alma del mundo encerrada dentro de las siete esferas planetarias, y dicen que en el interior de la primera de ellas reside el sumo intelecto, y afirman además que se ha identificado con él.

9. Como todos los números están en el Uno, como todos los radios de los círculos están en el centro, como todas las potencias de los miembros están en el alma, así se dice que Dios está en todas las cosas y todas las cosas en Dios. *Ars chymica*.

10. Hermes Trimegisto dice que Dios es el centro de cualquier cosa, un centro cuya periferia no está en parte alguna⁵⁹.

Con la ayuda de estos axiomas de los filósofos, discuto de nuevo sus afirmaciones.

Argumento I

A. *Aquello que en sí o por sí no es un número ni tiene magnitud⁶⁰, no es capaz de recibir en sí ninguna figura (como el círculo) cuantitativa (mensurable).*

B. *Ahora bien, el alma, que está liberada de las leyes corpóreas, no es un número y no tiene magnitud.*

C. *Por tanto, el alma no recibe en*

7. Deus est necque quid, necque quale, nec quantum, quatenus eum nullum comprehendit praedicamentum. Scotus.

8. Pythagorici et Platonici includentes Animam inter 7. limites, dicunt ipsam in primo limite quiescere in summo intellectu et tum dicunt ipsam factam esse idem cum eo.

9. Sicut omnes numeri sunt in unitate, sicut in centro sunt omnes lineae circuli, sicut membrorum vires sunt in anima, sic Deus dicitur in omnibus et omnia in Deo. *Ars Chym.*

10. Mercurius Trismegistos dicit, quod Deus est cuiuslibet rei centrum, cuius circumferentia est nullibi.

Sic igitur super ista Philosophorum Axiomata contra vestram assertionem argumentamur.

Arg. I

Quod per se sumptum non est numerus nec quantitatem habet illud quidem figuram quantitativam (qualis est circulus) in se non recipit,

At Anima separata a legibus corporeis non est numerus, nec quantitatem habet,

Ergo anima figuram quan-

⁵⁹ Expresión citada frecuentemente por Fludd. Esta cita es de san Buenaventura, *In Sententias*, I, d. 37, partes 1, a. 1, q. 1, aunque abundan los paralelismos en la literatura medieval. Parece ser que la fuente es el pseudohermético *Liber XXIV Philosophorum* (siglo XII; véase D. Mahnke, *Unendliche Sphäre und Allmittelpunkt*, La Haya, 1937).

⁶⁰ Tamaño mensurable.

si desde el mismo comienzo una figura mensurable (como el círculo), y, en consecuencia, un círculo no está de modo alguno reflejado en ella.

A es claro ya que un *nonquantum*⁶¹ no puede recibir en sí cantidades algunas, lo mismo que el Uno no admite multiplicidad, y en consecuencia no es un número. B está confirmada por el primer axioma, y también por el segundo y por el tercero, los cuales demuestran que el alma es una. Pero si usted replica que el alma, tal como usted la concibe, no está separada de las leyes físicas puesto que es el alma humana, yo digo que a lo que usted se refiere es a la esencia del alma, como se infiere de sus palabras subsiguientes; y en el hombre, como existe, esta esencia no difiere de la del alma del macrocosmos de la cual habla la segunda cuestión del axioma 1, y que concuerda con la primera cuestión del axioma 2, en la que se muestra que la esencia del alma no puede ser separada de Dios. O también así:

A. *Si el alma es una imagen de Dios, no es una cantidad ni un número.*

B. *Ahora bien, como usted mismo admite, es la imagen de Dios.*

C. *Por tanto, no es un número ni admite cantidad alguna.*

A está demostrado ya que Dios, según el axioma 7, no puede ser determinado según la esencia ni según la cualidad o la cantidad en cuanto que se halla fuera y por encima de cualquier afirmación.

Por lo que a la confirmación de su manifestación (en la que demuestra

titativam (qualis est circulus) in se ab origine non recipit, et per consequens, circulus in ea minime relucet.

Maior patet in eo, quod non quantum quantitates recipere non potest, quemadmodum unum non admittit multitudinem, et consequenter, non est numerus. Minor confirmatur per axioma 1 et similiter per 2 et 3, quibus Anima profatur esse unum. Quod si respondeas, Animam, quatenus a te accipitur, non esse a legibus separatam, quippe humanam; dico ego, te de animae essentia intellexisse, quemadmodum ex sequentibus apparet, quae in homine existente non differt ab illa magni mundi, de qua intendit Axioma 1. in secunda quaestione, et per 2. primae, ubi probatur animae essentiam non posse dividi a Deo. Vel aliter sic:

Si anima sit imago Dei, non est quantitas nec numerus,

At, te confitente, est Imago Dei,

Ergo nec numerus est, nec quantitatem admittit.

Maior constat, quia Deus est nec quid, nec quale, nec quantum per axioma 7, quatenus extra et supra omne praedicamentum.

Quod autem ad confirmationem tuae sententiae

que el alma es la imagen de Dios) se refiere, también está demostrada por el axioma 7, que testifica el hecho de que el alma descansa en todo momento en Dios y se unifica con Él en la suprema esfera de su ser. Y [esto también está demostrado] en la primera cuestión del axioma 2, según la cual la mente no se ha dividido de Dios.

A. *Si el círculo con sus divisiones mediante polígonos regulares está reflejado en el alma desde el mismo comienzo (como usted dice), entonces el alma es divisible y multiplicable.*

B. *Ahora bien, el alma ni es divisible ni multiplicable.*

C. *Por tanto...*

A es evidente, ya que si el círculo llenó por completo [el alma] (de ahí que sea designada también como círculo por los filósofos platónicos, aunque sólo metafóricamente hablando), y si este círculo fuera divisible en partes mediante los polígonos regulares, se sigue que el alma asimismo sería dividida por las divisiones de ese círculo.

B está confirmado por el axioma 1; además, está claramente demostrado por el axioma 2, que dice que el Creador mantuvo el alma como un todo antes de cualquier división; por consiguiente, desde el mismo comienzo el círculo no estaba reflejado en ella, ni admitió las divisiones del círculo mediante polígonos regulares. Pero esto se puede exponer aún más lúcidamente con el siguiente argumento:

A. *El alma humana es (incluso como usted asevera) una imagen de Dios.*

B. *Ahora bien, Dios ni puede ser dividido ni compuesto.*

(Animam Dei imaginem probanti) attinet, illud axiomate 7. comprobatur, quod testatur, Animam quandoque quiescere in Deo, et idem cum eo in summo essentiae suae limite factam esse. Et per Axioma 2. in Quaest. 1 mentem a Deo non esse divisam.

Si in Anima reluceat circulus cum suis divisionibus per regularia plana ab origine, ut dicis, tunc Anima dividitur aut multiplicatur.

At Anima nec dividitur, nec multiplicatur.

Ergo...

Maior constat, quia si eam impleat circulus, unde a Platonicis et circulus (quavis metaphorica locutione) dicitur, et ille circulus dividatur in partes per regularia plana, sequitur, quod et anima per divisiones illius circuli etiam dividetur.

Minor confirmatur per Axioma 1. Praeterea per axioma 2. liquet, quod Creator obtinuerit Animam totale quiddam ante ullam divisionem, unde a primordio nec circulus in se relucebat, nec circuli divisiones per regularia plana admittebat. Sed et hoc luculentius Argumento isto sequenti declaratur:

Anima humana (etiam te adstipulante) est imago Dei,

At Deus nec dividi nec componi potest,

⁶¹ Una magnitud no cuantitativa.

C. Por tanto, tampoco lo puede ser el alma humana.

Replicatio, pág. 34:

... Usted sostiene entonces que el alma humana es una parte de la naturaleza, y que el círculo con sus divisiones mediante polígonos regulares está reflejado en ella por el hecho de que el alma es la imagen de Dios. Pero yo digo que el alma, al menos en lo que respecta a su esencia, no puede ser dividida de la naturaleza como se divide una parte del todo, ya que según manifiesta Hermes Trimegisto (*Poimandres* 12), la mente de ninguna manera se divide de la esencia de Dios. Antes bien, está ligada a Él como lo está la luz con el cuerpo del Sol. Pues vemos que los rayos solares están ligados al cuerpo del Sol y no pueden realmente, por medio alguno, dividirse de él, ya que la esencia de la luz es una unidad y no puede ser dividida en partes; naturalmente, nosotros, que residimos en la multiplicidad, decimos que el alma de un hombre difiere de la de otro en número y clase, aunque en verdad⁶² todas las almas tienen una relación continua con el alma *única* del mundo o Metathron, lo mismo que la tiene la luz solar con el Sol. Consecuentemente, la multiplicidad reside realmente en la materia y no en la forma, la cual no es sino una emanación continua de Dios o de la Palabra de Dios que imparte vida y existencia a todas las criaturas. Cuando aquélla se retira [anula], la vida se destruye, como se dice en el Salmo 104...

Ergo nec Anima humana.

... Tu igitur dicis, quod Anima humana sit pars naturae, et quod in anima reluceat circulus cum suis divisionibus per regularia plana, propterea, quia animus est imago Dei: at ego dico, quod Anima, quatenus habetur ad eius essentiam respectus, non possit dividi a natura, tanquam pars a toto, iuxta illud Mercur. Trismeg. Pim. 12: Mens ab essentia Dei nequaquam divisa, sed illi potius eo modo connexa, quo Solis corpori Lumen. Videmus enim radios solares cum corpore solari esse coniunctos, et minima revera dividendos, quoniam Lucis essentia est unica, et in partes non dividenda: at vero respectu nostrum, qui in multitudine sumus versati, dicimus Animam huius ab illa alterius numero et specie differre, cum nihilominus omnes animae ad unam mundi animam seu Metathron habeant relationem continuam, ut lux Solis ad Solem. Est ergo revera pluralitas in materia et non in forma, quae nihil aliud est quam continua a Deo s. Verbi emanatio, vitam et essentiam omnibus creaturis impartiens, cuius quidem revocatione tollitur vita, iuxta illud Psalm. 104.

Replicatio, pág. 35:

Concluyo por tanto que como la esencia de Dios es indivisible, así la propia naturaleza, que es Su emanación en el mundo, es, por todos los conceptos, una *forma única* e indivisible en sí. Y [sólo] en cuanto que Dios —y, por consiguiente, las funciones y cualidades producidas para perfeccionar el mundo— es divisible en tres Personas, y [sólo] en vista de esto, se dice que el alma puede también ser dividida en varias partes, por lo que algunas veces es memoria, sentidos, imaginación; por tanto, razón, intelecto, mente, etc. Así, aquellos que intenten considerar el alma tal como reside en las cosas perecederas, observarán con sus ojos físicos que puede ser distinguida del cuerpo y de sus propiedades. Pero aquel que se introspeccione y, despreciando el mundo externo como una sombra engañosa, traspase sus puertas internas, percibirá con sus ojos espirituales que no hay divisibilidad ni cantidad en el alma, y que en Dios no se pueden descubrir números ni figuras geométricas (que Dios está por encima de la cantidad y de la cualidad y que Su alma es una esencia continua)... Pero por este motivo, el alma del mundo no es un círculo ni tampoco hay un círculo en su interior, sino más bien que debido a su movimiento circular rodea y contiene al Universo como la figura más capaz, y también lo divide de la oscuridad de la materia. El círculo y sus divisiones imaginarias existen, por tanto, en el espíritu pasivo creado y no en el alma creadora.

Concludo igitur, ut Dei essentia est indivisibilis, sic etiam ipsa Natura, quae est eiusdem emanatio in mundum, est omnimodo *unica forma* et in se indivisibilis, et quatenus Deus est divisibilis in Personas tres, inde arguendo officia et proprietates ad huius mundi perfectionem productae, sic etiam et anima in partes varias dividi dicitur, unde quandoque est sensus, nunc memoria, aliquando imaginatio, deinde ratio, intellectus, Mens etc. Qui igitur Animam considerare gestiunt rebus caducis inditam, oculis corporeis eam cum corpore eiusque proprietatibus distinguere animadvertent. At qui in se et ad centrum suum revertendo, externo, quasi umbra praestigiosa, neglecto, ad interiores suos aditus penetrabit, is quidem oculis spiritualibus percipiet nec divisionem nec quantitatem inesse animae, nec in Deo (qui est supra quantum et quale, cui animae essentia continua est) numeros aut figuras geometricas posse investigari... Nec tamen propterea anima mundi est circulus, neque circulus ei inest, sed ipsa potius suo motu circulari quasi per figuram capacissimam mundum terminat atque continet, ut et ab hyles tenebris dividit. Est ergo circulus eiusque divisiones imaginariae in spiritu passivo creato et non in anima creante.

⁶² *Nihilominus*: a pesar de todo, no obstante.

Apéndice II

Fludd. Sobre la cuaternidad

Demonstratio quaedam analytica (Discursus analyticus)

(Frankfurt del Meno, 1621),
análisis del texto XXI, pág. 31.

Aquí se discutirá sobre la dignidad de la cuaternidad y yo la defenderé con vigor y tanto como me lo permita mi débil intelecto, estimulado por la insolencia del autor [Kepler]. No solamente ha sido la sagrada teología la que ha glorificado la superioridad suprema de este número sobre los demás, razón por la cual me inclino a considerarlo y reconocerlo como divino, sino también la propia naturaleza, sierva de la Divinidad; y las nobles ciencias matemáticas, es decir, la aritmética, la geometría, la música y la astronomía han demostrado sus efectos maravillosos. De aquí que cuando examinamos la alabanza que de él hace la teología, lo primero que percibimos es que este número cuadrático es semejante a Dios Padre, en el cual está comprendido todo el misterio de la sagrada Trinidad. La primera y simple proporción de la cuaternidad, que es 1 : 1, denota el símbolo de la mónada, la esencia suprasustancial del Padre, procedente de la cual la segunda mónada engendró al Hijo a Su Propia Imagen, y esta

Hoc loco in quaestionem vocatur numeri quaternarii dignitas; quam quidem, ut pro ingenii mei tenuitate manibus pedibusque defendam, urget me Authoris importunitas. Numeri igitur hujus prae caeteris excellentiam non modo summam celebravit divinitas, quo equidem cum pro divino habere et agnoscere inducor; verum etiam ipsa Natura, Divinitatis ancilla, scientiaeque Mathematicae nobiliores, videlicet Arithmetica, Geometria, Musica atque Astronomia ejus mirabiles declaraverunt effectus. Proinde, si ejus in divinitate laudes diligenter fuimus scrutati, percipiemus primo loco, quod numerus hic quadratus Deo patri adaptetur, in quo totius Trinitatis sacrosanctae mysterium inducitur. Nam quaternarii proportio simpla et prima, unius videlicet ad unum, supersubstantiales essentiae paternae Monadis symbolum denotat, ex qua

segunda progresión es tan sencilla como 1 : 1. La proporción de 2 : 2, que es la segunda progresión de los números simples, denota al Espíritu Santo procedente de ambos, es decir, del Padre y del Hijo. Estas progresiones de la cuaternidad están expresadas de forma lúcida por el inefable nombre de יהוה [Yahvé], donde la doble He o ה [h] significa la progresión de Jod al Padre y de Vau al Hijo, por lo que este nombre, que sólo expresa la esencia de Dios y de ningún otro, se conoce como *Tetragrammaton*. Y esta es la razón por la cual el entendido denomina a este número *Origen y fuente de la Divinidad total*. La propia naturaleza, cuyo origen deriva de la Divinidad, también reclama este número como principio fundamental suyo. Y es por esta misma razón por la que los pitagóricos llamaban a este número *el eterno manantial de la naturaleza*, como aparece en los versos siguientes que ellos tenían la costumbre de declamar cuando prestaban juramento:

*Yo te juro mantener el corazón
puro por el sagrado Cuatro,
el manantial de la eterna naturaleza,
el procreador del alma.*

Y mientras trato este tema, diré lo siguiente: los pitagóricos no consideraban la dualidad como un número, sino como una combinación de las unidades. Consecuentemente, manifestaban que su cuadrado era el primer número par, y no sin razón, pues la primera unidad significa la

Monas secunda procedens filium genuit sibi aequalem. Atque haec processio secunda etiam simplex est ut 1 ab 1: Proportio autem duorum ad duo, quae est secunda a simplicibus processio, denotat Spiritum Sanctum, a duobus, videlicet a Patre et Filio. Quas quidem processiones in numero quaternario exprimit luculenter nomen illud ineffabile יהוה : Ubi duplex He seu ה denotat processionem a Jod Patre, et Vau Filio: Unde nomen hoc solum essentiam Dei exprimens, et non aliud dicitur *Tetragrammaton*. Atque hinc est, quod hic numerus *Caput et fons* a Sapientibus dicitur *totius Divinitatis*. Ipsa natura, quae ortum suum ducit a divinitate, hunc etiam numerum pro suo principio sibi vindicat: atque hoc idem est, quod cecinere Pythagorei, qui hunc numerum *perpetuum Naturae fontem* vocaverunt, quemadmodum ex his versibus sequentibus apparet, quibus Pythagorei iurare solebant.

*Juro ego per sanctum pura
tibi mente quaternium,
Aeternae fontem Naturae
animique parentem.*

At vero quomodo hoc sit verbo jam dicam: dualitatem Pythagorei non numerum, sed unitatum confusionem fecerunt: Unde ejus quadratum pro primo numero pari statuerunt; nec quidem hoc sine ratione: nam cum una

forma divina o *actus*; sin embargo, la segunda significa la divina *potentia* o la materia; la *potentia* debe necesariamente emerger de la oscuridad en virtud del *actus*. Ahora bien, la primera de estas unidades fue creada por medio de la acción de enlace de la Unidad trina, a partir de la sustancia general (no especificada) del mundo, en concordancia con la naturaleza de la Santísima Trinidad. Pero como el primer cuadrado estaba basado en el número 2, la progresión de la naturaleza continuó hasta el número 4, cuya proporción con el número 2 es 2 : 1 y que, asimismo, es el cuadrado del número 2. Y de esta manera la sustancia acuosa general del mundo se dividió en cuatro elementos diferentes entre sí. A partir de este número [4] existe una progresión en el orden de las cosas igual a la primera, a saber, el primer cubo es el número 8 o 2×4 ; éste denota tanto la composición de los elementos como los propios elementos, e igual que el cuadrado, ha procedido del número 2, que designa y diferencia la materia y la forma simples. A partir de éste se originan después los cuatro grados de la naturaleza que están relacionados con los cuatro elementos, a saber, ser, vida, percepción sensorial e inteligencia; los cuatro puntos cardinales del Universo; las cuatro tríadas del firmamento [es decir, los cuatro grupos de tres signos zodiacales que corresponden a cada una de las estaciones]; las cuatro cualidades primarias existentes bajo el firmamento y las cuatro estaciones. Realmente, se puede explicar toda la naturaleza en función de cuatro con-

unitas denotet formam seu actum divinum, altera vero potentiam divinam seu materiam, necesse est, ut potentia per actum ex tenebris appareat; quarum sane unitatum prior per nexum Unitatis trinae universa mundi substantia secundum proprietatem Trinitatis sacrosanctae facta est. At vero, quoniam primum quadratum erat a numero binario, ideo progressio naturae erat in numerum istum quaternarium, qui est ad numerum binarium proportio dupla, seu binarii quadratum; atque hac via divisa est universalis mundi substantia aquea in 4. Elementa ab invicem distincta. A quo quidem numero pari primario progressus sit ad Cubum primum in rerum natura, qui est numerus Octonarius, seu quaternarius duplicatus compositiones denotans ex Elementis, sicuti ipsa elementa, tanquam quadratum, processerunt a numero binario materiam simplicem et formam simplicem ab invicem divisas denotante. Hinc igitur procedebant quatuor naturae gradus ad quatuor Elementa relati, videlicet Esse, Vivere, Sentire, Intelligere, 4 mundi Cardines, 4 in coelo Triplicitates, 4 sub coelo qualitates primae, 4 anni tempora: Imo vero tota Natura 4 terminis comprehenditur, videlicet substantia, qualitate, quantitate, et motu: quadruplex denique dispositio naturam univer-

ceptos: sustancia, cualidad, cantidad y movimiento. En verdad, un orden cuádruple llena constantemente toda la naturaleza, a saber, fuerza seminal, desarrollo natural, forma de maduración y estiércol. Por ello podemos demostrar con claridad que este número 4 debería elegirse, preferentemente al número 3 o al 5, para diferenciar y dividir la materia húmeda [primordial]. También la aritmética demuestra la superioridad de este número sobre los demás. Como bien explica esta ciencia, no sólo por su proporción doble (la primera que 1 : 2; la segunda, que 2 : 4), sino asimismo por el origen de ésta, ya que se produjo y nació de una progresión y proporción dobles, a saber, de 1 es a 1 y de 2 es a 2. Así, el número 4 comienza con la unidad y acaba en la cuaternidad, y, en realidad, los demás están contenidos en él, ya que $1 + 1 = 2$, $1 + 2 = 3$ y $3 + 1 = 4$. Así es como se fundamentan el 1, 2, 3 y 4 en los cuales están contenidos todos los misterios de la totalidad del mundo, de la propia naturaleza y la capacidad de la aritmética; pues el 3 y el 4 producen el número 7, el cual *formaliter* [simbólicamente] considerado es totalmente místico y está repleto de secretos. De la suma del 2 y el 3 resulta el número 5; de $1 + 2 + 3$, el número 6; de $1 + 3 + 4$, el número 8; de $2 + 3 + 4$, el número 9; y, finalmente, de la suma de la progresión natural entera $1 + 2 + 3 + 4$ surge el número 10, por encima del cual ya no se puede progresar. A partir de estas progresiones se originan todas las proporciones de la geometría y de la música, como 1, 2,

sam implere solet, videlicet virtus seminaria, naturalis pullulatio, adolescens forma et compositum: Sed et infinitis aliis rationibus hanc Naturae quaternariae proprietatem in eadem causam respicere licet. Quibus equidem luculenter probare possumus, eam magis ad naturae [debe leerse *materiae*] humidae divisionem et distinctionem eligendam esse, quam aut ternarium aut quinarium. Arithmetica etiam huius numeri eminentiam prae aliis numeris arguit; quippe quae scientia tam duplex ejus proportio optime explicatur, quarum videlicet prior est unius ad duo, posterior vero duorum ad quatuor, quam ejusdem origo cum gemina processione et proportionem producitur ac nascitur, videlicet unius ad unum et duorum ad duo. Ab unitate ergo incipit et in quaternitate definit. Et quidem in hoc numero omnes alii numeri comprehenduntur: Nam unum et unum faciunt 2 et ex $1 + 2$ exurgunt 3, atque ex tribus cum unitate 4 oritur: Sic ergo stabunt 1, 2, 3, 4, in quibus omnia totius mundi et ipsius Naturae mysteria atque Arithmetices dimensio continentur: Nam ex 3 et 4 numerus septenarius prodit, qui si formaliter consideretur plane mysticus, arcanisque plenissimus est; Ex 2 et 3 numerus quinarium additione resultat; ex 1, 2, 3 numerus senarius, ex 1, 3 et 4 nume-

4, 6, 8, 10; 1, 3, 6, 9 y 1, 4, 8. Y para aquel que sepa utilizar adecuadamente esta progresión natural, 1, 2, 3, 4, en forma de especulación [simbólica], no constituirá un secreto el misterio de los siete días de la creación, por qué el Sol fue creado el cuarto día, cómo 3 + 4 constituyen el 7, el 10 o el 4 entre los números racionales, por qué el número 4 es el del día del Sabbath, es decir, de descanso, y por qué el número 4 es el día del Sol; asimismo, podrá conocer cómo, en la acción real de la naturaleza, la tríada denota y fundamenta el seis y da lugar a los seis días de la creación. También será capaz de determinar las fórmulas de los Días Críticos y de los Años Climáticos. Cuando considere el 4 como una unidad, verá, como si fuera con sus propios ojos, la creación de los siete planetas del mundo, y muchas otras maravillas. Su poder en geometría es infinito, ya que abarca cuatro conceptos de esta parte de las matemáticas: punto, línea, superficie y cuerpo. De él [el número 4] vemos también emerger ese primitivo cubo de cuya parte interna nuestro autor Kepler ha generado todo lo demás como si de los cuatro elementos procedentes de las entrañas del caos se tratara; sin embargo, el cubo, que él mismo reconoce como primordial y continente de la fórmula de todo, se obtiene de la multiplicación del cuadrado. Puesto que esto es así, me vi obligado a elegir en mis divisiones el número 4, en el cual el cubo se puede resolver en sus elementos primarios —a saber, cuadrados—, de los cuales, como él mismo admite, se obtienen

rus octonarius, ex 2, 3 et 4 numerus novenarius et tandem ex aggregatione totius progressionis naturalis 1, 2, 3, 4 numerus producitur denarius ultra cujus denominationem non est digressio. Ex his igitur progressionibus omnes Geometricae et proportionibus Musicae oriuntur, ut 1, 2, 4, 6, 8, 10. Et 1, 3, 6, 9. Et 1, 4, 8. Et quidem qui recte intelligit usum progressionis istius naturalis 1, 2, 3, 4 in formali speculatione, ei non occultabitur mysterium 7 dierum creationis, et cur Sol quarto die factus sit, ac quomodo 3 ad 4 constituent numerum sive septenarium, sive denarium, sive quaternarium in numeris rationalibus, et cur numerus quaternarius sit dies Sabbathi seu requietis, et cur numerus quaternarius sit dies solis, item quomodo in vera operatione naturali tria denotent et constituent numerum senarium, diesque in creatione sex important; dierum criticarum annorumque climacteriorum rationem explicabitur, imo vero et considerando 4 pro unitate videbitur oculis quasi apertis septem Planetarum in mundo procreationem, et multa alia mirabilia. In Geometria infinita est ejus potestas, quatenus hanc Mathesis partem 4 terminis amplectitur, nempe puncto, linea, superficie et corpore: Ab eo etiam Cubum illum Geometricum originalem procedere cer-

el triángulo y el pentágono. Consecuentemente, una cosa natural compuesta, relacionada con el cubo, se dividirá en cuartos, es decir, en cuadrados antes que en tres tercios o en cinco quintos. Así, en el acto de descomposición tiene lugar la disolución del compuesto, el cubo, en cuatro elementos, o sea, en el cuadrado; al igual que, recíprocamente, en el acto de la generación existe una progresión natural del cuadrado al cubo. Finalmente, el poder de este número se manifiesta de la forma más clara posible en la ciencia de la música, ya que abarca en sí la armonía musical completa. Pues en la [proporción] doble, como 1 : 2 se halla la octava; en la sesquiáltera, es decir, 2 : 3, la quinta, y en la sesquitercia, o sea, 3 : 4, la cuarta. Además, del número 4 y su raíz se obtienen todas las proporciones de las consonancias completas [acordes]. Por ejemplo, la octava está respecto a la quinta en la [proporción] triple, o sea, como 2, 4, 6. Entre 2 y 6 se reúne una proporción triple de la doble, 2 + 4, y la sesquiáltera, 4 : 6. La octava doble se encuentra en la [proporción] cuádruple, como 2, 4, 8; sin embargo, la cuarta más la quinta forman una octava, como 2, 3, 4. De aquí puede verse que todas las proporciones musicales reciben sus propiedades de la cuaternidad y su raíz, y bien se resuelven en sus medidas o provienen de ellas. Y para finalizar, si consideramos la astronomía mística percibiremos realmente y con la mayor claridad el poder absoluto que en ella tiene la cuaternidad; todo su secreto radica en la mónada, jeroglífico que

nimus, ex cuius medullis ipse author noster produxit caetera, tanquam 4 elementa ex ventre Chaos: nam ex quadrati multiplicatione Cubus producitur, quem ipse agnovit esse primum genium, et rationem totius habentem. Quod quidam cum ita sit, necesse erat, ut numerum quaternarium potius eligeremus in nostris divisionibus; quippe in quem Cubus resolvitur tanquam in prima sua elementa, videlicet quadrata, ex quibus triangulus et pentangulus secundum proprium illius confessionem eliciuntur. Proinde dividenda est potius res naturalis composita Cubo relata, in suas quartas, tanquam quadrata, quam in 3 tertias aut quinque quintas; quoniam in corruptione sit resolutio compositi seu Cubi in 4 elementa seu quadratum, sicut: a converso in generatione progressio naturalis a quadrato fit ad Cubum. Quam exactissime denique reperitur huius numeri vis in scientia Musica, quatenus ipse in se omnem Musica harmonicam comprehendit: Nam in dupla, ut 1 ad 2 consistit Diapason; in sesquiáltera, ut 2 ad 3 consistit Diapente, et in sesquitercia, ut 3 et 4 Diatessaron se habet. Porro etiam ex numero quaternario et ejus radice omnes consonantiarum compositarum proportionibus oriuntur; ut Diapason cum Diapente se habet in tripla, ut 2, 4, 6. Nam inter

representa los símbolos del Sol, de la Luna, de los elementos y del fuego, es decir, aquellos cuatro que están trabajando activa y pasivamente en el Universo para producir en él los cambios perpetuos que propician la generación y la descomposición. La interpretación de la figura [véase fig. 2] es la siguiente:

2 et 6 proportio tripla est aggregata ex dupla, nempe 2 et 4 et sesquialtera, videlicet 4 et 6. Sed bis Diapason reperitur in quadrupla, ut 2, 4, 8. Diatessaron autem et Diapente unum constituunt Diapason, ut 2, 3, 4. Ex quibus videre licet, quod omnes proportionnes in Musica ex numero quaternario, et ejus radice virtutes suas recipiant, et in ejus dimensiones vel cadant vel exurgant. Ad Astronomiam denique mysticam si respiciamus, totam equidem numeri quaternarii vim in ea perspiciamus, idque luculentissime; cum totum ejus arcanum in Monade hieroglyphica comprehendatur, Lunae, Solis, elementorum, et ignis symbola prae se ferente, tanquam quatuor illa, quae in mundo agunt et patiuntur ad inducendas assiduas in eo mutationes, quibus tam corruptiones, quam generationes in eo fiunt Figura est hujusmodi: [véase fig. 2]

Luna
Sol
Elementos
Fuego

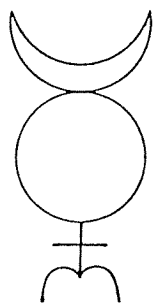


Fig. 2.

Luna
Sol
Elementa
Ignis

En esta imagen simbólica vemos en primer lugar un indicio de la cuaternidad en la cruz; cuatro líneas dispuestas de manera que se corten en un punto común. Esta [cuaternidad] junto con el número tres, que denota la Luna, el Sol y el fuego producirá el número 7, que también puede ser puesto de manifiesto por los cuatro elementos. Y así, este número 7 no es en sí otra cosa que la cuaternidad formalmente considerada.

Además, incluso los profesionales de la astronomía ordinaria han estimado esta cuestión como de la mayor importancia al establecer el zodíaco, al que ellos dividen en cuatro tríadas. Concluimos, por tanto, que el erudito denominó a este número *tetraktys* y le dio preferencia sobre cualquiera y, como ha sido dicho, constituye el fundamento y raíz de todos los demás. De aquí que todas las cosas tanto artificiales como naturales, incluido el dominio divino, se hayan explicado anteriormente como cuadrados. En consecuencia, se sigue que la división de una cosa natural por el número 4, que es el orden de la propia naturaleza, es preferible a dividirla por los números 3 o 5, los cuales derivan por naturaleza de la raíz de la cuaternidad y están, en consecuencia, subordinados a ella. Finalmente, cuando se divide la Tierra en cuatro partes, el agua en tres, el aire en dos y el fuego en una, no debería entenderse esta distribución como lo hace el autor [Kepler] y ha sido expuesto anteriormente, sino en relación con la proporción formal en esos elementos.

In quo quidem symbolismo videmus primum in cruce numeri quaternarii indicium per dispositionem quatuor linearum in communi puncto, qui juncto numero ternario, Lunam, Solem et Ignem denotante numerum producet septenarium; id quod etiam ex 4 elementis praestari potest: Et tamen hic numerus septenarius in se est nihil aliud quam numerus quaternarius formaliter consideratus.

Porro etiam rem observaverunt Astronomiae vulgaris petitores magni momenti, creando Zodiacum in triplicitates 4 diviserunt. Concludimus ergo, quod Sapientes hunc numerum Tetractin appellaverint, ipsumque omnibus aliis numeris virtute praetulerint, quippe qui est fundamentum et radix omnium aliorum numerorum, ut dictum est. Unde omnia fundamenta, tam in artificialibus, quam in naturalibus, imo vero et in divinis quadrata sunt, quemadmodum in superioribus declaratum est. Sequitur ergo, quod praestantior sit rei naturalis per numerum quaternarium divisio, qui est ipsius Naturae ordo, quam per ternarium aut quinarium, qui natura sunt radici quaternariae et per consequens ipsi quaternario postponendi. In divisione denique terrae in 4 partes, aquae in tres, aeris in duas, et ignis in

De ahí mi esfuerzo por mostrar que la naturaleza de la Tierra como fundamento, y como si fuera fuente y cubo de la materia, tiene poco o nada de forma o de luz vivificante en sí; es, por así decirlo, la vasija o matriz de la naturaleza y el receptáculo de las influencias celestiales, de manera que la luz que tiene es más por accidente que por naturaleza, ya que ella [la Tierra] está muy alejada de la fuente de luz y es el más frío de todos los elementos, está en el cuarto grado; el agua es también fría pero en un grado menor. Por esta razón, ella [la Tierra] sólo recibe en sí *un* grado de luz y eso es también así en el caso de los demás. El sabio, por tanto, debió comprender correctamente antes de condenar irreflexivamente.

unum, distributio illa non est intelligenda authoris more, ut supra declaratum est, sed respectu proportionis formalis in illis elementis: namque demonstrare nitor quod natura terrae, quatenus est basis et quasi fons ac cubus materiae, parum aut nihil habeat formae seu lucis vivificae in se et quod fit quasi vas seu matrix Naturae, atque influentiarum coelestium receptaculum, ita est illa lux, quam habet, magis ei adsit per accidens, quam a natura, quatenus longius distat a fonte lucido, et est omnium elementorum frigidissimum, idque in gradu quarto; sicuti aqua etiam frigida est, sed in gradu remissiori; quare unicum lucis gradum in se admittit, et sic in caeteris. Sapientis igitur esset recte intelligere, priusquam inconsulte condemnare.

Apéndice III

Las tendencias herméticas y platónicas: Juan Escoto Erígena (810?-877?)

La controversia entre Kepler y Fludd está relacionada, desde el punto de vista de la historia de las ideas, con la existencia en el medievo de dos tendencias filosóficas diferentes que puedo denominar de forma sucinta *platónicas* y *alquímicas* (o herméticas). Por un lado, existían entre ambas puntos de concordancia importantes e incluso estadios intermedios o transitorios, pero, por otro, se manifestaban diferencias fundamentales que, a mi entender, eran algo más que meras discrepancias. Para el platónico, que concebía la vida de la Deidad con un espíritu más o menos panteísta, es decir, idéntico a la totalidad del mundo, éste constituía un ciclo cósmico que comenzaba en primer lugar con el efluvio desde la Divinidad de las «ideas» y de las «almas», para continuar con el del mundo corpóreo, y finalizar con el retorno de todas las cosas a Dios. La idea de la *opus* y su consecuencia, y por tanto la de transmutación (*Wandlung*), era ajena a los platónicos. La etapa final del ciclo es idéntica a la inicial⁶³ y el ciclo continúa indefinidamente. ¿Cuál es pues el significado de este ciclo eterno que no conduce a conclusión alguna? La belleza. Esta es la respuesta que dan los platónicos. La causa básica del ciclo es inmutable e inamovible y hace refugiarse a las cosas en sí sólo en virtud de su belleza⁶⁴. El ciclo persigue una belleza autosuficiente garantizada por «reglas del juego» que están determinadas de una vez por todas y que no requieren resultado alguno. El alma individual, aun sin hacer nada, encaja en el ciclo cósmico y llega a ser partícipe de la belleza del universo⁶⁵. Este es el propósito de la contemplación, que siempre comienza con la melancolía y con la añoranza del alma

⁶³ Escoto Erígena: «Finis enim totius motus est principium sui; non enim alio fine terminatur nisi suo principio a quo incipit moveri.»

⁶⁴ Escoto Erígena: «Ita rerum omnium causa omnia, quae ex se sunt, ad se ipsum reducit, sine ullo sui motu, sed sola suae pulchritudinis virtute.»

⁶⁵ En el Renacimiento platónico de León Hebreo y Marsilio Ficino, el círculo aparece específicamente como *circulus amorusus*. Según estos autores, el

por su origen divino. (Para los alquimistas, el análogo de la «melancolía» de los platónicos es el *nigredo*.)

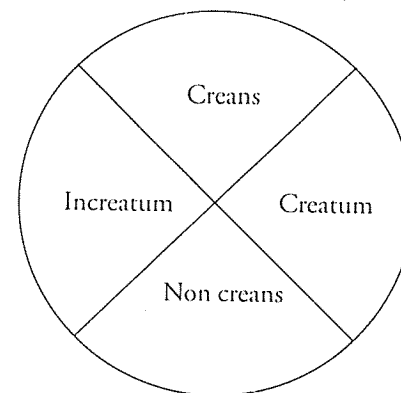
Pese a todos mis respetos por la filosofía de los platónicos, me parece que la actitud de los alquimistas, con su *filius philosophorum* como símbolo de la totalidad transformada, está más próxima a la percepción moderna. En particular, la idea platónica de una causa primordial que produce efectos pero que no puede, a su vez, ser afectada, no es aceptable para el científico moderno que está acostumbrado a la relatividad de los efectos recíprocos (*Wechselwirkungen*). Pienso que esta idea difícilmente puede superar el examen del análisis psicológico, ya que parece estar determinada por la peculiar psicología de sus autores y no por una válida en términos generales; una psicología que se caracterizaba por mostrar una tendencia a negar la reciprocidad entre la conciencia del ego y el inconsciente.

Como hemos visto también en el caso de Kepler, los platónicos eran favorables, en general, a mantener una actitud trinitaria en la cual el Sol ocupa una posición intermedia entre la mente y el cuerpo. Sin embargo, puede resultar de gran interés conocer que la idea de cuaternidad aparece ya en el antiguo pensador platónico del medievo Escoto Erígena. En su trabajo *De divisione naturae* (862-866) introduce dos pares de antagonistas: un par de principios activos, el *creans* (el que crea) como opuesto al *non creans* (el que no crea), y un par de principios pasivos, el *creatum* (el que es creado) y el *non creatum* (el que no es creado). Con ayuda de esta terminología, muy atractiva desde el punto de vista matemático, Escoto llega a sus cuatro naturalezas, concepción que se puede representar mediante el esquema de la fig. 3, el cual pone asimismo de manifiesto la relación entre el sistema de Erígena y el ciclo de emanación y reabsorción platónico. Al identificar los estadios 1 a 3 del ciclo con las tres Personas Divinas, Escoto Erígena inten-

deleite del amor radica en el hecho de que los amantes se insertan a sí mismos en la corriente cíclica que ocupa el cosmos. La concepción del amor es suficientemente amplia como para incluir tanto el deseo del conocimiento, *amor intellectualis dei*, como los estados extáticos de los profetas religiosos, *amor coelestis*. Para conocer los paralelismos alquímicos de este *circulus amarus*, cf. la serie de imágenes de «Psychology of the Transference» de Jung (en *The Practice of Psychotherapy*, Nueva York y Londres, 1954), y la fig. 131 de su *Psychology and Alchemy* (Nueva York y Londres, 1953), que corresponde al origen de este círculo.

1. *Natura creans nec creata*.
Origo: Dios Padre

2. *Natura creans creata*. «Ideas»:
Dios Hijo



4. *Natura nec creata nec creans*.
Propósito: *theosis (deificatio)*

3. *Natura creata nec creans*.
«Mundo»: productos de emanación, el mundo corpóreo, la materia; *theophaniai*, el Espíritu Santo. «El Propio Dios ha creado el mundo»

Fig. 3. La cuaternidad según Escoto Erígena, en *De divisione naturae*.

ta alcanzar un compromiso con el dogma de la Iglesia. Sin embargo, en el caso del cuarto estadio, el de *natura nec creata nec creans*, parece encontrarse en una posición embarazosa, ya que como platónico no podía permitir, como hicieron los filósofos herméticos, que apareciera una transformación de la totalidad (*Wandlung*) simultáneamente con esta cuarta etapa. Puesto que deseaba retornar al punto de partida sin disponer de una cuarta Persona Divina, pensaría que nada mejor que actuar como si la *natura nec creata nec creans* fuera la misma cosa que la *natura creans nec creata* al comienzo, hipótesis para la que no dio razón satisfactoria alguna⁶⁶. Por tanto, a la pregunta de qué le sucedió a la cuarta Persona, la respuesta, en el caso concreto de Escoto Erígena, debe ser: «Ha desaparecido al identificarse con la primera.»

⁶⁶ Fue el profesor Markus Fierz quien llamó mi atención sobre este punto.

Índice onomástico

- Abrahanel, Judas León (León Hebreo), 351
 Achuthan, 25
 Agripa von Nettesheim, 177, 285
 Allen, James Sicrom, 262, 271
 Amaldi, Eduardo, 252
 Ambler, Ernest, 235, 267
 Anderson, Herbert Lawrence, 270
 Appel, H., 237
 Aristóteles, 132, 175, 177, 326, 334, 336
 Arnowitt, R.L., 168
 Ashley, Muriel F., 219
 Ático T. Pomponio, 195
 Auger, Pierre, 262

 Baade, Walter, 13
 Back, Ernst, 77, 210, 250
 Bacon, Francis, 178
 Balmer, Johann Jakob, 61, 69
 Barker, William, 15, 25
 Barnes, C.A., 236
 Bateman, F., 203
 Bauer, R.W., 236
 Baynes, Herbert G., 191
 Berley, D., 237
 Bernays, Isaac Paul, 153, 154
 Bernoulli, Jakob, 51
 Bertram, Franca, 14
 Bethe, Hans Albrecht, 79
 Biancani, Giuseppe, 322
 Bickel, E., 299
 Bjerrum, Niels, 58
 Bleuler, Konrad, 15

 Blum, Walter, 25
 Bobone, R., 236
 Boehm, Felix Hans, 236, 237
 Boffito, Giuseppe, 322
 Bohm, David, 129
 Böhme, Jacob, 179
 Böhmer, F., 299
 Bohr, Niels, 9-12, 15, 33, 36, 39, 40, 45-47, 49, 53, 57-65, 67-76, 78, 85, 90, 92, 97, 108, 110, 141, 144, 149, 160, 164, 165, 181, 188, 193, 207-210, 212, 213, 222, 223, 247, 250-253, 255, 268
 Boltzmann, Ludwig, 52, 94, 95, 102, 103, 106, 139, 144, 329
 Bonhoeffer, Karl Friedrich, 218
 Born, Max, 10, 19, 53, 97, 106, 129, 138, 145, 164
 Bose, Satyendra Nath, 17, 94, 98, 99, 109, 110, 149, 216, 248, 249
 Brahe, Tycho, 283, 284
 Broad, Charlie Dunbar, 50
 Broglie, Louis de, 43, 53, 54, 63, 109, 110, 129, 149, 212, 216, 221
 Brose, L., 76
 Broström, Karl Jacob, 58
 Bruno, Giordano, 178
 Buda, 27
 Bühring, W., 257
 Bunsen, Robert, 88
 Burgers, Johannes Martinus, 72
 Burgy, Merle Thomas, 235

Carter, R.E., 265
 Carus, Carl Gustav, 187
 Cayley, Arthur, 80, 84
 Chadwick, James, 244, 252, 255
 Cicerón, Marco Tulio, 175, 195, 298, 336
 Coffin, T., 237
 Cohen, E. Richard, 168
 Copérnico, Nicolás, 178, 179
 Coster, Dirk, 59
 Cowan, Clyde Lorrain, 16, 250, 263-266
 Crick, Francis, 202

 Dalitz, Richard Henry, 239
 Darwin, Charles Galton, 201
 Davis, Raymond, 266
 Debye, Peter, 13, 74, 95, 106, 250
 Delbrück, Max, 16, 59
 Demócrito, 173, 174
 Dennison, David Mathias, 218
 Deppner, Käthe, 14
 Descartes, René, 132, 178, 179
 Deutsch, Martin, 236
 DeWitt, Bryce Seligman, 147
 DeWitt, Cécile, 147
 Dicke, Robert Henry, 147
 Dillner von Dillnersdorf, Bertha, 8
 Dirac, Paul Maurice Adrien, 12, 17, 51, 64, 79-81, 100, 110, 213, 216, 225-227, 254, 261, 269
 Dobrynin, Yu. P., 272
 DuMond, Jesse W. Monroe, 168
 Durero, Alberto, 169
 Dürr, Hans Peter, 25
 Dyson, Freeman J., 20

 Eckhart, Meister, 171, 172, 177
 Ehrenfest, Paul, 12, 93-100, 110, 137, 239
 Ehrenfest-Afanasjewa, Tatyana, 94
 Einstein, Albert, 9, 15, 17-19, 21, 28, 30, 31, 35, 39, 42, 49, 54, 55, 60, 61, 69, 85, 94, 95, 99, 101-111, 130-135, 137-141, 143-151, 161-163, 179, 208, 216, 240
 Ellis, Charles Drummond, 244-247, 252, 253
 Enz, Charles P., 11, 13, 14, 16, 23, 25, 243, 257, 265
 Eötvös, Roland, 147
 Epstein, Paul Sophus, 72, 235
 Erígena, Juan Escoto, 337, 351-353
 Eucken, Arnold, 218
 Euclides, 176
 Euler, Leonhard, 84
 Eusebio de Emesa, 319, 336

 Fabri, E., 239
 Faraday, Michael, 30, 139, 162, 187, 251, 255
 Fazzini, T., 270
 Federico II de Dinamarca, 284
 Fermi, Enrico, 12, 17, 79, 110, 216, 249, 251-256, 258-261, 263, 274
 Fernando II, 284
 Feselio, Felipe, 300
 Feynman, Richard, 20, 272, 273
 Ficino, Marcelo, 177, 326, 351
 Fidecaro, Giuseppe, 270
 Field, G., 24
 Fierz, Markus, 13, 20, 129, 260, 261, 278, 353
 Fludd, Robert, 22, 23, 181, 276, 283, 288, 296, 298, 310-316, 318-328, 332, 334, 337, 342, 351
 Flügge, Siegfried, 25

Fock, Vladimir Alexandrovich, 223
 Frank, Philipp, 84
 Franz, Johann Carl Rudolph, 79
 Franz, Marie-Louise von, 20, 278
 Frauenfelder, Hans Emil, 236
 Frenkel, J., 212
 Freud, Sigmund, 187, 190
 Friedman, Jerome L., 237, 267
 Friedman, Lewis, 257
 Frisch, Ch., 287-289, 291, 296, 298, 300, 302, 303, 307, 308, 310, 316, 319, 321, 332
 Frisch, Otto Robert, 109

 Galilei, Galileo, 81, 117, 119, 125, 129, 130, 132, 161, 173, 179, 282, 322
 Garwin, Richard Lawrence, 237, 267
 Geiger, Hans, 25, 248, 250
 Gell-Mann, Murray, 272, 273
 Gershtein, S.S., 273
 Gibbs, Josiah Willard, 52, 216
 Gilbert, William, 296
 Gittelmann, B., 236
 Glasson, J.S., 247
 Goeler, E. von, 236
 Goethe, Wolfgang von, 180, 181, 236
 Göhring, Martin, 169, 170
 Goldfinger, Paul, 14
 Goldhaber, Maurice, 236, 268, 271
 Goldstein, Jack S., 147
 Gonseth, Ferdinand, 55, 143, 155
 Gorter, Cornelius, 235
 Goudsmit, Samuel, 11, 24, 78, 211, 212, 217
 Grodzins, Lee, 236, 271

 Gustafson, Torsten, 58, 208

 Haller, Friedrich, 138
 Haller, Hermann, 27, 138
 Hamilton, William Rowan, 65, 84
 Hanna, Stanley S., 236
 Hanson, Alfred O., 236
 Harrison, F. B., 263, 266
 Harteck, Paul, 218
 Hartmann, Eduard von, 187, 201
 Hayward, Raymond W., 235, 267
 Hecke, Erich, 13
 Hegulontio, 288
 Heintze, J., 257
 Heisenberg, Werner, 10, 12, 16, 34, 39, 44, 53, 63, 64, 69, 70, 78, 79, 110, 123, 164, 165, 188, 212, 213, 215, 217, 252-254, 258
 Heitler, Walter, 219, 248
 Henderson, William James, 253
 Hermann, Armin, 24, 69
 Hermannsfeldt, W.B., 271
 Hermes Trimegisto, 179, 311, 333, 335, 337, 340
 Hertz, Paul, 73
 Herzberg, Gerhard, 219, 248
 Hevesy, Georg von, 59
 Hochstrasser, U., 25
 Hönl, Helmut, 78
 Hopf, Ludwig, 107, 112
 Hoppes, D.D., 235, 267
 Hubacher, Hermann, 143, 144, 151
 Hudson, Ralph P., 235, 267
 Huiskamp, W.J., 235
 Hulthén Lamék, 58, 208
 Hume, David, 162
 Hund, Friedrich, 217
 Huxley, Aldous, 170

- Hylleraas, Egil, 58
- Impeduglia, G., 270
- Jacobsen, Jacob Christian, 58
- James, William, 187
- Jean, James, 107, 108, 111
- Jeffreys, Harold, 50
- Jensen, Johannes Hans Daniel, 260, 269, 271, 272
- Johnston, Herrick Lee, 219
- Joliot, Frédéric, 252
- Jordan, Pascual, 24, 109, 170, 190, 203, 223, 224, 227
- Jost, Rest, 234
- Jung, Carl Gustav, 8, 13, 14, 20, 22, 154, 155, 181, 185, 186, 188, 190-201, 204, 278, 280, 281, 296, 297, 304, 327, 352
- Kafka, Franz, 7
- Källén, Gunnar, 94
- Kant, Immanuel, 154, 182, 186, 277, 290, 299
- Kármán, Theodore von, 106
- Kelder, Tom, 27
- Kepler, Johannes, 20-23, 76, 81, 85, 154, 170, 173, 179, 181, 199, 208, 277-285, 287, 288, 290, 291, 294-304, 308-310, 316, 318-321, 325-329, 332, 342, 346, 349, 351, 352
- Keynes, John Maynard, 50
- Kirchhoff, Gustav, 88
- Klein, Felix, 58, 80, 84
- Klein, Martin J., 93
- Klein, Oskar, 14, 17
- Koeber, R. von, 326
- Kolmogorov, Andréi Nikolaevich, 50
- Kossel, Walther, 76, 77
- Kramers, Hendrik Anthony, 61-63, 207
- Krohn, Vic, 235
- Kroll, Wilhelm, 298
- Kronig, Ralph, 27, 78, 219, 248
- Krotkov, R., 147
- Kruse, H. Ulrich E., 263
- Kuperman, S., 236
- Kurie, Franz Newell Devereux, 257, 258, 260, 261
- Kusaka, Shuichi, 261
- Kustikov, I.E., 272
- Lahti, P., 25
- Lamarck, Jean-Baptiste, 201
- Landau, Lev Davidovich, 224, 237, 269
- Landé, Alfred, 77, 209, 210
- Langer, Lawrence M., 257, 266
- Lao-Tsé, 160
- Laplace, Pierre Simon de, 132
- Lattes, Cesare M. Giulio, 270
- Laue, Max von, 107, 112
- Laurikainen, Kalervo V., 25
- Lederman, Leon M., 237, 267
- Lee, Tsung Dao, 229, 230, 234, 236-238, 240, 267, 269
- Leibniz, Gottfried Wilhelm, 201
- Lenz, Wilhelm, 10
- León Hebreo, véase Abrahanel
- Leonardo da Vinci, 177
- Leucipo, 173
- Levine, N., 236
- Lewis, G.N., 219
- Lewis, H.R., 25, 236
- Lindemann, Frederick Alexander, 106
- Lipkin, Harry J., 236
- Lokanathan, S., 270
- Lorentz, Hendrik Antoon, 65, 95, 100, 104, 111, 117, 119, 130, 131, 139, 144, 145, 161, 234, 268
- Lüders, Gerhard, 234
- Luria, Isaac, 314
- Mach, Ernst, 7, 8, 9, 133, 148
- Mach, Ludwig, 7
- Madelung, Erwin, 106
- Mahnke, Dietrich, 337
- Maier, Michael, 316
- Majorana, Ettore, 252
- Mamerto, Claudio, 299
- Margulis, S., 25
- Marshak, Robert Eugene, 272
- Mästlin, Michael, 283
- Maxson, D.R., 271
- Maxwell, James Clerk, 15, 30, 35, 65, 70, 100, 111, 117, 119, 130, 139, 145, 162, 187, 221
- McGuire, A.D., 263
- Medici, Lorenzo di, 177
- Mehra, Jagdish, 24
- Meier, Carl Alfred, 20, 24, 277, 278
- Meitner, Lise, 244-246, 248, 250
- Merrison, A.W., 270
- Meyenn, Karl von, 24
- Meyer, Lothar, 88
- Miedema, A.R., 235
- Minkowski, Hermann, 85, 131
- Mises, Richard von, 84
- Mittelstaedt, P., 25
- Moffat, R.J. Douglas, 257
- Møller, Christian, 58, 236
- Montet, Charles de, 189
- Montonen, C., 25
- Moseley, Henry, 91
- Moses, 177
- Mott, N.F. Neville, 252
- Murphy, George Mosley, 219
- Nernst, Walther, 106, 246
- Newton, Isaac, 22, 28-30, 81, 116, 117, 119, 125, 129, 130, 132, 140, 161, 173, 178, 179, 181, 277, 282, 297, 326
- Nicolás de Cusa, 178
- Novey, Theodore Burton, 235, 236
- Oehme, Reinhard, 234, 236
- Oppenheimer, J. Robert, 18, 19
- Orthmann, Wilhelm, 246
- Otto, Rudolf, 171
- Ovidio, Publio Ovidio Nasón, 298
- Panofsky, Erwin, 18, 169, 194, 278, 322
- Paracelso, 177, 283, 285, 298
- Parménides, 175
- Pascheles, Jacob Wolfgang, 7
- Paschen, Friedrich, 71, 77, 210
- Pasquali, G. de, 236
- Patrizzi, Francesco, 178
- Paul, H., 270
- Pauli, Franca (véase Bertram)
- Pauli, Hertha, 8
- Pauli, Wolfgang Joseph, 7
- Pauly, August, 201, 298
- Peacock, R.N., 236
- Peierls, Rudolf, 224
- Perrin, Francis, 255, 256
- Peyer, B., 201
- Pico della Mirandola, Giovanni, 177, 301
- Pitágoras, 172, 174, 319, 334, 336
- Planck, Max, 32, 33, 42, 59-61, 70, 72, 73, 76, 95, 96, 102-110, 115, 117, 118, 139, 144, 146, 192, 213, 215, 216, 221
- Plano, P., 270
- Platón, 153, 155, 160, 173-177, 180, 279, 326, 333-336
- Plotino, 176, 177, 298, 299, 326

Podolsky, Boris, 18, 149
Poincaré, Henri, 130, 131, 145
Poisson, Siméon, 132, 252
Posidonio de Apameia, 298
Postma, H., 235
Preston, Richard S., 236
Proca, Alexandre, 221
Proclo, 287, 289, 295
Prodell, A., 270
Prokofiev, Yu. A., 272
Pruett, John R., 257

Raboy, S., 235
Rayleigh (John William Strutt), lord, 96, 107, 108
Rechenberg, Helmut, 25
Reines, Frederick, 16, 250, 263-266
Rensch, Bernhard B., 193, 202, 204
Rhine, Joseph B., 203
Richard, Alan W., 229
Riemann, Bernhard, 80, 84, 131, 132
Ringo, George Ray, 235
Ritz, Walther, 99, 112
Rodeback, George W., 262
Rodolfo II, 284
Roll, P.G., 147
Röntgen, Wilhelm Conrad, 84, 99
Rosen, Nathan, 18, 194
Rosenbaum, Erna, 14
Rosenfeld, Léon, 58, 67, 144, 222, 223
Röslino, Helisaeus, 300, 302
Rossi, Andrea Giulio, 236
Rothem, T., 236
Rottler, Maria, 14
Rozenal, Stefan, 58
Runge, Carl, 77, 85
Russell, Bertrand, 78

Rutherford, Ernst, 59, 66, 68, 70, 247
Rydberg, Johannes Robert, 61, 70, 75, 87-92, 209

San Agustín, 176
San Buenventura (Juan de Fidanza), 337
San Pablo, 177
Sakurai, Jun John, 257
Salam, Abdus, 269
Samios, Nicholas P., 270
Schaferoth, Max Robert, 24
Schelling, Friedrich von, 186
Scherrer, Paul, 13
Schilpp, Paul Arthur, 101, 110
Schindewolf, O.H., 201
Schlapp, Robert, 243
Schlosser, Friedrich, 178
Scholem, Gershom, 314
Schopenhauer, Arthur, 182, 203, 204, 326
Schopper, Herwig, 237
Schrödinger, Erwin, 53, 63, 64, 79, 212, 213
Schütz, Bertha Camilla, 7
Schütz, Friedrich, 8
Schwartz, Melvin, 270
Schwarzschild, Karl, 72-74
Schwinger, Julian, 20, 234
Schwyzer, H.R., 298
Seelig, Carl, 101, 145
Segrè, Emilio, 229, 243
Semon, R., 195
Séneca, Lucius Annaeus, 298
Sexto Empírico, 299
Shalit, Amos de, 236
Shankara, 171
Sherwin, Chalmers W., 262
Silz, Priscilla, 277
Simpson, G.G., 201
Smith, Lincoln Gilmore, 257

Smutny, F., 24
Soal, S.G., 203
Sócrates, 176
Solvay, Ernest, 112
Sommerfeld, Arnold, 9, 10, 21, 61, 69-72, 74-81, 83-86, 90, 199, 208, 209
Sosnovskij, A.N., 272
Spivak, P.E., 272
Stähelin, O., 271
Stark, Johannes, 72
Stech, Berthold, 236, 260, 269, 271, 272
Steenland, M.J., 235
Steinberger, Jack, 270
Stern, Otto, 13, 112
Stokes, George Gabriel, 106
Stoner, Edmund, 211
Straumann, Norbert, 25
Sudarshan, Ennackel Chandu George, 272
Sunnyar, Andrew W., 236, 271
Sutherland, William, 106

Teeteto, 175
Telegdi, Valentine L., 235, 237, 267
Thomas Llewellyn Hilleth, 212
Thomsen, Julius, 89
Tolhoek, H.A., 235
Tollestrup, Alvin, 270
Tomonaga, Sin-itiro, 20
Torricelli, Evangelista, 321
Trkal, Viktor, 97

Uhlenbeck, George, 211, 212, 217

Valko, E.I., 24
Véneto, Francisco Jorge, 319

Venkatesan, K., 25
Voigt, Woldemar, 70, 77, 85

Waerden, Bartel van der, 50, 52
Wagner, J.J., 265
Wald, George, 202
Wallenstein, Albrecht von., 309
Waller, Ivar, 208
Wapstra, A.H., 237
Watson, J.D., 202
Weinrich, Marcel, 237, 267
Weiss, Rainer, 147
Weisskopf, Victor F., 17, 24, 220
Weizsäcker, Carl Friedrich von, 170
Wentzel, Gregor, 18
Westgren, Arne, 208
Weyl, Hermann, 9, 269
Wiedemann, Gustav Heinrich, 79
Wien, Wilhelm, 105
Wigner, Eugen Paul, 223, 224, 227, 240
Wilhelm, Richard, 170, 194
Winter, Klaus, 243
Wissowa, Georg, 298
Wooster, W.A., 246
Wu, Chien Shiung, 235, 243, 267
Wyman, W.E., 265

Yámblico, 334
Yang, Chan-Ning, 229, 230, 234, 236-238, 267, 269

Zabarella, Giacomo, 314
Zacharias, Jerrold R., 147
Zeeman, Pieter, 10, 11, 70, 71, 77, 78, 211, 212, 217
Zeldovich, Yakov Borisovich, 273