

ANALIZO



# Esfera 2



**¿Las pirámides de Egipto tienen la misma forma geométrica que las de México?**



**¿Cómo puedes saber si una construcción es más grande que otra?**



**Imagina una torre. ¿Qué cuerpos geométricos usarías para construirla?**

**Para medir el universo**

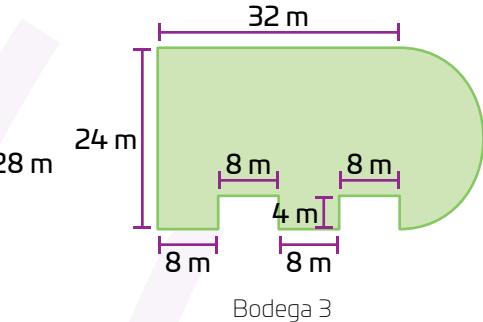
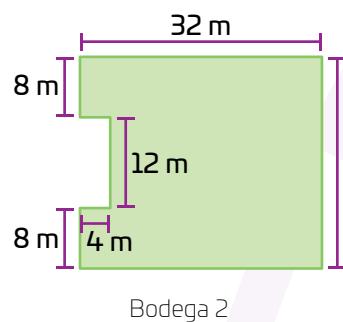
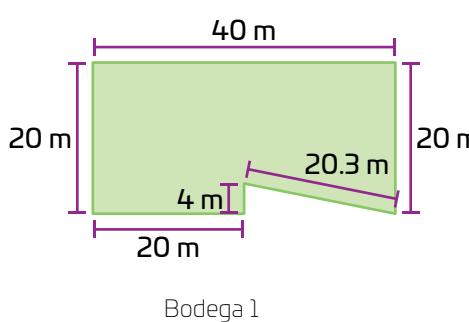
Calcula el volumen de los cuerpos geométricos.



Comienza la Esfera de Exploración identificando qué actividades puedes responder con base en lo que ya sabes. No olvides resolverlas de nuevo en tu cuaderno al terminar. ¡Así descubrirás cuánto has avanzado!

01 Lee el texto, calcula y responde R. M. +3

Andrea tiene una empresa de materiales y está interesada en rentar una bodega para almacenar lo que vende. Ella debe elegir una entre tres bodegas, analizando sus planos.



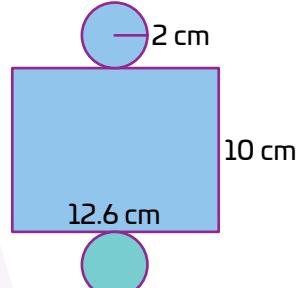
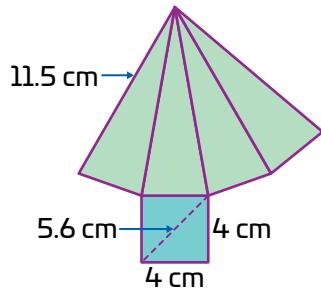
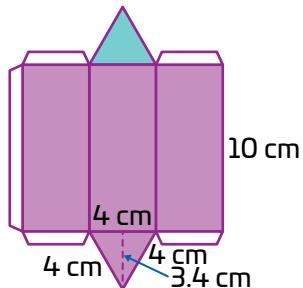
1.1 Si Andrea necesita una bodega que tenga un mínimo de  $800 \text{ m}^2$  de área, ¿cuál puede elegir?

Al obtener las áreas de las bodegas, según los planos, la bodega 1 no tiene un área mayor a  $800 \text{ m}^2$ , por lo cual solo puede elegir la 2 o la 3.

1.2 ¿Cuál de ellas tiene más espacio para guardar los materiales de Andrea?

La bodega 3, pues tiene la mayor área.

02 Elabora en cartulina estos desarrollos planos del prisma rectangular, el cilindro y la pirámide. Construye los cuerpos geométricos sin cerrar la cara azul señalada. Luego responde. R. L. +4



2.1 Si los rellenas con arena o arroz, ¿a qué cuerpo geométrico le cabría mayor cantidad y a cuál menor cantidad?

R. L.

2.2 Rellena el cuerpo geométrico que estimaste que le cabía más y vacía su contenido en los otros dos. Luego registra si validaste tu estimación.

R. L.

03

## Lee, analiza y responde.

+3

Las Torres KIO, mostradas en la imagen de la derecha, son dos edificios con una altura de 114 metros y 27 plantas, ubicados en Madrid, España.

3.1 Dibuja una línea sobre la foto para señalar la altura de las torres.

3.2 Anota qué forma geométrica tiene cada torre.

R. M. Tiene forma de prisma oblicuo de base cuadrada o rectangular.

---



---



3.3 Supón que cada planta tiene un volumen de  $4\ 940\ m^3$ , ¿qué volumen ocupa cada torre?

R. M.  $133\ 380\ m^3$

---



---

3.4 Si las torres fueran rectas en vez de inclinadas, y mantuvieran las mismas alturas y bases, ¿crees que cada una de las 27 plantas podría disponer de más espacio?

R. M. No, el volumen permanecería igual en ambos casos.

---

Marca una  en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. R. L.

1. Calculo el volumen de prismas y cilindros.
2. Calculo el volumen de pirámides, conos y esferas.
3. Determino el volumen de prismas, pirámides, conos y cilindros oblicuos.

Antes de la Esfera de Exploración

Sí

No



Al terminar la Esfera de Exploración

Sí

No



Puntos obtenidos:

## INVESTIGO



## Aprendizaje esperado

- › Calcula el volumen de los cuerpos geométricos.

## Keys

- Volumen de sólidos geométricos (rectos y oblicuos)

Aprendizaje esperado

- › Calcula el volumen de los cuerpos geométricos.

Keys

- Volumen de sólidos geométricos (rectos y oblicuos)





¿Te has preguntado de qué manera se obtienen las dimensiones de los objetos de tu alrededor? 🤔 La longitud de un puente, el volumen que tendrá una presa antes de su construcción, o incluso el volumen máximo del tanque de combustible de un cohete, que le permita despegar y ponerse en órbita. Saber las dimensiones de los objetos (longitud, anchura, profundidad, volumen, área) es una tarea muy importante en tu día a día y, por lo mismo, se vuelve necesario tener las herramientas adecuadas para realizar estas mediciones.

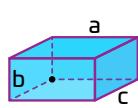
El proceso de medición es muy útil para conocer las características geométricas y físicas de gran variedad de objetos y determinar información para la tecnología. Pero, ¿qué es medir? 📐 Medir es comparar una propiedad física (como la temperatura, la velocidad, la longitud, el volumen) con una unidad de referencia previamente establecida (como el metro, el segundo o el litro). Por lo tanto, medir algo físicamente representa una comparación entre el fenómeno observado y algo ya conocido; es decir, nos basamos en experiencias adquiridas.

Es importante definir qué es el proceso de medición, pues nos ayuda a comprender mejor cómo debemos llevarlo a cabo. En matemáticas, las mediciones se pueden realizar de manera directa a través del uso de alguna herramienta compuesta de números adecuados para poder comparar ciertas propiedades de figuras geométricas. Esto lo has hecho durante mucho tiempo al medir la longitud de objetos, útiles para crear figuras, como recortables de papel, o incluso cuando mides el tiempo para llegar de un punto a otro caminando (aquí usas un cronómetro para saber el tiempo que te tomará).

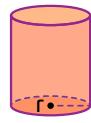
En otros casos no es práctico obtener de manera directa ciertas características y propiedades geométricas de los cuerpos, por ejemplo, el volumen. Si bien estas dos mediciones pueden realizarse al conocer una unidad patrón, como en el caso de un recipiente de líquidos cuya capacidad se calcula al llenarlo con una jarra medidora 🧻, no siempre es práctico usar un patrón para realizar las mediciones de manera adecuada (en matemáticas, las mediciones se hacen con mucha precisión). Por lo anterior, se usan herramientas matemáticas conocidas como *fórmulas*, las cuales ayudan a obtener las propiedades geométricas de los cuerpos.

El proceso para obtener fórmulas matemáticas tiene sus bases en conocer y analizar las características geométricas de los cuerpos o figuras que queremos conocer, por ejemplo, sus volúmenes (el volumen es la medida del espacio tridimensional que ocupa un cuerpo). Por definición ✅, el

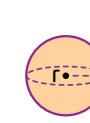
volumen debe estar contenido en las tres dimensiones físicas que tenga un cuerpo, es decir, en su altura, anchura y profundidad. Por ejemplo, el volumen de un cubo se obtiene al multiplicar su altura, su largo y su ancho. Como las tres medidas son iguales, la operación se reduce a elevar cualquiera de sus lados al cubo para obtener el volumen de toda la figura.



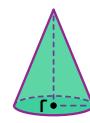
$$V = a \cdot b \cdot c$$



$$V = \pi r^2 \cdot h$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$$

Fórmulas para calcular volúmenes de algunos sólidos.

Para el resto de las figuras geométricas, como las pirámides, los cilindros, los prismas y las esferas, existen diferentes fórmulas matemáticas que te ayudarán a obtener sus volúmenes 💪, todas ellas ligadas a propiedades geométricas, como en el caso de los prismas, en los que multiplicas el área de la base por la altura, y las pirámides y conos, que se calcula de manera similar, pero dividiendo entre tres, porque ocupan solo la tercera parte de los prismas y cilindros con la misma base y altura. Otro caso es la esfera, cuyo volumen está ligado a la constante matemática conocida como *número pi*.

El proceso de medir y obtener volúmenes y otras magnitudes asociadas con la geometría de los cuerpos conlleva el uso de herramientas matemáticas capaces de describir las proporciones naturales de nuestro mundo en tres dimensiones.



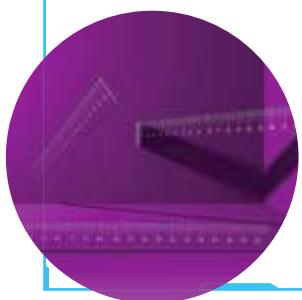
Se obtienen propiedades geométricas de sólidos a partir de mediciones directas e indirectas.

**Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer y representa tus conclusiones.**

Dibuja, resume, pega, ¡lo que quieras!



R. L.



¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, anótalo aquí y, cuando termines la Esfera, regresa y dale solución.

R. L.

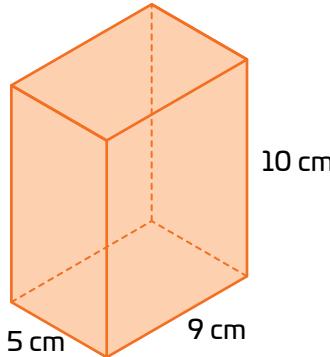


## PRACTICO

Resuelve las actividades, apóyate en tu indagación.



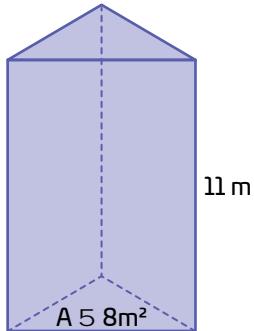
01 Encuentra el volumen de los siguientes prismas. R. M.



$$\text{Área}_{\text{base}} = l \times a$$

$$\text{Área}_{\text{base}} = 5 \text{ cm} \times 9 \text{ cm} = 45 \text{ cm}^2$$

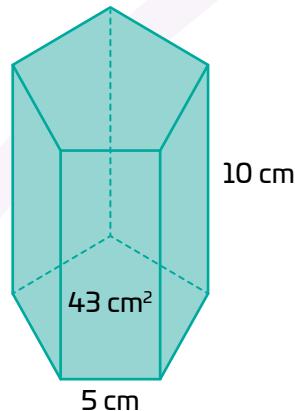
$$V = 45 \text{ cm}^2 \times 10 \text{ cm} = 450 \text{ cm}^3$$



$$\text{Volumen} = b \times h$$

$$\text{Volumen} = 8 \text{ m} \times 11 \text{ m}$$

$$\text{Volumen} = 88 \text{ m}^3$$



$$\text{Volumen} = \text{área de la base} \times \text{altura}$$

$$\text{Volumen} = 43 \text{ cm}^2 \times 10 \text{ cm}$$

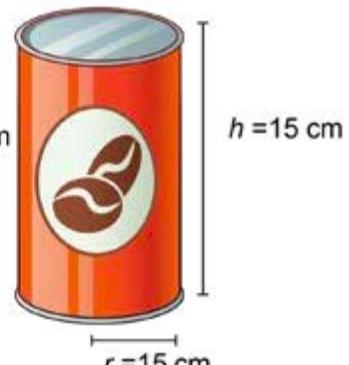
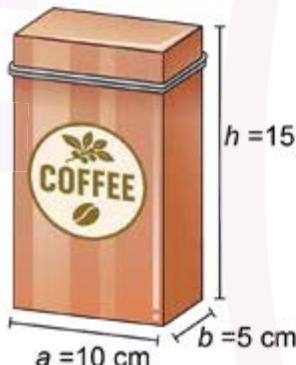
$$\text{Volumen} = 430 \text{ cm}^3$$



02 María venderá café molido en latas metálicas. Para ello tendrá que decidir entre estos dos modelos. R. M.

- Completa la tabla y calcula el volumen de cada lata.

	Área de la base	Altura	Volumen
Modelo 1	$50 \text{ cm}^2$	15 cm	$750 \text{ cm}^3$
Modelo 2	$225 \pi$	15 cm	$10603.5 \text{ cm}^3$



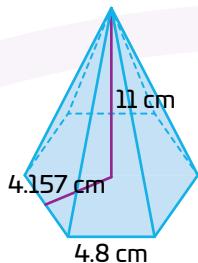
- Explica cuánto debe medir el largo del modelo 1 para que tenga el mismo volumen del modelo 2.

R. M. Para tener iguales volúmenes:  $abh = \pi r^2 h$

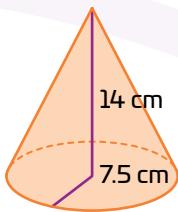
$$\text{Por tanto } a = \frac{\pi r^2 h}{bh} = \frac{(3.14)(15)^2 15}{(5) 15} = 45\pi \text{ cm} = 141.37 \text{ cm}$$

03

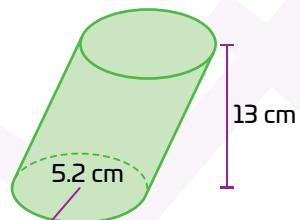
Encuentra el área de las bases y calcula el volumen de los siguientes cuerpos. R. M.



$$\begin{aligned}\text{Área}_{\text{base}} &= \frac{P \times a}{2} \\ \text{Área}_{\text{base}} &= \frac{119.72 \text{ cm}^2}{2} = 59.86 \text{ cm}^2 \\ V &= \frac{59.86 \text{ cm}^2 \times 11 \text{ cm}}{3} \\ V &= \frac{658.46 \text{ cm}^3}{3} = 219.48 \text{ cm}^3\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\text{Área}_{\text{base}} &= 176.71 \text{ cm}^2 \\ V &= \frac{176.71 \text{ cm}^2 \times 14 \text{ cm}}{3} \\ V &= \frac{2474 \text{ cm}^3}{3} = 824.66 \text{ cm}^3\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\text{Área}_{\text{base}} &= 5.2^2 \pi = 84.94 \text{ cm}^2 \\ V &= 84.94 \text{ cm}^2 \times 13 \text{ cm} \\ V &= 1104.33 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

04

Completa la tabla y responde. R. M.

Figura	Área de la base	Altura	Volumen
	$16\pi \text{ cm}^2$	9 cm	$\frac{144\pi}{3} \text{ cm}^3$
	$16\pi \text{ cm}^2$	9 cm	$144\pi \text{ cm}^3$

¿Crees que esta relación se cumple siempre que el cono y el cilindro tengan el mismo radio y altura? Prueba con otras medidas y explica tu conclusión.

¿Qué relación observas entre los volúmenes?

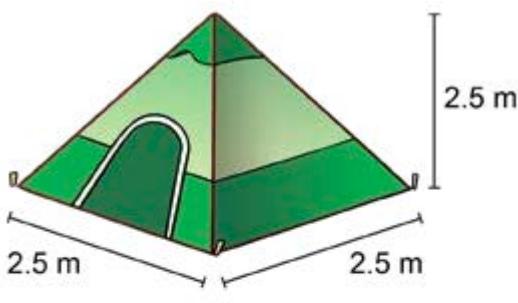
R. M. Si se multiplica el volumen del cono por 3 se obtiene el volumen del cilindro.





### Lee cada problema y responde. R. M.

Mauricio desea comprar una tienda de campaña, observa los modelos y responde.



- ¿A qué cuerpo geométrico se parecen las tiendas de campaña?

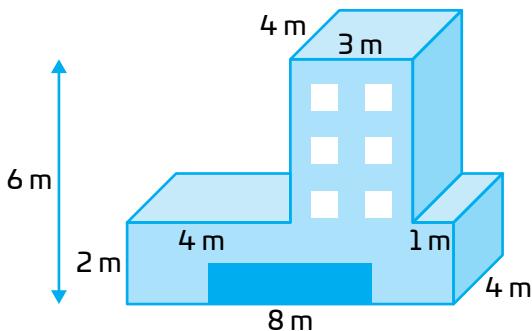
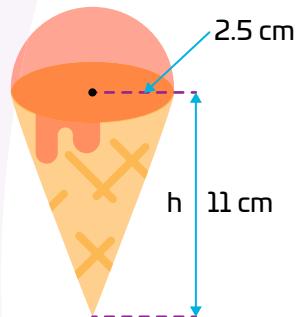
La tienda 1 podría ser una pirámide de base cuadrada y la tienda 2, un prisma triangular.

- Mauricio quiere elegir la tienda con mayor espacio interior. ¿Qué casa debe elegir Mauricio?

Debería elegir la 1 ya que, para la tienda 1, el volumen es de  $5.2 \text{ m}^3$  y para la tienda 2,  $2.81 \text{ m}^3$  cúbicos.

Imagina que el cono está lleno de helado, si tiene media esfera encima, ¿cuál será su volumen total?

R. M. Se divide el helado en dos partes: el cono y el helado, que es una semiesfera. El cono tiene altura de 11 cm y su base tiene radio de 2.5 cm, por tanto su volumen es de  $72 \text{ cm}^3$ . La semiesfera tiene radio 2.5 cm, por tanto al dividir entre 2 el volumen de la esfera correspondiente se tiene  $32.7 \text{ cm}^3$ . Al sumar ambas partes se tiene  $104.7 \text{ cm}^3$ .

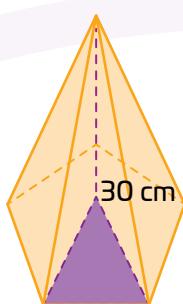


¿Qué cuerpos componen el edificio y cuál es su volumen total?

R. M. Si se divide en dos partes el edificio, una base y una torre rectangular, la base tiene 8 m de largo, 4 m de ancho y 2 m de alto, por tanto el volumen es  $64 \text{ cm}^3$  y para la torre la base es 3 m, 4 m de alto y 4 m de ancho, por lo que el volumen es  $48 \text{ cm}^3$ . Sumando ambas áreas se tiene  $112 \text{ cm}^3$ .

06

## Resuelve los siguientes problemas. R. M.



¿Cuánto mide el área del triángulo morado en la base de la pirámide pentagonal si su volumen es 120 cm<sup>3</sup> y su altura es 30 cm?

$$\frac{120 \text{ cm}^3}{30 \text{ cm}} = 4 \text{ cm}^2$$

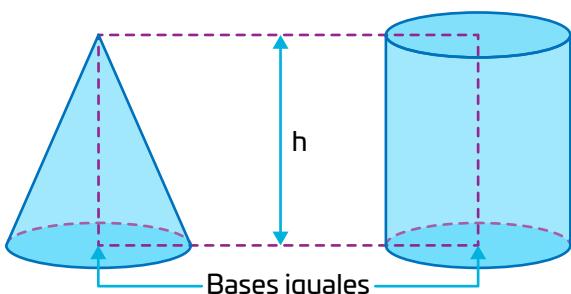
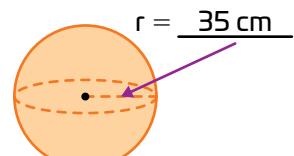
Pero el área de la base se compone de 5 triángulos iguales, entonces, el área sombreada es de 0.8 cm<sup>2</sup>

Calcula el volumen de una esfera si se fabrica con un radio de 35 cm. Considera  $\pi = 3.14$

El volumen de una esfera es

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi (35 \text{ cm})^3 = 179503.33 \text{ cm}^3$$



La base y altura de las figuras es la misma. ¿Cuál es el volumen del cono si el cilindro tiene 530 cm<sup>3</sup> de volumen? Considera  $\pi = 3.14$ .

El volumen debe ser un tercio del total del cilindro.

$$\text{Entonces } V = 176.66 \text{ cm}^3$$

Explica si un cono y un cilindro pueden tener el mismo volumen si tienen bases de igual área.

R. M. Sí, pero esto dependerá de la altura.



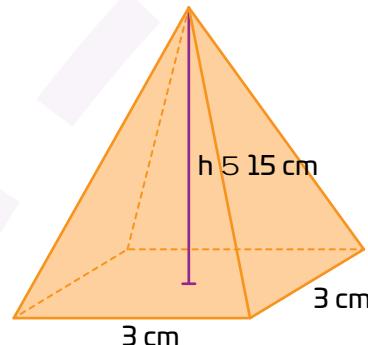
# 1 Espacio 2 Procedimental 3

¿Cómo resuelvo problemas que implican el uso de fórmulas para calcular el volumen de cuerpos geométricos?



- Identifico el cuerpo geométrico y sus características. Sé que los prismas y cilindros tienen caras rectas y paralelas, mientras que las pirámides y conos terminan en un vértice.

Por ejemplo, la imagen nos dice que se trata de una pirámide que tiene una base con 4 lados iguales. Entonces se trata de una pirámide cuadrangular.



- Recuerdo una regla general: si es un prisma o cilindro, multiplico el área de la base por la altura. Si es una pirámide o un cono, hago lo mismo, pero luego divido entre 3.

La fórmula para el volumen de una pirámide será el área de la base por la altura dividido entre 3.

$$V = \frac{\text{Área de la base} \times \text{altura}}{3}$$

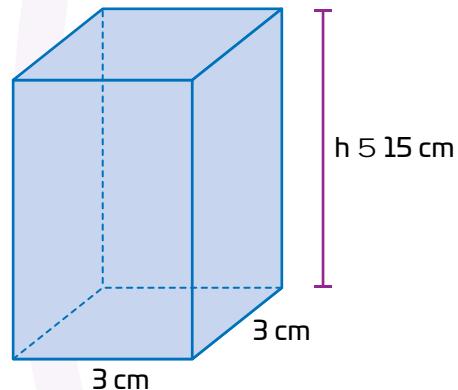
Si en lugar de una pirámide fuera un prisma cuadrangular el procedimiento es el mismo, pero no se divide entre 3.

- Calculo el área de la base. Dependiendo del cuerpo, uso la fórmula correspondiente: en este caso, como la base es un cuadrado, uso

$$\text{Área} = l \times l = l^2$$

Sustituyendo los valores.

$$\text{Área} = 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}^2$$



- Multiplico por la altura del cuerpo y divido entre 3.

El volumen del prisma es:

$$V = \frac{1}{3} \times \text{Área de la base} \times \text{altura}$$

$$V = \frac{9 \text{ cm}^2 \times 15 \text{ cm}}{3} = 45 \text{ cm}^3$$

$$V = 9 \text{ cm}^2 \times 15 \text{ cm} = 135 \text{ cm}^3$$

07

## Resuelve los siguientes problemas. R. M.

La Pirámide de Guiza tiene forma de pirámide cuadrangular y sus medidas son: altura original: 146.50 m; altura actual: 136.86 m; lado de la base: 230 m. ¿Cuál es su volumen original?

El volumen es

$$V = \frac{1}{3} 146.50 \text{ m} \times 230 \text{ m} \times 230 \text{ m}$$

$$V = 2583283.33 \text{ m}^3$$



La pirámide de Cholula tiene forma de pirámide cuadrangular con un volumen estimado de 4.5 millones de metros cúbicos y 400 metros de largo por cada lado. ¿Cuál es su altura?

La base es cuadrada de  $400 \times 400$  metros, entonces

$$\text{altura} = \frac{4500\,000 \text{ m}^3}{160\,000 \text{ m}^2} = 28.125 \text{ m}$$

Si un tipi como el de la foto tiene forma cónica con una base de área igual a 0.5 metros cuadrados y un volumen de 0.42 metros cúbicos, ¿cuál es su altura?

Hay que dividir 0.42 entre 0.5

$$\text{altura} = \frac{0.42 \text{ m}^3}{0.5 \text{ m}^2} = 0.84 \text{ m}$$



¿Qué factores determinan que una pirámide tenga un mayor o menor volumen? Piensa en la forma de la base, la altura y cómo cambia el volumen si una de esas medidas aumenta o disminuye.

R. L.

---



---



---



---

# SUBE AL NIVEL

¡Pon a prueba tu destreza! Registra el tiempo que requieres para resolver este reto.  
¡Hazlo lo más rápido que puedas!

## 01 Calcula los siguientes volúmenes

- › Una pirámide tiene una base de 6 cm por 6 cm y una altura de 10 cm. ¿Cuál es su volumen?

$$V = \frac{6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}}{3} = 120 \text{ cm}^3$$

- › Una esfera tiene radio de 2 cm. Usa  $\pi \approx 3.14$  y  $\frac{4}{3} \approx 1.33$ . ¿Cuál es su volumen?

$$V = 8 \text{ cm} \times 3.14 \times 1.33 = 33.41 \text{ cm}^3$$

Tu tiempo (en segundos):

R. L.

## 02 Resuelve los siguientes problemas

- › Un cilindro tiene volumen de  $452.16 \text{ cm}^3$ . Un cono con el mismo radio y altura se fabrica con el mismo molde. ¿Cuál es el volumen del cono?

$$V = \frac{1}{3} 452.16 \text{ m}^3 = 150.72$$

- › Una pirámide triangular tiene un volumen de  $100 \text{ cm}^3$ . ¿Cuál sería el volumen del prisma triangular que tiene la misma base y altura?

$$V = 100 \text{ cm}^3 \times 3 = 300 \text{ cm}^3$$

Tu tiempo (en segundos):

R. L.

Calcula tus puntos de la actividad.

- › Menos de 30 segundos (s): 10 puntos
- › Entre 30 s y 60 s: 5 puntos
- › Más de un minuto: 1 punto
- › Puntos por respuesta correcta: 10
- › Un punto adicional por cada procedimiento replicado por un compañero

### Tabla de registro de puntos

Puntos totales

R. L.

## APLICO

Reflexiona sobre las preguntas de la sección ANALIZO. ¿Ya puedes contestarla? Escribe una respuesta. Considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.



R. L.



¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? ¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros!

R. L.

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve nuevamente la sección RECOÑOZCO.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

R. L.



¡Regresa a la página 69 y soluciona las dudas que tenías en ese momento! 😊