Matemáticas

Esfera de Exploración 6 – Semanas 11 y 12

Sesión 1

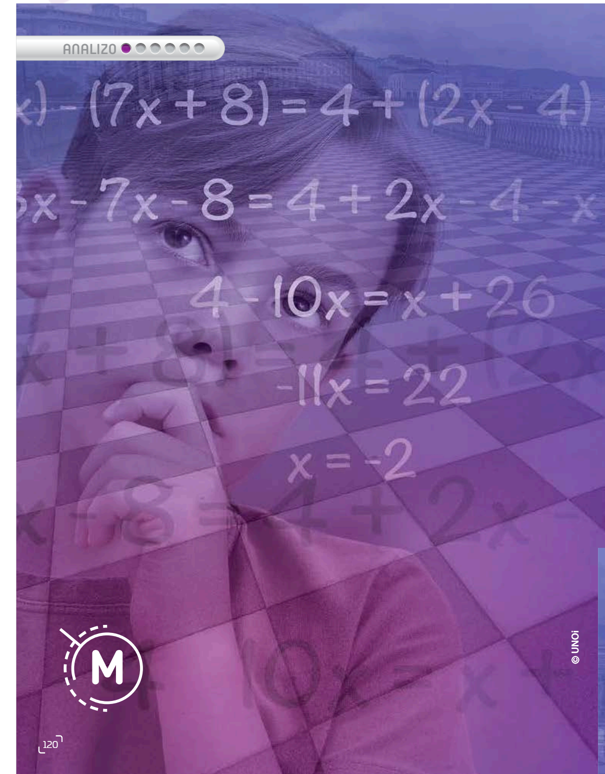
Propósito

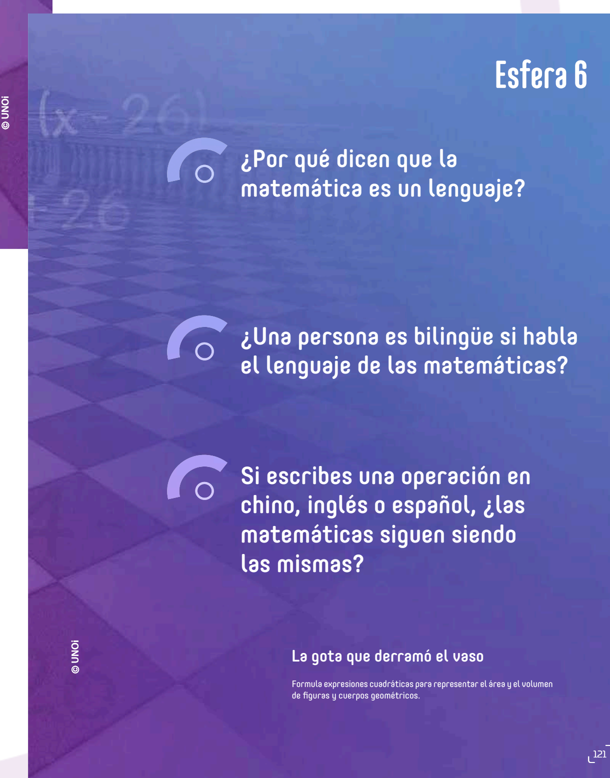
Los estudiantes recuperarán conocimientos sobre las fórmulas para calcular áreas de figuras geométricas planas y usarán expresiones algebraicas para representar el área de algunas figuras en particular.

Tip 1. En la sección **Analizo**, **página 121**, al plantear la pregunta *¿Por qué dicen que la matemática es un lenguaje?*, es común que algunos estudiantes piensen sólo en los símbolos o los signos. Puede orientarlos preguntando: *¿Qué permite expresar el lenguaje matemático que no podemos decir sólo con palabras? ¿Cómo sería describir un área o volumen sin fórmulas?* Estas preguntas abren el debate sobre la función del lenguaje algebraico como herramienta para describir fenómenos generales.

Tip 2. Al discutir la pregunta *¿Una persona es bilingüe si habla el lenguaje de las matemáticas?*, algunos estudiantes pueden responder en forma literal o humorística. Aproveche para enfatizar que las matemáticas tienen reglas propias, símbolos y estructuras, al igual que un idioma, pero que además trascienden la lengua hablada: Aunque hablemos español, inglés o chino, la ecuación que describe un volumen sigue siendo la misma.

Tip 3. Al abordar la pregunta *Si escribes una operación en chino, inglés o español, ¿las matemáticas siguen siendo las mismas?,* puede aprovechar para señalar el carácter universal del lenguaje matemático. Invite a los estudiantes a reflexionar: ¿Por qué científicos de distintos países pueden compartir fórmulas? ¿Qué facilita eso? Estas reflexiones ayudan a valorar la generalidad y consistencia de las expresiones algebraicas en cualquier contexto cultural o lingüístico.





Matemáticas

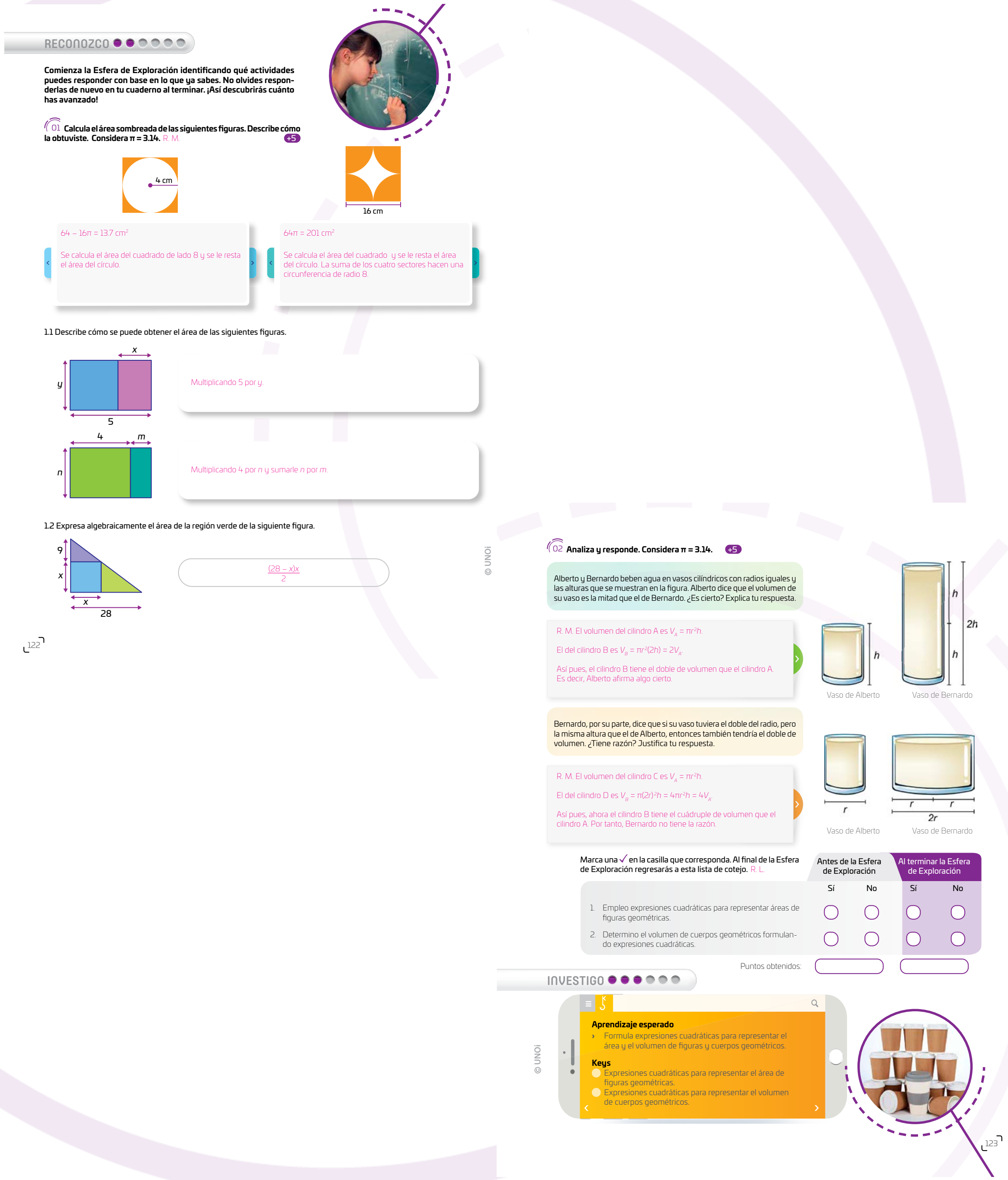
Esfera de Exploración 6 – Semanas 11 y 12

Sesión 1

Tip 4. En la sección **Reconozco**, **páginas 122 y 123**, los estudiantes utilizan expresiones algebraicas para representar áreas y volúmenes. Es posible que algunos presenten errores al multiplicar monomios o binomios, sobre todo al establecer la igualdad entre dos formas distintas de expresar el área de una misma figura. Identifique estos errores para retomarlos en la Esfera y refuerce la idea de que distintas expresiones pueden representar el mismo valor geométrico.

Tip 5. Algunos estudiantes pueden tener dificultad para comprender qué es un modelo matemático. Propicie una discusión en la que reconozcan que un modelo busca describir la relación entre variables. Puede preguntar: “¿Qué queremos saber del objeto o fenómeno? ¿Qué cantidades varían? ¿Cómo podemos representarlo con números o letras?” Esta reflexión les ayudará a conectar el uso de expresiones algebraicas con la descripción de figuras o cuerpos geométricos.

Tip 6. Para reforzar la idea de modelo matemático, puede mostrar recursos visuales o videos que ejemplifiquen cómo distintas representaciones —gráficas, tabulares, algebraicas o físicas— describen el mismo fenómeno. Aproveche el video sugerido https://esant.mx/ac_unoi/sumt3-022 para generar un diálogo sobre cómo las matemáticas permiten prever comportamientos mediante el uso de variables.



Sesión 2

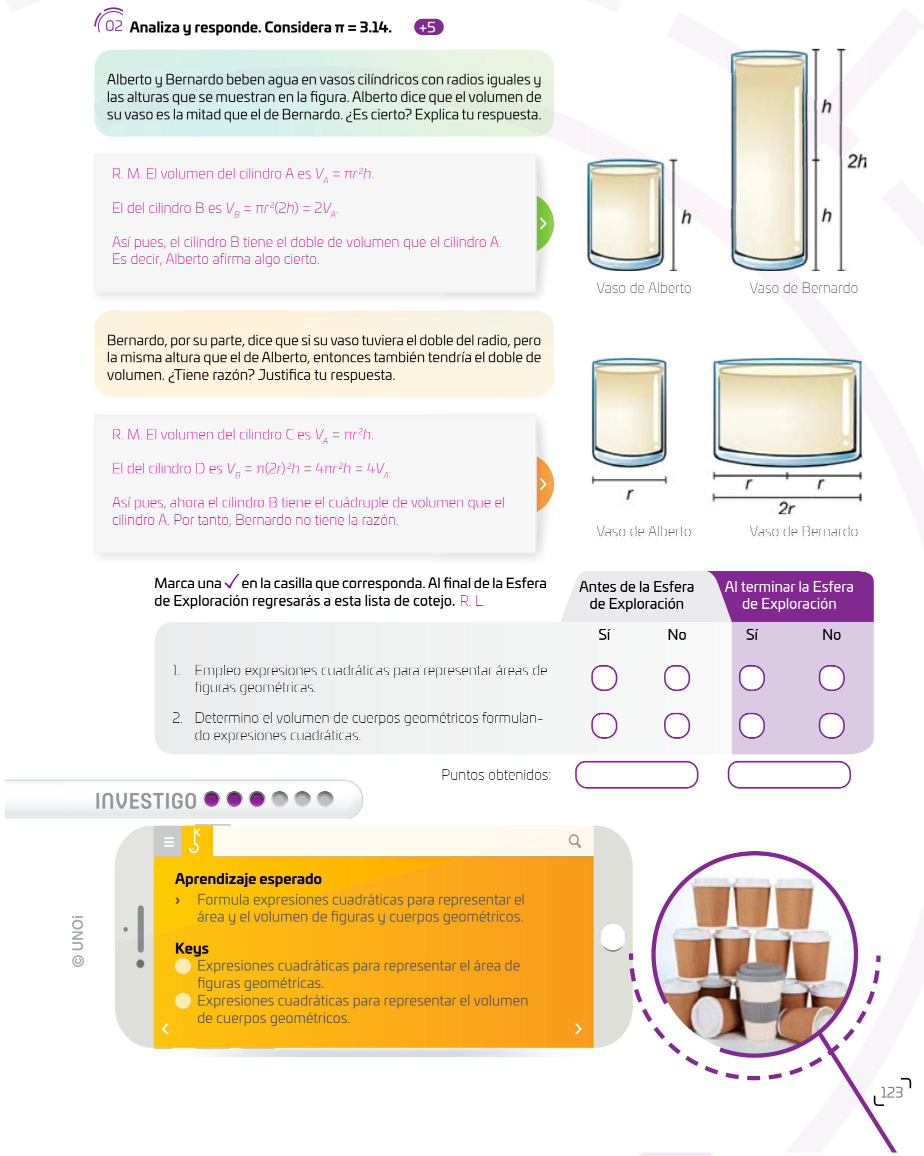
Propósito

Los estudiantes propondrán expresiones algebraicas para describir áreas y volúmenes de figuras y cuerpos geométricos simples y las utilizarán para comparar y evaluar situaciones particulares.

Tip 1. Al revisar el recurso **Key Investigo:** *Expresiones cuadráticas para representar el área de figuras geométricas*, algunos estudiantes pueden limitarse a aplicar fórmulas de área sin identificar la estructura cuadrática de las expresiones. Propicie que analicen cómo aparecen los términos al multiplicar binomios y qué representa cada uno en la figura. Puede preguntar: “¿De dónde surge el término con x^2? ¿Qué representan los términos lineales? ¿Y el término constante?” Esto facilitará la comprensión del vínculo entre el área de la figura y la expresión algebraica obtenida.

Tip 2. Pide que revisen el recurso **Key Investigo:** *Expresiones cuadráticas para representar el volumen de cuerpos geométricos*, algunos estudiantes pueden tener dificultad para interpretar cómo las dimensiones variables afectan el volumen. Propicie que identifiquen qué variable está cambiando (por ejemplo, el radio, la altura o el lado de la base), y que expliquen cómo cada término en la expresión cuadrática refleja el crecimiento o disminución de la figura.

Tip 3. Si observa que los estudiantes tienen dificultades al multiplicar monomios y binomios, puede apoyarse en recursos visuales como los simuladores PhET https://esant.mx/ac_unoi/sumt3-023. Estos permiten visualizar el producto de binomios como áreas de rectángulos, lo que refuerza la interpretación geométrica de las expresiones cuadráticas y ayuda a superar errores comunes en los procedimientos algebraicos.


02 **Analiza y responde. Considera π = 3.14.** +5

Alberto y Bernardo beben agua en vasos cilíndricos con radios iguales y las alturas que se muestran en la figura. Alberto dice que el volumen de su vaso es la mitad que el de Bernardo. ¿Es cierto? Explica tu respuesta.

R. M. El volumen del cilindro A es $V_A = \pi r^2 h$.

El del cilindro B es $V_B = \pi r^2(2h) = 2V_A$.

Así pues, el cilindro B tiene el doble de volumen que el cilindro A. Es decir, Alberto afirma algo cierto.

Bernardo, por su parte, dice que si su vaso tuviera el doble del radio, pero la misma altura que el de Alberto, entonces también tendría el doble de volumen. ¿Tiene razón? Justifica tu respuesta.

R. M. El volumen del cilindro C es $V_A = \pi r^2 h$.

El del cilindro D es $V_B = \pi(2r)^2 h = 4\pi r^2 h = 4V_A$.

Así pues, ahora el cilindro B tiene el cuádruple de volumen que el cilindro A. Por tanto, Bernardo no tiene la razón.

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. R. L.

	Antes de la Esfera de Exploración		Al terminar la Esfera de Exploración	
	Sí	No	Sí	No
1. Empleo expresiones cuadráticas para representar áreas de figuras geométricas.	◯	◯	◯	◯
2. Determino el volumen de cuerpos geométricos formulando expresiones cuadráticas.	◯	◯	◯	◯
Puntos obtenidos:				

INVESTIGO

Aprendizaje esperado

› Formula expresiones cuadráticas para representar el área y el volumen de figuras y cuerpos geométricos.

Keys

- Expresiones cuadráticas para representar el área de figuras geométricas.
- Expresiones cuadráticas para representar el volumen de cuerpos geométricos.

© UNOi

Matemáticas

Esfera de Exploración 6 – Semanas 11 y 12

Sesión 3

Propósito

Los estudiantes conocerán el origen de herramientas numéricas como los números naturales y enteros, y explorarán los usos cotidianos que tuvieron en el pasado. También comprenderán el surgimiento del álgebra como una herramienta fundamental en la tecnología, la sociedad y las ciencias y analizarán algunas de sus aplicaciones en el cálculo de volúmenes de cuerpos geométricos.

Tip 1. Antes de iniciar con la lectura, dibuje en el pizarrón un rectángulo con lados **x** y **(x + 5)**. Pregunte a los estudiantes si podrían calcular su área. Tras sus respuestas, ¿Qué caracteristicas comparten en las expresiones que representan el área de una figura? ¿qué caracteristicas tienen las expresiones de volumen? Además, señale que, a partir del área o volumen, también podemos deducir características geométricas como la longitud de los lados.

Tip 2. Después de leer el texto de **COMPRENDO**, **página 124**, proponga preguntas que inviten a reflexionar sobre el uso de los números y sus representaciones:

- ¿Qué tipo de números usamos todos los días?
- ¿La notación algebraica sirve para representar decimales o fracciones?
- ¿En qué momentos es útil expresar cantidades de forma simbólica, como con letras, en lugar de usar números específicos?

Estas preguntas permitirán que los estudiantes conecten el álgebra con situaciones reales y reconozcan su utilidad para representar cantidades variables.

COMPRENDO

Las matemáticas que conocemos actualmente surgieron de manera paulatina con el estudio y perfeccionamiento de diversos temas relacionados con los números, la escritura de estos ✍ y sus representaciones simbólicas. Los diferentes conjuntos de números surgieron debido a distintas necesidades que debían resolverse usando estas representaciones matemáticas para establecer un sistema entendible para la sociedad de aquel entonces.

Los primeros números, conocidos como *números naturales*, surgieron debido a la necesidad de contar y administrar cantidades distintas de los mismos objetos (o de varios). Estos números naturales fueron muy útiles en el comercio, la agricultura y la administración de bienes para las sociedades antiguas. Cada civilización representaba los números naturales con una simbología propia; por ejemplo, los griegos: Α (alfa) = 1, Β (beta) = 2, Γ (gamma) = 3, Δ (delta) = 4, los mayas: • = 1, •• = 2, ••• = 3, •••• = 4. Sin embargo, con el paso del tiempo se fueron unificando los símbolos hasta llegar a los que conocemos hoy en día (1, 2, 3...), estos fueron los primeros pasos de un lenguaje técnico para las matemáticas 📖.

El problema surgió cuando diversas áreas, como la economía, la ciencia y las propias matemáticas, se volvieron más sofisticadas y fue necesario tener representaciones simbólicas de pérdidas, números negativos y mediciones naturales negativas, es decir, por debajo de un punto de referencia. Fue entonces cuando se incorporaron números negativos a los ya conocidos números naturales, a este conjunto se le conoce como números enteros. Los enteros fueron de gran utilidad para comprender la naturaleza de dos operaciones fundamentales: la suma y la resta, y con esto representar el balance económico 💰 así como otros fenómenos tecnológicos y científicos representados con cifras negativas.

El álgebra relaciona símbolos, letras y números mediante operaciones.

De manera similar se fueron descubriendo y refinando herramientas matemáticas para el uso cotidiano y tecnológico, desde conjuntos de números más amplios y generales, hasta propiedades matemáticas formales para describirlos. Una de estas herramientas se conoce como álgebra 💡. El álgebra es una rama de las matemáticas que utiliza símbolos y letras para representar números y relaciones que puedan existir entre ellos; en este sentido, el álgebra es otra forma de ver a las operaciones aritméticas, pero con la gran ventaja de que permite establecer todo tipo de relaciones entre los números y las operaciones básicas que conoces.

En la geometría de cuerpos sólidos, el álgebra es una herramienta de cálculo muy útil.

Uno de los usos principales del álgebra es la representación de cantidades desconocidas, o que varían bajo ciertas condiciones (a estas cantidades se les conoce como variables), que están ligadas bajo ciertas operaciones y relaciones. Esto es especialmente útil cuando buscamos calcular propiedades específicas en los cuerpos geométricos (así es, la geometría hace mucho uso del álgebra), tal es el caso de áreas y volúmenes. La forma en la que se usa el álgebra para representar volúmenes de ciertos cuerpos es relacionar las dimensiones de los mismos (sus lados, por ejemplo, o también su área y uno de sus lados) con expresiones algebraicas, es decir, que incluyan símbolos y letras. Esto es especialmente útil cuando no conocemos 🤷 alguna medida o simplemente queremos saber cómo cambia el volumen de algún sólido si variamos algunas de sus características geométricas.

De esta manera podemos relacionar las características y medidas de las figuras geométricas a través de expresiones abstractas (pero simples) que nos servirán para poder experimentar con la construcción 🛠 de sólidos que puedan ser útiles para la tecnología y el día a día.

Como verás, estudiar y comprender las matemáticas y sus herramientas (como el álgebra) te ayudará a comprender el lenguaje del universo.

Luis Martín Chavelas Astudillo

© UNOi

124

© UNOi

Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer y representa tus conclusiones.

Dibuja, resume, pega, ¡lo que quieras!

R. L.

¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, anótalo aquí y cuando termines la Esfera, regresa y dale solución.

R. L.

© UNOi

125

Matemáticas

Esfera de Exploración 6 – Semanas 11 y 12

Sesión 4

Propósito:
Esta sesión busca que los estudiantes expresen algebraicamente el área de figuras geométricas y el volumen de cuerpos, mediante el uso de expresiones cuadráticas. Además, en la sección de **Espacio procedimental** reconocerán el valor del lenguaje algebraico como herramienta para describir relaciones entre magnitudes y analizar cómo varían las medidas cuando cambian las dimensiones de las figuras o cuerpos.

Tip 1. En la **actividad 01**, **página 126** al establecer expresiones algebraicas para el área y el perímetro de figuras geométricas, algunos estudiantes pueden confundir qué dimensiones corresponden a cada expresión o escribir las fórmulas de forma incompleta. Puede apoyarlos preguntando: “¿Qué representa cada término en la expresión? ¿Qué medida depende de la variable?” Estas preguntas ayudan vicular la expresión algebraica con las dimensiones de la figura.

Tip 2. En la **actividad 02, página 126**, algunos estudiantes pueden optar por dar valores directamente a las dimensiones y calcular el área o volumen sin construir primero la expresión algebraica. Aunque ambos caminos son válidos, es importante alentarlos a formular primero la expresión general, ya que este es el objetivo principal del ejercicio. Posteriormente, pueden validar sus resultados comparándolos con los obtenidos al sustituir valores. Este contraste les permitirá comprobar la utilidad de las expresiones algebraicas para generalizar y verificar resultados.

Tip 3. Al revisar el ***Espacio procedimental***, **página 127**, algunos estudiantes pueden enfocarse en seguir una secuencia fija de pasos para calcular el área o el volumen, especialmente en cuerpos donde interviene primero un área de base y luego una altura. Puede aprovechar este momento para mostrar que, aunque el orden de los pasos varíe, la expresión algebraica final es la misma. Propicie preguntas como: “¿Qué sucede si primero expreso el área de la base y luego la multiplico por la altura, o si agrupo todo desde el inicio? ¿El resultado cambia?” Esta reflexión favorece la comprensión del modelo algebraico como representación global, no sólo como procedimiento.

PRACTICO

Resuelve las actividades. Apóyate en tu indagación.

01 **Escribe debajo de cada figura la expresión algebraica que representa el perímetro y su área.**

x **2** 3 / x **1** 3

15 **2** x / 15 **1** x

$P = 2\,[(x + 3) + (x - 3)] = 4x$
$A = (x + 3)\,(x - 3) = x^2 - 9$

$P = 2\,[(15 + x) + (15 - x)] = 60$
$A = (15 - x)\,(15 + x) = 225 - x^2$

› ¿Qué diferencia encuentras entre las expresiones que representan el perímetro y las que representan el área?

R. M. Las expresiones que corresponden al perímetro son lineales y las del área son cuadráticas.

02 **Escribe una expresión algebraica que describa el área de cada figura.**

› Calcula el área de cada figura con los siguientes valores: $x = 4$; $x = 5$ y $x = 6$.

x / x **2** 3

x **1** 5 / x **1** 2

$x(x - 3)$
$4(4 - 3) = 4$
$5(5 - 3) = 10$
$6(6 - 3) = 18$

$(x + 5)(x + 2)$
$(4 + 5)(4 + 2) = 54$
$(5 + 5)(5 + 2) = 70$
$(6 + 5)(6 + 2) = 88$

› Explica si se mantiene la relación de las áreas de las parejas de figuras al cambiar el valor de x.

R. M. Se mantiene la relación, aumenta o disminuye en la misma proporción.

© UNOi

1 Espacio 2 3 procedimental

¿Cómo expresar algebraicamente el área y el volumen de los objetos?

1. Identifico y analizo la forma geométrica del objeto de interés para determinar cómo se puede descomponer en elementos simples.

Por ejemplo, se desea analizar el diseño de cajas de cartón cuadradas para pizzas.

La foto muestra que la forma de la caja es la de un paralelepípedo o prisma recto de base rectangular.

2. Trazo los elementos geométricos auxiliares necesarios para describir la situación: bases, alturas, apotemas, etcétera.

Para este ejemplo es necesario analizar el área lateral de la caja, pues es una medida directa del cartón que se requiere para construir cada caja y también se necesita conocer su volumen para cuantificar su contenido y espacio de almacenamiento.

Primero indico de manera algebraica las tres dimensiones de la caja:

x: largo
y: ancho
z: alto

Así puedo tener una descripción completa de todos los elementos geométricos de la caja.

3. Escribo en forma algebraica simplificada el área o volumen de los elementos de interés identificando las partes simples que conforman a figuras más complejas. Esto se realiza de acuerdo con los objetivos del análisis.

La caja de pizza podría descomponerse en varios elementos de área simples:

2 rectángulos de área xy.
2 rectángulos de área zy.
2 rectángulos de área xz.

Estos pueden ser de interés, por ejemplo, para determinar la cantidad de pintura para decorar el exterior de la caja; en tal caso, requerimos el área total, que corresponde a la suma de estas áreas parciales:

$$2xy + 2zy + 2xz$$

Por otro lado, el volumen interior de la caja se puede obtener de la fórmula del volumen de un prisma recto:

$$V = xyz$$

Y su interés puede estar en determinar el espacio que ocuparía dentro de un almacén, por ejemplo.

© UNOi

Sesión 5

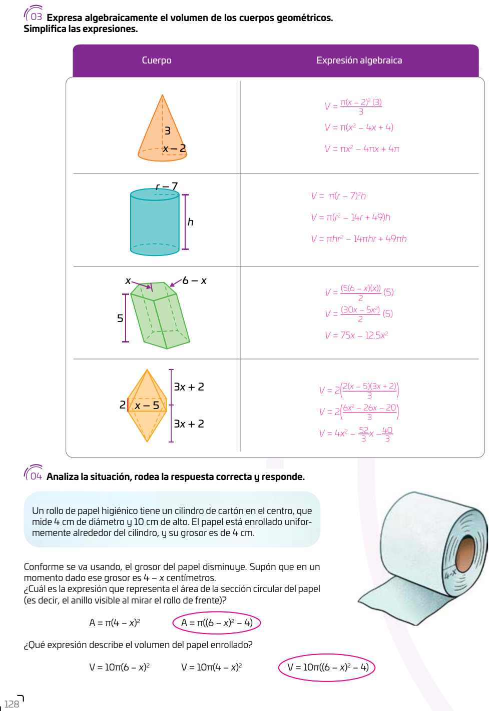
Propósito

Los alumnos emplearán expresiones cuadráticas para representar áreas y volúmenes en situaciones contextualizadas, con la finalidad de analizar variaciones o modelar matemáticamente situaciones cotidianas.

Tip 1. Al resolver la **actividad 03, página 128,** los estudiantes calcularán el volumen de cuerpos cuyas dimensiones están expresadas en términos algebraicos. Algunos pueden confundirse al interpretar los términos, especialmente si deben elevar expresiones al cuadrado antes de multiplicar por la altura. Recuérdeles analizar qué representa cada parte de la fórmula antes de operar: “¿Este término corresponde al área de la base? ¿Qué variable está cambiando? ¿Qué operación representa el volumen total?” Este análisis anticipado favorece el control de los cálculos.

Tip 2. La **actividad 04**, **página 128**, presenta un detalle curioso. Al trabajar con el área del anillo circular y el volumen del papel restante, algunos estudiantes pueden confundirse en la resta de áreas o interpretar mal el radio interior y exterior. Para apoyar la comprensión, pídales que realicen un esquema señalando claramente el radio total, el radio interior y el grosor que varía. Visualizar el anillo como la diferencia entre dos áreas facilita que comprendan la expresión, se trata de restar el area base del rollo e papel, menos el área base que representa el cilindro de cartón del interior.

Tip 3. En la **actividad 04**, de la **página 129**, se plantean situaciones cotidianas como el llenado de un tanque cilíndrico con cubetas también cilíndricas, algunos estudiantes pueden centrarse únicamente en hacer divisiones o reglas de tres, sin establecer primero las expresiones algebraicas correspondientes. Aproveche estos ejercicios para reforzar que las expresiones de volumen. Esto fortalecerá la aplicación del modelo algebraico en contextos reales.



03 **Expresa algebraicamente el volumen de los cuerpos geométricos. Simplifica las expresiones.**

Cuerpo	Expresión algebraica
3, $x-2$	$V = \frac{\pi(x-2)^2(3)}{3}$ $V = \pi(x^2 - 4x + 4)$ $V = \pi x^2 - 4\pi x + 4\pi$
$r-7$, h	$V = \pi(r-7)^2h$ $V = \pi(r^2 - 14r + 49)h$ $V = \pi hr^2 - 14\pi hr + 49\pi h$
x, $6-x$, 5	$V = \frac{(5(6-x)(x))}{2}(5)$ $V = \frac{(30x - 5x^2)}{2}(5)$ $V = 75x - 12.5x^2$
$3x+2$, 2, $x-5$, $3x+2$	$V = 2\left(\frac{2(x-5)(3x+2)}{3}\right)$ $V = 2\left(\frac{6x^2 - 26x - 20}{3}\right)$ $V = 4x^2 - \frac{52}{3}x - \frac{40}{3}$

04 **Analiza la situación, rodea la respuesta correcta y responde.**

Un rollo de papel higiénico tiene un cilindro de cartón en el centro, que mide 4 cm de diámetro y 10 cm de alto. El papel está enrollado uniformemente alrededor del cilindro, y su grosor es de 4 cm.

Conforme se va usando, el grosor del papel disminuye. Supón que en un momento dado ese grosor es $4-x$ centímetros.
¿Cuál es la expresión que representa el área de la sección circular del papel (es decir, el anillo visible al mirar el rollo de frente)?

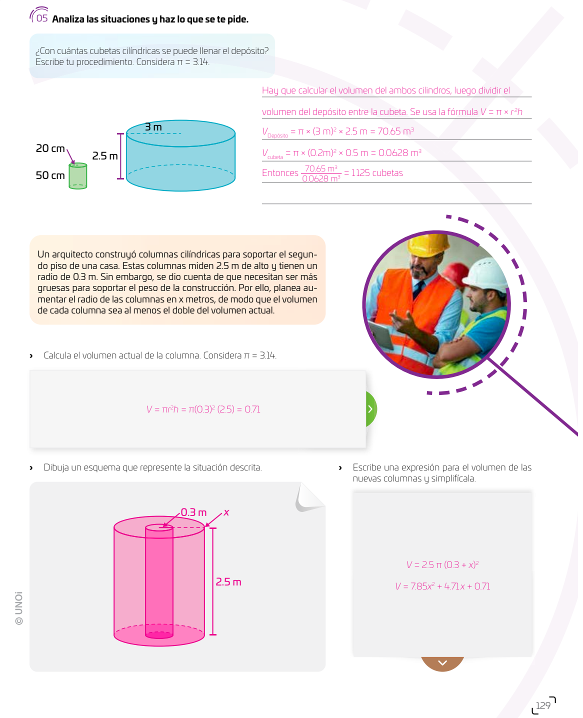
$A = \pi(4-x)^2$ $\quad$ $A = \pi((6-x)^2 - 4)$

¿Qué expresión describe el volumen del papel enrollado?

$V = 10\pi(6-x)^2$ $\quad$ $V = 10\pi(4-x)^2$ $\quad$ $V = 10\pi((6-x)^2 - 4)$

128

© UNOi



05 **Analiza las situaciones y haz lo que se te pide.**

¿Con cuántas cubetas cilíndricas se puede llenar el depósito? Escribe tu procedimiento. Considera $\pi = 3.14$.

Hay que calcular el volumen del ambos cilindros, luego dividir el volumen del depósito entre la cubeta. Se usa la fórmula $V = \pi \times r^2h$

$V_{Depósito} = \pi \times (3\text{ m})^2 \times 2.5\text{ m} = 70.65\text{ m}^3$

$V_{cubeta} = \pi \times (0.2\text{m})^2 \times 0.5\text{ m} = 0.0628\text{ m}^3$

Entonces $\frac{70.65\text{ m}^3}{0.0628\text{ m}^3} = 1125$ cubetas

Un arquitecto construyó columnas cilíndricas para soportar el segundo piso de una casa. Estas columnas miden 2.5 m de alto y tienen un radio de 0.3 m. Sin embargo, se dio cuenta de que necesitan ser más gruesas para soportar el peso de la construcción. Por ello, planea aumentar el radio de las columnas en x metros, de modo que el volumen de cada columna sea al menos el doble del volumen actual.

- Calcula el volumen actual de la columna. Considera $\pi = 3.14$.

$V = \pi r^2h = \pi(0.3)^2(2.5) = 0.71$

- Dibuja un esquema que represente la situación descrita.

- Escribe una expresión para el volumen de las nuevas columnas y simplifícala.

$V = 2.5\,\pi\,(0.3 + x)^2$

$V = 7.85x^2 + 4.71x + 0.71$

© UNOi

129

Sesión 6

Propósito
Los alumnos resolverán situaciones de mayor complejidad, similares a los problemas que pueden ocurrir en el diseño de objetos tan cotidianos como un cono de helado.

Tip 1. Aunque en esta sesión las situaciones son más variadas, los estudiantes aplican el mismo razonamiento desarrollado previamente: construir expresiones algebraicas que representen áreas o volúmenes antes de resolver numéricamente. Algunos pueden intentar resolver directamente con datos parciales sin establecer primero la expresión general. Recuérdeles que formular la expresión les permitirá analizar diferentes escenarios con mayor facilidad.

Tip 2. En algunos problemas los estudiantes deben interpretar correctamente las dimensiones de los objetos (como el radio, el diámetro o la altura en conos, cilindros o figuras compuestas). Asegúrese de que distingan claramente qué medidas corresponden a cada elemento de la figura. Puede plantear preguntas como: “¿Esta medida corresponde a toda la figura o solo a una parte? ¿Es radio o es diámetro? ¿Esta altura a qué parte corresponde?” Estas precisiones previenen errores frecuentes en la construcción de las expresiones.

Tip 3. Algunas actividades requieren que los estudiantes realicen despejes en las expresiones algebraicas para obtener el valor de una dimensión a partir de un área o volumen conocido. Algunos pueden tener dificultades para identificar qué operación aplicar o en qué orden proceder. Recuérdeles que el despeje implica “aislar” la variable, realizando las operaciones inversas de forma ordenada. Puede apoyarlos preguntando: “¿Qué operación está afectando a la variable? ¿Qué debes hacer primero para dejar la incógnita sola?”

06 **Resuelve los siguientes problemas.**

Una fábrica desea elaborar cajitas de cartón sin tapa con piezas cuadradas de cartón de 18 cm. Para armarlas se recortan piezas cuadradas en cada una de las esquinas de la pieza de cartón, como se muestra en las figuras.

› ¿Cómo se expresaría el volumen de la caja resultante?

R. M. $V = (x)(18 - 2x)(18 - 2x)$ o $V = 324x - 72x^2 + 4x^3$

› Si x mide 5 cm, ¿qué medidas tendría la caja resultante? ¿Cuál sería su volumen?

Las medidas serían 5 cm de alto, 8 cm de ancho y 8 cm de largo. Su volumen sería de 320 cm^3

Tres silos industriales tienen radios iguales. Dos de ellos tienen la misma altura y el tercero es 3 m más bajo. Observa la imagen y responde.

› ¿De qué cuerpos geométricos está compuesto cada silo?

R. M. De un cilindro en la base y un cono recto en lo alto.

› Expresa algebraicamente el volumen de los silos.

R. M. Sea r el radio de los cilindros, H la altura de los cilindros en los dos silos iguales y h la altura de la parte cónica de los 3 silos. Para cada uno de los silos iguales:

$$V = \pi r^2 H + \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

Para el tercer cilindro:

$V = \pi r^2 (H - 3) + \frac{1}{3}\pi r^2 h$

130

› Observa el desarrollo plano y calcula su volumen. Considera que su superficie lateral tiene un área de 84.78 cm^2. Escribe tus operaciones.

Volumen = 69 cm^3

› Un cono de helado debe tener 12 cm de alto y el barquillo del que está hecho debe tener un grosor de 0.3 cm para resistir la humedad sin romperse. Además, debe permitir que le quepa una cantidad de 89.3 cm^3 de helado. Expresa algebraicamente la condición sobre la capacidad del cono de helado. Simplifica la expresión.

R. M.

$V = \frac{1}{3}\pi r^2(12) = 89.3$

$V = 12.56r^2 = 89.3$

› Despeja la expresión que escribiste y calcula el valor del radio del cono que permite obtener la capacidad solicitada.

$r = \sqrt{\frac{89.3}{12.56}} = 2.7$

› Dibuja un esquema que describa la situación.

© UNOi

131

Sesión 6

Tip 4. En la sección **#SubeNivel**, algunos estudiantes pueden intentar resolver todos los cálculos completos, lo que puede resultar innecesario dada la dinámica contra reloj. Recuérdeles que lo esencial es analizar correctamente las dimensiones y establecer la expresión algebraica que representa el área o el volumen en cada caso. El objetivo es fortalecer la agilidad para interpretar situaciones, identificar las variables involucradas y expresar las relaciones matemáticas, más que obtener resultados numéricos exactos.

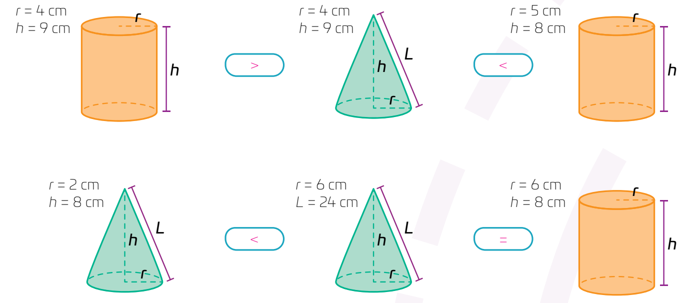
Tip 5. En la **actividad 02**, **página 132**, los estudiantes deben identificar la expresión algebraica que representa el área de un terreno cuyas dimensiones están dadas parcialmente como expresiones algebraicas (por ejemplo: y). Algunos pueden optar por sumar primero las áreas de cada parte individual (las pequeñas regiones), otros pueden multiplicar directamente . Ambos caminos son válidos y conducen a la misma expresión final. Permita que exploren ambos métodos, pues la comparación de resultados les ayudará a comprender la equivalencia de distintas representaciones algebraicas.

Tip 6. En la actividad de la **página 132**, al preguntar cuánto aumenta el área si se agregan 3.2 metros a cada lado, puede aclarar a los estudiantes que el ejercicio focaliza solo en el incremento de área que se produce en la intersección de los dos crecimientos, es decir, el cuadrado de $3.2\,m \times 3.2\,m^3$. Esta respuesta corresponde al área adicional *exclusiva* de ese sector. Una vez identificado este primer aumento, puede ampliar el análisis invitando a reflexionar: "¿Y qué sucede con el resto del área agregada? ¿Qué otras partes nuevas aparecen y cómo se calculan?". Así, se aprovecha la actividad como un punto de partida para analizar cómo crece el área total al modificar ambas dimensiones.

#SUBENIVEL

¡Reta nuevamente tu destreza matemática! Reúnete con un compañero y trabajen de manera individual. Cada uno mida el tiempo que les toma terminar las dos actividades.

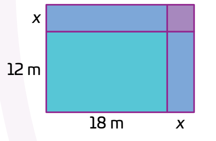
01 **Compara el volumen de la figura central con las figuras que están a su izquierda y derecha. En cada caso, escribe > o < o = según corresponda. Ojo, no te guíes por el tamaño.**



Tu tiempo (en segundos) R. L.

02 **¿Qué expresión algebraica representa el área del terreno?**

$12x^2 + x^2 + 18x$ | $216 + 30x + x^2$ | $2x^2 + 12x + 18x$



- Si sumas 3.2 metros de cada lado, ¿cuánta área aumenta la figura completa?

$3.2\,m \times 3.2\,m$ | $x + 3.2\,m$

Tu tiempo (en segundos) R. L.

Calcula tus puntos de la actividad.
- Menos de 30 segundos (s): 10 puntos
- Entre 30 s y 60 s: 5 puntos
- Más de un minuto: 1 punto
- Puntos por respuesta correcta: 10
- Un punto adicional por cada procedimiento replicado por un compañero

Tabla de registro de puntos	
Puntos totales	R. L.

© UNOi

Sesión 7

Propósito

Los estudiantes reflexionarán sobre la representación algebraica del área y el volumen, su utilidad práctica y el alcance que tienen como herramienta para modelar infinidad de situaciones de interés práctico.

Tip 1. En la sección **APLICO**, **página 133**, los estudiantes ya cuentan con los conocimientos necesarios para responder las preguntas de **ANALIZO** (**página 121**), completar la rúbrica de **RECONOZCO** (**páginas 122** y **123**) y resolver las dudas registradas previamente. Si algún estudiante aún presenta dificultades para establecer estas conexiones, acompañe su proceso retomando los ejemplos trabajados en las actividades anteriores.

Tip 2. Pida a los estudiantes que resuelvan las actividades del **Key Practico más:** *Expresiones cuadráticas para representar el área de figuras geométricas y Expresiones cuadráticas para representar el volumen de cuerpos geométricos.* Estos ejercicios permitirán consolidar la construcción de expresiones algebraicas que vinculan las dimensiones geométricas con sus áreas o volúmenes, así como reforzar la interpretación de los términos cuadráticos dentro del contexto de las figuras trabajadas.

Tip 3. Para finalizar, pida que realicen el imprimible **Maths Mastery T1_7**, el cual permitirá ejercitar el tema aprendido.

APLICO

Reflexiona sobre las preguntas de la sección ANALIZO. ¿Ya puedes contestarla? Escribe una respuesta. Considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

R. L.

¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? ¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros!

R. L.

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve nuevamente la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

R. L.

¡Regresa a la página 125 y soluciona las dudas que tenías en ese momento!

© UNOi