Matemáticas

Esfera de Exploración 7 – Semanas 12 y 13

Sesión 1

Propósito
Los estudiantes reflexionarán sobre quién fue Pitágoras y qué relevancia tiene el teorema que lleva su nombre. Además, se introducirán a la deducción de este teorema y sus aplicaciones por medio de actividades relacionados con el área de triángulos rectángulos y cuadrados.

Tip 1. Antes de trabajar la esfera, pide que realicen el imprimible **Maths Mastery T1_8** para complementar y ejercitar saberes que le serán útiles al trabajar el Diario de Aprendizaje.

Tip 2. Pida los alumnos a responder las preguntas de la sección **ANALIZO** de la **página 135**, a través de la siguiente dinámica, utilizando un par de dados para cada uno:

a) Los alumnos se sentarán en círculo y lanzarán cerca de ellos los dados.
b) Quienes tengan los números menores en los dados, darán su opinión a la primera pregunta. En caso de que varios obtengan el mismo puntaje, volverán a lanzar los dados para un desempate.
c) Las opiniones voluntarias adicionales, podrán darse en cuanto termine el alumno al que le correspondió responder a la pregunta.

Tip 3. Proponga a los escolares buscar más información relacionada con las preguntas del **ANALIZO**. Dos sugerencias son:

- Pitágoras: https://esant.mx/ac_unoi/sumt3-025
- Proposiciones matemáticas: https://esant.mx/ac_unoi/sumt3-026

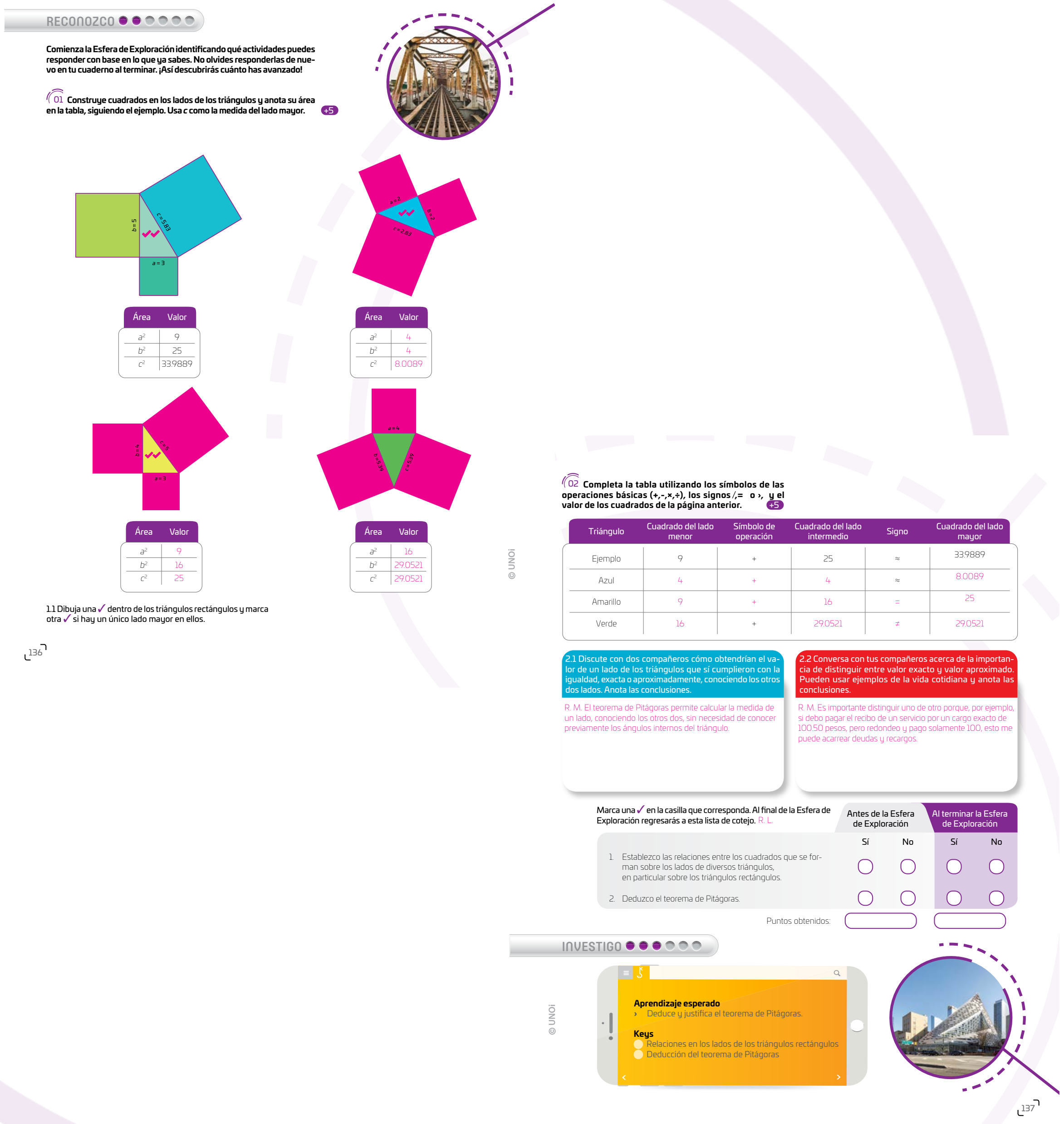
Sesión 1

Tip 4. Al realizar la actividad 1, en la página 136, algunos estudiantes pueden confundirse al identificar el lado mayor del triángulo para construir los cuadrados. Verifique que reconozcan correctamente el lado opuesto al ángulo recto como el mayor (*c*). Si observa dudas, señale que el ángulo recto siempre está entre los dos lados más cortos.

Tip 5. Al realizar la actividad 2, en la página 137, es posible que los estudiantes se sorprendan si la suma de las áreas de los cuadrados sobre los lados menores no coincide exactamente con el área del cuadrado sobre el lado mayor, especialmente por los decimales. Aclare que pequeñas diferencias pueden deberse a redondeos o aproximaciones. Lo importante en este momento es que comiencen a notar una regularidad en la relación.

Tip 6. Al realizar la **actividad 2.1**, en la **página137**, algunos estudiantes pueden tener dificultad para explicar cómo obtendrían el valor de un lado faltante si conocen los otros dos. Es posible que intenten sumar o restar directamente los valores, sin considerar que se trata de áreas cuadradas. Si observa confusiones, oriente las discusiones hacia la idea de "operar con los cuadrados de los lados", aunque aún no nombren el procedimiento formal.

Tip 7. Al realizar **la actividad 2.2**, en la **página 137** algunos estudiantes pueden pensar que la diferencia entre un valor exacto y uno aproximado no es relevante. Propicie que surjan ejemplos donde pequeñas diferencias pueden tener consecuencias importantes (por ejemplo, precios, medidas de seguridad, pagos exactos). Estas comparaciones ayudarán a que comprendan la importancia de distinguir ambos conceptos.


RECONOZCO

Comienza la Esfera de Exploración identificando qué actividades puedes responder con base en lo que ya sabes. No olvides responderlas de nuevo en tu cuaderno al terminar. ¡Así descubrirás cuánto has avanzado!

01 Construye cuadrados en los lados de los triángulos y anota su área en la tabla, siguiendo el ejemplo. Usa *c* como la medida del lado mayor. +5

Área	Valor
a^2	9
b^2	25
c^2	33.9889

Área	Valor
a^2	4
b^2	4
c^2	8.0089

Área	Valor
a^2	9
b^2	16
c^2	25

Área	Valor
a^2	16
b^2	29.0521
c^2	29.0521

1.1 Dibuja una ✓ dentro de los triángulos rectángulos y marca otra ✓ si hay un único lado mayor en ellos.

136

© UNOi

02 Completa la tabla utilizando los símbolos de las operaciones básicas (+,-,×,÷), los signos /,= o ›, y el valor de los cuadrados de la página anterior. +5

Triángulo	Cuadrado del lado menor	Símbolo de operación	Cuadrado del lado intermedio	Signo	Cuadrado del lado mayor
Ejemplo	9	+	25	≈	33.9889
Azul	4	+	4	≈	8.0089
Amarillo	9	+	16	=	25
Verde	16	+	29.0521	≠	29.0521

2.1 Discute con dos compañeros cómo obtendrían el valor de un lado de los triángulos que sí cumplieron con la igualdad, exacta o aproximadamente, conociendo los otros dos lados. Anota las conclusiones.

R. M. El teorema de Pitágoras permite calcular la medida de un lado, conociendo los otros dos, sin necesidad de conocer previamente los ángulos internos del triángulo.

2.2 Conversa con tus compañeros acerca de la importancia de distinguir entre valor exacto y valor aproximado. Pueden usar ejemplos de la vida cotidiana y anota las conclusiones.

R. M. Es importante distinguir uno de otro porque, por ejemplo, si debo pagar el recibo de un servicio por un cargo exacto de 100.50 pesos, pero redondeo y pago solamente 100, esto me puede acarrear deudas y recargos.

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. R. L.

	Antes de la Esfera de Exploración		Al terminar la Esfera de Exploración	
	Sí	No	Sí	No
1. Establezco las relaciones entre los cuadrados que se forman sobre los lados de diversos triángulos, en particular sobre los triángulos rectángulos.	○	○	○	○
2. Deduzco el teorema de Pitágoras.	○	○	○	○
Puntos obtenidos:				

INVESTIGO

© UNOi

137

Sesión 2

Propósito

Se espera que los estudiantes exploren las relaciones entre los lados de los triángulos rectángulos, identifiquen regularidades al comparar las áreas de los cuadrados construidos sobre cada lado y avancen en la construcción intuitiva de la relación que más adelante formalizarán.

Tip 1. Al trabajar el **key** *Relaciones en los lados de los triángulos rectángulos*, es frecuente que algunos estudiantes aún no distingan con claridad qué significa que un triángulo sea rectángulo. Puede ser útil recordar que el ángulo recto forma los dos lados menores y que el lado mayor siempre se ubica frente a dicho ángulo. Si observa confusión, proponga que dibujen varios triángulos para identificar visualmente esta característica.

Tip 2. Cuando revisen el **key** *Deducción del teorema de Pitágoras*, algunos estudiantes pueden centrar su atención solo en los números, sin advertir el vínculo entre las áreas de los cuadrados construidos sobre cada lado. Si esto ocurre, enfatice que están comparando áreas completas y no solo sumando o restando longitudes. Puede apoyarse en ejemplos visuales o concretos para reforzar esta noción.

02 **Completa la tabla utilizando los símbolos de las operaciones básicas (+,-,×,÷), los signos ≠,= o ≈, y el valor de los cuadrados de la página anterior.** +5

Triángulo	Cuadrado del lado menor	Símbolo de operación	Cuadrado del lado intermedio	Signo	Cuadrado del lado mayor
Ejemplo	9	+	25	≈	33.9889
Azul	4	+	4	≈	8.0089
Amarillo	9	+	16	=	25
Verde	16	+	29.0521	≠	29.0521

2.1 Discute con dos compañeros cómo obtendrían el valor de un lado de los triángulos que sí cumplieron con la igualdad, exacta o aproximadamente, conociendo los otros dos lados. Anota las conclusiones.

R. M. El teorema de Pitágoras permite calcular la medida de un lado, conociendo los otros dos, sin necesidad de conocer previamente los ángulos internos del triángulo.

2.2 Conversa con tus compañeros acerca de la importancia de distinguir entre valor exacto y valor aproximado. Pueden usar ejemplos de la vida cotidiana y anota las conclusiones.

R. M. Es importante distinguir uno de otro porque, por ejemplo, si debo pagar el recibo de un servicio por un cargo exacto de 100.50 pesos, pero redondeo y pago solamente 100, esto me puede acarrear deudas y recargos.

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. R. L.

	Antes de la Esfera de Exploración		Al terminar la Esfera de Exploración	
	Sí	No	Sí	No
1. Establezco las relaciones entre los cuadrados que se forman sobre los lados de diversos triángulos, en particular sobre los triángulos rectángulos.	◯	◯	◯	◯
2. Deduzco el teorema de Pitágoras.	◯	◯	◯	◯
Puntos obtenidos:				

INVESTIGO

Aprendizaje esperado

› Deduce y justifica el teorema de Pitágoras.

Keys

- Relaciones en los lados de los triángulos rectángulos
- Deducción del teorema de Pitágoras

Matemáticas

Esfera de Exploración 7 – Semanas 12 y 13

Sesión 3

Propósito
Los alumnos visualizarán el mundo de información que está detrás del teorema de Pitágoras a través de un ejemplo de distancias entre calles, revisando por el camino conceptos clave como distancia euclidiana, distancia Manhattan y la geometría del taxista.

Tip 1. Solicite a los alumnos que al momento de realizar la lectura de la sección **COMPRENDO**, **página 138**, subrayen los conceptos o ideas que se les complique un poco entender. Al terminar la lectura, pídales que investiguen esos términos o información que subrayaron.

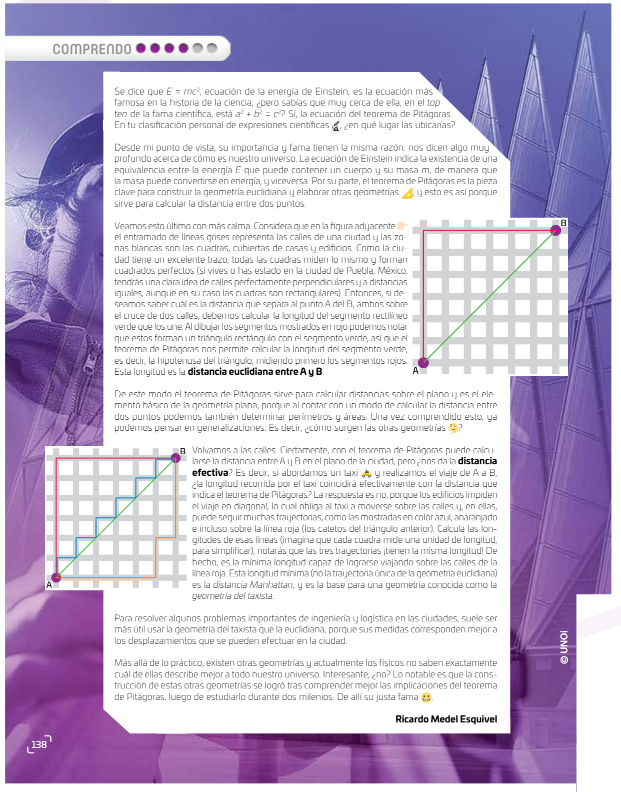
Tip 2 . Utilice los siguientes conceptos para ayudar a los colegiales en su búsqueda de información y para agilizar el trabajo en clase, de acuerdo con lo que se pide hacer al final de la **página 139**.

- *Distancia Euclidiana:* es la distancia mínima que hay entre dos puntos.
- *Distancia Manhattan:* es aquella longitud de cualquier camino en una cuadrícula que es unido por segmentos verticales y horizontales.

Con los siguientes textos puede enriquecer y concretar aún más la búsqueda de información de los escolares:

a) “Manhattan, distancias y ‘el juicio de Pitágoras’”: https://esant.mx/ac_unoi/sumt3-027
b) “Las distancias en Manhattan”: https://esant.mx/ac_unoi/sumt3-027

Tip 3. Para terminar el trabajo de la sesión, anime a los estudiantes a debatir sobre las siguientes preguntas: *Entre la distancia euclidiana y la Manhattan, ¿cuál es más corta?, ¿por qué? ¿Cómo se relaciona la distancia euclidiana y la Manhattan con el teorema de Pitágoras?*


COMPRENDO

Se dice que $E = mc^2$, ecuación de la energía de Einstein, es la ecuación más famosa en la historia de la ciencia, ¿pero sabías que muy cerca de ella, en el *top ten* de la fama científica, está $a^2 + b^2 = c^2$? Sí, la ecuación del teorema de Pitágoras. En tu clasificación personal de expresiones científicas, ¿en qué lugar las ubicarías?

Desde mi punto de vista, su importancia y fama tienen la misma razón: nos dicen algo muy profundo acerca de cómo es nuestro universo. La ecuación de Einstein indica la existencia de una equivalencia entre la energía E que puede contener un cuerpo y su masa m, de manera que la masa puede convertirse en energía, y viceversa. Por su parte, el teorema de Pitágoras es la pieza clave para construir la geometría euclidiana y elaborar otras geometrías; y esto es así porque sirve para calcular la distancia entre dos puntos.

Veamos esto último con más calma. Considera que en la figura adyacente el entramado de líneas grises representa las calles de una ciudad y las zonas blancas son las cuadras, cubiertas de casas y edificios. Como la ciudad tiene un excelente trazo, todas las cuadras miden lo mismo y forman cuadrados perfectos (si vives o has estado en la ciudad de Puebla, México, tendrás una clara idea de calles perfectamente perpendiculares y a distancias iguales, aunque en su caso las cuadras son rectangulares). Entonces, si deseamos saber cuál es la distancia que separa al punto A del B, ambos sobre el cruce de dos calles, debemos calcular la longitud del segmento rectilíneo verde que los une. Al dibujar los segmentos mostrados en rojo podemos notar que estos forman un triángulo rectángulo con el segmento verde, así que el teorema de Pitágoras nos permite calcular la longitud del segmento verde, es decir, la hipotenusa del triángulo, midiendo primero los segmentos rojos. Esta longitud es la **distancia euclidiana entre A y B**.

De este modo el teorema de Pitágoras sirve para calcular distancias sobre el plano y es el elemento básico de la geometría plana, porque al contar con un modo de calcular la distancia entre dos puntos podemos también determinar perímetros y áreas. Una vez comprendido esto, ya podemos pensar en generalizaciones. Es decir, ¿cómo surgen las otras geometrías?

Volvamos a las calles. Ciertamente, con el teorema de Pitágoras puede calcularse la distancia entre A y B en el plano de la ciudad, pero ¿nos da la **distancia efectiva**? Es decir, si abordamos un taxi y realizamos el viaje de A a B, ¿la longitud recorrida por el taxi coincidirá efectivamente con la distancia que indica el teorema de Pitágoras? La respuesta es no, porque los edificios impiden el viaje en diagonal, lo cual obliga al taxi a moverse sobre las calles y, en ellas, puede seguir muchas trayectorias, como las mostradas en color azul, anaranjado e incluso sobre la línea roja (los catetos del triángulo anterior). Calcula las longitudes de esas líneas (imagina que cada cuadra mide una unidad de longitud, para simplificar), notarás que las tres trayectorias ¡tienen la misma longitud! De hecho, es la mínima longitud capaz de lograrse viajando sobre las calles de la línea roja. Esta longitud mínima (no la trayectoria única de la geometría euclidiana) es la *distancia Manhattan*, y es la base para una geometría conocida como la *geometría del taxista*.

Para resolver algunos problemas importantes de ingeniería y logística en las ciudades, suele ser más útil usar la geometría del taxista que la euclidiana, porque sus medidas corresponden mejor a los desplazamientos que se pueden efectuar en la ciudad.

Más allá de lo práctico, existen otras geometrías y actualmente los físicos no saben exactamente cuál de ellas describe mejor a todo nuestro universo. Interesante, ¿no? Lo notable es que la construcción de estas otras geometrías se logró tras comprender mejor las implicaciones del teorema de Pitágoras, luego de estudiarlo durante dos milenios. De allí su justa fama.

Ricardo Medel Esquivel

© UNOi

138


Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer, reflexiona sobre ello y realiza lo siguiente.

Dibuja un mapa de la zona que comprende tu casa y escuela. Usa todo el espacio disponible y considera que lo más importante es que las distancias guarden la escala y proporción adecuada respecto a la realidad, así que consulta un mapa impreso o apóyate en una aplicación para que logres un buen dibujo. R. L.

Ahora, estima cuál sería la distancia de tu casa a la escuela mediante el teorema de Pitágoras. Luego, usa la geometría del taxista para estimar dos trayectorias que sean la distancia Manhattan entre tu casa y escuela. Anota tus resultados, sin olvidar anotar las unidades de medida. R. L.

Investiga por qué se le llama distancia Manhattan y coméntalo con tus compañeros, muéstrales también tu dibujo y las estimaciones que hiciste en él.

¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, escríbelo aquí y cuando termines la Esfera, regresa y dale solución.

R. L.

© UNOi

139

Matemáticas

Esfera de Exploración 7 – Semanas 12 y 13

Sesión 4

Propósito
Los alumnos reflexionarán sobre la relación que existe entre las áreas de tres cuadrados y un triángulo rectángulo que cumplen con determinadas condiciones. Analizarán actividades sobre el teorema de Pitágoras y se adentrarán en el uso que tiene para obtener distancias y áreas.

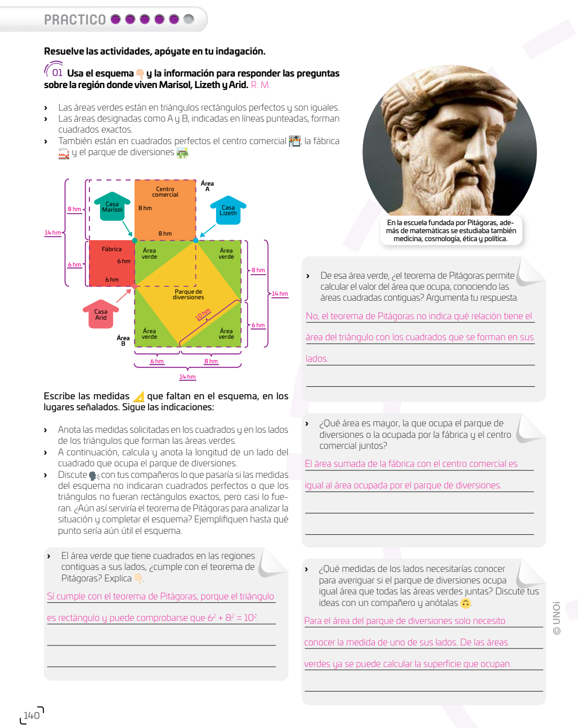
Tip 1. Para resolver de una manera más eficaz la **actividad 01** de la sección **PRACTICO,** en la **página 140**, explique de manera detallada, cómo está conformado el gráfico para que los alumnos tengan las menos confusiones posibles.

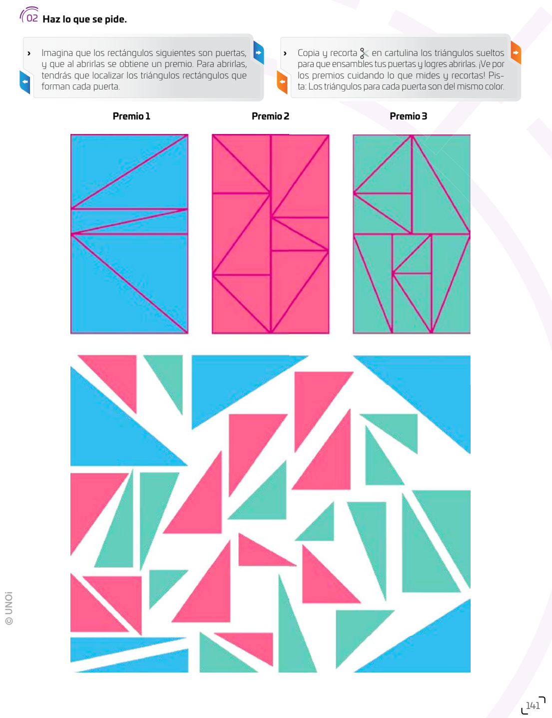
Tip 2. Con el mismo fin, revise con los escolares qué otras distancias y áreas se pueden comparar en el dibujo de la **actividad 01** de la **página 140**, animándolos a explicar qué relaciones “se ven” directamente, sin necesidad de hacer cálculos, y por qué lo consideran así.

Tip 3. Respecto a la **actividad 02** de la **página 141**, para aumentar la facilidad de armado de las puertas, indique a los alumnos que no es necesario rotar los triángulos para hallar su ubicación en la puerta que les corresponde. Además, organice a los escolares en equipos para que se ayuden, y promueva la rapidez mediante el siguiente concurso:

a) Si terminaron completa la puerta 1, ganarán 10 puntos.
b) Si terminaron completa la puerta 2, ganarán 20 puntos.
c) Si terminaron completa la puerta 3, ganarán 30 puntos.

El equipo que termine primero, ganará adicionalmente 10 puntos adicionales, el segundo 9 y así sucesivamente. Ganará el equipo que tenga más puntos.





Sesión 5

Propósito

Los estudiantes aprenderán el significado de las ternas pitagóricas y cómo construirlas, así como algunos datos históricos sobre ellas.

Tip 1. Proponga a los escolares leer el texto introductorio de la **actividad 03**, en la **página 142**, e inmediatamente escoger números al azar para intentar localizar una terna que sea pitagórica. Use esto para comentar la importancia de los procesos o procedimientos, y que estos sean claros y precisos, en las matemáticas y en cualquier ciencia o técnica.

Tip 2. Para complementar el aprendizaje de la **actividad 04**, **página 142**. Invite a los alumnos a responder los siguientes ejercicios:

Lados de triángulo	d) p= 5 y q= 4	e) p= 3 y q= 1	f) p= 7 y q= 2	g) p= 6 y q= 3
a	9	8	45	27
b	40	6	28	36
c	41	10	53	45

Tip 3. Para verificar que las ternas pitagóricas lo son efectivamente al usarlas como medidas de un triángulo rectángulo, solicite a los alumnos que una terna de las que calcularon en la **actividad 04**, **página 142**, la utilicen para dibujar un triángulo rectángulo con esas medidas, eligiendo centímetros, milímetros u otra unidad de medida y empleando hojas reciclables.

03 **Lee con atención y realiza lo indicado.**

Al grupo de tres números naturales con los que puede dibujarse perfectamente un triángulo rectángulo se le llama terna pitagórica. La terna {3, 4, 5} puede considerarse la primera, por tener los números de menor valor, y se comprueba mediante la aplicación de la ecuación que se obtiene con el teorema de Pitágoras, es decir:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

Otra terna pitagórica es {5, 12, 13}. Para generar estas ternas existen varios métodos y Euclides, cerca del año 300 a.n.e., demostró que son infinitas. Por cierto, los múltiplos de una terna pitagórica también lo son; por ejemplo {6, 8, 10}, está formada por múltiplos (usando el mismo factor) de la primera terna pitagórica mencionada.

La tablilla Plimpton 322, que data del año 1800 a.n.e y fue elaborada por babilonios, contiene varias ternas pitagóricas.

- Dibuja en el espacio disponible un triángulo con medidas de sus lados los valores {5, 12, 13}. Usa la línea para un lado horizontal.
- Trata de construir con esos valores un triángulo que no sea rectángulo. Anota tus conclusiones.

R. L.

1 Espacio 2 3 procedimental

¿Cómo creo una terna pitagórica?

Curaduría de Apps

1. Elijo un par de números naturales que serán p y q, donde $p > q$, por ejemplo $p = 6$ y $q = 1$.
2. Utilizo la fórmula $a = p^2 - q^2$ para identificar uno de los lados del triángulo. En nuestro caso:

$$a = (6)^2 - (1)^2 = 35$$

3. Uso la ecuación $b = 2pq$ para calcular la medida del otro lado:

$$b = 2(6)(1) = 12$$

4. Finalmente, haciendo $c = p^2 + q^2$, obtengo el valor del tercer lado:

$$c = (6)^2 + (1)^2 = 37$$

Los números así obtenidos cumplen con lo que dice el teorema de Pitágoras:

$$35^2 + 12^2 = 37^2$$

04 **Usa el procedimiento descrito para calcular las ternas pitagóricas con los datos propuestos.**

Terna	Valores para iniciar el desarrollo		
	$p = 5$ y $q = 2$	$p = 8$ y $q = 3$	$p = 7$ y $q = 6$
a	21	55	13
b	20	48	84
c	29	73	85

DIBUJA UNA TERNA IMPORTANTE EN TU VIDA.

© UNOi

142

Recuerde que los estudiantes están creando una campaña en TikTok para compartir su reto de **Big Challenge**.

Matemáticas

Esfera de Exploración 7 – Semanas 12 y 13

Curaduría de Apps

Aprendizaje aumentado

Proponemos añadir, al final de la actividad 01 y para ampliar lo realizado en el **Espacio procedimental** de la **página 142**, el uso de la aplicación **Resolver Pitágoras**, con la que los estudiantes podrán poner a prueba su comprensión y uso de los algoritmos relacionados con el teorema de Pitágoras. Para ello, en la aplicación, pida a los estudiantes que coloquen sólo dos números de la terna pitagórica a la que llegaron. A continuación, solicite que pulsen el botón verde con la palomita. Aparecerán los pasos necesarios para la obtención del tercer número a partir del teorema de Pitágoras. Invite a los estudiantes a reflexionar las diferencias del algoritmo cuando lo que se quiere obtener es uno de los catetos y el algoritmo para obtener la hipotenusa. Promueva que los estudiantes analicen la información para consolidar elementos a partir de los valores obtenidos; por ejemplo, que el lado mas grande siempre corresponde a la hipotenusa.

03 **Lee con atención y realiza lo indicado.**

Al grupo de tres números naturales con los que puede dibujarse perfectamente un triángulo rectángulo se le llama terna pitagórica. La terna {3, 4, 5} puede considerarse la primera, por tener los números de menor valor, y se comprueba mediante la aplicación de la ecuación que se obtiene con el teorema de Pitágoras, es decir:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

Otra terna pitagórica es {5, 12, 13}. Para generar estas ternas existen varios métodos y Euclides, cerca del año 300 a.n.e., demostró que son infinitas. Por cierto, los múltiplos de una terna pitagórica también lo son; por ejemplo {6, 8, 10}, está formada por múltiplos (usando el mismo factor) de la primera terna pitagórica mencionada.

La tablilla Plimpton 322, que data del año 1800 a.n.e y fue elaborada por babilonios, contiene varias ternas pitagóricas.

- Dibuja en el espacio disponible un triángulo con medidas de sus lados los valores {5, 12, 13}. Usa la línea para un lado horizontal.
- Trata de construir con esos valores un triángulo que no sea rectángulo. Anota tus conclusiones.

R. L.

1 Espaci 2 3 procedimental

¿Cómo creo una terna pitagórica?

Curaduría de Apps

1. Elijo un par de números naturales que serán p y q, donde $p > q$, por ejemplo $p = 6$ y $q = 1$.
2. Utilizo la fórmula $a = p^2 - q^2$ para identificar uno de los lados del triángulo. En nuestro caso:

$$a = (6)^2 - (1)^2 = 35$$

3. Uso la ecuación $b = 2pq$ para calcular la medida del otro lado:

$$b = 2(6)(1) = 12$$

4. Finalmente, haciendo $c = p^2 + q^2$, obtengo el valor del tercer lado:

$$c = (6)^2 + (1)^2 = 37$$

Los números así obtenidos cumplen con lo que dice el teorema de Pitágoras:

$$35^2 + 12^2 = 37^2$$

04 **Usa el procedimiento descrito para calcular las ternas pitagóricas con los datos propuestos.**

Terna	Valores para iniciar el desarrollo		
	$p = 5$ y $q = 2$	$p = 8$ y $q = 3$	$p = 7$ y $q = 6$
a	21	55	13
b	20	48	84
c	29	73	85

DIBUJA UNA TERNA IMPORTANTE EN TU VIDA.

Sesión 5

Tip 4. Solicite a los alumnos que, en equipos, discutan las siguientes preguntas:

a) ¿La espiral de Teodoro puede llegar sólo hasta el triángulo?

b) ¿En qué fenómenos naturales podrías observar la espiral de Teodoro?

c) ¿Qué relación tiene la espiral de Teodoro con el teorema de Pitágoras?

Tip 5. Explique que la espiral lleva ese nombre por Teodoro de Cirene quien fue una filósofo y matemático que vivió de 465 – 398 a.n.e. Probó la irracionalidad de las raíces de los números enteros no cuadrados del 3 hasta el 17.

Tip 6. Una vez realizado el **Espacio experimental** de la **página 143**, comente con el grupo las dificultades de realizar la espiral de Teodoro y cómo podrían facilitarse este proceso.

Tip 7. Para complementar, muestre a los alumnos otra aplicación lúdica del teorema de Pitágoras: el árbol pitagórico, que es una especie de fractal, construido a partir del cuadrado del lado de un triángulo rectángulo, del que se vuelven a construir dos cuadrados en los dos lados faltantes, y enseguida, con los dos cuadrados construidos, se repite el paso anterior hasta el nivel que queramos o podamos.

Espacio experimental

¿De qué depende la exactitud al medir?

Propósito

En este **Espacio experimental** comprobarás, con la construcción de espirales de Teodoro, que la escala, la unidad de medida y los instrumentos empleados son elementos determinantes en las mediciones de longitud.

Lee lo que te proponemos hacer y escribe qué resultado crees que obtendrás.

R. L.

Materiales

- Cartulinas de colores
- Estuche geométrico
- Cinta adhesiva
- Calculadora

Considera que...

- lo mejor es trabajar con un compañero para hacer juntos el trazado y corte de las piezas, pero también para compartir materiales.
- la regla puede sustituirse por un flexómetro.

Procedimiento

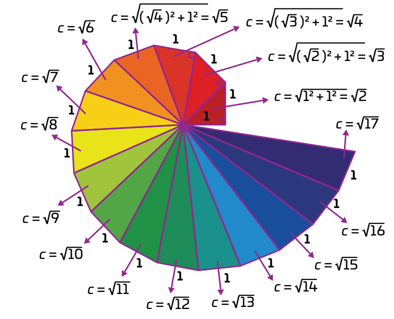
Paso 1. Considera que realizarás dos espirales de Teodoro: la primera, usando centímetros para los valores indicados en la figura; en tu segunda construcción, usarás esas mismas medidas, pero con un factor de 10, es decir, una unidad en la figura serán 10 cm.

Paso 2. Usa tu calculadora para aproximar los valores de la figura, puedes anotarlos debajo o arriba para que no los pierdas de vista.

Paso 3. Reproduce cada triángulo rectángulo de la figura en trozos de cartulina de distinto color. Tip: primero recorta rectángulos cuyos lados sean los lados menores de los triángulos, así tendrás dos piezas iguales y una se la puedes compartir a tu compañero.

Paso 4. Pega las piezas con sumo cuidado porque, además de las mediciones y cortes, de esto también depende la exactitud de tu construcción.

Paso 5. Registra en la tabla los errores más importantes que cometiste al construir tus espirales de Teodoro. R. L.



Espiral que inicia con un triángulo de lados de...	Errores cometidos
1 cm	
10 cm	

Compara tus resultados con la predicción que hiciste al principio y anota una conclusión.

R. L.

Matemáticas

Esfera de Exploración 7 – Semanas 12 y 13

Sesión 6

Propósito
Los alumnos practicarán el teorema de Pitágoras al elaborar dos espirales de Teodoro, y practicarán en con ellas la medición de errores. Asimismo usarán el teorema de Pitágoras para construir un objeto concreto que verifique o muestre lo que indica el teorema.

Tip 1. Para facilitar el **paso 01** de la **Zona Maker**, de la **página 144**, proponga a los alumnos que generen una terna pitagórica para usar en las medidas números enteros.

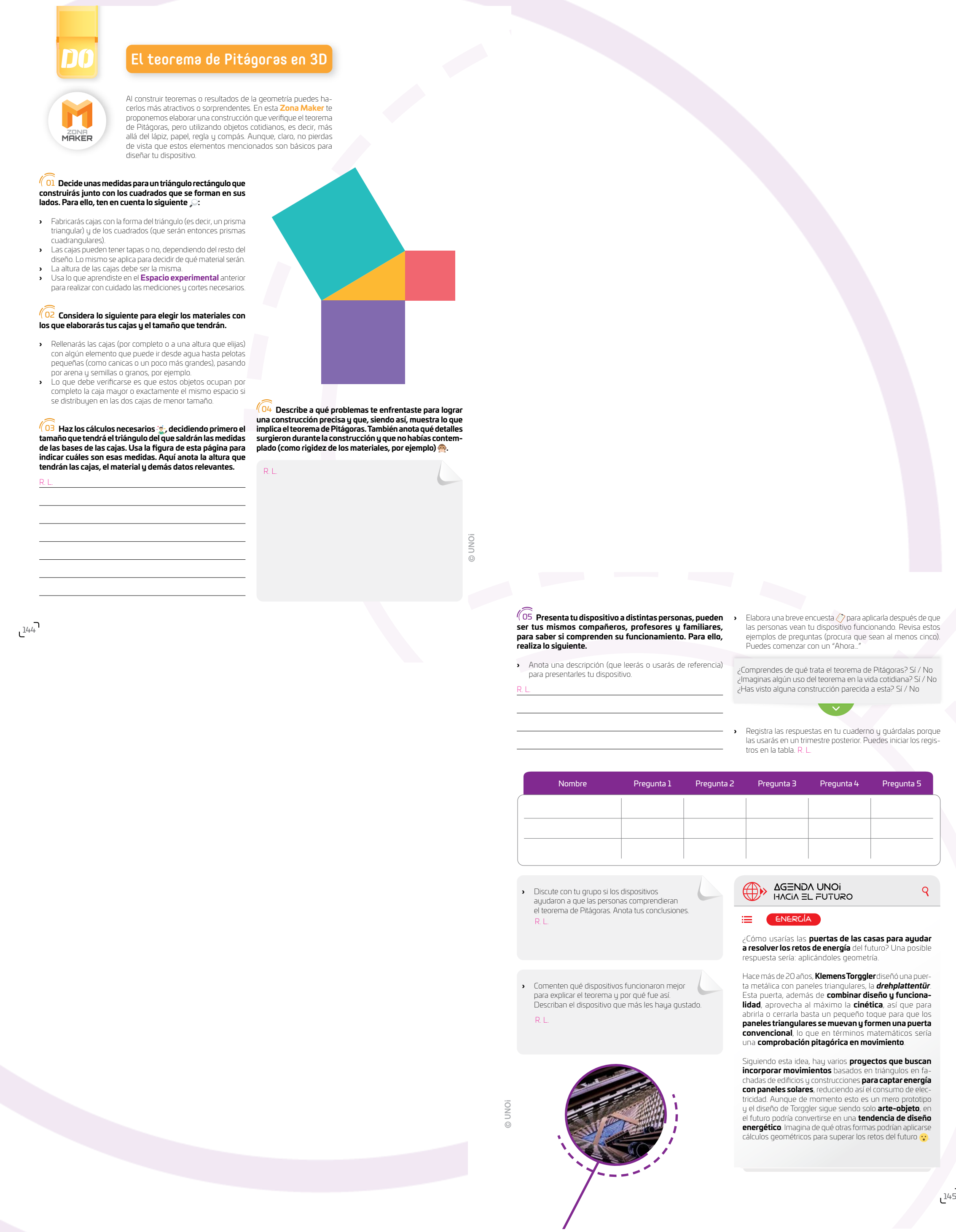
Tip 2. Para el **paso 02** de la **Zona Maker**, recuerde a los alumnos que el material con el que llenarán los cubos, no debe de salirse por las ranuras de los prismas, sino que deben estar bien selladas y este es un detalle primordial de su construcción.

Tip 3. Anime a los escolares a presentar su dispositivo a tantas personas como puedan y a no limitarse a las preguntas solicitadas en la **actividad 05** de la **página 145.**, sino que escuchen lo que la gente quiera decir y anoten las anécdotas más destacadas.

Tip 4. Al revisar la **Agenda UNOi hacia el Futuro** de la **página 145**, muestre al grupo el siguiente video de una puerta Drehplattentür:

- "Evolution Door": https://esant.mx/ac_unoi/sumt3-030

Tip 5. Con el fin de incidir en las aplicaciones del teorema de Pitágoras, muestre a todo el grupo los siguientes gif y solicíteles que alcen la mano si creen que se aplica el teorema de Pitágoras.



Sesión 7

Propósito

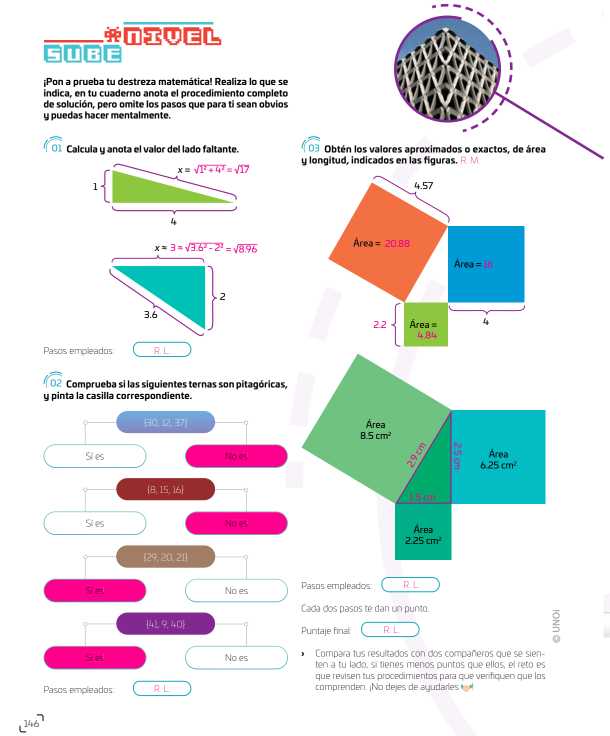
Los alumnos consolidarán los conocimientos adquiridos en la **Esfera** al ejercitarse con problemas relacionados con el teorema de Pitágoras. Además, reflexionarán lo aprendido y valorarán los temas estudiados.

Tip 1. Para la sección #**Subenivel** de la **página 146**, una vez concluida, resuelva con todo el grupo los ejercicios, para que los alumnos verifiquen sus respuestas, pero también para que emitan sus dudas y que sean de provecho para los demás, así como para reflexionar entre todos en las dificultades que se presentan al trabajar con expresiones de las que se pueden obtener valores aproximados, es decir, revisar cuándo aplica uno u otro caso.

Tip 2. Con la sección **APLICO** de la **página 147**, concluya el trabajo de la Esfera. Reflexione con los alumnos sobre lo que les pareció más complicado, para ello realice una votación y aclare dudas y comentarios. Inste a los alumnos a que pongan en práctica sus conocimientos en la sección **Practico más**, resolviendo las cuatro actividades de los **Keys** *Relaciones en los lados de los triángulos rectángulos* y *Deducción del teorema de Pitágoras*.

BIG CHALLENGE

Solicite a los alumnos que trabajen el siguiente paso de su **Big Challenge**, como se indica en la **Carpeta de Productor**.



#SUBENIVEL

¡Pon a prueba tu destreza matemática! Realiza lo que se indica, en tu cuaderno anota el procedimiento completo de solución, pero omite los pasos que para ti sean obvios y puedas hacer mentalmente.

01 **Calcula y anota el valor del lado faltante.**

Pasos empleados: R. L.

02 **Comprueba si las siguientes ternas son pitagóricas, y pinta la casilla correspondiente.**

Terna		
{30, 12, 37}	Sí es	No es
{8, 15, 16}	Sí es	No es
{29, 20, 21}	Sí es	No es
{41, 9, 40}	Sí es	No es

Pasos empleados: R. L.

03 **Obtén los valores aproximados o exactos, de área y longitud, indicados en las figuras.** R. M.

Pasos empleados: R. L.

Cada dos pasos te dan un punto.

Puntaje final: R. L.

› Compara tus resultados con dos compañeros que se sienten a tu lado, si tienes menos puntos que ellos, el reto es que revisen tus procedimientos para que verifiquen que los comprenden. ¡No dejes de ayudarles!

© UNOi

146

APLICO

Reflexiona sobre las preguntas de la sección ANALIZO, ¿ya puedes contestarlas? Escribe tus respuestas, considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

R. L.

¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? ¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros! R. L.

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve de nuevo en tu cuaderno la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

R. L.

¡Regresa a la página 139 y soluciona las dudas que tenías en ese momento!

© UNOi

147