Matemáticas

Esfera de Exploración 2 – Semanas 5 y 6

Sesión 1

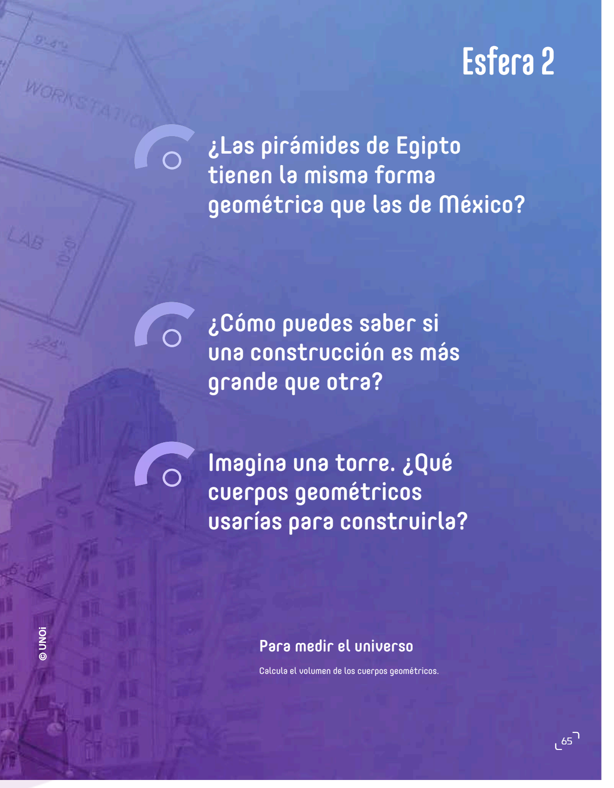
Propósito

Los estudiantes recuperarán conocimientos sobre fórmulas para calcular áreas de figuras geométricas y los usarán en la construcción de fórmulas para el volumen de cuerpos geométricos. Al comparar la capacidad de los cuerpos geométricos desarrollarán ideas intuitivas sobre el volumen y la necesidad de estrategias para medirlo.

Tip 1. Antes de comenzar con la esfera proponga a los estudiantes comparar objetos de su entorno para decidir cuál ocupa más espacio. Al enfrentarse a figuras de formas similares pero con diferencias de tamaño, es probable que surjan dudas sobre cómo compararlas con precisión. Esta experiencia les permitirá reconocer que, más allá de la simple observación, es necesario contar con una forma sistemática de cuantificar el espacio ocupado

Tip 2. A continuación pida que respondan las preguntas de la sección **ANALIZO, página 65**, plantee como ejercicio la comparación entre las pirámides de México y Egipto. Solicite que investiguen las medidas de largo, ancho y altura de ambas estructuras. Después, guíe la reflexión sobre si estas dimensiones por sí solas permiten determinar cuál ocupa más espacio. Este contraste prepara el terreno para comprender la necesidad de calcular el volumen.

Tip 3. Al comparar cuerpos que no son perfectamente regulares, algunos estudiantes pueden dudar sobre cómo definir su volumen. Aproveche para preguntar: “¿Qué condiciones necesitamos para poder calcular el volumen de forma precisa? ¿Por qué es más sencillo calcular el volumen de prismas o pirámides que de formas irregulares?”. Este cuestionamiento abrirá la discusión hacia el uso de modelos geométricos ideales en la medición.

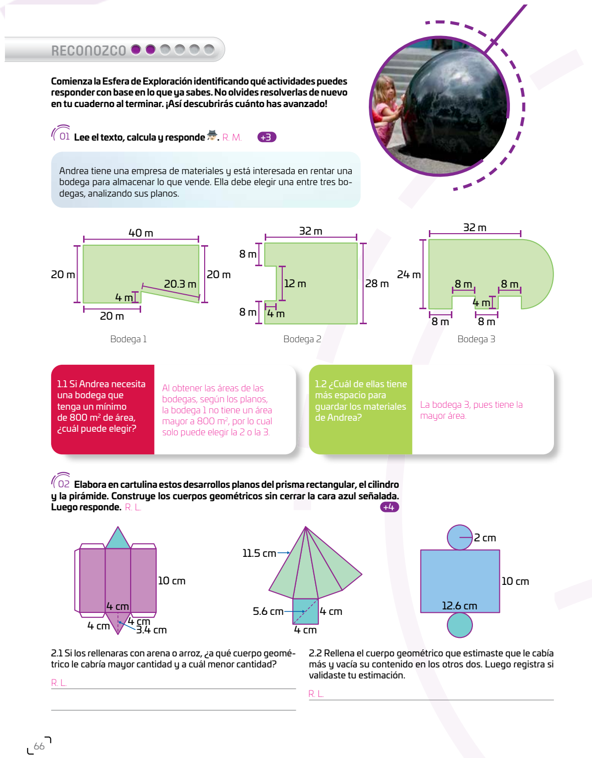


Sesión 1

Tip 4. En la **actividad 01** de la sección **RECONOZCO**, **página 66**, los estudiantes calculan áreas de figuras irregulares. Puede ser útil que antes intenten recordar la mayor cantidad de fórmulas de área que conocen, incluso si no aplican directamente. Esto permite identificar qué formas básicas reconocen dentro de figuras más complejas. Además, subraye la importancia de las unidades: recalcar que el área se expresa en unidades cuadradas ayuda a diferenciarla del perímetro y del volumen

Tip 5. Al completar la **actividad 02**, **página 66**, los estudiantes experimentan con desarrollos planos de distintos cuerpos, rellenándolos con materiales como arena o arroz. Este ejercicio permite visualizar el espacio ocupado de manera tangible. Anime a los estudiantes a comparar no sólo cuál cabe más, sino también por qué sucede: ¿influyen las dimensiones de la base? ¿la altura? ¿la forma general? Esta experiencia favorece la intuición sobre el concepto de volumen antes de formalizar su cálculo.

Tip 6. La finalidad de la **actividad 03**, **página 67**, esl analizar el caso de las Torres KIO, los estudiantes realizan cálculos sin que se les mencione explícitamente el volumen. Algunos podrían centrarse únicamente en los datos de altura o área, sin integrar la información para obtener el espacio total ocupado. Puede guiarlos con preguntas como: “¿Qué nos dice el número de pisos? ¿Cómo afecta la inclinación de las torres? ¿Qué información necesitamos para saber cuántos metros cúbicos ocupan?”. Estas preguntas preparan el terreno para formalizar el cálculo de volumen posteriormente.


RECONOZCO

Comienza la Esfera de Exploración identificando qué actividades puedes responder con base en lo que ya sabes. No olvides resolverlas de nuevo en tu cuaderno al terminar. ¡Así descubrirás cuánto has avanzado!

01 Lee el texto, calcula y responde. R. M. +3

Andrea tiene una empresa de materiales y está interesada en rentar una bodega para almacenar lo que vende. Ella debe elegir una entre tres bodegas, analizando sus planos.

1.1 Si Andrea necesita una bodega que tenga un mínimo de 800 m² de área, ¿cuál puede elegir? Al obtener las áreas de las bodegas, según los planos, la bodega 1 no tiene un área mayor a 800 m², por lo cual solo puede elegir la 2 o la 3.

1.2 ¿Cuál de ellas tiene más espacio para guardar los materiales de Andrea? La bodega 3, pues tiene la mayor área.

02 Elabora en cartulina estos desarrollos planos del prisma rectangular, el cilindro y la pirámide. Construye los cuerpos geométricos sin cerrar la cara azul señalada. Luego responde. R. L. +4

2.1 Si los rellenaras con arena o arroz, ¿a qué cuerpo geométrico le cabría mayor cantidad y a cuál menor cantidad? R. L.

2.2 Rellena el cuerpo geométrico que estimaste que le cabía más y vacía su contenido en los otros dos. Luego registra si validaste tu estimación. R. L.

66


03 Lee, analiza y responde. +3

Las Torres KIO, mostradas en la imagen de la derecha, son dos edificios con una altura de 114 metros y 27 plantas, ubicados en Madrid, España.

3.1 Dibuja una línea sobre la foto para señalar la altura de las torres.

3.2 Anota qué forma geométrica tiene cada torre. R. M. Tiene forma de prisma oblicuo de base cuadrada o rectangular.

3.3 Supón que cada planta tiene un volumen de 4 940 m³, ¿qué volumen ocupa cada torre? R. M. 133 380 m³

3.4 Si las torres fueran rectas en vez de inclinadas, y mantuvieran las mismas alturas y bases, ¿crees que cada una de las 27 plantas podría disponer de más espacio? R. M. No, el volumen permanecería igual en ambos casos.

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. R. L.

	Antes de la Esfera de Exploración		Al terminar la Esfera de Exploración	
	Sí	No	Sí	No
1. Calculo el volumen de prismas y cilindros.				
2. Calculo el volumen de pirámides, conos y esferas.				
3. Determino el volumen de prismas, pirámides, conos y cilindros oblicuos.				
Puntos obtenidos:				

INVESTIGO

Aprendizaje esperado
› Calcula el volumen de los cuerpos geométricos.

Keys
Volumen de sólidos geométricos (rectos y oblicuos)

© UNOi

67

Matemáticas

Esfera de Exploración 2 – Semanas 5 y 6

Sesión 2

Propósito

Los estudiantes comprenderán las características de la unidad de medida del volumen y desarrollarán la noción de lo que es medir el espacio ocupando los cuerpos geométricos. Analizarán estrategias óptimas para realizar esta medición para dar sentido a las fórmulas del volumen de prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas.

Tip 1. Los procesos límite involucrados en el método de exhaución que se presentan en el key *Volumen de sólidos geométricos* pueden ser desafiantes para los estudiantes. Para acercarlos a estas ideas, puede partir de situaciones simples que ayuden a visualizar cómo se aproxima una forma curva a partir de segmentos rectos. Por ejemplo, en Geogebra, grafique una curva y, al aplicar el zoom, muestre que en un tramo muy pequeño la curva parece casi recta.

Tip 2. Para apoyar la comprensión de cómo el número de lados de un polígono puede acercarse al contorno de una circunferencia, puede utilizar el video del portal académico del CCH https://esant.mx/ac_unoi/sumt3-018. Este recurso puede ayudar a los estudiantes a visualizar cómo procesos infinitos permiten obtener fórmulas exactas para el área o el volumen de cuerpos redondeados.

Tip 3. Las fórmulas de volumen de prismas, cilindros, pirámides y conos comparten la estructura general "área de la base por altura". Sin embargo, en el caso de la esfera, es posible aproximar este razonamiento partiendo la esfera en dos semiesferas. Al observar que cada semiesfera tiene una base circular y que su volumen es proporcional al volumen de un cono de la misma base y altura, los estudiantes pueden construir intuitivamente el volumen total de la esfera. El volumen de la semiesfera es $\frac{2A_b h}{3} = \frac{2\pi r^2 r}{3} = \frac{2\pi r^3}{3}$, por tanto, el volumen de la esfera completa es $\frac{4\pi r^3}{3}$.

03 **Lee, analiza y responde.** +3

Las Torres KIO, mostradas en la imagen de la derecha, son dos edificios con una altura de 114 metros y 27 plantas, ubicados en Madrid, España.

3.1 Dibuja una línea sobre la foto para señalar la altura de las torres.

3.2 Anota qué forma geométrica tiene cada torre.

R. M. Tiene forma de prisma oblicuo de base cuadrada o rectangular.

3.3 Supón que cada planta tiene un volumen de 4 940 m³, ¿qué volumen ocupa cada torre?

R. M. 133 380 m³

3.4 Si las torres fueran rectas en vez de inclinadas, y mantuvieran las mismas alturas y bases, ¿crees que cada una de las 27 plantas podría disponer de más espacio?

R. M. No, el volumen permanecería igual en ambos casos.

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. R. L.

	Antes de la Esfera de Exploración		Al terminar la Esfera de Exploración	
	Sí	No	Sí	No
1. Calculo el volumen de prismas y cilindros.				
2. Calculo el volumen de pirámides, conos y esferas.				
3. Determino el volumen de prismas, pirámides, conos y cilindros oblicuos.				
Puntos obtenidos:				

INVESTIGO

Aprendizaje esperado

› Calcula el volumen de los cuerpos geométricos.

Keys

Volumen de sólidos geométricos (rectos y oblicuos)

© UNOi

67

Sesión 3

Propósito

Los estudiantes explorarán y comprenderán el concepto de medición como herramienta para caracterizar las propiedades intrínsecas de una figura geométrica en tercera dimensión a partir de sus lados, así como la forma en la que estas mediciones se realizan por comparación. A través de la divulgación, los estudiantes analizarán el proceso que se sigue para obtener fórmulas matemáticas que ayudan a obtener el volumen de estos sólidos haciendo uso de cálculos directos.

Tip 1. Antes de comenzar con la lectura, pregunte a los alumnos qué herramientas conocen para medir objetos, como el largo de una mesa, la altura del salón, y aquellos usados para medir la cantidad que algo puede contener, como tazas de medida o el peso de un frasco con frutas mediante una balanza. Para saber qué concepto tienen sobre medir y cómo se lleva a cabo, pregunte a los alumnos si conocen por qué se mide usando estas herramientas y si conocen algún caso en el que no se puedan usar las mismas.

Tip 2. Una vez leído el texto de la sección **COMPRENDO**, **página 68**, pida a los alumnos que identifiquen en qué caso la obtención de volúmenes se puede hacer directamente mediante herramientas de medición y en cuáles es necesario el uso de fórmulas matemáticas. Para respaldar esta actividad, dé ejemplos de la vida cotidiana, como los termos de agua con cierta capacidad preestablecida o una alberca cuadrada de la cual se conoce la medida de sus lados y, por lo tanto, se puede medir su volumen, y como estos pueden usarse como una herramienta de medición aproximada.

Tip 3. Finalmente, dé ejemplos prácticos sobre la importancia de la optimización de los procesos para generar contenedores con volúmenes variados. Por ejemplo, las botellas casi cilíndricas y las botellas con formas triangulares que pueden tener el mismo volumen.

COMPRENDO

¿Te has preguntado de qué manera se obtienen las dimensiones de los objetos de tu alrededor? La longitud de un puente, el volumen que tendrá una presa antes de su construcción, o incluso el volumen máximo del tanque de combustible de un cohete, que le permita despegar y ponerse en órbita. Saber las dimensiones de los objetos (longitud, anchura, profundidad, volumen, área) es una tarea muy importante en tu día a día y, por lo mismo, se vuelve necesario tener las herramientas adecuadas para realizar estas mediciones.

El proceso de medición es muy útil para conocer las características geométricas y físicas de gran variedad de objetos y determinar información para la tecnología. Pero, ¿qué es medir? Medir es comparar una propiedad física (como la temperatura, la velocidad, la longitud, el volumen) con una unidad de referencia previamente establecida (como el metro, el segundo o el litro). Por lo tanto, medir algo físicamente representa una comparación entre el fenómeno observado y algo ya conocido; es decir, nos basamos en experiencias adquiridas.

Se obtienen propiedades geométricas de sólidos a partir de mediciones directas e indirectas.

Es importante definir qué es el proceso de medición, pues nos ayuda a comprender mejor cómo debemos llevarlo a cabo. En matemáticas, las mediciones se pueden realizar de manera directa a través del uso de alguna herramienta compuesta de números adecuados para poder comparar ciertas propiedades de figuras geométricas. Esto lo has hecho durante mucho tiempo al medir la longitud de objetos, útiles para crear figuras, como recortables de papel, o incluso cuando mides el tiempo para llegar de un punto a otro caminando (aquí usas un cronómetro para saber el tiempo que te tomará).

En otros casos no es práctico obtener de manera directa ciertas características y propiedades geométricas de los cuerpos, por ejemplo, el volumen. Si bien estas dos mediciones pueden realizarse al conocer una unidad patrón, como en el caso de un recipiente de líquidos cuya capacidad se calcula al llenarlo con una jarra medidora, no siempre es práctico usar un patrón para realizar las mediciones de manera adecuada (en matemáticas, las mediciones se hacen con mucha precisión). Por lo anterior, se usan herramientas matemáticas conocidas como *fórmulas*, las cuales ayudan a obtener las propiedades geométricas de los cuerpos.

El proceso para obtener fórmulas matemáticas tiene sus bases en conocer y analizar las características geométricas de los cuerpos o figuras que queremos conocer, por ejemplo, sus volúmenes (el volumen es la medida del espacio tridimensional que ocupa un cuerpo). Por definición, el volumen debe estar contenido en las tres dimensiones físicas que tenga un cuerpo, es decir, en su altura, anchura y profundidad. Por ejemplo, el volumen de un cubo se obtiene al multiplicar su altura, su largo y su ancho. Como las tres medidas son iguales, la operación se reduce a elevar cualquiera de sus lados al cubo para obtener el volumen de toda la figura.

$V = a \cdot b \cdot c$ $V = \pi r^2 \cdot h$ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$

Fórmulas para calcular volúmenes de algunos sólidos.

Para el resto de las figuras geométricas, como las pirámides, los cilindros, los prismas y las esferas, existen diferentes fórmulas matemáticas que te ayudarán a obtener sus volúmenes, todas ellas ligadas a propiedades geométricas, como en el caso de los prismas, en los que multiplicas el área de la base por la altura, y las pirámides y conos, que se calcula de manera similar, pero dividiendo entre tres, porque ocupan solo la tercera parte de los prismas y cilindros con la misma base y altura. Otro caso es la esfera, cuyo volumen está ligado a la constante matemática conocida como *número pi*.

El proceso de medir y obtener volúmenes y otras magnitudes asociadas con la geometría de los cuerpos conlleva el uso de herramientas matemáticas capaces de describir las proporciones naturales de nuestro mundo en tres dimensiones.

Luis Martín Chavelas Astudillo

68

Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer y representa tus conclusiones.

Dibuja, resume, pega, ¡lo que quieras!

R. L.

¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, anótalo aquí y, cuando termines la Esfera, regresa y dale solución.

R. L.

© UNOi

69

Matemáticas

Esfera de Exploración 2 – Semanas 5 y 6

Sesión 4

Propósito
Los estudiantes aplicarán las fórmulas de volumen en diferentes situaciones. En algunos casos realizarán un cálculo directo; en otros, primero compararán entre sí diferentes cuerpos geométricos.

Tip 1. Para fomentar el razonamiento geométrico, solicite a los estudiantes que, antes de realizar cualquier cálculo, analicen las características de los cuerpos presentados en los problemas de **PRÁCTICO**, páginas **70** y **71**. Pídales observar sus bases, sus lados y pensar si es posible dividirlos en figuras más simples o anticipar, por comparación, cuál podría tener mayor volumen. Algunos podrían notar que un cuerpo cabe dentro de otro, lo que implicaría menor volumen. Promueva el análisis y la deducción más allá del cálculo directo, pero también enfatice la importancia de medir y saber aplicar correctamente las fórmulas de volumen.

Tip 2. Un estudiante comprende mejor el sentido del volumen cuando puede explicar por qué la estrategia de cálculo es adecuada. Para acompañarlos en este proceso, retroalimente sus respuestas señalando que, en **PRISMAS** y **CILINDROS**, al realizar cortes a cada unidad de altura, el volumen de cada "rebanada" coincide numéricamente con el área de la base (aunque las unidades sean cúbicas). Multiplicar el área de la base por la altura equivale a sumar todas esas "rebanadas". En el caso de **PIRÁMIDES** y **CONOS**, motive a los estudiantes a imaginar el cilindro o prisma asociado (con la misma base y altura), recordando que el volumen del cuerpo piramidal equivale a un tercio del volumen de dicho cilindro o prisma.

PRACTICO

Resuelve las actividades, apóyate en tu indagación.

01 **Encuentra el volumen de los siguientes prismas.** R. M.

$\text{Área}_{base} = l \times a$
$\text{Área}_{base} = 5\text{ cm} \times 9\text{ cm} = 45\text{ cm}^2$
$V = 45\text{ cm}^2 \times 10\text{ cm} = 450\text{ cm}^3$

$\text{Volumen} = b \times h$
$\text{Volumen} = 8\text{ m} \times 11\text{ m}$
$\text{Volumen} = 88\text{ m}^3$

Volumen = área de la base × altura
$\text{Volumen} = 43\text{ cm}^2 \times 10\text{ cm}$
$\text{Volumen} = 430\text{ cm}^3$

02 **María venderá café molido en latas metálicas. Para ello tendrá que decidir entre estos dos modelos.** R. M.

› Completa la tabla y calcula el volumen de cada lata.

	Área de la base	Altura	Volumen
Modelo 1	50 cm²	15 cm	750 cm³
Modelo 2	225 π	15 cm	10 603.5 cm³

› Explica cuánto debe medir el largo del modelo 1 para que tenga el mismo volumen del modelo 2.

R. M. Para tener iguales volúmenes: $abh = \pi r^2 h$
Por tanto $a = \frac{\pi r^2 h}{bh} = \frac{(3.14)(15)^2\, 15}{(5)\, 15} = 45\pi\text{ cm} = 141.37\text{ cm}$

70

03 **Encuentra el área de las bases y calcula el volumen de los siguientes cuerpos.** R. M.

$\text{Área}_{base} = \frac{P \times a}{2}$
$\text{Área}_{base} = \frac{119.72\text{ cm}^2}{2} = 59.86\text{ cm}^2$
$V = \frac{59.86\text{ cm}^2 \times 11\text{ cm}}{3}$
$V = \frac{658.46\text{ cm}^3}{3} = 219.48\text{ cm}^3$

$\text{Área}_{base} = 176.71\text{ cm}^2$
$V = \frac{176.71\text{ cm}^2 \times 14\text{ cm}}{3}$
$V = \frac{2\,474\text{ cm}^3}{3} = 824.66\text{ cm}^3$

$\text{Área}_{base} = 5.2^2\pi = 84.94\text{ cm}^2$
$V = 84.94\text{ cm}^2 \times 13\text{ cm}$
$V = 1104.33\text{ cm}^3$

04 **Completa la tabla y responde.** R. M.

Figura	Área de la base	Altura	Volumen
9 cm, 4 cm	16 π cm²	9 cm	$\frac{144\pi}{3}$ cm³
9 cm, 4 cm	16 π cm²	9 cm	144π cm³

¿Qué relación observas entre los volúmenes?
R. M. Si se multiplica el volumen del cono por 3 se obtiene el volumen del cilindro.

¿Crees que esta relación se cumple siempre que el cono y el cilindro tengan el mismo radio y altura? Prueba con otras medidas y explica tu conclusión.
R. M. Sí, se cumple en todos los casos.

71

Matemáticas

Esfera de Exploración 2 – Semanas 5 y 6

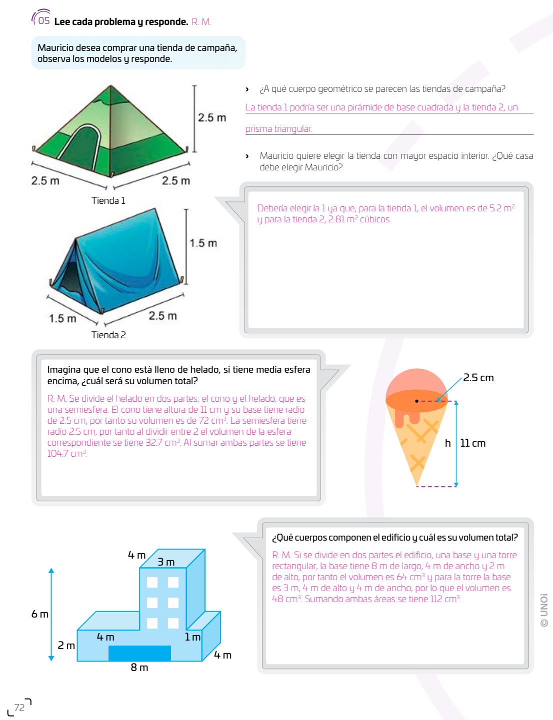
Sesión 5

Propósito
Los estudiantes resolverán situaciones que implican análisis, ampliando los contextos de aplicación de las fórmulas de volumen. Adquirirán habilidades procedimentales en el empleo de las fórmulas.

Tip 1. Las sugerencias didácticas **1 Y 2** de la **SESIÓN 4** siguen siendo pertinentes durante el trabajo con los ejercicios de **PRÁCTICO**, páginas **72** y **73**. Indique a los estudiantes que, antes de calcular, identifiquen qué figura geométrica es la más parecida al objeto representado en cada imagen. Este análisis previo les permitirá elegir correctamente la fórmula de volumen a aplicar, incluso cuando los cuerpos no sean figuras ideales, sino aproximaciones de objetos reales.

Tip 2. Para evitar que los estudiantes piensen que solo se pueden calcular volúmenes de cuerpos perfectamente geométricos, propicie el análisis de objetos del entorno que pueden modelarse mediante cuerpos conocidos. Por ejemplo: los planetas como esferas, pirámides en sitios arqueológicos como un prismas escalonados o las casas de campaña como combinaciones de prismas y pirámides. También invite a reflexionar sobre objetos cuya forma no corresponde a ningún cuerpo geométrico simple (como presas o lagos), y cómo, en esos casos, es necesario emplear estrategias de medición indirecta o aproximada. Este tipo de ejemplos fomentan la curiosidad y el interés por ampliar las aplicaciones del concepto de volumen.

Tip 3. En las **actividades 05 y 06, p**uede plantear preguntas como: "¿Cuál ocupa más espacio interior? ¿Importa la forma para decidir cuál es más conveniente? ¿Además del volumen, qué otros factores serían importantes considerar en una compra real?" Este tipo de discusión conecta el cálculo matemático con situaciones cotidianas y fortalece el pensamiento crítico.


05 **Lee cada problema y responde.** R. M.

Mauricio desea comprar una tienda de campaña, observa los modelos y responde.

- ¿A qué cuerpo geométrico se parecen las tiendas de campaña?
  La tienda 1 podría ser una pirámide de base cuadrada y la tienda 2, un prisma triangular.
- Mauricio quiere elegir la tienda con mayor espacio interior. ¿Qué casa debe elegir Mauricio?
  Debería elegir la 1 ya que, para la tienda 1, el volumen es de 5.2 m^2 y para la tienda 2, 2.81 m^2 cúbicos.

Imagina que el cono está lleno de helado, si tiene media esfera encima, ¿cuál será su volumen total?

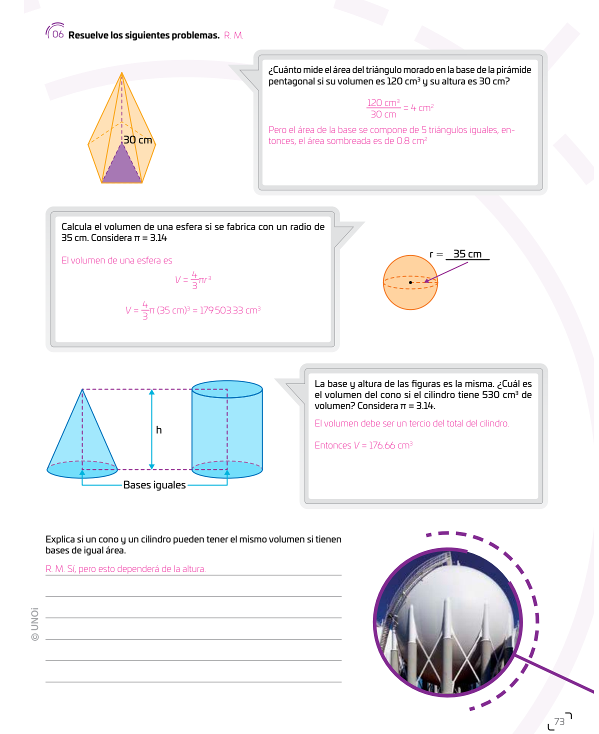
R. M. Se divide el helado en dos partes: el cono y el helado, que es una semiesfera. El cono tiene altura de 11 cm y su base tiene radio de 2.5 cm, por tanto su volumen es de 72 cm^3. La semiesfera tiene radio 2.5 cm, por tanto al dividir entre 2 el volumen de la esfera correspondiente se tiene 32.7 cm^3. Al sumar ambas partes se tiene 104.7 cm^3.

¿Qué cuerpos componen el edificio y cuál es su volumen total?

R. M. Si se divide en dos partes el edificio, una base y una torre rectangular, la base tiene 8 m de largo, 4 m de ancho y 2 m de alto, por tanto el volumen es 64 cm^3 y para la torre la base es 3 m, 4 m de alto y 4 m de ancho, por lo que el volumen es 48 cm^3. Sumando ambas áreas se tiene 112 cm^3.

© UNOi

72


06 **Resuelve los siguientes problemas.** R. M.

¿Cuánto mide el área del triángulo morado en la base de la pirámide pentagonal si su volumen es 120 cm^3 y su altura es 30 cm?

$$\frac{120\ cm^3}{30\ cm} = 4\ cm^2$$

Pero el área de la base se compone de 5 triángulos iguales, entonces, el área sombreada es de 0.8 cm^2

Calcula el volumen de una esfera si se fabrica con un radio de 35 cm. Considera $\pi = 3.14$

El volumen de una esfera es

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi\,(35\ cm)^3 = 179\,503.33\ cm^3$$

La base y altura de las figuras es la misma. ¿Cuál es el volumen del cono si el cilindro tiene 530 cm^3 de volumen? Considera $\pi = 3.14$.

El volumen debe ser un tercio del total del cilindro.

Entonces $V = 176.66\ cm^3$

Explica si un cono y un cilindro pueden tener el mismo volumen si tienen bases de igual área.

R. M. Sí, pero esto dependerá de la altura.

© UNOi

73

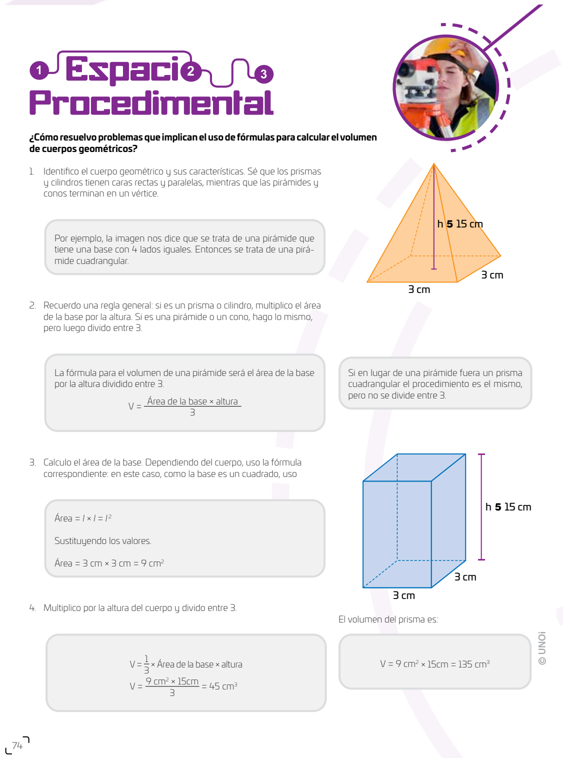
Sesión 6

Propósito
Los estudiantes afianzarán las habilidades para plantear y resolver correctamente problemas que involucran el cálculo de volúmenes y capacidades en situaciones realistas, que podrían encontrar en la vida cotidiana.

Tip 1. En el **ESPACIO PROCEDIMENTAL**, página **74**, los estudiantes aplican varios pasos para resolver problemas de volumen. Algunos lo harán de manera intuitiva sin ser plenamente conscientes de la estrategia seguida. Aproveche este momento para retomar con el grupo cuáles fueron esos pasos: identificar la figura, calcular el área de la base, multiplicar por la altura y aplicar el factor correspondiente según el tipo de cuerpo. Esta reflexión les permitirá construir sus propias heurísticas para resolver problemas similares en el futuro.

Tip 2. En los ejercicios de la **página 75**, los estudiantes deben calcular una variable desconocida de la fórmula de volumen. Algunos preferirán despejar la fórmula antes de sustituir, mientras que otros sustituirán primero y después resolverán aritméticamente. En ambos casos, enfatice que las transformaciones deben aplicarse de forma equivalente en ambos lados de la igualdad. Esta conexión entre manipulación aritmética y algebraica refuerza la comprensión de las propiedades de igualdad.

Tip 3. Para profundizar el significado de las fórmulas de volumen, proponga variaciones sobre las dimensiones de los cuerpos. Por ejemplo: ¿Qué ocurre con el volumen de un cilindro si duplicamos su altura? ¿Y si duplicamos su radio? Esta comparación permitirá que los estudiantes reconozcan el impacto diferencial que tienen las variables sobre el volumen y comprendan por qué en algunos casos el efecto es lineal y en otros cuadrático o cúbico.


Espacio Procedimental

¿Cómo resuelvo problemas que implican el uso de fórmulas para calcular el volumen de cuerpos geométricos?

1. Identifico el cuerpo geométrico y sus características. Sé que los prismas y cilindros tienen caras rectas y paralelas, mientras que las pirámides y conos terminan en un vértice.

Por ejemplo, la imagen nos dice que se trata de una pirámide que tiene una base con 4 lados iguales. Entonces se trata de una pirámide cuadrangular.

2. Recuerdo una regla general: si es un prisma o cilindro, multiplico el área de la base por la altura. Si es una pirámide o un cono, hago lo mismo, pero luego divido entre 3.

La fórmula para el volumen de una pirámide será el área de la base por la altura dividido entre 3.

$$V = \frac{\text{Área de la base} \times \text{altura}}{3}$$

Si en lugar de una pirámide fuera un prisma cuadrangular el procedimiento es el mismo, pero no se divide entre 3.

3. Calculo el área de la base. Dependiendo del cuerpo, uso la fórmula correspondiente: en este caso, como la base es un cuadrado, uso

Área $= l \times l = l^2$

Sustituyendo los valores.

Área = 3 cm × 3 cm = 9 cm²

4. Multiplico por la altura del cuerpo y divido entre 3.

$$V = \frac{1}{3} \times \text{Área de la base} \times \text{altura}$$
$$V = \frac{9\text{ cm}^2 \times 15\text{cm}}{3} = 45\text{ cm}^3$$

El volumen del prisma es:

$V = 9\text{ cm}^2 \times 15\text{cm} = 135\text{ cm}^3$

74


07 **Resuelve los siguientes problemas.** R. M.

La Pirámide de Guiza tiene forma de pirámide cuadrangular y sus medidas son: altura original: 146.50 m; altura actual: 136.86 m; lado de la base: 230 m. ¿Cuál es su volumen original?

El volumen es

$V = \frac{1}{3} 146.5\text{ m} \times 230\text{ m} \times 230\text{ m}$

$V = 2583283.33\text{ m}^3$

La pirámide de Cholula tiene forma de pirámide cuadrangular con un volumen estimado de 4.5 millones de metros cúbicos y 400 metros de largo por cada lado. ¿Cuál es su altura?

La base es cuadrada de 400 × 400 metros, entonces

$\text{altura} = \frac{4\,500\,000\text{ m}^3}{160\,000\text{ m}^2} = 28.125\text{ m}$

Si un tipi como el de la foto tiene forma cónica con una base de área igual a 0.5 metros cuadrados y un volumen de 0.42 metros cúbicos, ¿cuál es su altura?

Hay que dividir 0.42 entre 0.5

$\text{altura} = \frac{0.42\text{ m}^3}{0.5\text{ m}^2} = 0.84\text{ m}$

¿Qué factores determinan que una pirámide tenga un mayor o menor volumen? Piensa en la forma de la base, la altura y cómo cambia el volumen si una de esas medidas aumenta o disminuye.

R. L.

75

Matemáticas

Esfera de Exploración 2 – Semanas 5 y 6

Sesión 7

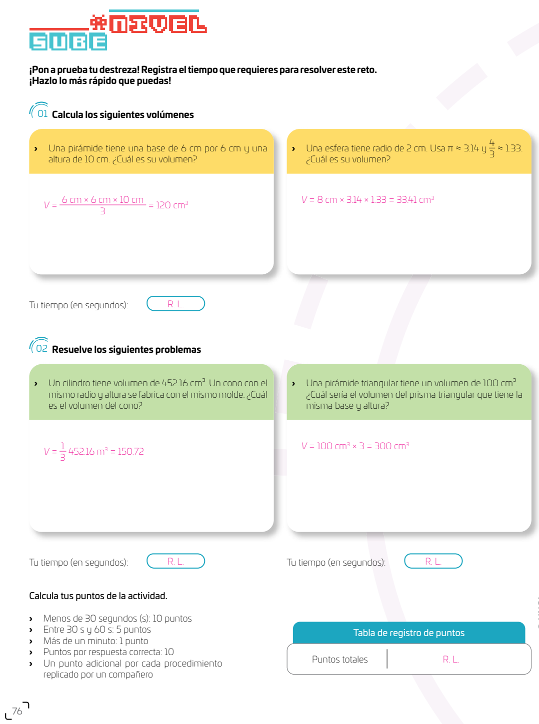
Propósito
Los estudiantes pondrán a prueba sus aprendizajes adquiridos durante la esfera a través de la resolución de problemas, pero ahora midiendo el tiempo que tardan en darles solución. Se pretende generar un ambiente lúdico más que solo competitivo.

Tip 1. En la sección **SUBE NIVEL**, página **76**, los ejercicios están planteados para resolverse en poco tiempo. Evite que los estudiantes se detengan en aplicar procesos largos de sustitución. Anímelos a analizar rápidamente el problema, identificar qué relación existe entre las variables y anticipar el resultado con base en su comprensión de las fórmulas de volumen.

Tip 2. En la sección **APLICO**, página **77**, los estudiantes ya cuentan con los conocimientos necesarios para responder las preguntas de **ANALIZO** (página **65**), completar la rúbrica de **RECONOZCO** (páginas **68** y **69**) y resolver las dudas registradas previamente. Si algún estudiante aún presenta dificultades para establecer estas conexiones, acompañe su proceso retomando los ejemplos trabajados en las actividades anteriores.

Tip 3. Pida a los estudiantes que resuelvan las actividades del **key Practico más:** *Volumen de sólidos geométricos (rectos y oblicuos)*. Estos ejercicios permitirán consolidar el manejo de las fórmulas en distintos cuerpos geométricos, reforzando su capacidad de aplicar el procedimiento adecuado según el caso.

Tip 4. Para finalizar, pida que realicen el imprimible **Maths Mastery T1_3**, el cual permitirá ejercitar el tema aprendido.


SUBE NIVEL

¡Pon a prueba tu destreza! Registra el tiempo que requieres para resolver este reto. ¡Hazlo lo más rápido que puedas!

01 **Calcula los siguientes volúmenes**

- Una pirámide tiene una base de 6 cm por 6 cm y una altura de 10 cm. ¿Cuál es su volumen?

  $V = \frac{6\text{ cm} \times 6\text{ cm} \times 10\text{ cm}}{3} = 120\text{ cm}^3$

- Una esfera tiene radio de 2 cm. Usa $\pi \approx 3.14$ y $\frac{4}{3} \approx 1.33$. ¿Cuál es su volumen?

  $V = 8\text{ cm} \times 3.14 \times 1.33 = 33.41\text{ cm}^3$

Tu tiempo (en segundos): R. L.

02 **Resuelve los siguientes problemas**

- Un cilindro tiene volumen de 452.16 cm³. Un cono con el mismo radio y altura se fabrica con el mismo molde. ¿Cuál es el volumen del cono?

  $V = \frac{1}{3} 452.16\text{ m}^3 = 150.72$

- Una pirámide triangular tiene un volumen de 100 cm³. ¿Cuál sería el volumen del prisma triangular que tiene la misma base y altura?

  $V = 100\text{ cm}^3 \times 3 = 300\text{ cm}^3$

Tu tiempo (en segundos): R. L.

Tu tiempo (en segundos): R. L.

Calcula tus puntos de la actividad.

- Menos de 30 segundos (s): 10 puntos
- Entre 30 s y 60 s: 5 puntos
- Más de un minuto: 1 punto
- Puntos por respuesta correcta: 10
- Un punto adicional por cada procedimiento replicado por un compañero

Tabla de registro de puntos	
Puntos totales	R. L.

76


APLICO

Reflexiona sobre las preguntas de la sección ANALIZO. ¿Ya puedes contestarla? Escribe una respuesta. Considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

R. L.

¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? ¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros!

R. L.

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve nuevamente la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

R. L.

¡Regresa a la página 69 y soluciona las dudas que tenías en ese momento!

© UNOi

77