Sesión 1

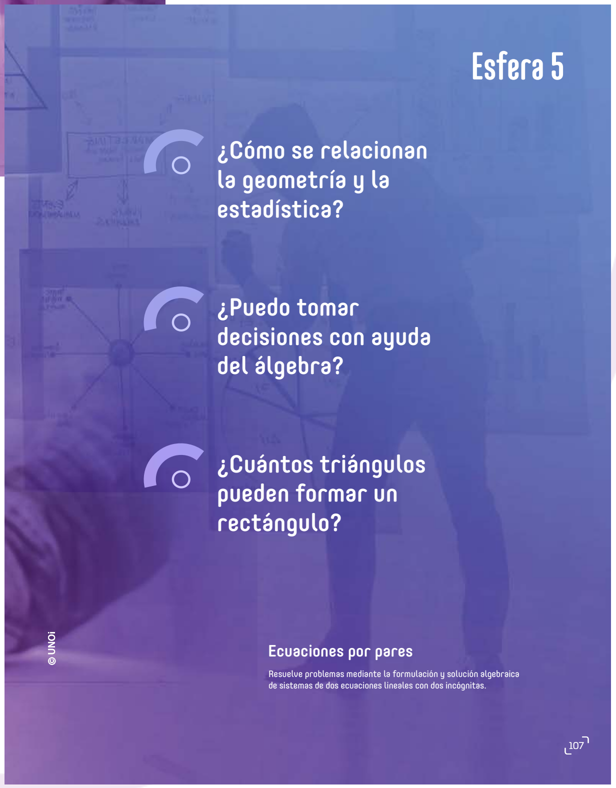
Propósito
Mediante la imagen y las preguntas detonadoras de la sección **Analizo,** los estudiantes identificarán y activarán sus conocimientos previos acerca de la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Tip 1. Antes de trabajar esta **Esfera de Exploración**, pida a los alumnos que resuelvan los ejercicios del imprimible **Maths Mastery T2_6** para complementar y ejercitar saberes que les serán útiles al trabajar el Diario de Aprendizaje.

Tip 2. Pida a los alumnos que respondan las preguntas detonadoras de la sección **Analizo**, **página 107**. Es posible que les sea complicado responderlas y que no hallen una relación directa entre ellas y los contenidos de la esfera. No los presione, permita que expresen libremente las ideas que tengan, aunque sean erróneas. Anote y reserve algunas de sus respuestas para retomarlas o corregirlas durante el desarrollo de la **Esfera de Exploración**. Comente al grupo que al final las retomarán y deberán responderlas de nuevo, pues este tipo de preguntas implica un verdadero reto para los alumnos.

Tip 3. Revise con el grupo el aprendizaje esperado, **página 107**, y explore las ideas previas de sus estudiantes. Pregunte: *¿Cómo definirían una ecuación?, ¿Qué tipo de ecuaciones conocen?, ¿Para qué creen que son útiles en la vida cotidiana las ecuaciones?, ¿Para qué se habrán inventado?*

Tip 4. Dialogue con el grupo sobre cuál es el beneficio del uso de la tecnología para la resolución de sistema de ecuaciones aplicados a la vida cotidiana. Puede sugerirle a los alumnos que investiguen al respecto para tener elementos sólidos en el diálogo. Sobre esto, plantee al grupo lo siguiente: *¿En qué casos es adecuada utilizar la tecnología?, ¿en qué casos puede ser inadecuado?, ¿Cómo ha ayudado a el uso de la tecnología para resolver problemas matemáticos?*



Matemáticas

Esfera de Exploración 5 – Semanas 22 a 24

Sesión 2

Propósito

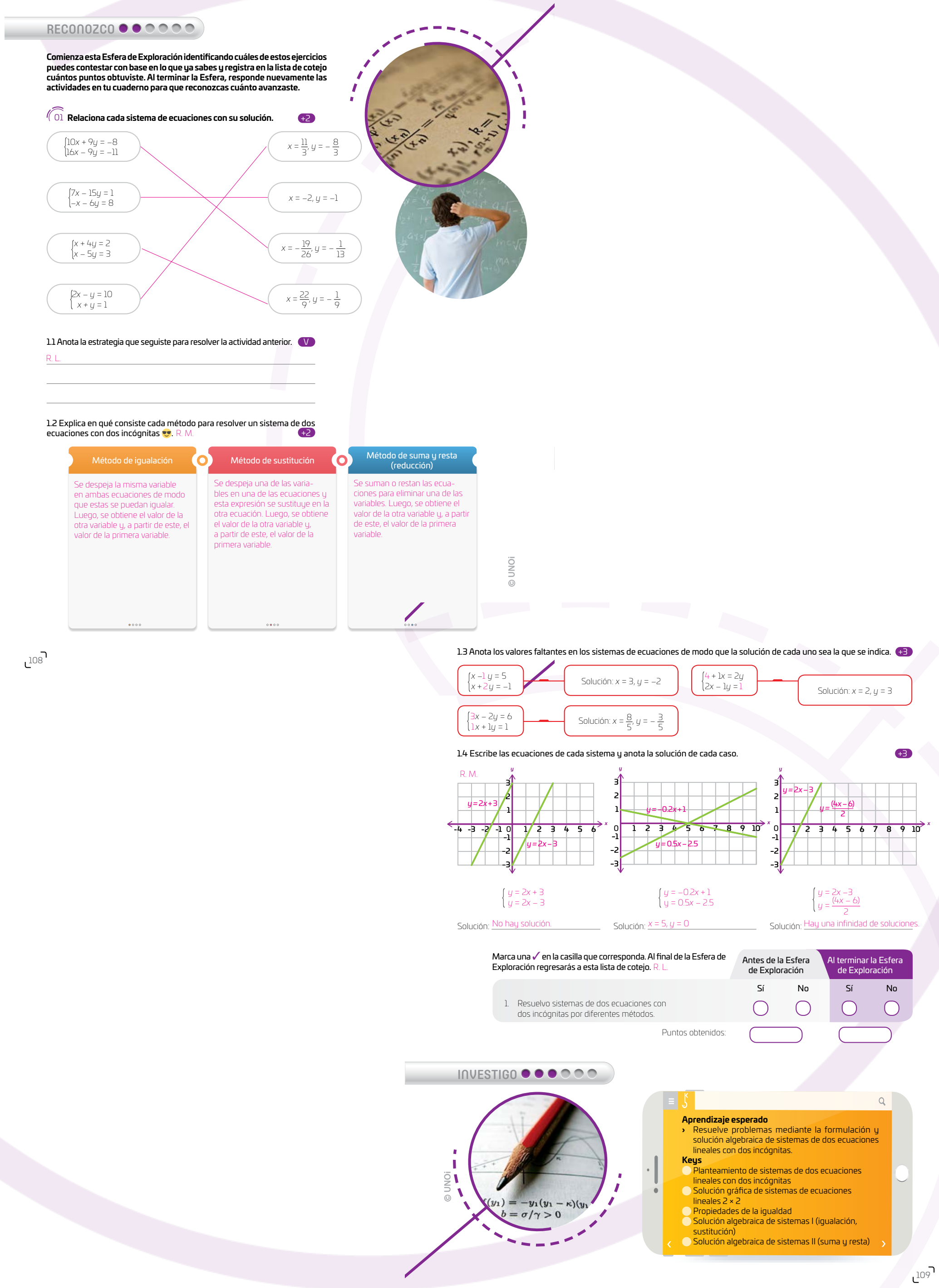
Los alumnos pondrán a prueba sus conocimientos previos sobre los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas al resolver actividades y estudiarán los conceptos fundamentales para la resolución de las actividades.

Tip 1. Indique a los estudiantes que, individualmente, resuelvan las actividades de la sección **Reconozco**, **páginas 108 y 109**; recuérdeles que podrán omitir los que no puedan resolver, para terminarlos una vez que hayan concluido la **Esfera**.

Tip 2. Al responder la lista de cotejo, pregunte a los alumnos sus dudas de los ejercicios resueltos en la sección **Reconozco**. Comente que estos son únicamente de exploración, pero que el puntaje que obtuvieron les da una idea de su nivel de conocimiento: si obtuvieron 1 punto, requieren de más información; de 2 a 4, su dominio del tema es superficial, pero necesitan aprender más sobre él; de 5 a 6 su dominio es profundo. Pida que apoyen a quienes tienen puntaje bajo, esto le ayudará a nivelar el conocimiento del grupo.

Tip 3. Pida que, de manera individual, busquen un ejemplo de un problema cotidiano que se resuelva con una ecuación de primer grado con dos incógnitas, el cual escribirán en su cuaderno para que al final del trabajo con esta **Esfera** lo revisen y resuelvan de nuevo.

Tip 4. Pida a los estudiantes que consulten el contenido de los recursos **Key:** *Planteamiento de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, Solución gráfica de sistemas de ecuaciones 2 × 2, Propiedades de la igualdad, Solución algebraica de sistemas I (igualación, sustitución)* y *Solución algebraica de sistemas II (suma y resta);* y que resuelvan las cuatro actividades de cada recurso en la sección **Investigo**.



Sesión 3

Propósito
Los alumnos leerán y analizarán el texto de la sección **Comprendo**, y a partir de este análisis contrastarán la información vista en las sesiones anteriores.

Tip 1. En equipos, los alumnos propondrán situaciones problemáticas de la vida cotidiana que consideren que se pueden resolver mediante ecuaciones, elegirán la que consideren más relevante y un representante elegido al azar compartirá la problemática con el grupo.

Tip 2. Brinde al grupo 10 minutos para la lectura del texto de la sección **Comprendo**, **página 110**, y pídales que, reunidos en parejas, discutan qué entendieron, qué llamó su atención y qué les causó dudas; de esta manera practicarán el análisis crítico y serán capaces de emitir opiniones informadas.

Tip 3. Pida a los escolares que contrasten la información del texto que leyeron con lo que revisaron en alguno de los video que usted proyectó. Orientelos para que se centren en la importancia y el desarrollo histórico de la solución de las ecuaciones para resolver problemas cotidianos.

Tip 4. Solicite que presenten su análisis al grupo. Luego, establezca una lista de cotejo para valorar su análisis, y aplíquela después de que resuelvan las actividades de la **página 111**. Ejemplo de lista de cotejo para comprensión de lectura:

1. Intenta construir el significado del texto a partir de la activación de sus conocimientos previos.
2. Dirige la atención a lo fundamental o ideas principales.
3. Parafrasea; es decir, dice con sus propias palabras el contenido del texto.
4. Sus respuestas frente al texto muestran la comprensión lectora a través de preguntas, esquemas, etcétera.
5. Manifiesta comprensión del texto mediante la escritura del resumen.

COMPRENDO

¿Solo hay sistemas de ecuaciones lineales? Hasta ahora, has visto que las ecuaciones que forman parte de los sistemas de ecuaciones son lineales, es decir, que representan dos rectas que se cruzan en un punto, no se cruzan o van una encima de la otra. Pero ¿será posible que una o ambas no describan una línea recta? Observa el siguiente sistema:

$$\begin{cases} xy = 4\,000\,000 \text{ cm}^2 \\ 2(x + y) = 10\,000 \text{ cm} \end{cases}$$

De la segunda ecuación, lo que tenemos es que $2(x + y) = 10\,000$. Dividiendo todo entre 2, tenemos que $x + y = 5\,000$, por lo que tenemos que $y = 5\,000 - x$. Sustituyendo este valor en la primera ecuación, tenemos que $x(5\,000 - x) = 4\,000\,000$. Igualando a cero tenemos la siguiente ecuación por resolver: $5\,000x - x^2 - 4\,000\,000 = 0$, la cual es una ecuación cuadrática y al resolverla, resolveríamos también nuestro problema. Hasta ahora no sabemos si hay solución para nuestra ecuación en los números reales, pues ¿por qué habría de existir una?, ¿qué tal si existen muchas? Pero seguramente hay una forma para saberlo. De hecho, estas preguntas han invadido la historia de las matemáticas desde hace muchísimo tiempo. La historia de estas ecuaciones se puede remontar hasta la antigua Babilonia, es decir, dos mil años antes de nuestra era. En Mesopotamia, se escribieron sobre arcilla textos y problemas en sumerio para los cuales su solución dependía de resolver ecuaciones cuadráticas. En estos textos matemáticos se usaba un sistema de numeración sexagesimal, el cual seguimos utilizando en la medida del tiempo y los ángulos. Cabe señalar que este conocimiento tuvo como fuente su gran actividad económica y astronómica. Tiempo después, entre 127 y 141 d. n. e., este conocimiento fue utilizado en Alejandría por Ptolomeo para sus avances astronómicos.

En la Grecia antigua, a partir del año 100 a. n. e., también ya se resolvían las ecuaciones de segundo grado, pero con métodos geométricos, métodos que también utilizaban para resolver algunas ecuaciones de grado superior y al parecer fue Diofanto de Alejandría quien le dio un mayor impulso a las ecuaciones de segundo grado; sin embargo, la solución de las ecuaciones de segundo grado fue introducida en Europa por el matemático judeoespañol Abraham bar Hiyya, en su *Liber Embadorum*.

Por otro lado, el matemático indio Brahmagupta (aprox. 628 d. n. e.), obtuvo un procedimiento para resolver la ecuación de la forma: $x^2 - 10x = -9$. Lo que propuso fue multiplicar el número absoluto, -9, por el [coeficiente del] cuadrado, 1; con lo que se tiene que el resultado es -9. Lo que quiere decir que tenemos dos valores posibles para nuestra x. Ahora, para obtener el o los valores de y, procedemos a sustituir estos valores de x en la ecuación del perímetro:

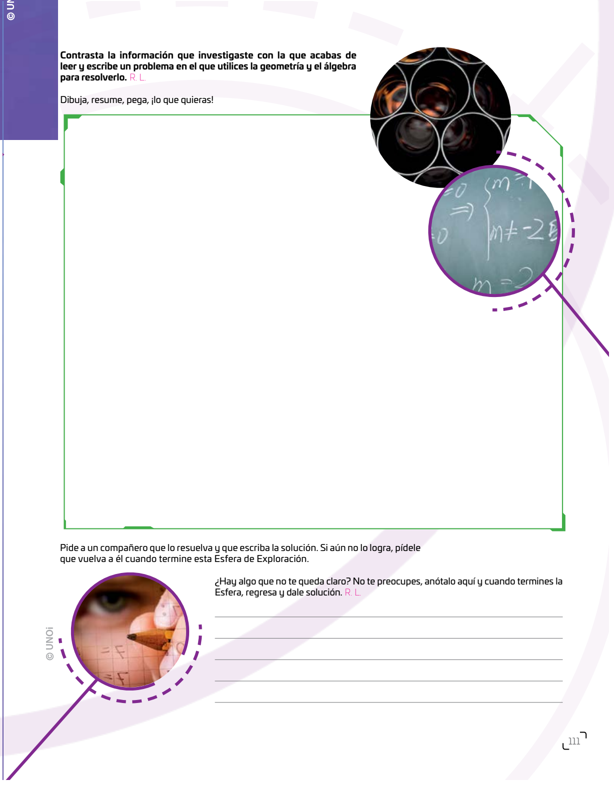
$2(x + y) = 10\,000$ si y solo si $2(1\,000 + y) = 10\,000$,
si y solo si $2\,000 + 2y - 10\,000 = 0$,
si y solo si $2y = 10\,000 - 2\,000$, es decir, $2y = 8\,000$, por tanto $y = 4\,000$.
Sustituyendo el segundo valor de x tenemos que:
$2(x + y) = 10\,000$ si y solo si $2(4\,000 + y) = 10\,000$
Si y solo si $8\,000 + 2y = 10\,000$
Si y solo si $2y = 10\,000 - 8\,000$, es decir, $2y = 2\,000$, por tanto $y = 1\,000$.

¿Sigues pensando que la geometría solo sirve para trazar figuras y cuerpos geométricos?¿Fue difícil? ¿Qué otras soluciones podrías proponer?

Viridiana P. Márquez

© UNOi

110



Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer y escribe un problema en el que utilices la geometría y el álgebra para resolverlo. R. L.

Dibuja, resume, pega, ¡lo que quieras!

Pide a un compañero que lo resuelva y que escriba la solución. Si aún no lo logra, pídele que vuelva a él cuando termine esta Esfera de Exploración.

¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, anótalo aquí y cuando termines la Esfera, regresa y dale solución. R. L.

© UNOi

111

Sesión 4

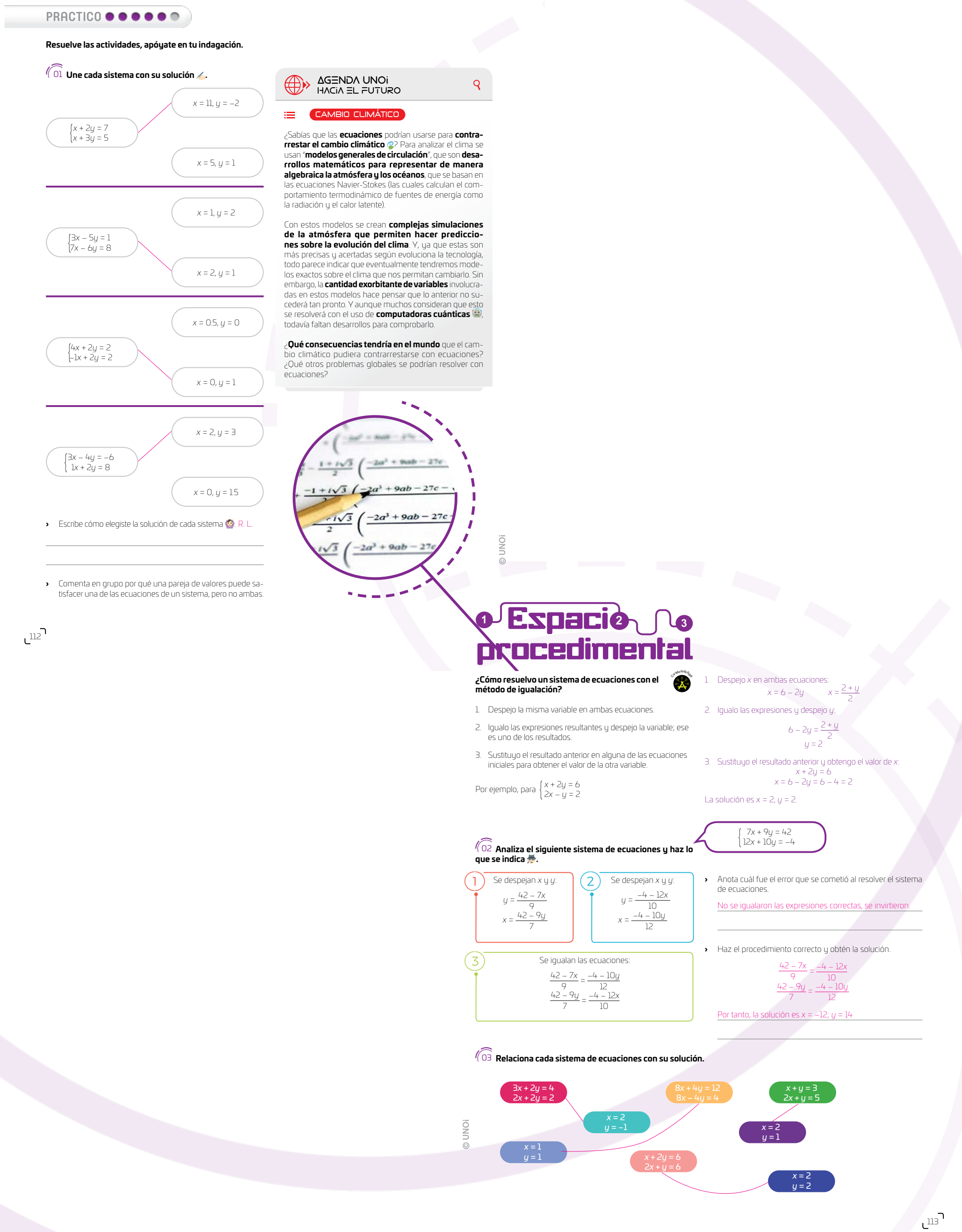
Propósito
En la sección **Practico**, los alumnos identificarán la solución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante la sustitución de valores propuestos y, en la sección **Espacio procedimental**, aprenderán a resolver estos sistemas usando el método de igualación.

Tip 1. Pida a los alumnos que resuelvan de manera individual la **actividad 01**, **página 112**. Para corroborar sus respuestas, pida que sustituyan los valores propuestos de las variables en toda la ecuación, no solo en un término; que hagan las operaciones paso a paso evitando hacer todo mentalmente; y que sustituyan en ambas ecuaciones para verificar que se cumplan al mismo tiempo.

Tip 2. Solicite a los estudiantes que lean la sección **Agenda Unoi hacia el futuro**, **página 112**, y reflexione con ellos sobre la importancia que tiene la tecnología para la solución de ecuaciones complejas. En esta sección los estudiantes conocerán modelos generales de circulación y harán consciencia sobre la importancia de modelar situaciones de la vida cotidiana y de la naturaleza por medio del álgebra, así como el beneficio que tiene el uso de la tecnología para la solución de ecuaciones.

Tip 3. Pida que revisen en equipos los pasos del método de igualación para resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas en la sección **Espacio procedimental**, **página 113**. Luego, indique que comenten grupalmente el ejemplo, recalcando la importancia de despejar la misma variable en ambas ecuaciones buscando que sea la más fácil de aislar.

Tip 4. Pida a los alumnos que resuelvan las **actividades 02** y **03**, **página 113**, y recuérdeles que, al despejar la misma variable de ambas ecuaciones, por ejemplo, la “*y*”, se obtiene el resultado de una como “*y* igual a una expresión”, y de la otra como “*y* igual a otra expresión”; entonces, esas dos expresiones son iguales.



Aprendizaje aumentado

Para ampliar lo realizado en el **Espacio procedimental** de la **página 113**, proponemos añadir el uso de la aplicación **Mindly (mapas mentales)**, con la que los estudiantes reafirmarán su conocimiento sobre el método de igualación para resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Pida a los estudiantes abrir la aplicación y seleccionar el botón "+", y poner como título del mapa mental "Sistemas de ecuaciones de dos por dos", luego solicite que en el siguiente nivel pongan el nombre del método que aparece en el Diario de Aprendizaje: método de igualación. A partir de esta rama pídales que pongan los algoritmos necesarios que aprendieron en el **Espacio procedimental**. Al finalizar, pida a los alumnos que compartan sus mapas mentales y los completen si faltó algún algoritmo u observación. Indique que guarden este mapa mental, pues lo usarán en la próxima sesión.

Espacio procedimental

¿Cómo resuelvo un sistema de ecuaciones con el método de igualación?

Curaduría de Apps

1. Despejo la misma variable en ambas ecuaciones.
2. Igualo las expresiones resultantes y despejo la variable; ese es uno de los resultados.
3. Sustituyo el resultado anterior en alguna de las ecuaciones iniciales para obtener el valor de la otra variable.

Por ejemplo, para $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$

1. Despejo x en ambas ecuaciones:
$$x = 6 - 2y \qquad x = \frac{2 + y}{2}$$
2. Igualo las expresiones y despejo y:
$$6 - 2y = \frac{2 + y}{2}$$
$$y = 2$$
3. Sustituyo el resultado anterior y obtengo el valor de x:
$$x + 2y = 6$$
$$x = 6 - 2y = 6 - 4 = 2$$

La solución es $x = 2$, $y = 2$.

02 Analiza el siguiente sistema de ecuaciones y haz lo que se indica.

$$\begin{cases} 7x + 9y = 42 \\ 12x + 10y = -4 \end{cases}$$

1 Se despejan x y y:
$$y = \frac{42 - 7x}{9}$$
$$x = \frac{42 - 9y}{7}$$

2 Se despejan x y y:
$$y = \frac{-4 - 12x}{10}$$
$$x = \frac{-4 - 10y}{12}$$

3 Se igualan las ecuaciones:
$$\frac{42 - 7x}{9} = \frac{-4 - 10y}{12}$$
$$\frac{42 - 9y}{7} = \frac{-4 - 12x}{10}$$

- Anota cuál fue el error que se cometió al resolver el sistema de ecuaciones.

No se igualaron las expresiones correctas, se invirtieron.

- Haz el procedimiento correcto y obtén la solución.
$$\frac{42 - 7x}{9} = \frac{-4 - 12x}{10}$$
$$\frac{42 - 9y}{7} = \frac{-4 - 10y}{12}$$

Por tanto, la solución es $x = -12$; $y = 14$

03 Relaciona cada sistema de ecuaciones con su solución.

- $3x + 2y = 4$, $2x + 2y = 2$ — $x = 2$, $y = -1$
- $8x + 4y = 12$, $8x - 4y = 4$ — $x = 1$, $y = 1$
- $x + y = 3$, $2x + y = 5$ — $x = 2$, $y = 1$
- $x + 2y = 6$, $2x + y = 6$ — $x = 2$, $y = 2$

Sesión 5

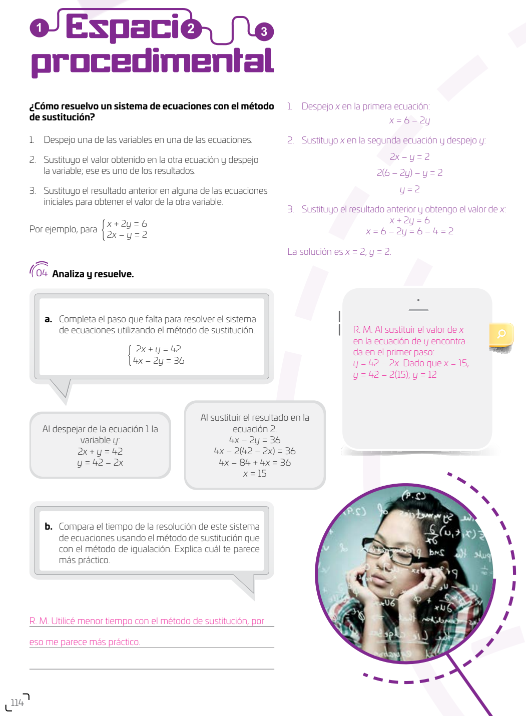
Propósito
Los estudiantes, en las secciones de **Espacio procedimental,** reconocerán y usarán los pasos a seguir para dar solución a sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante los métodos de sustitución y suma y resta.

Tip 1. Indique a los alumnos que en parejas revisen los pasos que se muestran en la sección **Espacio procedimental**, **página 114**, sobre el método de sustitución para resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Luego, revise de manera grupal el ejemplo de esta sección recomendando que en otros casos elijan la ecuación más sencilla para despejar, buscando la que tenga un coeficiente 1 o – 1 para una variable.

Tip 2. Pida que realicen la **actividad 04**, **página 114**, y recalque que cuando ya tengan el valor de una de las variables, determinen el valor de la segunda usando la ecuación inicial donde despejaron para calcularla (paso 1 del método).

Tip 3. Solicite al grupo que se organicen en parejas para que analicen los pasos del método de suma y resta que se muestra en la sección **Espacio procedimental**, **página 115**. Revise con sus estudiantes el ejemplo y mencione la importancia de alinear las ecuaciones de tal manera que las variables queden en la misma columna y que si es necesario, multipliquen una o ambas ecuaciones para que una variable tenga el mismo coeficiente (pero signo contrario), esto hará que al sumarlas se elimine una de las variables.

Tip 4. Concluya esta sesión indicando que realicen la **actividad 05**, **página 115**, y al terminar comenten de manera grupal el orden correcto del procedimiento. Si lo considera adecuado, puede proponerles otro ejercicio y solicitar que un alumno pase al frente para que el grupo le vaya diciendo los pasos que debe seguir para resolverlo.



1 Espacio 2 3 procedimental

¿Cómo resuelvo un sistema de ecuaciones con el método de sustitución?

1. Despejo una de las variables en una de las ecuaciones.
2. Sustituyo el valor obtenido en la otra ecuación y despejo la variable; ese es uno de los resultados.
3. Sustituyo el resultado anterior en alguna de las ecuaciones iniciales para obtener el valor de la otra variable.

Por ejemplo, para $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$

1. Despejo x en la primera ecuación:
$x = 6 - 2y$
2. Sustituyo x en la segunda ecuación y despejo y:
$2x - y = 2$
$2(6 - 2y) - y = 2$
$y = 2$
3. Sustituyo el resultado anterior y obtengo el valor de x:
$x + 2y = 6$
$x = 6 - 2y = 6 - 4 = 2$

La solución es $x = 2$, $y = 2$.

04 **Analiza y resuelve.**

a. Completa el paso que falta para resolver el sistema de ecuaciones utilizando el método de sustitución.

$\begin{cases} 2x + y = 42 \\ 4x - 2y = 36 \end{cases}$

Al despejar de la ecuación 1 la variable y:
$2x + y = 42$
$y = 42 - 2x$

Al sustituir el resultado en la ecuación 2.
$4x - 2y = 36$
$4x - 2(42 - 2x) = 36$
$4x - 84 + 4x = 36$
$x = 15$

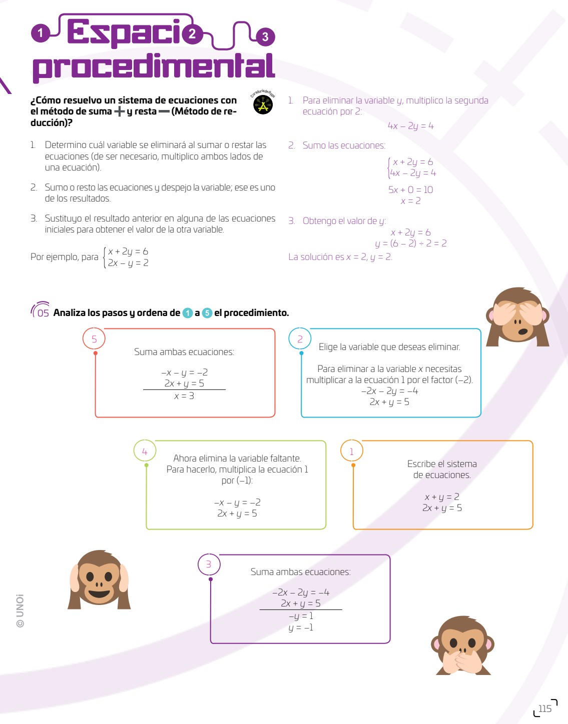
R. M. Al sustituir el valor de x en la ecuación de y encontrada en el primer paso: $y = 42 - 2x$. Dado que $x = 15$, $y = 42 - 2(15)$; $y = 12$

b. Compara el tiempo de la resolución de este sistema de ecuaciones usando el método de sustitución que con el método de igualación. Explica cuál te parece más práctico.

R. M. Utilicé menor tiempo con el método de sustitución, por eso me parece más práctico.

© UNOi

114



1 Espacio 2 3 procedimental

¿Cómo resuelvo un sistema de ecuaciones con el método de suma + y resta — (Método de reducción)?

1. Determino cuál variable se eliminará al sumar o restar las ecuaciones (de ser necesario, multiplico ambos lados de una ecuación).
2. Sumo o resto las ecuaciones y despejo la variable; ese es uno de los resultados.
3. Sustituyo el resultado anterior en alguna de las ecuaciones iniciales para obtener el valor de la otra variable.

Por ejemplo, para $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$

1. Para eliminar la variable y, multiplico la segunda ecuación por 2:
$4x - 2y = 4$
2. Sumo las ecuaciones:
$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 4x - 2y = 4 \end{cases}$
$5x + 0 = 10$
$x = 2$
3. Obtengo el valor de y:
$x + 2y = 6$
$y = (6 - 2) \div 2 = 2$

La solución es $x = 2$, $y = 2$.

05 **Analiza los pasos y ordena de 1 a 5 el procedimiento.**

5 Suma ambas ecuaciones:
$-x - y = -2$
$2x + y = 5$
$x = 3$

2 Elige la variable que deseas eliminar.
Para eliminar a la variable x necesitas multiplicar a la ecuación 1 por el factor (–2).
$-2x - 2y = -4$
$2x + y = 5$

4 Ahora elimina la variable faltante. Para hacerlo, multiplica la ecuación 1 por (–1):
$-x - y = -2$
$2x + y = 5$

1 Escribe el sistema de ecuaciones.
$x + y = 2$
$2x + y = 5$

3 Suma ambas ecuaciones:
$-2x - 2y = -4$
$2x + y = 5$
$-y = 1$
$y = -1$

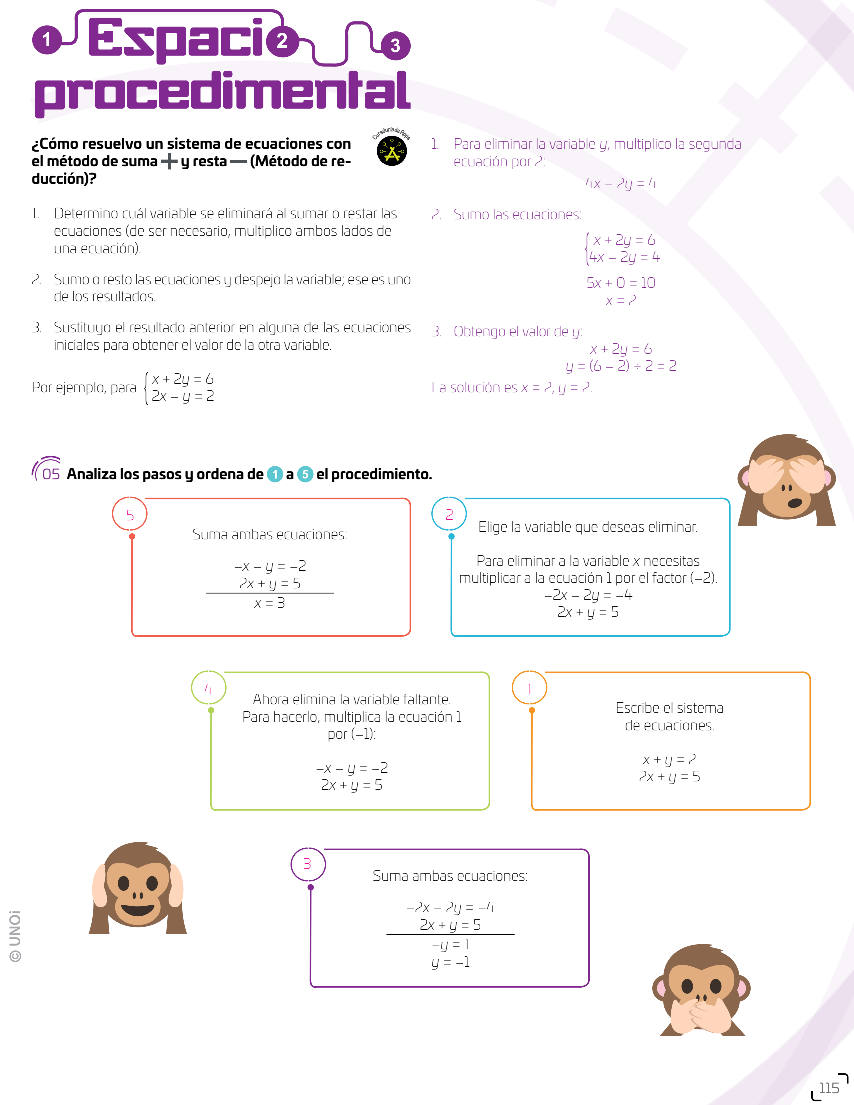
© UNOi

115

Aprendizaje aumentado

Para ampliar lo realizado en el **Espacio procedimental** de las **páginas 114** y **115**, proponemos utilizar de nuevo la aplicación **Mindly (mapas mentales)**, con la que los estudiantes reafirmarán su conocimiento sobre los tres métodos de solución estudiados hasta ahora para sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Invite a los estudiantes abrir la aplicación y seleccionar el mapa mental de la sesión anterior, indíqueles que completen el segundo nivel del mapa mental con los títulos de los métodos vistos hasta ahora. A partir de esta rama, pídales que pongan los algoritmos necesarios que aprendieron en las dos secciones de **Espacio procedimental** de esta sesión. Para finalizar, solicite a los alumnos que compartan sus mapas mentales y los completen si faltó algún algoritmo u observación. Pida que guarden este mapa mental, pues les será de gran utilidad para resolver diversos problemas contextualizados.



Espacio procedimental

¿Cómo resuelvo un sistema de ecuaciones con el método de suma + y resta − (Método de reducción)?

1. Determino cuál variable se eliminará al sumar o restar las ecuaciones (de ser necesario, multiplico ambos lados de una ecuación).
2. Sumo o resto las ecuaciones y despejo la variable; ese es uno de los resultados.
3. Sustituyo el resultado anterior en alguna de las ecuaciones iniciales para obtener el valor de la otra variable.

Por ejemplo, para $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$

1. Para eliminar la variable y, multiplico la segunda ecuación por 2:

$$4x - 2y = 4$$

2. Sumo las ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 4x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$5x + 0 = 10$$
$$x = 2$$

3. Obtengo el valor de y:

$$x + 2y = 6$$
$$y = (6 - 2) \div 2 = 2$$

La solución es $x = 2$, $y = 2$.

05 Analiza los pasos y ordena de 1 a 5 el procedimiento.

5 Suma ambas ecuaciones:

$$\begin{array}{c} -x - y = -2 \\ 2x + y = 5 \\ \hline x = 3 \end{array}$$

2 Elige la variable que deseas eliminar.

Para eliminar a la variable x necesitas multiplicar a la ecuación 1 por el factor (−2).

$$-2x - 2y = -4$$
$$2x + y = 5$$

4 Ahora elimina la variable faltante. Para hacerlo, multiplica la ecuación 1 por (−1):

$$-x - y = -2$$
$$2x + y = 5$$

1 Escribe el sistema de ecuaciones.

$$x + y = 2$$
$$2x + y = 5$$

3 Suma ambas ecuaciones:

$$\begin{array}{c} -2x - 2y = -4 \\ 2x + y = 5 \\ \hline -y = 1 \\ y = -1 \end{array}$$

Sesión 6

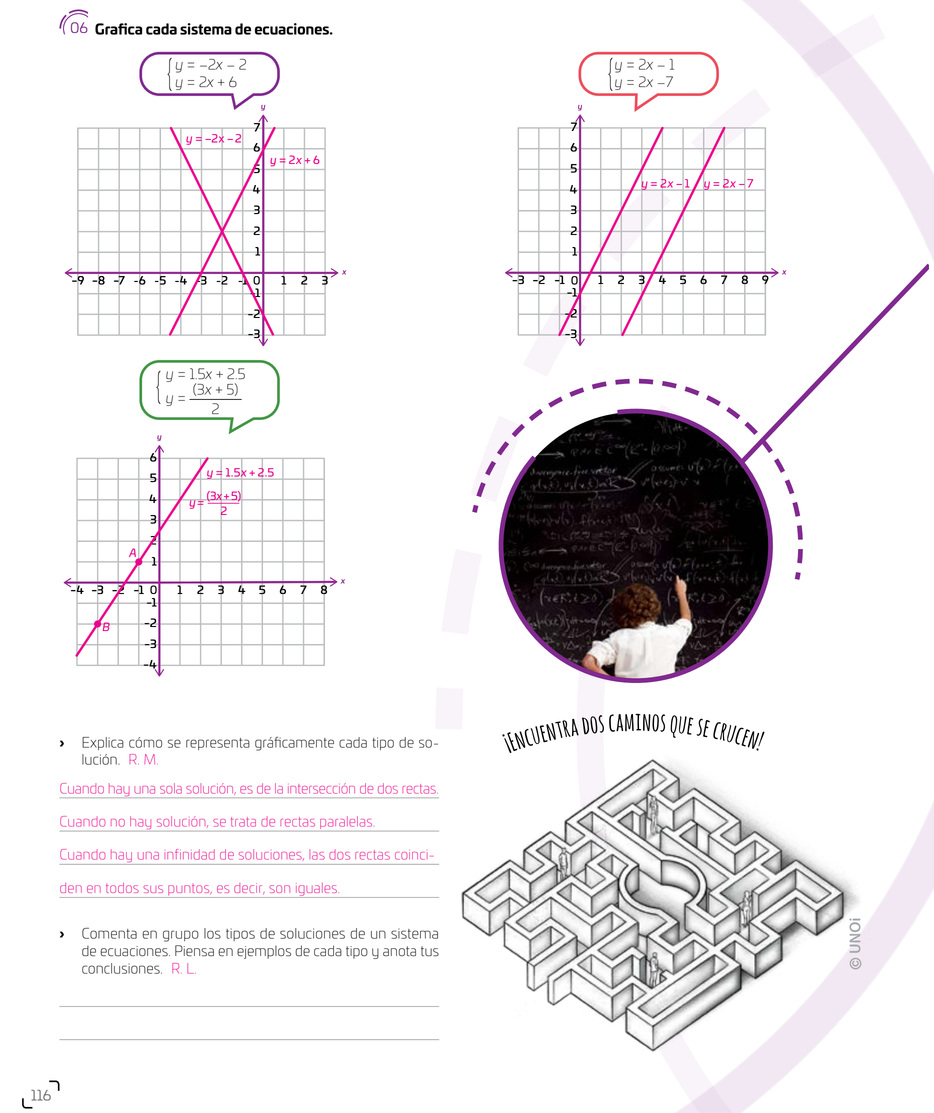
Propósito
Los estudiantes usarán el método gráfico para resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Tip 1. Para dialogar con los alumnos sobre el método gráfico usado en la solución de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas tome uno de los problemas resueltos previamente con el grupo, grafique cada una de las ecuaciones en el pizarrón y haga visible el punto de intersección de ambas, que coincide con la solución obtenida.

Tip 2. Pida a los escolares que resuelvan de manera individual con el mismo procedimiento algún problema anteriormente resuelto y elija a algunos para que muestren sus resultados al grupo. Pregunte: *¿Cómo se puede usar la tecnología para graficar un sistema de ecuaciones?*. En este momento, los alumnos ya deberán ser capaces de responder este tipo preguntas.

Tip 3. Hecho lo anterior, pida a los educandos que resuelvan de manera individual la **actividad 06**, **página 116**. Al terminar, haga una revisión grupal de los resultados y promueva participaciones voluntarias para hacer los trazos respectivos en un plano cartesiano en el pizarrón.

Tip 4. Anime una discusión grupal para revisar qué elementos se deben tomar en cuenta al usar el método gráfico para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Guíelos para que reconozcan que la precisión en los trazos (que implica el uso de las herramientas adecuadas) y la escala suelen ser los aspectos más importantes de cuidar para obtener los resultados correctos. Admita opiniones diversas y úselas para ampliar la discusión, por ejemplo, que la cuadrícula de una libreta sirve para hacer las gráficas más precisas. Si lo considera adecuado, haga una lista con todas las peculiaridades o sutilezas a considerar.



06 **Grafica cada sistema de ecuaciones.**

$\begin{cases} y = -2x - 2 \\ y = 2x + 6 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 2x - 7 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 1.5x + 2.5 \\ y = \dfrac{(3x + 5)}{2} \end{cases}$

› Explica cómo se representa gráficamente cada tipo de solución. R. M.

Cuando hay una sola solución, es de la intersección de dos rectas.

Cuando no hay solución, se trata de rectas paralelas.

Cuando hay una infinidad de soluciones, las dos rectas coinciden en todos sus puntos, es decir, son iguales.

› Comenta en grupo los tipos de soluciones de un sistema de ecuaciones. Piensa en ejemplos de cada tipo y anota tus conclusiones. R. L.

116

Matemáticas

Esfera de Exploración 5 – Semanas 22 a 24

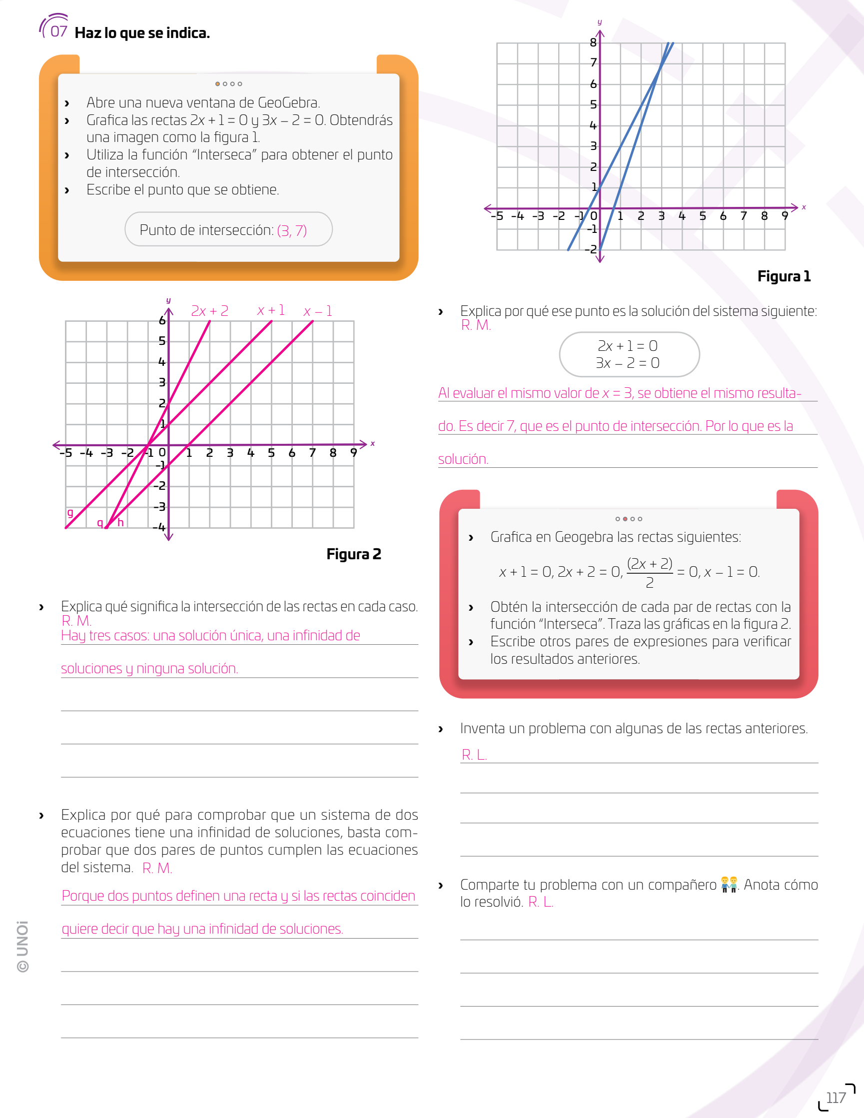
Sesión 7

Propósito
Los estudiantes explorarán el método gráfico para resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante el uso de *GeoGebra*.

Tip 1. Guíe el trabajo individual para que los estudiantes realicen lo que se pide en la **actividad 07**, **página 117**. Conviene que proyecte en el pizarrón lo que se va obteniendo en los distintos pasos en *GeoGebra*, para que todos tengan la oportunidad de emitir dudas o hacer las precisiones que requieran. Si no dispone de equipos suficientes, solicite la participación voluntaria para que distintos alumnos pasen a realizar, en el equipo que está proyectando, lo que se indica en **el Diario de Aprendizaje**.

Tip 2. Tenga presente que en la **página 117** las expresiones no están escritas en forma de ecuación lineal, como $y = ax + b$, porque, al capturar la parte de la derecha de la igualdad, *GeoGebra* las reconoce como la regla de correspondencia de una función lineal. Sin embargo, usted puede decidir que se capture como ecuación. Las diferencias entre usar una u otra opción no afectan el trabajo que se desarrolla y tampoco altera los fines que se buscan. Incluso puede discutir con los alumnos sobre la pertinencia de usar una u otra opción (en la ventana de vista algebraica), para que se familiaricen aún más con la manera en que se procesa la información en *GeoGebra*: todos los objetos capturados tendrán un nombre, sin importar si son puntos o rectas, en este caso.

Tip 3. Pida a los alumnos que verifiquen la solución obtenida con *GeoGebra*, para esto deberán sustituir los valores del punto de intersección en sus ecuaciones originales para confirmar que sí cumplen. También, es importante recalcarles la interpretación gráfica de los sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas: si las rectas se cruzan en un punto, el sistema tiene una única solución; si las rectas son paralelas y hay infinitas soluciones cuando las rectas coinciden, no hay solución.



07 **Haz lo que se indica.**

- Abre una nueva ventana de GeoGebra.
- Grafica las rectas $2x + 1 = 0$ y $3x - 2 = 0$. Obtendrás una imagen como la figura 1.
- Utiliza la función "Interseca" para obtener el punto de intersección.
- Escribe el punto que se obtiene.

Punto de intersección: (3, 7)

Figura 1

Figura 2

- Explica por qué ese punto es la solución del sistema siguiente: R. M.

$$2x + 1 = 0$$
$$3x - 2 = 0$$

Al evaluar el mismo valor de $x = 3$, se obtiene el mismo resultado. Es decir 7, que es el punto de intersección. Por lo que es la solución.

- Explica qué significa la intersección de las rectas en cada caso. R. M.
Hay tres casos: una solución única, una infinidad de soluciones y ninguna solución.

- Grafica en Geogebra las rectas siguientes:

$$x + 1 = 0,\ 2x + 2 = 0,\ \frac{(2x + 2)}{2} = 0,\ x - 1 = 0.$$

- Obtén la intersección de cada par de rectas con la función "Interseca". Traza las gráficas en la figura 2.
- Escribe otros pares de expresiones para verificar los resultados anteriores.

- Explica por qué para comprobar que un sistema de dos ecuaciones tiene una infinidad de soluciones, basta comprobar que dos pares de puntos cumplen las ecuaciones del sistema. R. M.
Porque dos puntos definen una recta y si las rectas coinciden quiere decir que hay una infinidad de soluciones.

- Inventa un problema con algunas de las rectas anteriores.
R. L.

- Comparte tu problema con un compañero. Anota cómo lo resolvió. R. L.

Matemáticas

Esfera de Exploración 5 – Semanas 22 a 24

Sesión 8

Propósito

Los estudiantes pondrán a prueba los conocimientos adquiridos en esta **Esfera de Exploración** al resolver diversos ejercicios de la sección **Sube Nivel** y las actividades de reflexión de la sección **Aplico.**

Tip 1. Pida a los estudiantes que de manera individual resuelvan los ejercicios de la sección **Sube nivel**, **página 118**. Mencione que, aunque parezca complicado resolver un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas, el método de reducción es similar el método de suma y resta que estudiaron en esta **Esfera**, pero en esta ocasión primero se busca combinar dos ecuaciones para eliminar una variable; después se combinan otras dos (distintas) para eliminar la misma variable; así se tienen dos nuevas ecuaciones lineales con dos incógnitas. Después, con el sistema de 2 × 2, deben eliminar una segunda variable para obtener el valor de una incógnita.

Tip 2. Retome la lista de cotejo de la sección **Reconozco**, **página 109**, y pida a los alumnos que reflexionen sobre los conocimientos que adquirieron en la **Esfera**.

Tip 3. Solicite a los alumnos que consulten los recursos **Key:** *Planteamiento de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas; Solución gráfica de sistemas de ecuaciones 2 × 2; Propiedades de la igualdad; Solución algebraica de sistemas I (igualación, sustitución)* y *Solución algebraica de sistemas II (suma y resta);* para resolver las cuatro actividades de cada recurso en la sección **Practico más**.

Tip 4. Indique a los alumnos que regresen a las preguntas de la sección **Analizo**, **página 107**, e intenten responderlas de nuevo, y a los ejercicios de la sección **Reconozco**, **páginas 108 y 109**, para verificar sus conocimientos adquiridos durante la **Esfera** y puedan aclarar cualquier duda que haya quedado.