

Sesión 1

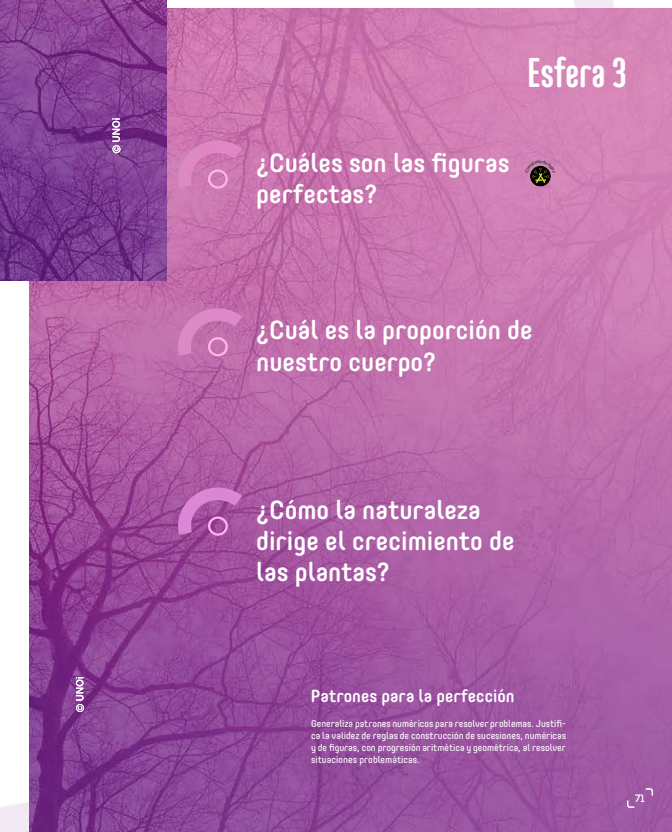
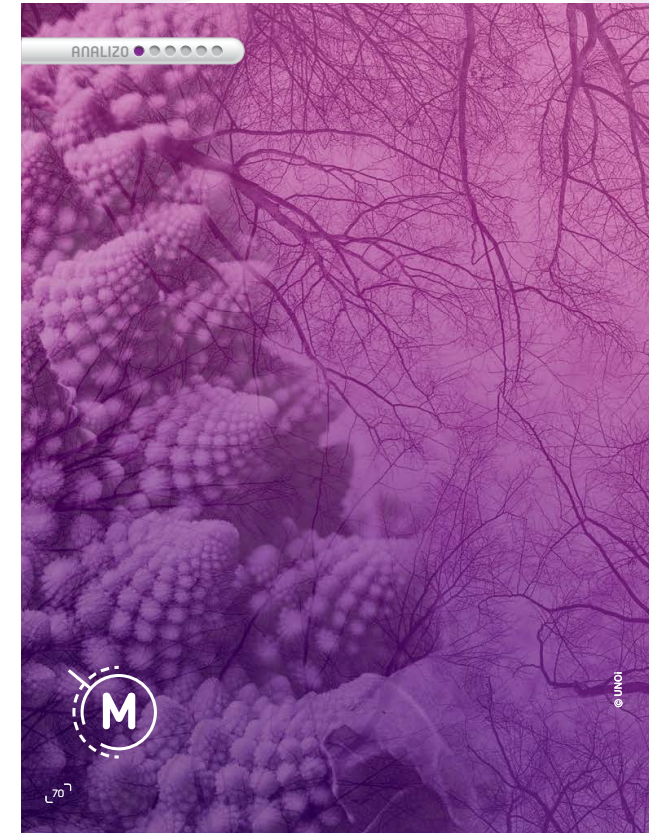
Propósito

Los escolares analizarán preguntas de reflexión, como introducción al tema que estudiarán en la **Esfera de Exploración**, e identificarán qué información conocen respecto a las sucesiones. Asimismo, realizarán una indagación en los **keys**, con la que obtendrán las bases para el desarrollo de la **Esfera**.

Tip 1. Organice un debate con el grupo donde comenten de manera breve las preguntas de la sección **ANALIZO**, **páginas 70 y 71**. Pida a un alumno que haga la minuta del debate, donde incluya las ideas propuestas y cómo estas se relacionan entre sí; al final de la **Esfera**, retomen esa minuta y contrasten las respuestas de acuerdo con la información adquirida durante la **Esfera**. Anote en el pizarrón las dudas que se presenten y pida a los escolares que las escriban en el cuaderno para que las respondan durante el trabajo de la **Esfera**.

Tip 2. Promueva el trabajo en equipo para que los estudiantes exploren y trabajen la sección **RECONOZCO**, **páginas 72 y 73**. Pida que en equipos expongan qué saben y qué desconocen acerca de los contenidos que trabajarán y solicite que distintos voluntarios expliquen cuáles son los conocimientos necesarios para responder correctamente todos los ejercicios.

Tip 3. Para el trabajo de la sección **INVESTIGO**, **página 73**, pida a los alumnos que exploren el contenido y resuelvan las actividades de los **keys**: *Identificación de patrones numéricos y Sucesiones numéricas y de figuras con progresión aritmética*, en la sección **Investigo**. Sugiera que analicen la información con base en las palabras clave, describiendo las imágenes y registrando las ideas principales en un esquema. Recuérdeles que la indagación en los **keys** les ayudará a resolver la **Esfera** y promueva que consulten de nuevo el recurso las veces que sea necesario.



Matemáticas

Esfera de Exploración 3 – Semanas 6 y 7

RECONOZCO

Comienza la Esfera de Exploración identificando cuáles actividades puedes con-
testar con base en lo que ya sabes. No olvides responderlas nuevamente en tu
cuaderno cuando hayas terminado. ¡Así descubrirás cuánto avanzaste!

01 Analiza las configuraciones y determina en cuáles hay un patrón. Luego
describelo o explica por qué no lo hay. Observa el ejemplo. R. M. +3

1

2

3

4

5

6

Caso 1

No hay un patrón: en el primer y segundo pasos se agrega un cuadrado a cada extremo de la figura, pero en el tercero no.

Caso 2

Sí hay un patrón: cada vez se agregan dos cuadritos, uno en la línea de arriba y otro en la de abajo.

Caso 3

Sí hay un patrón: cada vez se agregan tres triángulos.

Caso 4

Sí hay un patrón: cada vez se duplica la cantidad de triángulos que hay.

Caso 5

No hay un patrón: primero se agregan dos círculos, dos veces, y después se quitan tres.

Caso 6

Sí hay un patrón: primero se agregan cinco círculos, luego se agregan siete, y así sucesivamente.

1.1 Subraya las listas de números que formen una sucesión. Justifica tu respuesta explicando cuál es el patrón que siguen o por qué no son sucesiones. +3

Lista de números	Justificación	Lista de números	Justificación
6, 7, 8, 9, 10...	Cada vez se suma 1.	3, 6, 9, 11, 15...	Primero se suman 3 y luego 3, pero después se suman 2 y luego 4.
1, 3, 5, 7, 9...	Cada vez se suma 2.	1, 4, 9, 16, 25...	Cada vez se multiplica un natural por sí mismo: $1 \times 1 = 1$, $2 \times 2 = 4$, etcétera.
8, 10, 12, 16, 18...	Primero se suman 2 y luego 2, pero después se suman 4 y de nuevo 2.	2, 1, 0, -1, -2...	Cada vez se resta 1.

02 Elige una sucesión de figuras y una de números de las dos actividades anteriores y describe el patrón que siguen. Después, anota una regla de formación para cada una. R. L. +2

Sucesión de figuras	Sucesión de números
Patrón: _____	Patrón: _____
Regla: _____	Regla: _____

03 Analiza la sucesión de figuras y responde. +2

3.1 Rodea la o las reglas que permiten hallar la cantidad de piezas que tendrá cualquier figura de la sucesión según el lugar que ocupa (lugar n). +1

¿Cuántos puntos tendrá la figura que ocupe el lugar 15 de la sucesión? Tendrá 34 piezas.

$6n$

$2n + 4$

$7n - 1$

$4 + n \times n$

$4 + n + n$

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. R. L.

	Antes de la Esfera de Exploración		Al terminar la Esfera de Exploración	
	Sí	No	Sí	No
1. Reconozco y describo patrones en situaciones variadas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Establezco con modelos propios la regla de formación de una sucesión.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Compruebo la validez de una regla de formación al resolver problemas en situaciones diversas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Puntos obtenidos:

INVESTIGO

Aprendizaje esperado

- Generaliza patrones numéricos para resolver problemas.
- Justifica la validez de reglas de construcción de sucesiones, numéricas y de figuras, con progresión aritmética y geométrica, al resolver situaciones problemáticas.

Keys

- Identificación de patrones numéricos
- Sucesiones numéricas y de figuras con progresión aritmética
- Sucesiones numéricas y de figuras con progresión geométrica
- Problemas con sucesiones con progresión aritmética y geométrica



Aprendizaje aumentado



Se propone una actividad para recuperar conocimientos previos sobre sucesiones numéricas mediante la resolución de ejercicios. Agrupe a los estudiantes en equipos, entregue los iPad y pídales que entren en la aplicación **Quizizz: Play to Learn**. En su propio iPad abra Safari e ingrese el siguiente vínculo: https://esant.mx/ac_unoi/sumt1-006. Esto lo llevará a un juego sobre sucesiones numéricas. Si lo prefiere, usted puede crear previamente su propio juego y compartirlo. Entre en la opción "Play Live", diríjase a la selección de modalidad "Jugar" (juego clásico individual, por equipos o prueba) y elija "Juego de acogida". Comparta con los estudiantes el código de acceso que la aplicación le arroja para que puedan iniciar el juego. Coménteles que responder correctamente no es lo único importante, sino también el tiempo. En su pantalla aparecerá quién va ganando en tiempo real, lo cual puede generar emoción. Cuide que este elemento no se convierta en un distractor del ejercicio. Al terminar, solicite a los estudiantes que comenten entre ellos algunas estrategias que puedan ayudarles a resolver mejor este tipo de ejercicios la próxima vez. Comenten en grupo algunas de estas estrategias.

Esfera 3

¿Cuáles son las figuras perfectas?



¿Cuál es la proporción de nuestro cuerpo?

¿Cómo la naturaleza dirige el crecimiento de las plantas?

Patrones para la perfección

Generaliza patrones numéricos para resolver problemas. Justifica la validez de reglas de construcción de sucesiones, numéricas y de figuras, con progresión aritmética y geométrica, al resolver situaciones problemáticas.

Sesión 2

Propósito

Los estudiantes apreciarán la presencia de las matemáticas en la Naturaleza y el arte mediante el análisis de proporciones. Asimismo, comprenderán que el estudio de las proporciones permite estimar y predecir distintos sucesos de nuestro entorno.

Tip 1. Con el objetivo de que los estudiantes reconozcan la presencia de la razón áurea en la Naturaleza, invite al grupo a buscar imágenes donde se distinga la presencia de la espiral que se menciona en la lectura de la sección **COMPRENDO, página 74**; puede realizar la actividad con un concurso donde los alumnos expongan las imágenes que encontraron y, por votación, se decida cuál es la favorita.

Tip 2. Solicite a los alumnos que en una hoja, o en el espacio de la **página 75**, tracen cuadrados cuyos lados midan lo mismo que los números de la sucesión de Fibonacci (con medidas desde 1×1 hasta 34×34 unidades) de tal manera que, posteriormente, tracen curvas para obtener una espiral áurea. Aclare que los lados de los cuadrados no deben medir centímetros (pues no cabrían en la hoja o página), pero sí deben ser proporcionales entre sí.

Tip 3. Solicite a los estudiantes que investiguen acerca de algunas de las proporciones del cuerpo humano planteadas por Leonardo da Vinci en su obra *El Hombre de Vitruvio*. Luego, invite a los alumnos a que se reúnan por grupos y, con ayuda de una regla, traten de validar algunas de esas proporciones, planteadas por Da Vinci.

Tip 4. Pida a los alumnos que traigan el material que usarán en la próxima sesión.

Tip 5. Solicite a los alumnos que consulten los contenidos y resuelvan las actividades de los **keys**: *Sucesiones numéricas y de figuras con progresión geométrica y Problemas con sucesiones con progresión aritmética y geométrica*, en la sección **Investigo**.

COMPRENDO ●●●●●

¿Las matemáticas existen? ¿De qué forma o en qué lugares podemos encontrarlas? Las matemáticas no se pueden ver, pero son representaciones abstractas de la realidad, pero si te fijas bien podrás apreciar constantes, proporciones y formas, y todos esos elementos se relacionan con las matemáticas. Por ejemplo, mira tu oreja. ¿Y compárala con una partícula de ADN y con la concha de un nautilus. ¿En qué se parecen? Aparentemente, son totalmente distintas, pero tienen tamaños y formas afines. Es justamente ahí donde entran las matemáticas, todos tienen una proporción regulada que se formó gracias a un número, esto es, dado que la naturaleza busca regularlo todo para mantener el equilibrio, utiliza una proporción que se lo permita, es decir, un número. Si la naturaleza controla el crecimiento de todos los seres vivos, incluso el fuego está regulado por ella. Hagamos un experimento: mide tu estatura de los pies a la cabeza, luego mide desde los pies hasta tu ombligo. ¿No? Ahora, divide tu estatura total entre la altura de tu ombligo: el cociente es cercano a 1.6180339887498948. A este número se le llama **número áureo** y a la proporción representada se le conoce como **proporción áurea**. Esa proporción nunca cambia ni cambiará, puedes pedirle a tu mamá que haga lo mismo y encontrarás un cociente parecido a tu resultado.

Las proporciones nos permiten controlar, calcular y predecir cosas. Por ejemplo, un joven italiano llamado Leonardo, al que apodaron Fibonacci por ser hijo de Bonacci, intentó explicar la proporción de reproducción de una pareja de conejos. ¿Se? con el fin de conocer y predecir cuántos conejos tendría al final de cierta temporada, de nuevo, predecir y controlar. La solución es lo que se conoce como la sucesión de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ¿observas algún patrón que te permita encontrar el siguiente término? En la sucesión de Fibonacci cada término es la suma de los dos anteriores, ¿pero eso cómo se relaciona con tu oreja, tu ombligo, o la figura del nautilus? Si tomas dos números consecutivos de la sucesión de Fibonacci y divides el más grande entre el más chico, el resultado de la división se acerca a... ¡oh, exacto! al número áureo, al cual llamaremos, de ahora en adelante, ϕ , que se pronuncia "fi". Como ϕ , este número es irracional, lo que quiere decir que sus decimales son infinitos e impredecibles.

¿Pero cómo un número irracional nos podría dar más luz sobre la naturaleza y sus reglas? Usamos la sucesión de Fibonacci para trazar cuadrados cuyos lados midan cada uno de los números de esta sucesión y luego los unimos, se forman rectángulos que se llaman "rectángulos dorados o áureos". Si continuas con la repetición del patrón, podrás crear rectángulos hasta el infinito.

Si unimos las esquinas de los cuadrados, se forma una espiral que aparece con mucha frecuencia en la naturaleza, como en la concha de un nautilus o en las giras. Los rectángulos áureos se usan en la pintura, la arquitectura y hasta en el diseño publicitario. Muchos cuadros famosos pueden inscribirse en un rectángulo áureo, así como edificios mundialmente conocidos, como el Partenón.

Con la proporción áurea se podría incluso predecir dónde crecerán las hojas, ¿no? que están por todas, pues en algunas plantas la distribución de sus hojas obedece a esta proporción para que cada una aproveche al máximo la luz del Sol. Las matemáticas, aunque no las podemos ver, existen y están en todos los detalles hermosos de la naturaleza: basta con fijarse en la precisión con la que una planta se alimenta de luz. ¿Lo habías notado? ●●

Concha Ruiz-Ruiz-Funes

Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer y representa tus conclusiones. **R L**

Dibuja, resume, pega, ¡lo que quieras!



¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, anótalo aquí y cuando termines la Esfera, regresa y dale solución. **R L**



Aprendizaje aumentado



Se propone una actividad para que los estudiantes puedan familiarizarse con el tema de sucesiones, examinando las que existen en su entorno, antes de pasar a las sucesiones abstractas. Antes de que lean el texto de la **página 74** en la sección **COMPRENDO**, entréguales los iPad y pídales que entren a la aplicación **Sucesiones y patrones**. Deben llenar un registro muy sencillo. Pida que vean con atención el video introductorio sobre sucesiones. La actividad de la aplicación les pedirá encontrar siete patrones dentro de la imagen de la ciudad. Para generar emoción en el grupo, indique a los estudiantes que activen la opción "con tiempo". Si por alguna razón se salen de la aplicación y quieren volver, pueden omitir el video introductorio pulsando el icono de opciones (tres barras horizontales) y seleccionar "Sucesiones en el entorno". Una vez que terminen, invítelos a buscar alguna sucesión en el aula. Finalmente, pida que lean el texto del Diario de Aprendizaje. El texto tiene puntos que pueden parecer muy técnicos, pero después de esta actividad estarán sensibilizados para trabajar mejor.

COMPRENDO



¿Las matemáticas existen? ¿De qué forma o en qué lugares podemos encontrarlas? Las matemáticas no se pueden ver, pues son representaciones abstractas de la realidad, pero si te fijas bien podrás apreciar constantes, proporciones y formas, y todos esos elementos se relacionan con las matemáticas. Por ejemplo, mira tu oreja 🦻 y compárala con una partícula de ADN y con la concha de un nautilo. ¿En qué se parecen? Aparentemente, son totalmente distintas, pues tienen tamaños y formas diferentes. Es justamente ahí donde entran las matemáticas: todas tienen una proporción regulada que se formó gracias a un número, esto es, dado que la naturaleza busca regularlo todo para mantener el equilibrio, utiliza una proporción que se lo permita, es decir, un número. Si, la naturaleza controla el crecimiento de todos los seres vivos. Incluso el tuyo está regulado por ella. Hagamos un experimento: mide tu estatura de los pies a la cabeza, luego mide desde los pies hasta tu ombligo, ¿ya? Ahora, divide tu estatura total entre la altura de tu ombligo: el cociente es cercano a 1.6180339887498948... A este número se le llama *número áureo* y a la proporción representada se le conoce como *proporción áurea*. Esa proporción nunca cambia ni cambiará; puedes pedirle a tu mamá que haga lo mismo y encontrarás un cociente parecido a tu resultado 😊

Las proporciones nos permiten controlar, calcular y predecir cosas. Por ejemplo, un joven italiano llamado Leonardo, al que apodaron Fibonacci por ser hijo de Bonacci, intentó explicar la proporción de reproducción de una pareja de conejos 🐰🐰 con el fin de conocer y predecir cuántos conejos tendrían al final de cierta temporada... de nuevo, predecir y controlar. La solución es lo que se conoce como la sucesión de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... ¿observas algún patrón que te permita encontrar el siguiente término? En la sucesión de Fibonacci cada término es la suma de los dos anteriores, ¿pero eso cómo se relaciona con tu oreja, tu ombligo, o la figura del nautilo? Si tomas dos números consecutivos de la sucesión de Fibonacci y divides el más grande entre el más chico, el resultado de la división se acerca a... ¡sí, exacto!, al número áureo... al cual llamaremos, de ahora en adelante, ϕ , que se pronuncia "fi". Como pi, este número es irracional, lo que quiere decir que sus decimales son infinitos e impredecibles 😱!

¿Pero cómo un número irracional nos podría dar más luz sobre la naturaleza y sus reglas? Usemos la sucesión de Fibonacci para trazar cuadrados cuyos lados midan cada uno de los números de esta sucesión y luego los unimos: se forman rectángulos que se llaman "rectángulos dorados o áureos". Si continuas con la repetición del patrón, podrías crear rectángulos hasta el infinito.

Si unimos las esquinas de los cuadrados, se forma una espiral que aparece con mucha frecuencia en la naturaleza, como en la concha de un nautilo o en las piñas. Los rectángulos áureos se usan en la pintura, la arquitectura y hasta en el diseño publicitario. Muchos cuadros famosos pueden inscribirse en un rectángulo áureo, así como edificios mundialmente conocidos, como el Partenón.

Con la proporción áurea se podría incluso predecir dónde crecerán las hojas 🌿 que están por brotar, pues en algunas plantas la distribución de sus hojas obedece a esta proporción para que cada una aproveche al máximo la luz del Sol. Las matemáticas, aunque no las podemos ver, existen y están en todos los detalles hermosos de la naturaleza: basta con fijarse en la precisión con la que una planta se alimenta de luz. ¿Lo habías notado? ••

Concha Ruiz Ruiz-Funes

Sesión 3

Propósito

Los alumnos explicarán y justificarán si distintas secuencias de figuras cumplen o no un patrón. Además, llevarán a cabo un juego para determinar si una serie de números conforman una sucesión y, para los casos en que se trate de una sucesión, establecerán la regla de formación.

Tip 1. Pida a voluntarios que expongan la información que obtuvieron en los **keys**. Solicite que pongan particular énfasis en los siguientes conceptos: patrón, sucesión, término y regla de formación.

Tip 2. Promueva que de manera individual realicen la **actividad 01** de la sección **PRACTICO**, **página 76**, y, luego, pida que formen parejas para cotejar las respuestas. Motíuelos para que hagan una lluvia de ideas respecto a la relación que hay entre las imágenes que adornan esa página y el ejercicio que acaban de realizar. Propicie un ambiente de confianza y respeto para que expresen libremente sus opiniones.

Tip 3. Solicite que un voluntario lea el procedimiento del juego de la **actividad 02**, **página 77**, y verifique que no haya dudas al respecto. Al terminar el juego y los ejercicios, revisen y comenten en grupo las respuestas, profundizando en las reglas de formación y en la diferencia entre sucesiones aritméticas y geométricas.

Tip 4. Solicite que lean en parejas la **Agenda UNOi hacia el futuro**. Propicie el intercambio de opiniones al respecto de lo comprendido y acerca de la pregunta que se plantea al final de la lectura. Cuestiónelos acerca de cómo imaginan que será el futuro, dentro de 50 o 100 años y, posteriormente, pregunte *¿De qué forma los patrones nos ayudan en la vida cotidiana?*; comenten en grupo las respuestas.

Tip 5. Solicite a los estudiantes que consigan masa para moldear y una caja de mondadientes para realizar las actividades de la próxima sesión.

PRACTICO

Resuelve las actividades, apóyate en tu indagación.

01 Observa las siguientes secuencias de figuras y determina cuáles siguen un patrón. *R. M.*

Describe en el primer recuadro cuál es el patrón o por qué no lo hay.
Dibaja en la retícula el término que sigue la sucesión o la figura correcta, si la secuencia no sigue un patrón.

No hay un patrón: el primer término tiene 2 cuadrados, el segundo tiene 1 más, el tercero, 2 más, y el cuarto tiene la misma cantidad que el tercero. La tercera figura debería tener un cuadrado menos.

Descripción de tu compañero: *R. L.*

Si hay un patrón: el primer término tiene 3 líneas, el segundo tiene 4 líneas más arriba y 4 más abajo que el anterior, el tercero tiene 4 líneas arriba y 4 líneas abajo más que el anterior, y así sucesivamente.

Descripción de tu compañero: *R. L.*

Intercambia tu Diario con un compañero y pídele que anote en el segundo recuadro de cada sucesión el patrón que sigue. Después reúnanse con otra pareja, verifiquen que las descripciones son correctas y escriban en qué se parecen y en qué difieren entre sí.

R. L.

02 Reúnete con cuatro compañeros, lean la información, consigan el material que se indica y jueguen a "¿Qué sigue?". Después contesta.

Material

- 5 tarjetas de 10 cm x 5 cm
- Un lápiz o bolígrafo

Procedimiento

Paso 1: Copien las cinco secuencias de los incisos de abajo, una por tarjeta. Incluyan los espacios vacíos que se muestran.

Paso 2: Juntan las tarjetas, revuélvanlas sin ver y colóquelas boca abajo en el centro de la mesa para que los cinco puedan verlas.

Paso 3: A la cuenta de tres, volteen una tarjeta y, de manera individual, anoten en su cuaderno los cinco términos que la continúan o expliquen por qué no se trata de una sucesión.

Paso 4: El primero en terminar deberá decir "basta" y entre todos deberán revisar si la respuesta es correcta, si lo es, el jugador que dijo "basta" gana un punto; en caso contrario, los otros cuatro jugadores ganan un punto.

Paso 5: Descarten la tarjeta elegida y replaen el juego cuatro veces más, hasta trabajar con las cinco sucesiones. Gana quien consiga más puntos al final (lleven el conteo en su cuaderno).

Al terminar, escriban de manera individual la regla de formación de cada sucesión en el recuadro correspondiente.

a) 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15

Empieza con el número 6 y cada vez se suma 1

b) 1536, 768, 384, 192, 96, 48, 24, 12, 6, 3

Empieza con el número 1536 y cada vez se divide entre 2

c) 4, 7, 9, 12, 15, _____

No es una sucesión: primero se suman 3, luego 2 y después 3

d) 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024

Empieza con el número 2 y cada vez se multiplica por 2

e) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19

Empieza con el número 1 y cada vez se suma 2

Validen entre los cinco sus reglas de formación y comenten en qué se parecen y en qué son distintas. Registren en su cuaderno las conclusiones.

Divide una comida con buena proporción.

AGENDA UNOI HACIA EL FUTURO

PAZ

No hay forma de asegurar cómo será el futuro, pero podemos proyectar algunas posibilidades a partir de estudiar el presente. A eso se dedica el **"diseño de futuros"**, analiza qué ocurre en el mundo para buscar **patrones** (por ejemplo, cómo aumentan los casos de escasez de agua o si en una zona hay muchos conflictos bélicos) y, a partir de ellos, proyectar escenarios futuros, positivos o negativos.

Uno de los muchos proyectos de diseño de futuros que existen es el catálogo *Pendiente de ser diseñado* (TED, en inglés), liderado por Julian Blecker y Nicolas Nova. En él se muestra cómo será el mañana a partir de productos y servicios que están disponibles. En sus páginas participan 19 diseñadores, que usan **algoritmos matemáticos** para sus proyecciones, para incluir el **costo monetario** de cada producto según el **abaratamiento de materiales** y la **inflación**, entre otras cosas.

Debido a que el diseño de futuros está orientado a diversos temas, desde tecnología hasta dinámicas sociales, muchos lo consideran una **herramienta de paz** pues permite tomar **mejores decisiones** para cada **conflicto futuro**, sin imponer su naturaleza. Investiga más acerca de los proyectos sobre diseño de futuros a partir de patrones. Comenta con tus compañeros los que más te interesen y explica por qué.

Escribe cuáles sucesiones son aritméticas y cuáles son geométricas.

Sucesiones aritméticas	Sucesiones geométricas
a) y e)	b) y d)

Sesión 4

Propósito

Los escolares construirán una sucesión de figuras y a partir de ella determinarán cómo obtener la regla de formación de sucesiones numéricas. Además, aprenderán cómo encontrar los términos de una sucesión a partir de la regla de formación y resolverán un ejercicio de aplicación.

Tip 1. Si lo considera necesario, durante la **actividad 03, página 78**, construyan en grupo los primeros términos de la sucesión de figuras para que los alumnos comprendan cómo se formarán las dos sucesiones de números: la que se obtiene con la cantidad de vértices de cada figura y la que se genera con el número de aristas.

Tip 2. Propicie una discusión entre los equipos para que expongan cómo determinaron el número de elementos que utilizaron para formar los términos. Sugiera que cada equipo pregunte a otro cuántas aristas y vértices tiene cierto término de la sucesión. Pida al resto del grupo que verifique la respuesta.

Tip 3. Indique a los estudiantes que de manera individual trabajen la segunda parte de la actividad y completen las tablas. Al concluir, solicite que distintos voluntarios expliquen los ejemplos, que comenten el contenido de cada columna y relacionen entre sí los datos de las columnas (Número de vértices / Número de aristas), mientras argumentan sus respuestas.

Tip 4. Sugiera al grupo que, para determinar la regla de formación, describan cada uno de los términos para saber el número total de elementos; por ejemplo, dos veces el número del término más dos. Aclare que en este caso se usa la letra n , pero que pueden utilizar cualquier otra letra. Invítelos a que intercambien con otros compañeros las reglas que escribieron y que corrijan o completen la información. Solicite que un par de voluntarios concluyan brevemente lo que se trabajó en esta actividad.

03 Reúnete con tres compañeros, consigan una caja de mondadientes y masa para moldear, y hagan lo que se indica. Luego respondan.

- Acomoden los mondadientes para formar una sucesión de cuadrados, como se muestra en la imagen de abajo.
- En los vértices, es decir, donde se unen dos mondadientes, coloquen masa para moldear.
- Construyan al menos los dos términos que continúan la sucesión.

¿Cuántos vértices habrá, respectivamente, en 10, 35 y 100 cuadrados?
Habrá 22, 72 y 202 vértices,
respectivamente.

¿Cuántas aristas tendrán, respectivamente, los términos 15, 30 y 50 de la sucesión?
Tendrán 46, 91 y 151 aristas,
respectivamente.

- Compartan con otros equipos el procedimiento que siguieron para contestar las preguntas.
- Completa la tabla. En la primera columna, dibuja reproducciones de las figuras que formaron.

Figura	Número de cuadrados	Número de vértices	Número de aristas
	1	4	$2 + 2$ $2 \times 1 + 2$ 4
	2	6	$4 + 2$ $2 \times 2 + 2$ 7
	3	8	$6 + 2$ $2 \times 3 + 2$ 10
	4	10	$8 + 2$ $2 \times 4 + 2$ 13

Completa la tabla siguiente para 5 a 9 cuadrados, sin dibujarlos ni construirlos. Luego responde.

Número de cuadrados	Número de vértices	Número de aristas
5	12	$10 + 2$ $2 \times 5 + 2$ 16
6	14	$12 + 2$ $2 \times 6 + 2$ 19
7	16	$14 + 2$ $2 \times 7 + 2$ 22
8	18	$16 + 2$ $2 \times 8 + 2$ 25
9	20	$18 + 2$ $2 \times 9 + 2$ 28

Describe el patrón de la tabla. R. M.

En un cuadrado y el siguiente, siempre se agregan dos vértices y tres aristas.

Obtén con tu compañero reglas para calcular cuántos vértices y cuántas aristas tendrá el cuadrado que ocupa el lugar n . Escríbelas y responde. R. M.

Para los vértices: $2 \times n + 2$; para las aristas: $3 \times n + 1$

¿Por qué son reglas distintas?

Porque se forman dos sucesiones distintas, una con los vértices y otra con las aristas de los cuadrados.

Sesión 4

Tip 5. Solicite que un voluntario lea en voz alta el **Espacio procedimental**, **página 79**, y que explique paso a paso el ejemplo proporcionado. Después, seleccione a distintos alumnos para que pasen al pizarrón y encuentren el valor de algún término que el grupo indique, de acuerdo con la regla $5n + 3$. Luego, pida que retomen las reglas que escribieron en la **actividad 03** y que comprueben sus resultados sustituyendo n por la posición del término que se quiere conocer.

Tip 6. Antes de trabajar la **actividad 04**, **página 79**, solicite que diferentes voluntarios describan cada una de las reglas y determinen, en uno o dos casos, el primer término. Después, pida que trabajen la actividad de manera individual.

Tip 7. Organice equipos de cuatro integrantes para que verifiquen las respuestas de la actividad 04 y hagan correcciones de ser necesario. Solicite a cada equipo que exponga la descripción de una de las reglas, los términos correspondientes a la sucesión y el procedimiento que emplearon para hallar la solución; fomente que expongan los resultados en el pizarrón.

1 Espacio 2 3 procedimental

¿Cómo se obtienen los primeros términos de una sucesión usando la regla de formación?

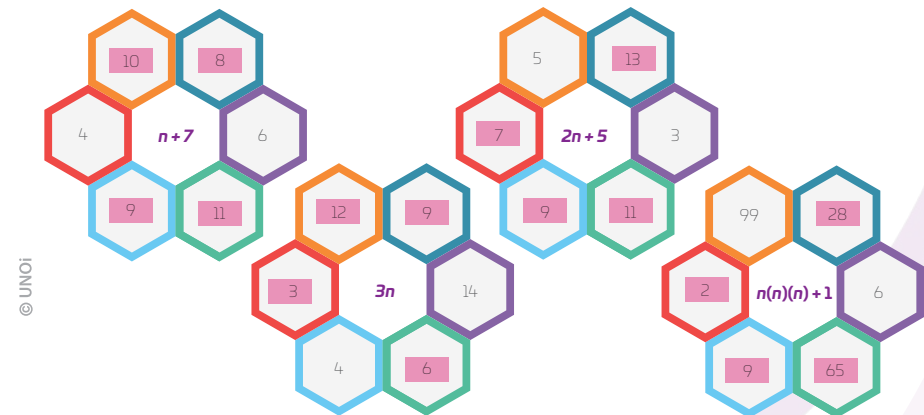
1. Sustituye la variable, es decir, la literal o letra por los términos que quieres encontrar, uno a la vez.
2. Resuelve la expresión que se obtiene.
3. Toma en cuenta que para representar una multiplicación puedes usar el símbolo \times , pero también paréntesis: $3 \times 2 = 3(2) = 6$.

Por ejemplo: para hallar los primeros cinco términos de la sucesión que se forma con la regla $5n + 3$, se sustituye n por 1, 2, 3, 4 y 5:

Para $n = 1$	$5n + 3 = 5(1) + 3 = 5 + 3 = 8$
Para $n = 2$	$5n + 3 = 5(2) + 3 = 10 + 3 = 13$
Para $n = 3$	$5n + 3 = 5(3) + 3 = 15 + 3 = 18$
Para $n = 4$	$5n + 3 = 5(4) + 3 = 20 + 3 = 23$
Para $n = 5$	$5n + 3 = 5(5) + 3 = 25 + 3 = 28$

Del mismo modo se puede saber qué número ocupa cierto término. Por ejemplo, el término 20 será el resultado de $5(20) + 3 = 103$.

04 Colorea los números que corresponden a los primeros cuatro términos de las sucesiones que se forman con las reglas que se muestran.



© UNOI

Sesión 5

Propósito

Los estudiantes resolverán problemas contextuales que implican el uso de sucesiones al determinar los términos que se generan y compararán expresiones equivalentes que generan la misma sucesión.

Tip 1. Para la **actividad 05, página 80**, organice parejas, y pida que algunos voluntarios lean en voz alta los enunciados de los problemas y mencionen por qué se genera una sucesión numérica. Sugiera que, en el primer problema, elaboren un diagrama para representar el crecimiento de las sucesiones y que, en el segundo, piensen en la fórmula para calcular el área de un cuadrado.

Tip 2. Pida que se reúnan con otra pareja para comparar los resultados de las tablas y comentar los procedimientos empleados. Revise con el grupo los resultados para que los verifiquen o corrijan. Sugiera que comparen las descripciones de las reglas encontradas y pregunte por qué es posible que distintas reglas de formación generen la misma sucesión; aclare que se trata de expresiones equivalentes y, de ser necesario, proporcione ejemplos para trabajar en grupo, como $2n + 4 = 2(n + 2)$.

Tip 3. Solicite a los alumnos que formen equipos de tres integrantes para trabajar la **actividad 06, página 81**. Al terminar, pida que comparen con otro equipo las respuestas y, posteriormente, revísenla en grupo solicitando a uno o dos equipos que expliquen cómo hallaron las respuestas.

Tip 4. Pida a un alumno que lea la instrucción de la **actividad 07, página 81**, y comenten en grupo por qué piensan que las sucesiones son útiles para resolver las situaciones. Después, solicite que resuelvan los problemas planteados y elija a dos o tres alumnos para que expongan las respuestas. Complemente el trabajo hecho con la pregunta *¿Qué otra situación de la vida cotidiana podrían plantear para utilizar sucesiones numéricas?* y comenten en grupo al respecto.

05 Reúnete con un compañero y lean las situaciones. Luego escriban en cada tabla los 10 primeros términos que se generan en cada situación y haz lo que se indica.

De acuerdo con recientes investigaciones sobre las fibras para lavar los platos, estos objetos guardan bacterias que podrían dañar la salud. Según el caldo de cultivo bacteriano que simuló el ambiente de una esponja, cada 15 minutos la población de bacterias aumenta por bipartición, eso quiere decir que cada célula se divide en dos. Al principio la población era de 4 bacterias.

Tiempo transcurrido (en minutos)	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135
Término	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Número de bacterias	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048

El área de un cuadrado depende de la medida de sus lados. Con varios cuadrados se formó una sucesión: el primero mide 1 cm de lado, el segundo mide 2 cm, y así sucesivamente.

Medida del lado del cuadrado	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Término	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Área del cuadrado (centímetros cuadrados)	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Describe la regla de formación de la población de bacterias.

R: M. Al inicio hay 4 bacterias y las siguientes cantidades se obtienen al multiplicar por 2 el número anterior.

Describe cómo se obtiene la medida del área de los cuadrados.

Al inicio el área es 1 y las siguientes cantidades se obtienen al multiplicar por el mismo el número que ocupa el cuadrado en la sucesión.

¿Cuál de las siguientes reglas de formación representa la construcción del enésimo término n cuadrado? Subráyalas.

$2n$	n	$n \times n$	2^n	$4n$	$3n$
------	-----	--------------	-------	------	------

Explica por qué hay distintas reglas que generan la misma sucesión. R: M.

Porque son expresiones equivalentes.

80

06 Reúnete con dos compañeros, analicen las siguientes sucesiones, identifiquen el patrón que siguen y escriban una regla de formación para cada una. Usen n para representar el enésimo término. R: M.

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \dots$ $\frac{1}{2} \times n$	1, 4, 9, 16, 25, ... $n \times n$	4, 4, 4, 4, 4, ... $n \times 4$
5, 10, 15, 20, 25, ... $5n$	-1, -2, -3, -4, -5, ... $-n$	125, 152, 179, 206, ... $0.98 + 0.27n$

07 Resuelve los problemas y explica por qué las sucesiones son útiles para hallar la solución. R: M.

Considera que en un restaurante solo hay mesas para cuatro personas. Si un grupo de 24 comensales asiste al restaurante, ¿cuántas mesas necesitan y cómo podrían acomodarse para que todos se sienten juntos? Ten en cuenta que todas las mesas deben estar alineadas y que hacer dibujos puede ser de ayuda.

Se necesitan 11 mesas alineadas para que las 24 personas estén juntas.

¿De qué otra manera podrías acomodar las mesas, que no sea en línea, para que una cantidad n de comensales estén juntos? Considera que algunas maneras de organizarlas no permiten que todos estén cómodos, y es preferible evitar eso. Haz los dibujos necesarios y anota la sucesión que se forma a medida que aumentas el número de mesas de tu acomodo.

R: L.

En la última situación, ¿tu manera de acomodar las mesas seguía un patrón? R: L.

¿Cuál fue tu estrategia o bien, por qué prefirió usar otra? R: L.

Las sucesiones son útiles en este caso porque:
R: L.

Sesión 6

Propósito

Los estudiantes ejercitarán la generalización de patrones numéricos y hallarán términos de sucesiones. Además, analizarán la regularidad en el triángulo de Pascal y reflexionarán acerca de los conocimientos adquiridos en la Esfera de Exploración.

Tip 1. Para resolver el **#Subenivel**, **página 82**, organice al grupo en parejas, o en equipos de más integrantes de manera que cada uno tenga un cronómetro. Al terminar, después de calcular y comparar el total de puntos obtenidos, analicen el triángulo de Pascal y cómo se relacionan los términos que lo formen: en grupo, agreguen una o dos filas más siguiendo el mismo patrón.

Tip 2. Después de contestar la sección **APLICO**, **página 83**, donde se responderán las preguntas de **ANALIZO**, **página 71**, pida que comenten sus respuestas en equipos y, si aún hubo dificultades para resolver la sección **RECONOZCO**, **páginas 72 y 73**, fomente que entre ellos despejen las dudas y obtengan las respuestas correctas. Concluya la sesión con una reflexión grupal acerca del trabajo realizado a lo largo de la **Esfera de Exploración** y de las nuevas dudas que pueda haber acerca de lo aprendido.

Tip 3. Pida a los alumnos que resuelvan las cuatro actividades, en la sección **Practico más**, de los **keys**: *Identificación de patrones numéricos*; *Sucesiones numéricas y de figuras con progresión aritmética*, *Sucesiones numéricas y de figuras con progresión geométrica* y *Problemas con sucesiones con progresión aritmética y geométrica*.

Tip 4. Para finalizar la esfera, pida que realicen el imprimible **Maths Mastery T1_4**, que permitirá ejercitar el tema aprendido.

#SUBENIVEL

¡Pon a prueba tu destreza matemática! Registra el tiempo que requieres para resolver cada ejercicio, hazlo lo más rápido que puedas!

01 Observa las figuras.

¿Cuántos círculos tendrá la figura 8?

Tu tiempo (en segundos)

02 Encuentra los términos faltantes en las siguientes sucesiones numéricas.

5, 9, 13, 17, 21

4, 10, 16, 22, 28, 34

3, 30, 300, 3000, 30000

1296, 216, 36, 6, 1

Tu tiempo (en segundos)

03 Escribe los primeros cinco términos de la sucesión formada por el perímetro de las siguientes figuras.

Tu tiempo (en segundos)

04 A la siguiente configuración se le conoce como el triángulo de Pascal. Analízalo y anota los números que faltan.

Tu tiempo (en segundos)

Calcula tus puntos en cada ejercicio.

- Menos de 30 segundos: 10 puntos
- Entre 30 s y 60 s: 5 puntos
- Más de un minuto: 1 punto
- Puntos por respuesta correcta: 10
- Además, por cada error, resta 1 punto al total

Tabla de registro de puntos

Puntos totales

¿Cuál es el término que ocupa el lugar 25?

Es el número 77

Tu tiempo (en segundos)

Si el perímetro de una de las figuras es 125, ¿qué lugar ocupa en la sucesión?

Ocupa el lugar 41

Tu tiempo (en segundos)

© UNOI

82

© UNOI

Reflexiona sobre las preguntas de la sección **ANALIZO**. ¿Ya puedes contestarlas? Escribe tus respuestas, considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

R L

¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? ¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros!

R L

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve de nuevo en tu cuaderno la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

R L

© UNOI

¡Regresa a la página 75 y soluciona las dudas que tenías en ese momento!



83



Recuerde a los estudiantes que continúen el **Big Challenge**, trabajando con la **Carpeta de Productor**.

π

73

Matemáticas

Esfera de Exploración 3 – Semanas 6 y 7

Aprendizaje aumentado

Se propone una actividad para que los estudiantes apliquen en un modelo tridimensional los conocimientos sobre sucesiones que adquirieron durante la **Esfera de exploración**. Reúna a los estudiantes en equipos y pídeles que planteen una sucesión que les gustaría representar gráficamente. Deberá ser una sucesión con cierto grado de complejidad, de modo que vayan apareciendo elementos y formen patrones atractivos que guarden alguna relación con su entorno. Entregue los iPad y solicite que vayan a la aplicación **JigWorkShop**, donde podrán crear esquemas tridimensionales y luego animarlos de forma sencilla. Para que no tengan dudas sobre el uso de la aplicación, recomiéndeles que vean el tutorial. Pueden encontrar formas básicas para crear sus sucesiones en la opción "Shapes & Symbols", dentro del botón "+". Pida a algunos equipos que presenten sus sucesiones animadas. Deberán explicar qué tipo de sucesión realizaron y por qué la eligieron. También deberán identificar qué estrategias utilizaron y, sobre todo, los conocimientos de la **Esfera de exploración** que les ayudaron para llevar a cabo la actividad.



APLICO ●●●●●●●●



Reflexiona sobre las preguntas de la sección **ANÁLIZO**. ¿Ya puedes contestarlas? Escribe tus respuestas, considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

<

R. L.

>

¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? ¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros!

R. L.

>

© UNOi

¡Regresa a la página 75 y soluciona las dudas que tenías en ese momento! 😊



Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve de nuevo en tu cuaderno la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

R. L.

