
M

Esfera 2

¿Tengo que saber matemáticas para vivir?

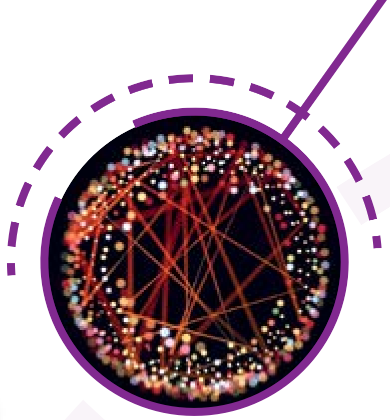
¿Puedo hacer magia con los números?

¿Salen muchos hilos de una ecuación?

¿Cuadrados o cuadráticos?

Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + bx = 0$.

RECONOZCO



Comienza esta Esfera de Exploración. No olvides responder nuevamente los reactivos en tu cuaderno cuando hayas terminado, ¡así descubrirás cuánto avanzaste!

01 Une la situación con la ecuación que la representa. +3

¿Cuántos días debe trabajar Juan para asegurarse de no perder dinero?
El papá de Juan le propuso ayudar en la tienda durante las vacaciones. Le dijo: "Por cada día que trabajes, te pagaré $(x - 5)$ pesos, siendo x el número de días trabajados. Cuando hagamos cuentas, si el resultado es positivo, yo te pago; pero si es negativo, tú me pagas a mí". ¿Cuál es el mínimo número de días que debe trabajar Juan antes de hacer cuentas para asegurarse de que no tenga que pagarle a su papá?

Las diagonales de un polígono son segmentos de recta que unen a cada vértice con todos los otros vértices, con la única condición de que no sean los dos contiguos (porque si lo son, entonces el segmento de recta sería un lado del polígono). Es posible escribir una fórmula que indique cuántas diagonales tiene un polígono de x lados. ¿Cómo queda esa fórmula para saber cuántos lados tiene el polígono con cero diagonales?

Un cohete 🚀 se eleva verticalmente desde el piso a una velocidad de 1 m/s. La ecuación que modela la altura (en metros) que va alcanzando el cohete en el tiempo x (medido en segundos) es igual a dos términos: el primero, la velocidad inicial multiplicada por el tiempo transcurrido; el segundo, el que resta al primero el efecto que provoca la aceleración de la gravedad (en el modelo más simplificado, se usa el valor de –5, por eso es una resta) por el cuadrado del tiempo. ¿En qué momento el cohete regresa al piso?

- $x - 5x^2 = 0$
- $x^2 + 3x = 0$
- $x^2 - 5x = 0$
- $5x^2 - x = 0$
- $\frac{x^2 - 3x}{2} = 0$

02 Resuelve las ecuaciones siguiendo los cuatro pasos. Si quieres omitir un paso, puedes hacerlo. +3

Pasos	$4x^2 - 24x + 50 = 50$	$7x^2 + 12x = x^2$	$100x - x^2 = 4x^2$
Organiza	$4x^2 - 24x + 50 - 50 = 0$	$7x^2 - x^2 + 12x = 0$	$-x^2 - 4x^2 + 100x = 0$
Simplifica	$4x^2 - 24x = 0$	$6x^2 + 12x = 0$	$-5x^2 + 100x = 0$
Factoriza	$4x(x - 6) = 0$	$6x(x + 2) = 0$	$-5x(x - 20) = 0$
Anota las soluciones	$x = 0, x = 6$	$x = 0, x = -2$	$x = 0, x = 20$

2.1 ¿Te gusta más resolver ecuaciones o analizar los problemas para llegar a ellas? Explica con ideas o ejemplos.

R. L.

03 Haz lo que se pide con las situaciones de la página anterior +4

› En el caso de Juan, anota la parte del texto que...

Sirve para saber los términos que contienen a x.

Por x días que trabajes te daré $(x - 5)$ pesos por día.

Indica a qué hay que igualar los términos que contienen a x.

¿Cuál es el mínimo de días que debe trabajar Juan antes de preguntar cuánto ha ganado para no pagarle a su papá?

Cambia un solo signo en la expresión que indica lo que ganará Juan, para que sea ventajosa para él. Explica tu modificación con los días mínimos que debe trabajar.

R. M. Puede usar $x(x + 5)$, porque al igualar esto a cero queda $x(x + 5) = 0$ y sus soluciones son $x = 0$ y $x = -5$; es decir, Juan comienza a ganar dinero el día 1.

› Anota **V** si es verdadero, o **F** si es falso, en el caso del cohete.

Si la velocidad fuera del doble, la ecuación a resolver sería $2x - 10x^2 = 0$.	F
Con una velocidad de 3 m/s, la ecuación a resolver es $3x - 5x^2 = 0$.	V
El término de la velocidad siempre es positivo, y el de la aceleración negativo.	V
El coeficiente del término lineal cambiará si el valor de la aceleración es más preciso.	F

› De las ecuaciones anteriores, resuelve la que sí modela correctamente el movimiento del cohete.

$$3x - 5x^2 = 0$$
$$x(3 - 5x) = 0$$
$$x = 0,\ x = \frac{3}{5}$$

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. R. L.

	Antes de la Esfera de Exploración		Al terminar la Esfera de Exploración	
	Sí	No	Sí	No
1. Represento algebraicamente situaciones que se modelan con expresiones de la forma $ax^2 + bx = 0$.				
2. Resuelvo ecuaciones de la forma $ax^2 + bx = 0$ usando estrategias diversas.				
3. Represento y resuelvo problemas que implican ecuaciones del tipo $ax^2 + bx = 0$.				
Puntos obtenidos:				

INVESTIGO

Aprendizaje esperado

› Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + bx = 0$.

Keys

- Modelado de situaciones mediante ecuaciones $ax^2 + bx = 0$
- Resolución de ecuaciones $ax^2 + bx = 0$
- Problemas con ecuaciones $ax^2 + bx = 0$

Esta es una de las tantas historias del mago Abramacabri, un personaje que lo mismo acertaba números que descubría figuras o resolvía rompecabezas. Si no quieres perder ni una fibra del hilo de la historia, ve haciendo lo que ocurre en ella por tu cuenta.


El álgebra surge, en la historia de la matemática, muy ligada a los juegos de palabras, acertijos verbales y lógicos.

En cierta ocasión, con su voz profunda (porque era un gran mago), Abramacabri lanzó el siguiente reto: "Aquí les tengo una tabla con la cual adivinaré el último número que quede si ustedes siguen mis instrucciones. Por supuesto, no veré aquello que hagan con la tabla." Dicho esto, el mago presentó la siguiente tabla mágica:

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

De entre el público que se había reunido a la convocatoria, lanzada en medio de una plaza pública, Abramacabri eligió a un, al parecer, ansioso espectador y le indicó: Elige un número de la tabla, y enciérralo con un círculo. ¡Sin que yo lo vea!".

Así lo hizo el voluntario, expectante a lo que ocurriría. Y continuó el mago: "Tacha los números que se encuentran en la misma fila y el mismo renglón del número que elegiste". Tras lo cual, hizo una pausa y se quedó quieto, como para captar cualquier movimiento del voluntario. Quien, a su vez, realizó lo indicado con sigilo, como temiendo que el mago adivinara lo que haría si causaba algún ruido.


Al álgebra se le veía como un conjunto de métodos para reconstruir la información aritmética de diversos problemas.

"Ahora, –continuó el mago–, elige un segundo número de lo que quede en la tabla, y vuélvelo a encerrar con un círculo,... ¡Sin que yo lo vea!", volvió a decir. Así lo hizo el voluntario por segunda vez. Abramacabri, inmutable, le pidió de nuevo: "Tacha los números que se encuentran en la misma fila y el mismo renglón de este nuevo número y elige ahora un tercero, de entre los que queden sin marcar en la tabla, ¡y no olvides encerrarlo con un círculo!, ¡sin que yo lo vea!", exclamó estas dos últimas instrucciones con una voz, como si le brotara del fondo de un pozo muy profundo.

Absorto por la voz, el voluntario siguió fielmente las instrucciones. Abramacabri, le indicó finalmente: "Tacha los números que se encuentran en la misma fila y el mismo renglón del tercer número que elegiste", tras lo cual, casi sin pausa, después de que el voluntario realizó lo indicado, dijo con voz de trueno: "Ahora te queda un solo número. Encierra ese número con un círculo". El voluntario obedeció a Abramacabri.


Antes, "algebrista" era el huesero que ponía en su lugar huesos descompuestos. Justo como puede leerse en *El Quijote*.

Después de una breve pausa, el mago con voz solemne dijo: "Aunque no he visto los cuatro números elegidos, sé que la suma es... ¡34!". Ante la sorpresa del público que había esperado hasta el final el desenlace (porque algunos perdieron el hilo de las instrucciones y optaron, desesperados, por irse), y tomando un tono más fraternal y tranquilo al que mantuvo en vilo a su audiencia, Abramacabri invitó a todos los que disfrutaron del truco a dar un abrazo a los demás. Mientras esto ocurría, el mago los observaba distraídamente, pero sonriendo.


En un final alternativo, el mago dijo: "Calculé la cantidad de abrazos que se dieron con una ecuación de segundo grado". ¿Cuál final te gusta más?

Cuando todos, jubilosos, terminaron de abrazarse, voltearon a ver casi al unísono al mago quien, sin inmutarse dijo: "¿Se dieron cuenta de que no los estuve viendo todo el tiempo? Y aún así, sé que en total fueron dados 276 abrazos".

Esta vez alguien de la audiencia no pudo contenerse más y literalmente gritó: "¡¿Cómo lo supiste!?", a lo que el gran mago simplemente espetó: "Para los no iniciados, no hay ruta accesible a la magia de los números".

Eugenio Díaz Barriga Arceo

Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer, reflexiona y realiza lo que se indica.

Sigue las indicaciones para descubrir cómo hace Abramacabri su primer truco.

- Llena la tabla, celda a celda, sumando en cada caso el número de la cabeza de columna y el de la izquierda de su fila.

	1	2	3	4
0	1	2	3	4
4	5	6	7	8
8	9	10	11	12
12	13	14	15	16

- Verifica que esta es la tabla que usó Abramacabri.
- Fíjate ahora que, al pedir seleccionar cuatro números, y que en cada caso se eliminen los restantes de la columna y la fila, siempre se obtiene la suma de dos elementos: de la columna a la izquierda, 0, 4, 8, y 12; con el respectivo en la fila superior, 1, 2, 3 y 4.
- La suma de todos esos números es el que adivinó el mago: $0+4+8+12+1+2+3+4=34$.

Ahora, para contar los abrazos entre todo su público, Abramacabri conocía (escrita aquí con notación moderna) la expresión: $\frac{n(n-1)}{2}$. Con ella, y el número n de personas, se sabe cuántos abrazos en total puede darse un grupo.

- Prueba la fórmula y completa la tabla. Si es posible, llévala a la práctica con tus compañeros.

Personas	Abrazos entre ellas
2	1
3	3
4	6
5	10
6	15

- Si el total de abrazos que calculó el gran mago fueron 276, anota la ecuación y una estrategia para averiguar cuántas personas presenciaron el espectáculo de Abramacabri.

La ecuación es $\frac{n(n-1)}{2} = 276$.

R. M. Una estrategia para saber qué número de personas cumple con ella es ir sustituyendo números naturales en el lado izquierdo hasta encontrar aquel con el que se obtenga el número 276. Es decir 24 personas.

- ¿Es cierto lo que dijo el gran mago, que la fórmula es una expresión de segundo grado? Explica utilizando o manipulando los términos de la fórmula.

Sí es una expresión de segundo grado, o cuadrática, porque al multiplicar los términos se llega a que:

$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{n^2-n}{2} = \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}$

Es decir, la expresión de la derecha ya muestra con claridad que contiene un término cuadrático y, en este caso, uno lineal.

- ¿Cómo crees que hace Abramacabri las operaciones rápidamente, y sin usar nada más que su mente? Propón un procedimiento. R. L.

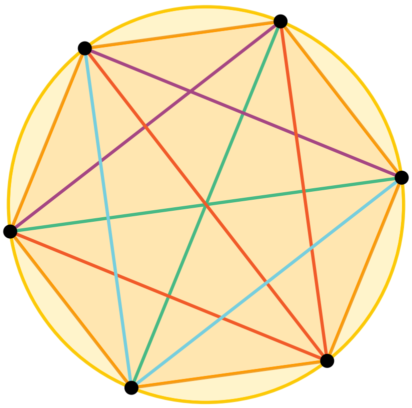
¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, escríbelo aquí y cuando termines la Esfera, regresa y dale solución.

R. L.

Resuelve las actividades, apóyate en tu indagación.

01 **Lee con atención y contesta.**

Para hacer un hilorama, como el de la imagen, se traza un círculo en un pedazo de madera y se localizan ahí los vértices de un hexágono regular. En cada vértice se coloca un clavo un poco salido. Después, se une con todos los clavos distintos a él mediante hilos de diferentes colores. El patrón formado también se puede enriquecer al usar colores específicos e, incluso, de materiales o tipos diferentes.



¿Cuántos hilos salen de cada clavo? Explica.

De cada clavo salen 5 hilos, porque son 6 clavos.

¿Cuántos trozos de hilo se usaron en total? Ve marcando los hilos en el dibujo, para que puedas hacer el desarrollo de tu explicación.

Se usaron quince. De inicio serían $6 \times 5 = 30$ (seis clavos por cinco hilos que salen de cada uno), pero solo del primero serán necesarios los cinco hilos, porque en el siguiente ya se tendrá puesto el que salió del clavo anterior, así: del segundo clavo, solo saldrán cuatro hilos; del tercero, tres; del cuarto, dos; del quinto, uno; para el sexto clavo ya se tienen todos los hilos puestos.

DO

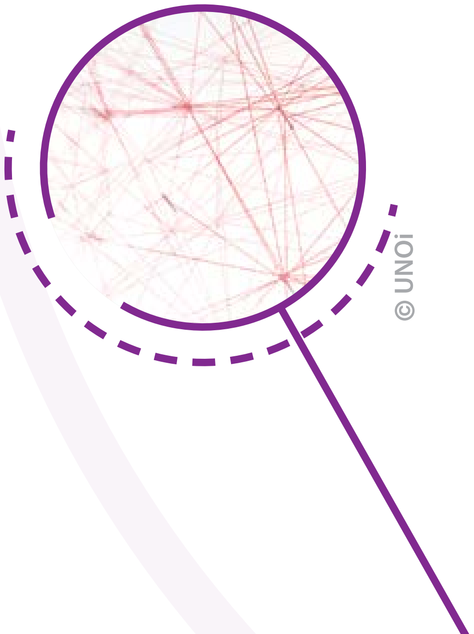
Hiloramático

ZONA MAKER

Un hilorama, al ser un trabajo manual, podría no requerir más matemáticas que el conteo de clavos e hilos necesarios en su construcción. En esta **Zona Maker** te proponemos construir un hiloramático, es decir, una de estas manualidades con toda la información matemática posible, que esté directamente relacionada con ella, como las fórmulas con las que se calcula el número de hilos y diagonales.

01 Realiza, o ve consultando, las actividades 01, 02 y 03 para construir tu hiloramático. Anota aquí, para qué puede servirte cada una.

R. L.



02 Comenta con dos compañeros 👭 un procedimiento para calcular los hilos en un hilorama. Luego, haz lo que se solicita.

› Describe el procedimiento y usa el hilorama del hexágono anterior para ejemplificar los datos. R. M.

Una forma de ver los hilos requeridos es con las siguientes parejas de números:

Vértice (clavo)	Hilos que salen de él
1	5
2	4
3	3
4	2
5	1
6	0

El total de hilos es la suma de la columna de la derecha. Se requiere un total de quince hilos. Que es igual a la mitad de la multiplicación del número de vértices por el número de hilos que saldría de cada uno: $\frac{1}{2}(6 \times 5) = 15$.

› Escribe cuántos vértices contiguos tiene cada vértice, y cuántos no contiguos.

Tiene dos, porque cada vértice conecta a dos lados. Y tiene tres no contiguos, porque se descuenta el vértice mismo y los dos que tiene a su lado: $6 - 3 = 3$.

03 Generaliza tus resultados para obtener las fórmulas de los hiloramas y realiza lo que se pide.

Anota cuántos vértices contiguos tiene cada vértice de un polígono de n lados.

Cada vértice siempre tiene dos vértices contiguos.

Explica cuántos vértices no contiguos tiene cada vértice de un polígono de n lados.

Cada uno tiene $n - 3$, porque hay que descontar el vértice en cuestión y los dos contiguos

Escribe una fórmula para calcular el total de hilos en un hilorama construido en un polígono de n lados.

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

Ahora, escribe una fórmula para calcular el total de diagonales en ese hilorama.

$$\frac{n(n-3)}{2} = \frac{1}{2}(n^2 - 3n)$$

DO

02 Decide cuántos vértices tendrá tu hiloramático (al menos veinte). Registra tu decisión y expectativas.

R. L.

03 Elige el tamaño, los materiales y las fórmulas o datos. Anota lo que consideres necesario.

R. L.

04 Describe qué complicaciones tuviste al construir tu hiloramático.

R. L.

04 Lee con atención y haz lo que se pide.

La historia de ese día no acabó ahí, un asistente que se había mantenido a la sombra y alejado, bajo su sombrero de copa, retó a nuestro mago diciéndole:

> "Gran Abramacabri, en mi bolsillo tengo cierta cantidad de monedas que obtuve en un juego lanzando una de mis monedas al aire y apostando. Si se triplica el resultado de multiplicar dicho número por sí mismo, el resultado obtenido sería igual que multiplicar 27 veces dicho número. ¿Cuál es el número de monedas en mi bolsillo?"

› Ayuda a nuestro mago a resolver el desafío realizando lo siguiente.

Elige una letra como variable, y escribe en lenguaje matemático la expresión "multiplicar dicho número por sí mismo".

Si uso x, la expresión es equivalente a x^2.

Ahora haz lo propio con lo que dijo el mago retador al espetar "se triplica el resultado".

Eso se escribe como $3x^2$.

¿Y cómo se representa la expresión "multiplicar 27 veces dicho número"?

Se representa como $27x$, en este caso.

Debido a que las dos últimas expresiones son iguales, así lo dijo el personaje del sombrero de copa, ¿qué ecuación resulta?

Se obtiene la ecuación $3x^2 = 27x$.

Resuelve la ecuación e imagina lo que nuestro mago Abramacabri contestaría y anótalo.

R. L.

(De las dos soluciones de la ecuación, la buscada es $x = 9$. Y el estudiante debe anotarla en una frase que dirá el mago Abramacabri).

05 Inventa un "truco de magia" con tu hiloramático. Ponlo a prueba con tus compañeros. Descríbelo aquí.

R. L.

AGENDA UNOi HACIA EL FUTURO

PAZ

¿Te llaman la atención los enigmas matemáticos? ¿Qué dirías sobre uno que pudiera evitar conflictos en el futuro?

En 1965, los matemáticos ingleses **Bryan Birch y Peter Swinnerton-Dyer** enunciaron una de las siete conjeturas matemáticas más difíciles de comprobar. La **Conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer** busca un criterio para definir cuándo ciertas **ecuaciones de grado tres permiten un número finito o infinito de soluciones**, cuyo cociente es un número racional. Resolverlo permitiría **codificar información de modo que nadie pudiera robar datos**, lo cual eliminaría lo que se considera que podría ser uno de los pilares bélicos del futuro.

Sin embargo, otros analistas consideran que **esta conjetura no traerá paz**, pues, aunque haya algoritmos que protejan la información, lo más importante es que **sus dueños originales no la usen en acciones que amenacen a otros**, como guerras y explotación.

¿Crees que haya alguna forma de usar los análisis matemáticos para evitar conflictos de manera efectiva?

Espacio procedimental

¿Cómo llego a una ecuación de la forma $ax^2 + bx = 0$ y luego la resuelvo mentalmente?

1. Primero, reconozco que esta expresión podría provenir de otra que puede verse muy diferente. Será necesario simplificarla primero. Quizá esto no pueda hacerlo mentalmente, pero me llevará a la ecuación que busco. Por ejemplo, en la ecuación $7x^2 + 16x + 3 = 12x + 9x^2 + 3$ reordeno los términos, dejando todo de un lado de la ecuación:

$$7x^2 - 9x^2 + 16x - 12x + 3 - 3 = 0$$

2. Simplifico para ver si la ecuación queda de la forma $ax^2 + bx = 0$:

$$-2x^2 + 4x = 0$$

3. Si no quedó de la forma esperada, no es del tipo que puede resolverse por este procedimiento. En este caso, sí obtuve la forma buscada. Es decir, con esta expresión sí puedo trabajar mentalmente. Solo tengo que imaginar que factorizo una x para obtener la forma $x(ax + b) = 0$, en el ejemplo queda:

$$x(-2x + 4) = 0$$

4. Por tanto, las soluciones de la ecuación simplificada son $\begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{b}{a} \end{cases}$. Como una solución es siempre cero, entonces es un dato directo. La otra solución es el cociente negativo del coeficiente del término lineal entre el del término cuadrático (ambos, en la ecuación de la forma $ax^2 + bx = 0$). En mi ejemplo, las soluciones son:

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{4}{-2} = 2 \end{cases}$$

5. Así tengo mentalmente las soluciones de la ecuación $ax^2 + bx = 0$: una es cero; la otra es: $-\frac{b}{a}$.

Con internet, la idea de que estamos a seis grados de separación de los demás parece haber cambiado. ¿Qué tan cerca te sientes de los otros?

06 Resuelve las ecuaciones empleando el procedimiento descrito. Muestra todo el desarrollo.

Simplifica primero la ecuación. Si tiene la forma adecuada, calcula mentalmente las soluciones.

$$15x + 12 = 36x - 3x^2 + 12$$

$$15x - 36x + 3x^2 + 12 - 12 = 0$$
$$-21x + 3x^2 = 0$$

Tiene la forma esperada, así que se prosigue:

$$3x^2 - 21x = 0$$
$$3x(x - 7) = 0$$

Sí tiene la forma buscada, así que las soluciones son:

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = 7 \end{cases}$$

$$3x^2 + 5x + 10 = 5(3x - 9x^2 + 2)$$

$$3x^2 + 5x + 10 = 15x - 45x^2 + 10$$
$$3x^2 + 45x^2 + 5x - 15x + 10 - 10 = 0$$
$$48x^2 - 10x = 0$$

Esta ecuación tiene la forma buscada, así que se prosigue en la solución:

$$x(48x - 10) = 0$$

Las soluciones son:

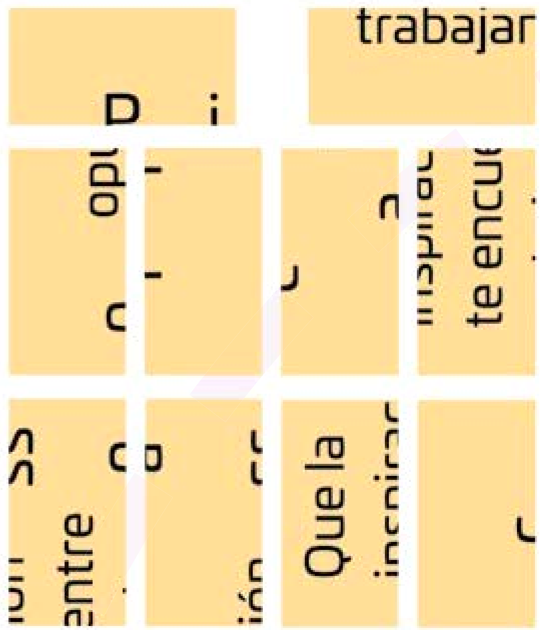
$$\begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{10}{48} = \frac{5}{24} \end{cases}$$

07 Resuelve el misterio.

En un lugar oscuro y poco frecuentado de una biblioteca, fue encontrada una caja, bastante maltrecha y vieja (por lo que se veía), y dentro de ella varios cartoncillos, no menos maltratados, con trazos que dejaban ver que alguien escribió algo, con letra tan cuidada que parecía tipografía de computadora (puedes observarlos en la imagen).

En un trozo de papel aparte se leían las siguientes indicaciones:

- *Esto es un cartel con un mensaje de suma importancia. Su largo tiene una unidad más que su ancho.*
- *En él, fueron trazados cuadrados de lado $\frac{x}{4}$.*
- *Pero no se recortaron esos cuadrados, sino los rectángulos que se forman al unir dos de ellos.*
- *Si has llegado hasta aquí, debes tener en tus manos los diez rectángulos obtenidos por este procedimiento.*
- *Ordénalos correctamente para que el mensaje te sea revelado.*



- Para develar la misteriosa frase, primero debes descubrir qué medidas se emplearon para elaborar el cartel. Haz lo que se indica para encontrarlas. Explica tus cálculos y propuestas.

Plantea una ecuación que indique cuál es el área del cartel. Considera que el ancho mide x unidades.

Con un ancho x, el largo es de $(x + 1)$, así que el área se obtiene al hacer:

$$x(x + 1)$$

Ahora escribe esa misma área, pero empleando los cuadrados que fueron trazados originalmente en el cartel.

Si se trazaron cuadrados de lado $\frac{x}{4}$, entonces el área de cada uno es de $\frac{x}{4}\left(\frac{x}{4}\right) = \frac{x^2}{16}$. Si se recortaron diez rectángulos formados por dos de estos cuadrados, el área del cartel es:

$$10(2)\left(\frac{x^2}{16}\right) = 20\left(\frac{x^2}{16}\right) = \frac{5}{4}x^2$$

Escribe la ecuación que iguala el área del cartel con la suma de los cuadrados trazados en él.

La ecuación es:

$$x(x + 1) = \frac{5}{4}x^2$$

- Resuelve la ecuación y anota las medidas del cartel.

$$x(x + 1) = \frac{5}{4}x^2$$
$$4x^2 + 4x = 5x^2$$
$$4x^2 - 5x^2 + 4x = 0$$
$$-x^2 + 4x = 0$$
$$x(-x + 4) = 0$$
$$x = 0, x = 4$$

Con ese valor ya se pueden conocer las medidas del cartel, tiene cuatro unidades de ancho y cinco de largo.

- Reproduce las piezas de arriba, usando los valores que descubriste, de tal modo que el mensaje ordenado quepa en este marco:

08 Lee con atención y haz lo que se indica.

Algunas ecuaciones de grado mayor a dos pueden resolverse como si tuvieran la forma $ax^2 + bx = 0$. No es magia, solo la increíble Álgebra.

Un caso así se presenta con las ecuaciones $ax^4 + bx^2 = 0$, que pueden simplificarse a una ecuación cuadrática si sustituyes una nueva variable para reducir la potencia de la variable original, por ejemplo, $u = x^2$. En este caso, llegas a la ecuación $au^2 + bu = 0$, que ya sabes resolver 😎.

¡HAZ UN CAMBIO DE VARIABLE EN TU VIDA!

› Ordena los pasos para resolver la ecuación $x^4 - 16x^2 = 0$ con el cambio de variable indicado arriba.

- $x_1 = 0, x_2 = 0$
- Con $u = 0$ se tienen dos soluciones iguales para x.
- Se anotan las soluciones de la ecuación cuadrática.
- $x_3 = -4, x_4 = 4$
- Hacer el cambio de variable $u = x^2$.
- $u^2 - 16u = 0$
- Se identifican los coeficientes a y b.
- $x^4 - 16x^2 = 0$
- $u = 0, u = 16$

Procedimiento ordenado	
Explicación	**Expresión que resulta**
Simplificar para saber si se presenta la forma $ax^4 + bx^2 = 0$.	$x^4 - 16x^2 = 0$
Se identifican los coeficientes a y b.	$a = 1, b = -16$
Hacer el cambio de variable $u = x^2$.	$u^2 - 16u = 0$
Se anotan las soluciones de la ecuación cuadrática.	$u = 0, u = 16$
Con $u = 0$ se tienen dos soluciones iguales para x.	$x_1 = 0, x_2 = 0$
Si la otra solución es positiva, sustituir de nuevo $u = x^2$.	$u = x^2 = 16$
Se resuelve la ecuación para x, para obtener dos soluciones más.	$x_3 = -4, x_4 = 4$

› Reúnete con dos compañeros y resuelvan:

La ecuación $-2x^4 + 6x^2 = 0$ utilizando el menor número de pasos posibles.

R. M. Sustituyendo $u = x^2$ se obtiene:

$$-2u^2 + 6u = 0$$

$$u = 0, \quad u = 3$$

Sustituyendo de nuevo el cambio de variable:

$$u = x^2 = 0, \quad u = x^2 = 3$$

Así que las soluciones para x son:

$$x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = -\sqrt{3}, \quad x_4 = \sqrt{3}$$

¿Consideras que en matemáticas hay procedimientos, fórmulas o hechos mágicos? Anota algunas ideas.

R. L.

SUBE NIVEL

¡Pon a prueba tu destreza matemática! Realiza lo que se indica, trata de hacerlo por ti mismo. Puedes preguntar a tus compañeros, aunque no se vale pedir la solución 🙃.

+4 No hice preguntas.

+2 Hice una pregunta.

+1 Hice dos o más preguntas.

01 **Une las ecuaciones entre columnas que tienen las mismas soluciones y anota debajo de cada ecuación su forma factorizada.** R. M.

$4x^2 = 14x$ $x(4x - 14) = 0$	$20x^2 - 120x = 0$ $x(20x - 120) = 0$
$3x^2 - 14x - 20 = x^2 - 2(x + 10)$ $2x(x - 6) = 0$	$-2x^2 - 4x = 0$ $x(-2x - 4) = 0$
$6x^2 + 12x = 0$ $x(6x + 12) = 0$	$5x^2 + 75x = 0$ $x(5x + 75) = 0$
$11x^2 + 3x + 18 = 6x^2 - 18(4x - 1)$ $x(5x + 75) = 0$	$x^2 - 3.5x = 0$ $x(x - 3.5) = 0$

Preguntas hechas: R. L.

02 **Colorea el recuadro de las ecuaciones que sí tienen como soluciones $x = 0$ y $x = -\frac{b}{a}$. Debajo de cada una haz las simplificaciones que necesites.**

$-10x + 3 = -2x^2 + 3$

$5x^2 + 10 = -5x^2 + 3x$

$100 + 70 = 15x^2 + 30$

$-4x^2 + 20x + 9 = -20x + 4x^2 + 9$

Preguntas hechas: R. L.

03 **Calcula todas las soluciones de las ecuaciones.**

$-20x^2 = -5x^4$	$x_1 = 0$ $x_2 = 0$ $x_3 = -2$ $x_4 = 2$
$x^2 - x^4 = 0$	$x_1 = 0$ $x_2 = 0$ $x_3 = -1$ $x_4 = 1$

Preguntas hechas: R. L.

Puntaje final: R. L.

Compara tus puntos con tus compañeros. ¿De quién estás más lejos en puntos? ¿Qué tan bueno es eso para ti? Por otro lado, ¿los puntos sirven para saber quién es mejor en estos temas? Discútelo con el grupo.

Reflexiona sobre las preguntas de la sección ANALIZO, ¿ya puedes contestarlas? Escribe tus respuestas, considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

R. L.

¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? ¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros! R. L.

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve de nuevo en tu cuaderno la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

R. L.

¡Regresa a la página 69 y soluciona las dudas que tenías en ese momento!