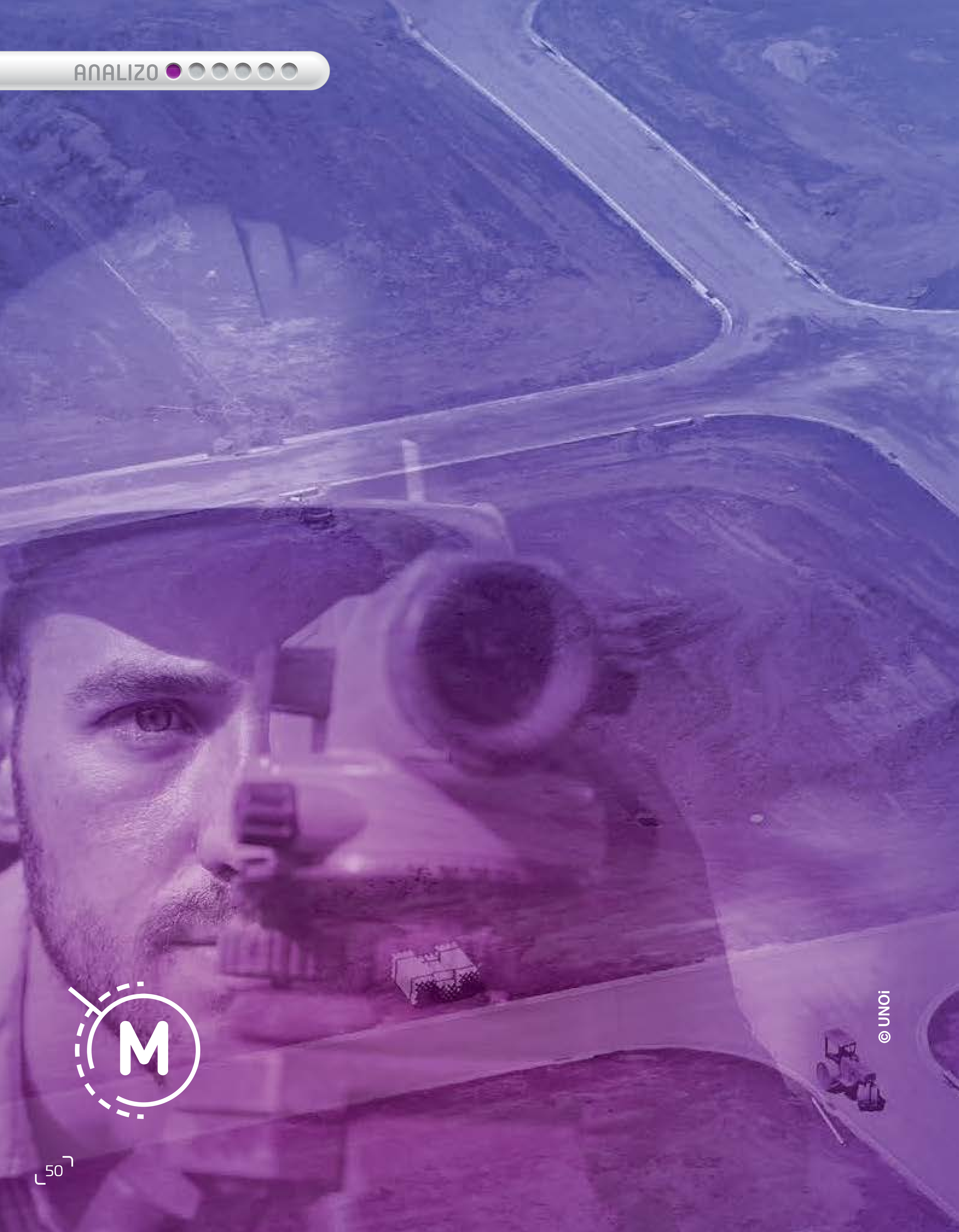
M

ESFERAS DE EXPLORACIÓN



Esfera 1

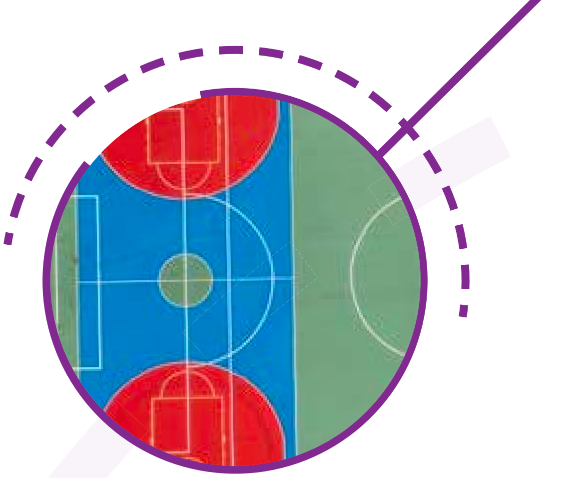
¿Cómo se reparte la tierra?

¿El área de una figura se determina de la misma forma aquí y en China?

¿Cómo se determina el área de algo si no se conocen sus dimensiones?

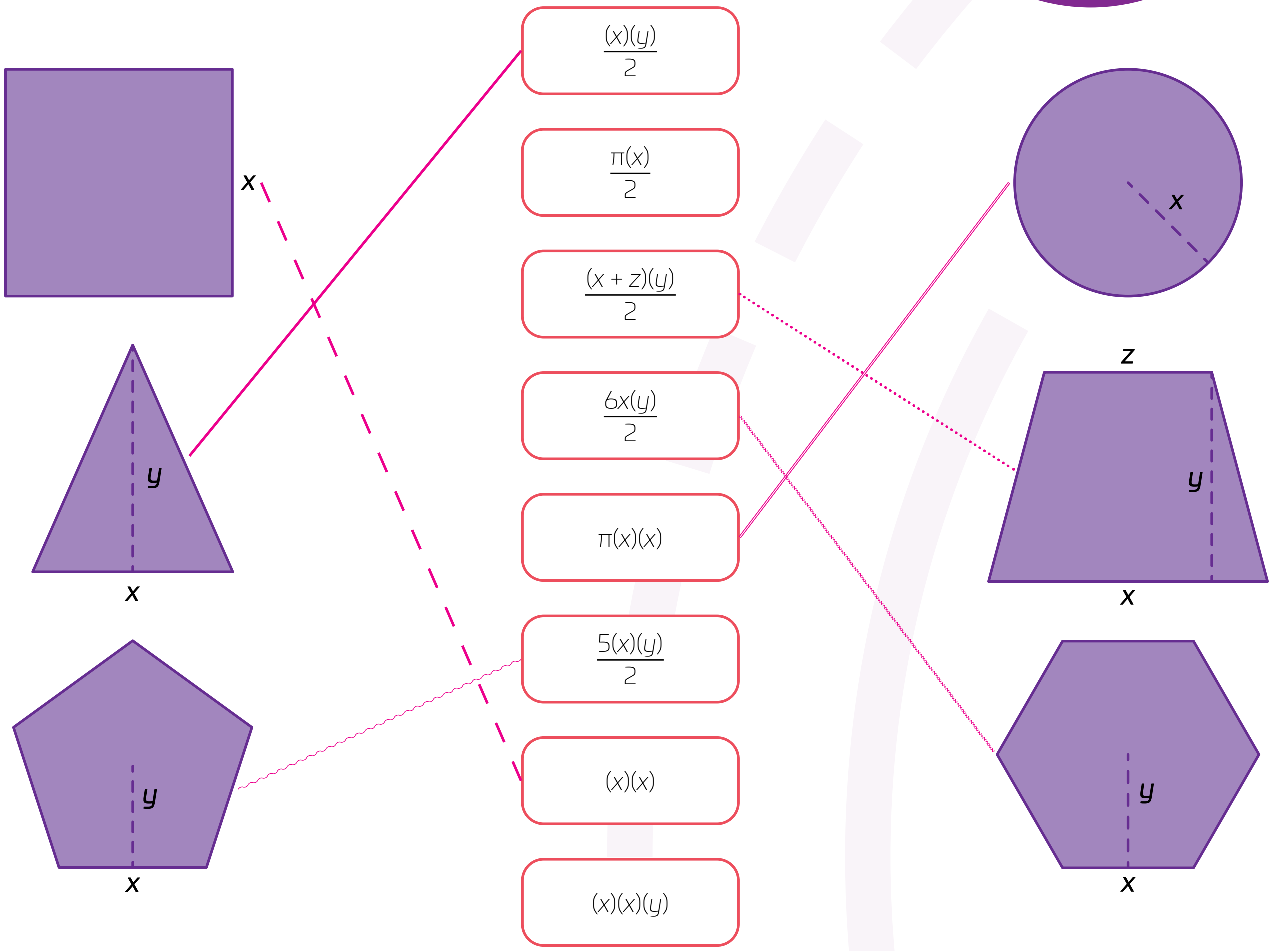
Repartir lo desconocido

Identific , representa y determina áreas de figuras geométrica que representan expresiones cuadráticas.



Comienza la Esfera de Exploración identificando cuáles de estos ejercicios puedes contestar con base en lo que ya sabes y registra en la lista de cotejo cuántos puntos obtuviste (no importa que haya algo que no puedas resolver). Al terminar la Esfera, responde de nuevo las actividades en tu cuaderno para que reconozcas cuánto avanzaste.

01 **Relaciona con una línea cada figura con la expresión que representa su área.** +4



02 **Escribe las diferencias entre las ecuaciones. ¿Cuál consideras que es una ecuación cuadrática?** +1

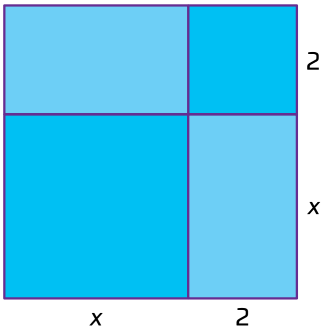
Ecuación 1: $2x^2 - 34x = 79$	Ecuación 2: $6h + 22 = 2$

R. M. Las variables son diferentes, la x tiene un 2 y la h no. En la ecuación 1 dos términos tienen literal. La ecuación 1 es cuadrática.

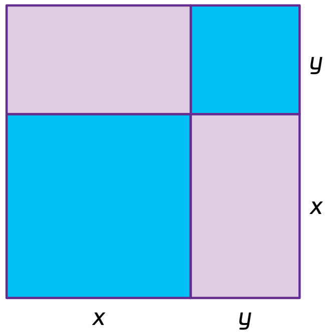
03 Escribe una L si se trata de una ecuación lineal o una C si es cuadrática, según tu análisis del ejercicio anterior. +3

L	$\frac{5x}{2}$	C	πx^2	C	$\frac{(y)(y)}{2}$
L	πx	C	$\frac{5(x)(x)}{2}$	L	$\frac{(x)(y)}{3}$

3.1 Rodea la ecuación que corresponde al área total de cada figura. +2



- $(x + 2)(x - 2)$
- $(x + 2)(x + 2)$
- $(x)(x + 4)$



- $(x)(y)(x + y)$
- $(x + y)(x - y)$
- $(x + y)(x + y)$

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. R. L.

	Antes de la Esfera de Exploración		Al terminar la Esfera de Exploración	
	Sí	No	Sí	No
1. Plantea expresiones algebraicas que determinan el área de figuras geométricas.				
2. Identifica la diferencia entre las expresiones lineales y cuadráticas que determinan el área de una figura geométrica.				
3. Resuelve problemas que implican la agrupación de términos semejantes para obtener el área de figuras geométricas.				
Puntos obtenidos:				

INVESTIGO

Aprendizaje esperado

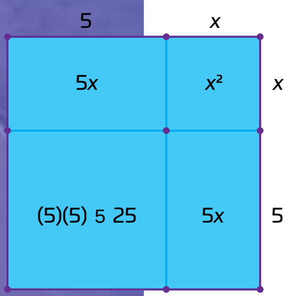
... Identifica, representa y determina áreas de figuras geométricas que representan expresiones cuadráticas.

Keys

- Diferencias entre ecuación lineal y cuadrática en áreas
- Área de figuras que representan expresiones cuadráticas

¿A mayor perímetro, mayor área? Supongamos que deseas comprar un terreno. Has encontrado a un vendedor que te asegura que te llevarás una ganga, pues el lote que te venderá es el de mayor perímetro de todo el fraccionamiento. ¿Tomarías esta super oferta? Cuentan una anécdota que dice que, en el siglo V, muchas personas fueron engañadas de esta manera, recibiendo terrenos de menor área que la que esperaban.

El área de un cuadrado de largo L se calcula como $A = L \times L = L^2$ y el perímetro como $P = 4L$. Para el caso de un rectángulo el área se calcula como $A = b \times a$ y el perímetro como $P = 2a + 2b$. Para el cuadrado, un aumento o disminución en la medida de su lado implica un aumento o disminución tanto en área como en perímetro. Pero en el caso del rectángulo se puede tener el aumento o disminución de ambas medidas o el aumento en una y disminución en la otra. Así que, en el caso de terrenos rectangulares será más fácil engañar a las personas.



El álgebra y el cálculo de áreas y perímetros ha estado emparentado desde la Antigüedad. Es más, de esta cercanía es que nacieron algunos métodos algebraicos para resolver ecuaciones como los conocemos ahora. Existe un personaje muy famoso llamado Euclides, que vivió hace más de 2 000 años. Seguro has escuchado hablar de él. Este personaje reunió en trece libros todo el conocimiento geométrico que se tenía hasta el momento. Una colección llamada *Los elementos de Euclides*. En su libro II presenta un estudio de las relaciones entre las áreas de rectángulos y cuadrados; al contenido de este libro lo han llamado álgebra geométrica. Lo curioso, es que el álgebra, como la conocemos, tuvo sus orígenes casi mil años después de la publicación de los libros de Euclides. Esto fue en la antigua Persia, de manos de un hombre llamado Al-Khwarizmi. A quien también le debemos el término álgebra. En la proposición 6 del libro II de Euclides es posible observar una figura como la que se presenta a la izquierda.

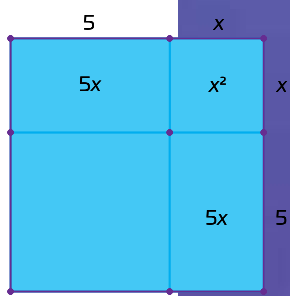
En ella, el área del cuadrado de lado $x + 5$, se puede obtener a partir de sumar las áreas más pequeñas que lo componen. Dos rectángulos de área $5x$, más dos cuadrados, uno de área 5×5 y otro de área $x \times x = x^2$.

Al-Khwarizmi fue un matemático, astrónomo y geógrafo persa. Fue el jefe de la Biblioteca de la Casa de la Sabiduría de Bagdad, en el año 820. Es considerado como uno de los grandes matemáticos de la historia.

$$(x + 5)\,(x + 5) = x^2 + 5x + 5x + 25 = x^2 + 10x + 25$$

Al-Khwarizmi propuso que un cuadrado de lado 64 cumpliría con estas características. Por lo tanto, la medida del lado de este cuadrado es 8. Pues:

$$(x + 5)\,(x + 5) = 8 \times 8 = 64$$



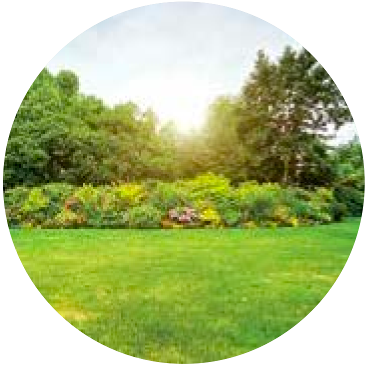
El valor de x aquí se obtiene de resolver la ecuación lineal $x + 5 = 8$ y de aquí que $x = 3$. Volvamos a nuestro cuadrado. Si $x^2 + 10x + 25 = 64$ y restamos a ambos lados de la ecuación 25 unidades obtendremos $x^2 + 10x = 39$, que en términos geométricos significa que le hemos quitado al cuadrado mayor el pequeño cuadrado de área $5 \times 5 = 25$. Además, esto nos da más información sobre las áreas que aún tenemos. Es decir, que las dos áreas de los rectángulos de medida $5x$ más el área del cuadrado pequeño que es x^2, juntas suman 39.

Más adelante SOON, descubrirás que este método se usa a la inversa. Es decir, si te encontraras con alguna ecuación de la forma $x^2 + bx = c$, esta se va a referir a un cuadrado mayor que ha sido dividido en áreas más pequeñas en forma de rectángulo y cuadrado a la que se le ha quitado una de las áreas cuadradas. Y el método para determinar la medida del lado de este cuadrado será a la inversa de como lo hemos hecho ahora. El trabajo que corresponderá hacer en este caso será completar el cuadrado, es decir, encontrar el valor del área borrada.

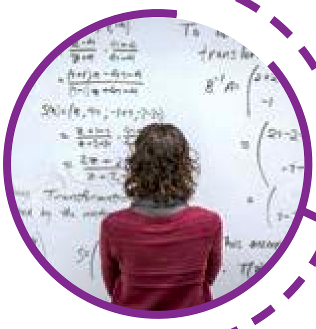
Guadalupe Simón

Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer y representa tus conclusiones.

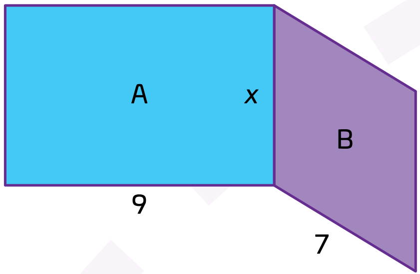
Dibuja, resume, pega, ¡lo que quieras!



¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, anótalo aquí y cuando termines la Esfera, regresa y dale solución.



Resuelve las actividades, apóyate en tu indagación.

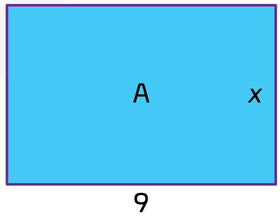


01 Responde las preguntas con base en la siguiente situación.

En un museo se pintará un mural en una esquina, se sabe que una de las paredes mide 9 m y la otra, 7m de largo, pero se desconoce la altura en ambos casos.

¿Cuáles son las dimensiones de la pared A?

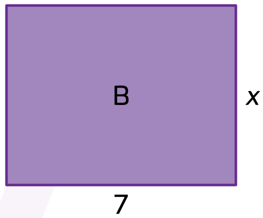
Largo 9 Altura x



¿Cuál es el área de la pared A? $A =$ $9x$

¿Cuáles son las dimensiones de la pared B?

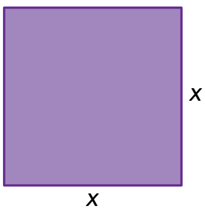
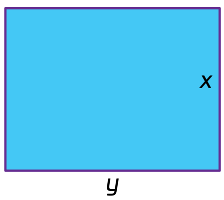
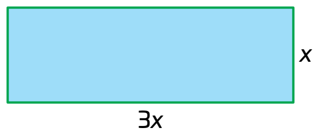
Largo 7 Altura x



¿Cuál es el área de la pared B? $A =$ $7x$

¿Cuál es el área que representa ambas paredes? $9x + 7x$

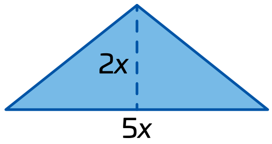
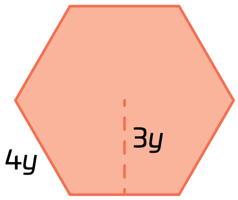
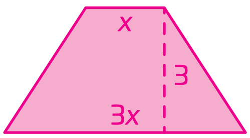
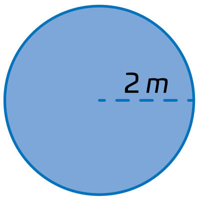
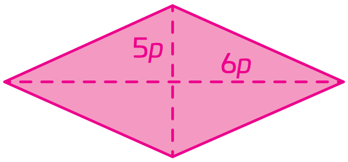
› Observa las siguientes figuras y completa la tabla.

Figura			
Dimensiones	Lado 1 = x Lado 2 = x	Lado 1 = x Lado 2 = y	Lado 1 = $3x$ Lado 2 = x
Área	$A = (x)(x) = x^2$	$A = (x)(y)$	$A = (3x)(x) = 3x^2$

¿Por qué en el cálculo del área de las paredes da una ecuación lineal y en la tabla el cálculo de las áreas da una ecuación cuadrática?

R. M. En el primer ejercicio uno de los lados es una constante, en la tabla, los lados tienen una literal por lo que al multiplicarse se tiene una expresión cuadrática al ser la misma literal.

02 Completa la tabla colocando la figura, la descripción o su área según corresponda y simplifica las expresiones, apóyate en el ejemplo.

Figura	Descripción	Área
	Triángulo de base $5x$ y altura $2x$.	$A = \frac{(5x)(2x)}{2} = 5x^2$
	Hexágono regular de lado $4y$ y apotema $3y$.	$A = \frac{6(4y)(3y)}{2} = 36y^2$
	Trapecio de altura 3, la base menor mide x y su base mayor corresponde al triple de la menor.	$A = \frac{(3x + x)(3)}{2} = 6x$
	Círculo de radio $2m$.	$A = \pi(2m)^2 = 4\pi m^2$
	Rombo de diagonal mayor $6p$ y diagonal menor $5p$.	$A = \frac{(6p)(5p)}{2} = 15p^2$

› Con base en la información de la tabla anterior, escribe las expresiones de las áreas del hexágono y del trapecio. Luego identifica y escribe sus principales diferencias.

Hexágono: $A = 36y^2$

Trapecio: $A = 6x$

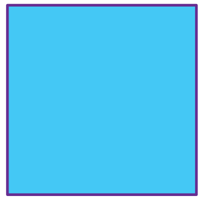
Diferencias:

La expresión que corresponde al área del hexágono es cuadrática, mientras que la del trapecio es lineal.

Espacio procedimental

¿Cómo determinar el área de un cuadrado que mide de lado $x + a$?

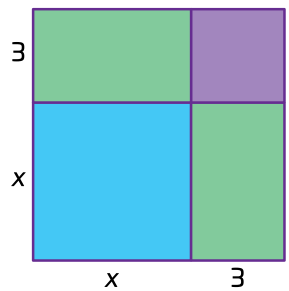
Para determinar el área de un cuadrado cuyas dimensiones están expresadas como un binomio de la forma $x + a$ (donde a es un número entero), se debe descomponer en secciones más simples (dos cuadrados y dos rectángulos) y luego sumar sus áreas.



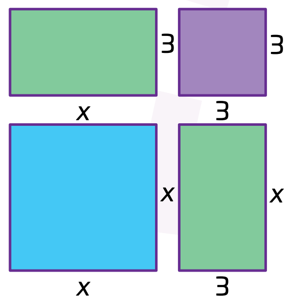
Ejemplo:

Para obtener la expresión del área de un cuadrado cuyo lado se expresa como $x + 3$, puedes hacer lo siguiente:

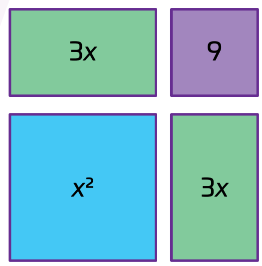
Divide la figura en secciones o bloques, toma en cuenta que cada lado se expresa como $x + 3$, así que se puede dividir en dos segmentos, uno de x y otro de 3 unidades. Así se generan dos cuadrados y dos rectángulos.



Identifica las dimensiones de cada figura. Un cuadrado es de x por x y el otro es de 3 por 3; mientras que un rectángulo mide x de largo y 3 de alto, el otro es de 3 de largo por x de alto.



Determina el área de cada sección según la fórmula que le corresponda por su forma geométrica. Puedes colorear del mismo color aquellas que tengan la misma área.

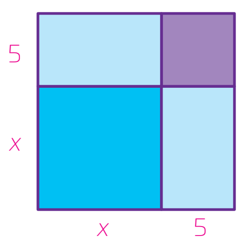


Por último, suma las áreas. No debes olvidar agrupar las partes que miden lo mismo, en este caso las áreas de los rectángulos.

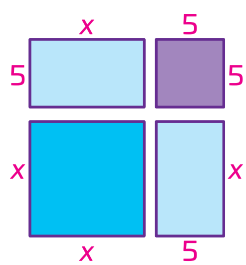
$A = x^2 + 3x + 3x + 9 = x^2 + 6x + 9$

03 **Completa la figura colocando las medidas correspondientes de tal manera que te permita obtener el área del cuadrado de lado $x + 5$.**

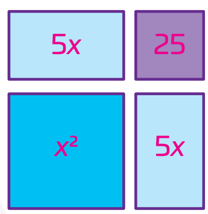
División del cuadrado:



Medidas de cada figura:

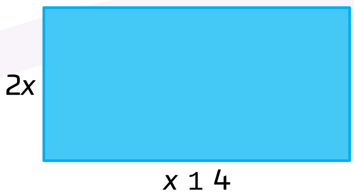


Área de cada figura:



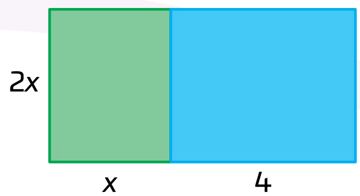
Área total = $x^2 + 5x + 5x + 25 = x^2 + 10x + 25$

› **Escribe debajo de cada figura una expresión algebraica que represente su área según las indicaciones, luego responde.**



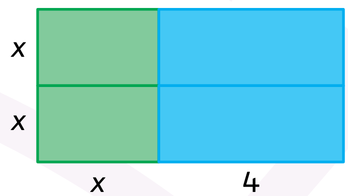
Área = (largo)(alto)

= ($x + 4$)($2x$)



Área = Área$_{verde}$ + Área$_{azul}$

= $2x^2$ + $8x$



Área = Suma de cada área

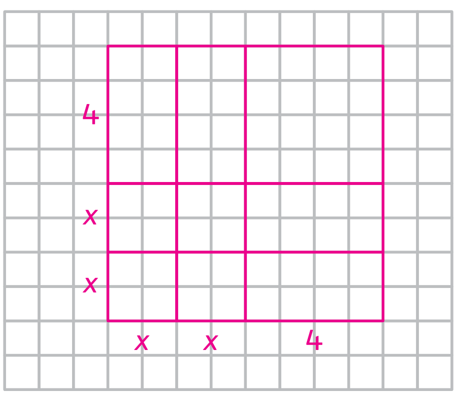
= x^2 + x^2 + $4x$ + $4x$

¿Por qué las tres expresiones son equivalentes? R. M. Porque representan el área del mismo rectángulo.

¿Cómo encontrarías el área de cada rectángulo? R. M. Asignando un valor para x y luego sustituirlo en las tres expresiones.

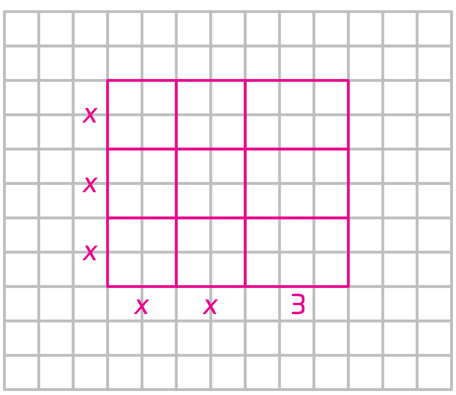
› **Usa la cuadrícula para hacer las figuras que se describen con las descomposiciones que se requieran, luego responde.** R. M.

Cuadrado de lado $2x + 4$.



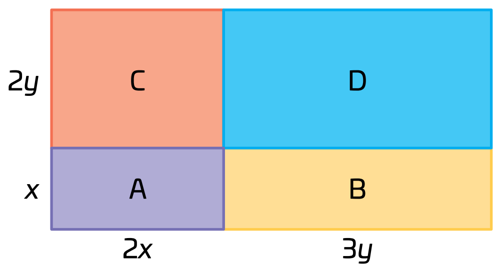
Área = $4x^2 + 16x + 16$

Rectángulo de largo $2x + 3$ y altura de $3x$.



Área = $6x^2 + 9x$

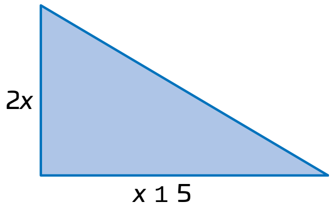
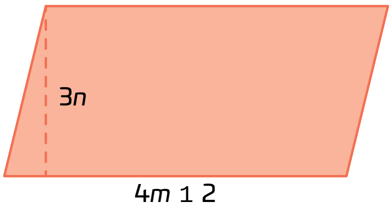
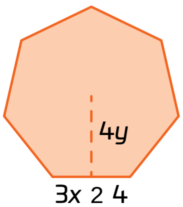
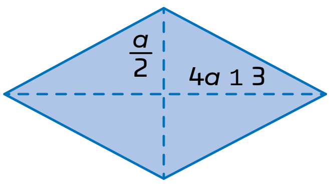
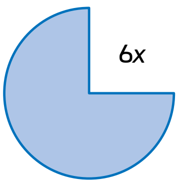
› **Determina las expresiones de las áreas de cada sección del rectángulo y dibuja una ✓ si se trata de una expresión lineal o cuadrática.**



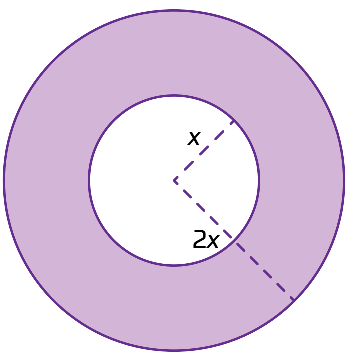
Sección	Área	Lineal	Cuadrática
A	$(2x)(x) = 2x^2$		✓
B	$(x)(3y) = 3xy$	✓	
C	$(2x)(2y) = 4xy$	✓	
D	$(2y)(3y) = 6y^2$		✓

Área total = $2x^2 + 3xy + 4xy + 6y^2 = 2x^2 + 7xy + 6y^2$

04 Completa la tabla.

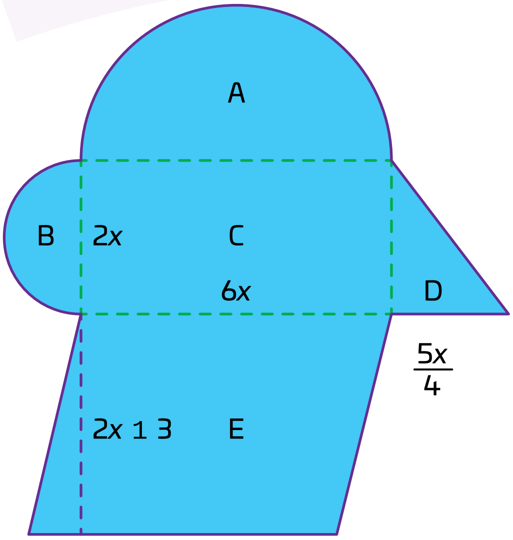
<table>
<tr><th>Figura</th><th>Área</th><th>Lineal o cuadrática</th></tr>
<tr><td>
</td><td>$A = \frac{(x+5)(2x)}{2} = \frac{2x^2 + 10x}{2} = x^2 + 5x$</td><td>Es cuadrática porque el exponente mayor de la variable es 2.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$A = (4m + 2)(3n) = 12mn + 6n$</td><td>Es lineal porque el exponente mayor de ambas variables es 1.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$A = \frac{7(3x-4)(4y)}{2} = \frac{84xy - 112y}{2} = 42xy - 56y$</td><td>Es lineal porque el exponente mayor de ambas variables es 1.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$A = \frac{(4a+3)\left(\frac{a}{2}\right)}{2} = \frac{2a^2 + \frac{3a}{2}}{2} = a^2 + \frac{3}{4}a$</td><td>Es cuadrática porque el exponente mayor de la variable es 2.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$A = \frac{3}{4}\pi(6x)^2 = \frac{3}{4}\pi(36x^2) = 27\pi x^2$</td><td>Es cuadrática porque el exponente mayor de la variable es 2.</td></tr>
</table>

05 Determina la expresión el área del anillo que se muestra, apóyate en la tabla.



Sección	Área
Área del círculo mayor	$\pi(2x)^2 = 4\pi x^2$
Área del círculo menor	$\pi(x)^2 = \pi x^2$
Área del anillo	$A_{mayor} - A_{menor} = 4\pi x^2 - \pi x^2 = 3\pi x^2$

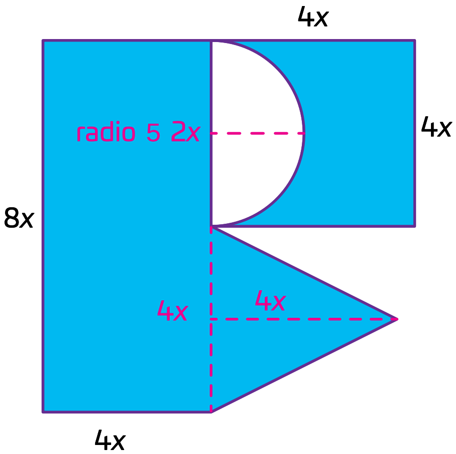
06 **Determina la expresión del área total de la figura compuesta con base en la descomposición que se propone, apóyate de la tabla y aplica la fórmula correspondiente. No es necesario simplificar la expresión final.**



Sección	Área
A	$\frac{\pi(3x)^2}{2} = \frac{9\pi x^2}{2}$
B	$\frac{\pi(x)^2}{2} = \frac{\pi x^2}{2}$
C	$(6x)(2x) = 12x^2$
D	$\frac{\left(\frac{5x}{4}\right)(2x)}{2} = \frac{10}{8}x^2$
E	$(6x)(2x + 3) = 12x^2 + 18x$

Área total = $\frac{9\pi x^2}{2} + \frac{\pi x^2}{2} + 12x^2 + \frac{10}{8}x^2 + 12x^2 + 18x$

› Analiza la figura y determina la expresión del área azul de la figura compuesta. R. M.



Áreas de cada sección:

Área del rectángulo:

$$(4x)(8x) = 32x^2$$

Área del cuadrado menos la del semicírculo (de radio $2x$):

$$(4x)(4x) - \frac{\pi(2x)^2}{2} = 16x^2 - 2\pi x^2$$

Área del triángulo:

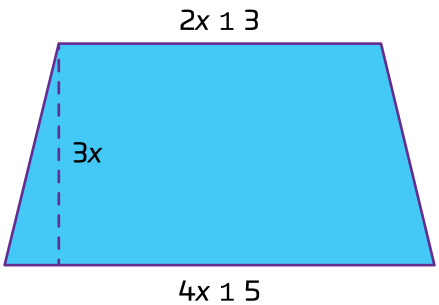
$$\frac{(4x)(4x)}{2} = 8x^2$$

Área total = $32x^2 + 16x^2 - 2\pi x^2 + 8x^2$

SUBE NIVEL

¡Pon a prueba tu destreza matemática! Registra el tiempo que requieres para resolver cada ejercicio. ¡Hazlos lo más rápido que puedas!

01 **Obtén la expresión del área del trapecio.**



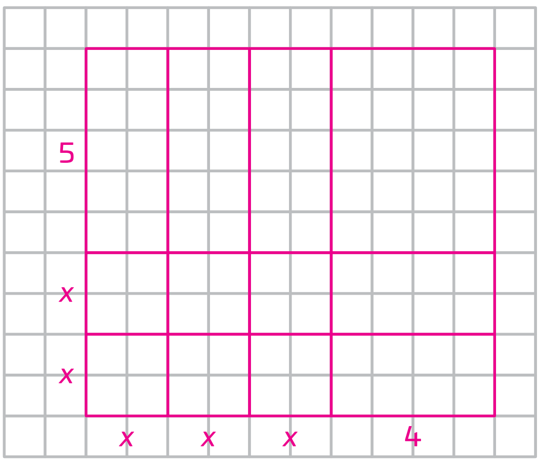
Área = $= \dfrac{(4x + 5 + 2x + 3)(3x)}{2}$

$= \dfrac{(6x + 8)(3x)}{2}$

$= 9x^2 + 12x$

Tu tiempo (en minutos) R. L.

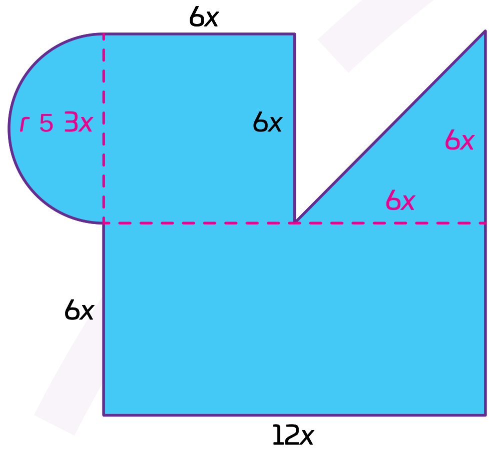
02 **Representa el área de un rectángulo de altura $2x + 5$ y base $3x + 4$. Luego, obtén la expresión de su área.** R. M.



Área = $6x^2 + 23x + 20$

Tu tiempo (en minutos) R. L.

03 **Determina la expresión del área de la figura compuesta.**
R. M.



Área del semicírculo:

$\dfrac{\pi(3x)^2}{2} = \dfrac{9}{2}\pi x^2$

Área del cuadrado:

$(6x)^2 = 36x^2$

Área del rectángulo:

$(12x)(6x) = 72x^2$

Área del triángulo:

$\dfrac{(6x)(6x)}{2} = 18x^2$

Área total = $\dfrac{9\pi x^2}{2} + 36x^2 + 72x^2 + 18x^2$

Tu tiempo (en minutos) R. L.

Calcula tus puntos en cada ejercicio.

- Menos de 10 minutos: 10 puntos
- Entre 10 y 20 minutos: 5 puntos
- Más de 20 minutos: 1 punto
- Cinco puntos adicionales por no cometer ningún error.

Tabla de registro de puntos	
Puntos totales	R. L.

APLICO

Reflexiona sobre las preguntas de la sección ANALIZO, ¿ya puedes contestarlas? Escribe tus respuestas, considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

R. L.

Los arquitectos e ingenieros usan áreas representadas por ecuaciones cuadráticas para maximizar el uso del espacio y para optimizar costos, ya que el área afecta directamente la cantidad de material que se necesita.

¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? ¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros!

R. L.

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve de nuevo en tu cuaderno la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

R. L.

¡Regresa de nuevo a la página 55 y soluciona las dudas que tenías en ese momento!