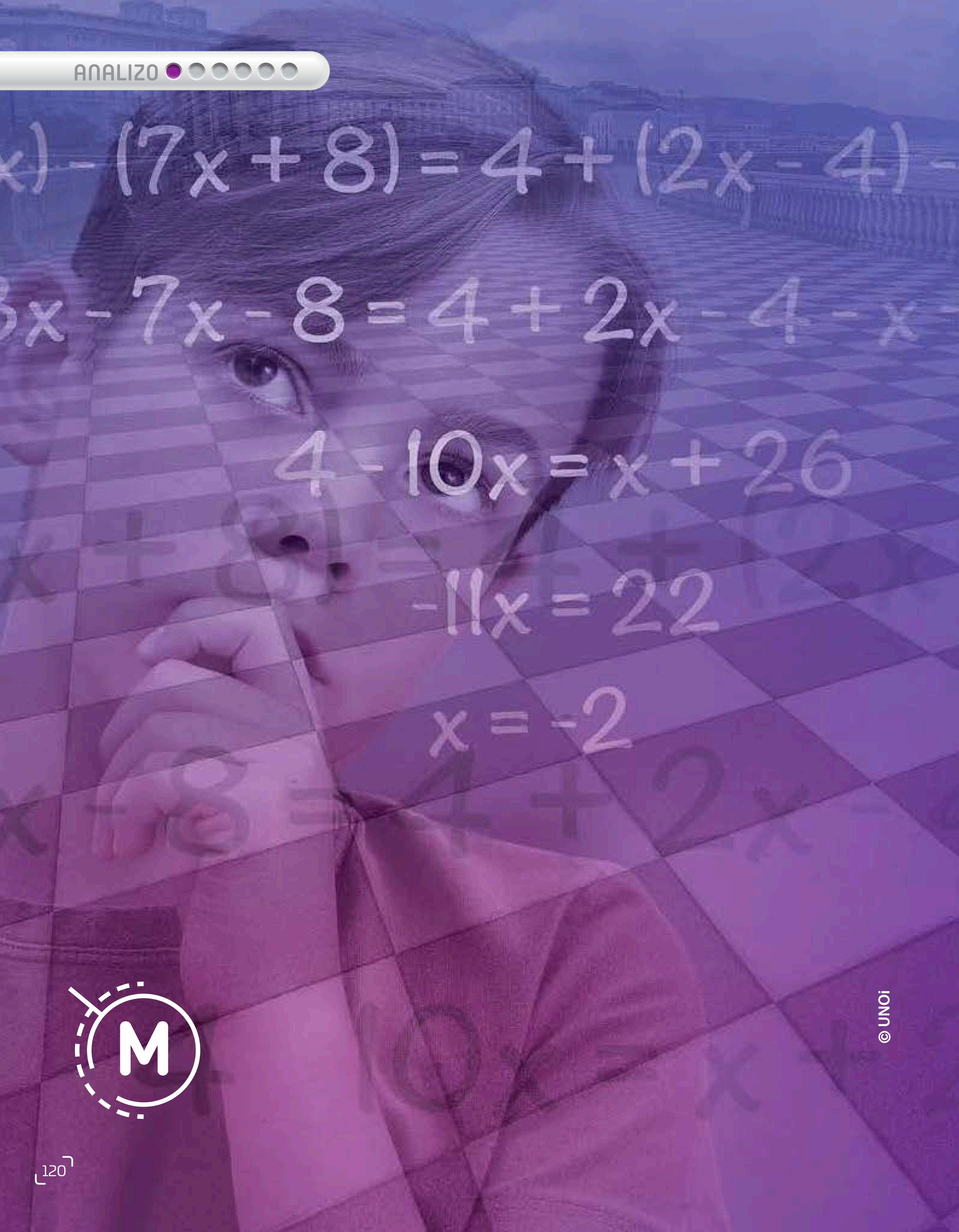


M

Esfera 6

¿Por qué dicen que la matemática es un lenguaje?

¿Una persona es bilingüe si habla el lenguaje de las matemáticas?

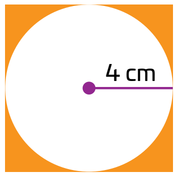
Si escribes una operación en chino, inglés o español, ¿las matemáticas siguen siendo las mismas?

La gota que derramó el vaso

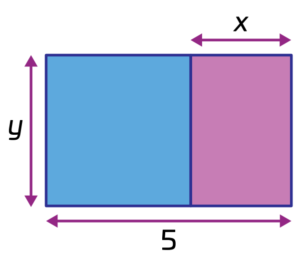
Formula expresiones cuadráticas para representar el área y el volumen de figuras y cuerpos geométricos.

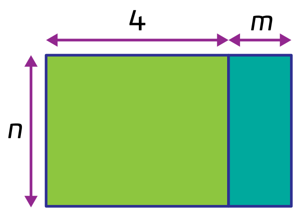
Comienza la Esfera de Exploración identificando qué actividades puedes responder con base en lo que ya sabes. No olvides responderlas de nuevo en tu cuaderno al terminar. ¡Así descubrirás cuánto has avanzado!

01 **Calcula el área sombreada de las siguientes figuras. Describe cómo la obtuviste. Considera $\pi = 3.14$.** +5

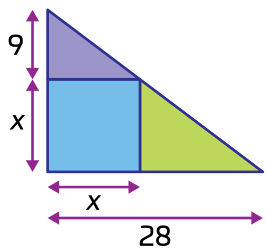


1.1 Describe cómo se puede obtener el área de las siguientes figuras.



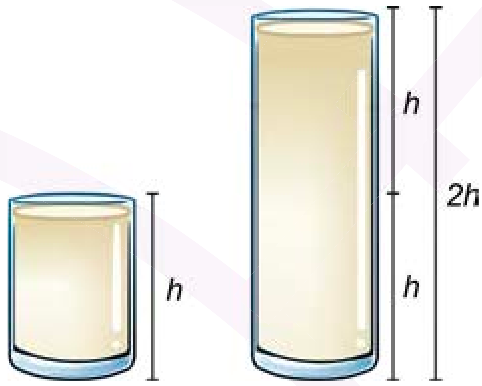


1.2 Expresa algebraicamente el área de la región verde de la siguiente figura.



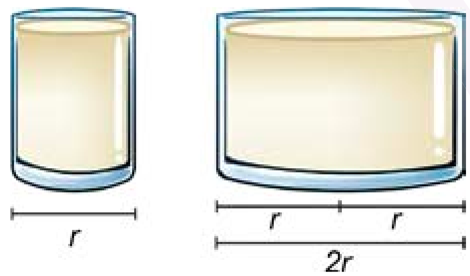
02 Analiza y responde. Considera π = 3.14. +5

Alberto y Bernardo beben agua en vasos cilíndricos con radios iguales y las alturas que se muestran en la figura. Alberto dice que el volumen de su vaso es la mitad que el de Bernardo. ¿Es cierto? Explica tu respuesta.



Vaso de Alberto   Vaso de Bernardo

Bernardo, por su parte, dice que si su vaso tuviera el doble del radio, pero la misma altura que el de Alberto, entonces también tendría el doble de volumen. ¿Tiene razón? Justifica tu respuesta.



Vaso de Alberto   Vaso de Bernardo

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo.

	Antes de la Esfera de Exploración		Al terminar la Esfera de Exploración	
	Sí	No	Sí	No
1. Empleo expresiones cuadráticas para representar áreas de figuras geométricas.	○	○	○	○
2. Determino el volumen de cuerpos geométricos formulando expresiones cuadráticas.	○	○	○	○
Puntos obtenidos:				

INVESTIGO

Aprendizaje esperado

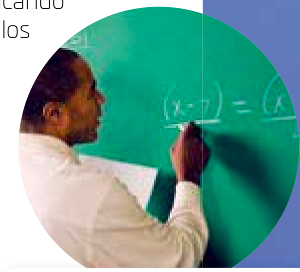
› Formula expresiones cuadráticas para representar el área y el volumen de figuras y cuerpos geométricos.

Keys

- Expresiones cuadráticas para representar el área de figuras geométricas.
- Expresiones cuadráticas para representar el volumen de cuerpos geométricos.

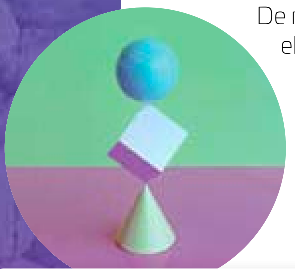
Las matemáticas que conocemos actualmente surgieron de manera paulatina con el estudio y perfeccionamiento de diversos temas relacionados con los números, la escritura de estos ✍️ y sus representaciones simbólicas. Los diferentes conjuntos de números surgieron debido a distintas necesidades que debían resolverse usando estas representaciones matemáticas para establecer un sistema entendible para la sociedad de aquel entonces.

Los primeros números, conocidos como *números naturales*, surgieron debido a la necesidad de contar y administrar cantidades distintas de los mismos objetos (o de varios). Estos números naturales fueron muy útiles en el comercio, la agricultura y la administración de bienes para las sociedades antiguas. Cada civilización representaba los números naturales con una simbología propia; por ejemplo, los griegos: Α (alfa) = 1, Β (beta) = 2, Γ (gamma) = 3, Δ (delta) = 4, los mayas: • = 1, •• = 2, ••• = 3, •••• = 4. Sin embargo, con el paso del tiempo se fueron unificando los símbolos hasta llegar a los que conocemos hoy en día (1, 2, 3...), estos fueron los primeros pasos de un lenguaje técnico para las matemáticas 📖.



El álgebra relaciona símbolos, letras y números mediante operaciones.

El problema surgió cuando diversas áreas, como la economía, la ciencia y las propias matemáticas, se volvieron más sofisticadas y fue necesario tener representaciones simbólicas de pérdidas, números negativos y mediciones naturales negativas, es decir, por debajo de un punto de referencia. Fue entonces cuando se incorporaron números negativos a los ya conocidos números naturales, a este conjunto se le conoce como números enteros. Los enteros fueron de gran utilidad para comprender la naturaleza de dos operaciones fundamentales: la suma y la resta, y con esto representar el balance económico 💰 así como otros fenómenos tecnológicos y científicos representados con cifras negativas.



En la geometría de cuerpos sólidos, el álgebra es una herramienta de cálculo muy útil.

De manera similar se fueron descubriendo y refinando herramientas matemáticas para el uso cotidiano y tecnológico, desde conjuntos de números más amplios y generales, hasta propiedades matemáticas formales para describirlos. Una de estas herramientas se conoce como álgebra 💡. El álgebra es una rama de las matemáticas que utiliza símbolos y letras para representar números y relaciones que puedan existir entre ellos; en este sentido, el álgebra es otra forma de ver a las operaciones aritméticas, pero con la gran ventaja de que permite establecer todo tipo de relaciones entre los números y las operaciones básicas que conoces.

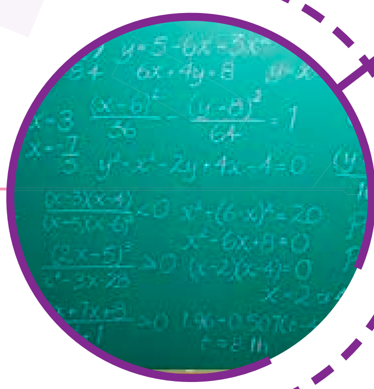
Uno de los usos principales del álgebra es la representación de cantidades desconocidas, o que varían bajo ciertas condiciones (a estas cantidades se les conoce como variables), que están ligadas bajo ciertas operaciones y relaciones. Esto es especialmente útil cuando buscamos calcular propiedades específicas en los cuerpos geométricos (así es, la geometría hace mucho uso del álgebra), tal es el caso de áreas y volúmenes. La forma en la que se usa el álgebra para representar volúmenes de ciertos cuerpos es relacionar las dimensiones de los mismos (sus lados, por ejemplo, o también su área y uno de sus lados) con expresiones algebraicas, es decir, que incluyan símbolos y letras. Esto es especialmente útil cuando no conocemos 🤷‍♀️ alguna medida o simplemente queremos saber cómo cambia el volumen de algún sólido si variamos algunas de sus características geométricas.

De esta manera podemos relacionar las características y medidas de las figuras geométricas a través de expresiones abstractas (pero simples) que nos servirán para poder experimentar con la construcción 🛠️ de sólidos que puedan ser útiles para la tecnología y el día a día.

Como verás, estudiar y comprender las matemáticas y sus herramientas (como el álgebra) te ayudará a comprender el lenguaje del universo.

Luis Martín Chavelas Astudillo

Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer y representa tus conclusiones.

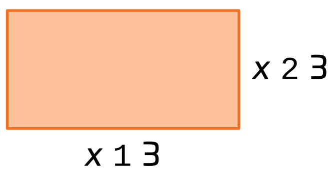


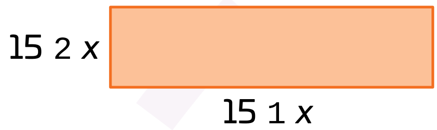
Dibuja, resume, pega, ¡lo que quieras!

¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, anótalo aquí y cuando termines la Esfera, regresa y dale solución.

Resuelve las actividades. Apóyate en tu indagación.

01 Escribe debajo de cada figura la expresión algebraica que representa el perímetro y su área.

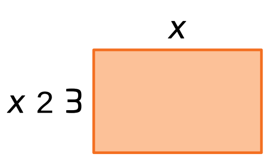


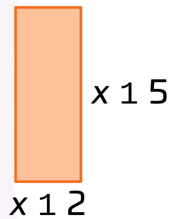


› ¿Qué diferencia encuentras entre las expresiones que representan el perímetro y las que representan el área?

02 Escribe una expresión algebraica que describa el área de cada figura.

› Calcula el área de cada figura con los siguientes valores: $x = 4$; $x = 5$ y $x = 6$.



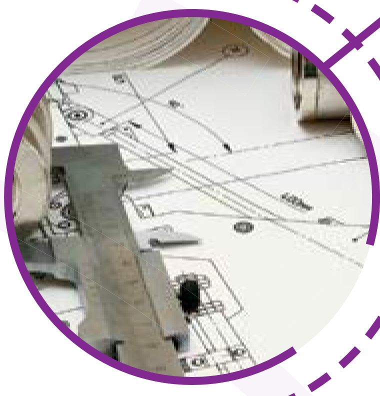


› Explica si se mantiene la relación de las áreas de las parejas de figuras al cambiar el valor de *x*.

Espacio procedimental

¿Cómo expresar algebraicamente el área y el volumen de los objetos?

1. Identifico y analizo la forma geométrica del objeto de interés para determinar cómo se puede descomponer en elementos simples.



Por ejemplo, se desea analizar el diseño de cajas de cartón cuadradas para pizzas.

La foto muestra que la forma de la caja es la de un paralelepípedo o prisma recto de base rectangular.

2. Trazo los elementos geométricos auxiliares necesarios para describir la situación: bases, alturas, apotemas, etcétera.

Para este ejemplo es necesario analizar el área lateral de la caja, pues es una medida directa del cartón que se requiere para construir cada caja y también se necesita conocer su volumen para cuantificar su contenido y espacio de almacenamiento.

Primero indico de manera algebraica las tres dimensiones de la caja:

x: largo
y: ancho
z: alto

Así puedo tener una descripción completa de todos los elementos geométricos de la caja.

3. Escribo en forma algebraica simplificada el área o volumen de los elementos de interés identificando las partes simples que conforman a figuras más complejas. Esto se realiza de acuerdo con los objetivos del análisis.

La caja de pizza podría descomponerse en varios elementos de área simples:

2 rectángulos de área xy.
2 rectángulos de área zy.
2 rectángulos de área xz.

Estos pueden ser de interés, por ejemplo, para determinar la cantidad de pintura para decorar el exterior de la caja; en tal caso, requerimos el área total, que corresponde a la suma de estas áreas parciales:

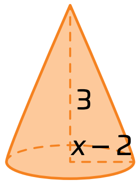
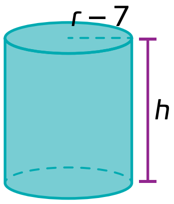
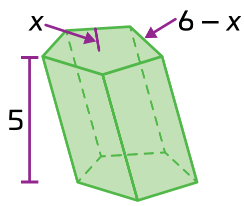
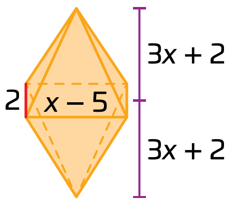
$$2xy + 2zy + 2xz$$

Por otro lado, el volumen interior de la caja se puede obtener de la fórmula del volumen de un prisma recto:

$$V = xyz$$

Y su interés puede estar en determinar el espacio que ocuparía dentro de un almacén, por ejemplo.

03 **Expresa algebraicamente el volumen de los cuerpos geométricos. Simplifica las expresiones.**

Cuerpo	Expresión algebraica
	
	
	
	

04 **Analiza la situación, rodea la respuesta correcta y responde.**

Un rollo de papel higiénico tiene un cilindro de cartón en el centro, que mide 4 cm de diámetro y 10 cm de alto. El papel está enrollado uniformemente alrededor del cilindro, y su grosor es de 4 cm.

Conforme se va usando, el grosor del papel disminuye. Supón que en un momento dado ese grosor es $4 - x$ centímetros.
¿Cuál es la expresión que representa el área de la sección circular del papel (es decir, el anillo visible al mirar el rollo de frente)?

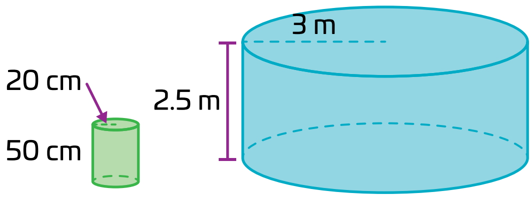
$A = \pi(4 - x)^2$ $\quad$ $A = \pi((6 - x)^2 - 4)$

¿Qué expresión describe el volumen del papel enrollado?

$V = 10\pi(6 - x)^2$ $\quad$ $V = 10\pi(4 - x)^2$ $\quad$ $V = 10\pi((6 - x)^2 - 4)$

05 Analiza las situaciones y haz lo que se te pide.

¿Con cuántas cubetas cilíndricas se puede llenar el depósito? Escribe tu procedimiento. Considera $\pi = 3.14$.



Un arquitecto construyó columnas cilíndricas para soportar el segundo piso de una casa. Estas columnas miden 2.5 m de alto y tienen un radio de 0.3 m. Sin embargo, se dio cuenta de que necesitan ser más gruesas para soportar el peso de la construcción. Por ello, planea aumentar el radio de las columnas en x metros, de modo que el volumen de cada columna sea al menos el doble del volumen actual.

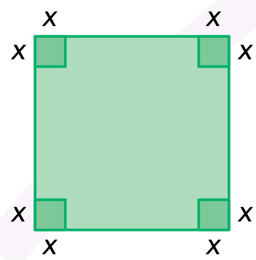
- Calcula el volumen actual de la columna. Considera $\pi = 3.14$.

- Dibuja un esquema que represente la situación descrita.

- Escribe una expresión para el volumen de las nuevas columnas y simplifícala.

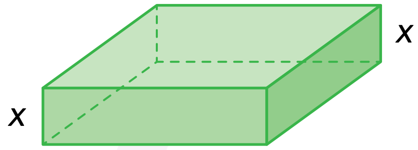
06 **Resuelve los siguientes problemas.**

Una fábrica desea elaborar cajitas de cartón sin tapa con piezas cuadradas de cartón de 18 cm. Para armarlas se recortan piezas cuadradas en cada una de las esquinas de la pieza de cartón, como se muestra en las figuras.

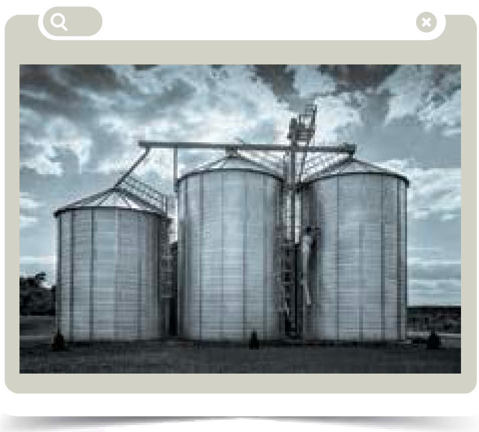


- ¿Cómo se expresaría el volumen de la caja resultante?

- Si x mide 5 cm, ¿qué medidas tendría la caja resultante? ¿Cuál sería su volumen?



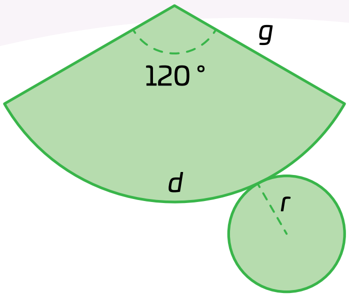
Tres silos industriales tienen radios iguales. Dos de ellos tienen la misma altura y el tercero es 3 m más bajo. Observa la imagen y responde.



- ¿De qué cuerpos geométricos está compuesto cada silo?

- Expresa algebraicamente el volumen de los silos.

› Observa el desarrollo plano y calcula su volumen. Considera que su superficie lateral tiene un área de 84.78 cm². Escribe tus operaciones.



› Un cono de helado debe tener 12 cm de alto y el barquillo del que está hecho debe tener un grosor de 0.3 cm para resistir la humedad sin romperse. Además, debe permitir que le quepa una cantidad de 89.3 cm³ de helado. Expresa algebraicamente la condición sobre la capacidad del cono de helado. Simplifica la expresión.

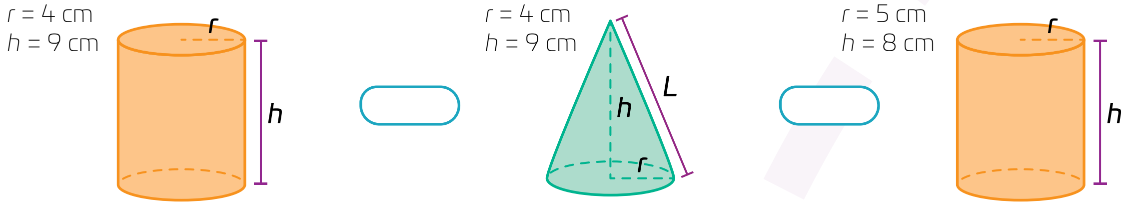
› Despeja la expresión que escribiste y calcula el valor del radio del cono que permite obtener la capacidad solicitada.

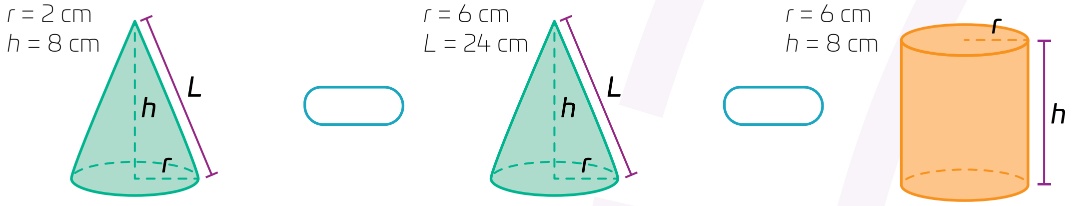
› Dibuja un esquema que describa la situación.

SUBE NIVEL

¡Reta nuevamente tu destreza matemática! Reúnete con un compañero y trabajen de manera individual. Cada uno mida el tiempo que les toma terminar las dos actividades.

01 **Compara el volumen de la figura central con las figuras que están a su izquierda y derecha. En cada caso, escribe > o < o = según corresponda. Ojo, no te guíes por el tamaño.**





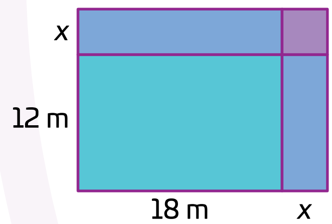
Tu tiempo (en segundos)

02 **¿Qué expresión algebraica representa el área del terreno?**

$12x^2 + x^2 + 18x$ | $216 + 30x + x^2$ | $2x^2 + 12x + 18x$

- Si sumas 3.2 metros de cada lado, ¿cuánta área aumenta la figura completa?

$3.2\ m \times 3.2\ m$ | $x + 3.2\ m$



Tu tiempo (en segundos)

Calcula tus puntos de la actividad.

- Menos de 30 segundos (s): 10 puntos
- Entre 30 s y 60 s: 5 puntos
- Más de un minuto: 1 punto
- Puntos por respuesta correcta: 10
- Un punto adicional por cada procedimiento replicado por un compañero

Tabla de registro de puntos	
Puntos totales	

APLICO

Reflexiona sobre las preguntas de la sección ANALIZO. ¿Ya puedes contestarla? Escribe una respuesta. Considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? ¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros!

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve nuevamente la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

¡Regresa a la página 125 y soluciona las dudas que tenías en ese momento! 😀