

Sesión 1

Propósito

Los estudiantes reconocerán las implicaciones científicas y sociales de un viaje espacial, valorando la importancia del trabajo interdisciplinario. Comprenderán la importancia de la imaginación en el proceso de análisis y cuestionamiento sobre posibles escenarios, con el fin de obtener aprendizajes para la resolución de diversos problemas.

Tip 1. Considere que el **Big Challenge** tiene cuatro componentes: el guion, el **Diario de Aprendizaje**, la **guía para el docente** y el **Big Challenge Book**. **Carpeta de productor.** El trabajo con este último es responsabilidad del tutor asignado por el colegio y se abordará durante 13 semanas.

Tip 2. Revise el guion y después, abra un espacio de discusión entre el grupo sobre los aspectos fundamentales de los viajes espaciales, mencione que además de las dificultades tecnológicas, es muy importante solucionar los problemas de equidad y comunicación presentes. Indique a los estudiantes la relevancia de imaginar un gran número de escenarios posibles, para proponer soluciones antes de elegir una sola ruta que no los lleve a una solución.

Tip 3. Al terminar, forme grupos de estudiantes e indíqueles que den un conjunto de propuestas para lograr la equidad en los viajes espaciales. Es importante tomar en cuenta que los grupos pueden obtener soluciones opuestas, aproveche el espacio para contrastar sus soluciones y obtener una respuesta a ambas partes.

Tip 4. Pida a los estudiantes que analicen la imagen de la **página 28** y compartan con sus compañeros cómo se imaginan que será vivir en otros planetas. Al terminar, pida que lean los aprendizajes esperados de cada materia de la **página 29** y expongan de manera grupal cuál creen que sea la importancia de estudiar estos temas como grupo, para resolver el problema de equidad durante los viajes espaciales. Le sugerimos construir con ellos, desde este momento, una lista de los factores clave para combatir la inequidad.



- Identifica el impacto del colonialismo en Asia y África.
- Analiza la competencia existente entre los Estados europeos antes de 1914.



- Promueve la igualdad de género en sus relaciones cotidianas y lo integra como criterio para valorar otros espacios.

- Analiza el aporte calórico de diferentes tipos de alimentos y utiliza los resultados de su análisis para evaluar su dieta personal y la de su familia.



- Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras.

- Lee una novela completa de su elección.



- Describe different future situations relevant to the topic.
- Speculate about events that happened at some point in the past.
- Express wishes about specific problems in the future.
- Use essential vocabulary to create a prototype and come up with possible solutions to the Big Challenge.

Sesión 1

Tip 5. En el **Paso a paso**, páginas 30 y 31, se presenta nuestra metodología didáctica, *Interacción constructiva*. En este caso, se abordará el problema de viajar al espacio. Para entrar en materia, pida a los estudiantes que piensen en cuál podría ser un destino a visitar y por qué, luego pida que piensen en las posibles distancias y tiempos que implica tal viaje. Aquí entran las matemáticas; pregunte: ¿cómo se miden las distancias en el espacio exterior?, ¿es igual que en la Tierra?, ¿El espacio y el tiempo son iguales también a los que conocemos en nuestra experiencia terrestre? Sugiera que un sencillo teorema, conocido desde hace más de 2 000 años, nos dará algunas respuestas: el teorema de Pitágoras.

Tip 6. Proponga al grupo un plan de trabajo para realizar el proyecto de forma paulatina y propiciando que cada estudiante participe de igual forma. Además, incite al grupo a proporcionar ayuda entre los equipos para obtener un mejor resultado y que cada miembro pueda indagar en el aprendizaje esperado y no queden dudas al respecto.

Tip 7. Cuestione a los alumnos sobre si consideran que lograrán superar el reto, las implicaciones que tiene y si realmente creen que tiene algún sentido idear un viaje en equidad por el espacio.



Sesión 2

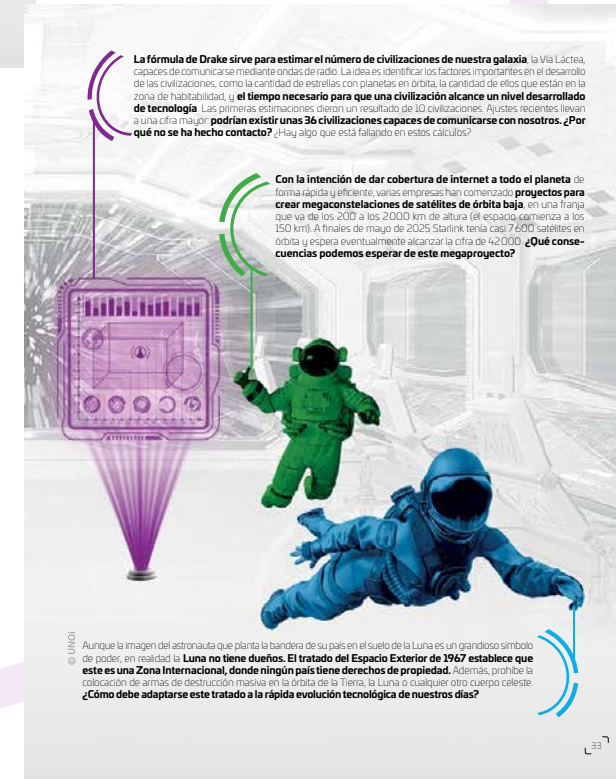
Propósito

Los estudiantes conocerán algunos datos científicos, sociales, legales y tecnológicos sobre la exploración del espacio exterior. Reconocerán que la equidad en el espacio es un tema importante desde diferentes puntos de vista y, por ende, implica un abordaje multidisciplinario.

Tip 1. Como preámbulo al trabajo del **Big Challenge**, solicite a los estudiantes que investiguen en Internet sobre el teorema de Pitágoras y sus aplicaciones. Haga notar la ventaja de resolver problemas con el teorema. Luego, revise con ellos algunos usos triviales o complejos del teorema en la vida cotidiana y las posibles aportaciones en los viajes espaciales. El trabajo anterior también les dará herramientas para comprender y analizar la manera en que se presenta, o pistas sobre cómo relacionar la información de la **Infografía**, **páginas 32 y 33**.

Tip 2. Inicie una reflexión acerca de la relación que hay entre los viajes espaciales y la equidad, y la manera en que una influye sobre la otra. Comenten en plenaria qué factores, como elementos políticos, ideológicos, religiosos y culturales, entre otros, fomentan la inequidad y qué se podría hacer para atender esa situación.

Tip 3. Pida al grupo que investigue más a fondo sobre las aportaciones de las mujeres en la vida espacial. Abra un debate grupal sobre la equidad o inequidad de la inclusión de las mujeres en las actividades, aproveche el espacio para que expongan sus puntos de vista de cómo podrían modificar las decisiones a futuro para que la exploración espacial sea mas equitativa.



Sesión 2

Tip 4. Abra un espacio de intervención para que los alumnos comenten sus respuestas, y argumenten sobre las posibilidades en ellas, a las preguntas de la **página 34**, de la sección **ANALIZO**, que da el *Call to Action* del **Big Challenge**. Tenga presente que, aunque todas las respuestas son válidas en esta etapa, no necesariamente serán correctas. Al terminar pida al grupo que comenten sus conocimientos sobre los lanzamientos de cohetes espaciales, ayudándose de la imagen de la **página 35**.

Tip 5. Termine la sesión invitando a los estudiantes a indagar sobre la importancia de cada una de las materias durante el desarrollo del **Big Challenge**. Conforme los estudiantes empiecen a tener más información sobre los lanzamientos espaciales y la exploración espacial (sea de planetas u otros cuerpos celestes), empezarán a tener más dudas sobre los temas. Aproveche esos momentos para que los alumnos se ayuden entre sí. Es muy importante procurar que todos los alumnos participen por igual, si detecta que algún alumno no participa, puede ayudarlo preguntándole sobre sus ideas respecto al tema particular y buscar darle alguna idea con la que pueda apoyar al resto del grupo. Comente también sobre la importancia de la igualdad dentro de las matemáticas y sobre cómo en la vida social no siempre es sencillo obtener la igualdad de oportunidades para todos.



Sesión 3

Propósito

Mediante algunos ejercicios de la sección reconozco, los estudiantes evaluarán sus conocimientos respecto al uso y aplicaciones del teorema de pitágoras.

Tip 1. Las actividades de la sección **RECONOZCO**, de la **página 36** están planeadas para poner en evidencia qué saben y qué no sobre el Teorema de Pitágoras, en los aspectos referentes a las condiciones en que éste es aplicable y a su correcto planteamiento.

Tip 2. Al terminar de resolver la **actividad 02, página 37**, solicite a los alumnos responder la lista de cotejo, pregunte a los alumnos sus dudas de las actividades resueltas en la sección **RECONOZCO**. Comente que estas son de exploración, pero que el puntaje que obtuvieron les da una idea de su nivel de conocimiento.

RECONOZCO

Comienza el Big Challenge en tu Diario de Aprendizaje de Matemáticas identificando cuáles de estos reactivos puedes contestar con lo que ya sabes, y registra en la lista de cotejo cuántos puntos obtuviste (no importa si hay algo que no puedas resolver). Al terminar el Big Challenge, responde de nuevo los reactivos en tu cuaderno para que reconozcas cuánto avanzaste.

01 Rodea el o los triángulos que cumplen con el teorema de Pitágoras.

11 Subraya la expresión que representa correctamente la aplicación del teorema de Pitágoras para el triángulo azul. Luego, responde.

a) $x^2 = y^2 + z^2$ c) $z^2 = x^2 + y^2$
b) $y^2 = z^2 + x^2$ d) $y^2 = z^2 - x^2$

Si conoces las medidas de los lados, ¿con el teorema de Pitágoras puedes calcular la medida de los ángulos? Explica.

Respuesta Modelo (R. M.) No. El teorema de Pitágoras solo relaciona las medidas de los lados, no de los ángulos.

12 Selecciona las ternas que cumplen con el teorema de Pitágoras y responde. (1 M)

Duplica la primer terna. ¿Se cumple el teorema de Pitágoras?

No porque $a^2 + b^2 \neq c^2$

¿Cuánto debe medir el lado h para que se trate de un triángulo rectángulo?

Debe medir 43 cm.

15 cm, 5 cm, 1 cm 20 cm, 21 cm y 29 cm
12 cm, 5 cm, 13 cm 11 cm, 60 cm, 61 cm

02 Calcula la medida de h. Escribe tus operaciones.

Por el teorema de Pitágoras:
 $h^2 = 2^2 + 1^2$
Luego:
 $h^2 = 4 + 1$
 $h^2 = 5$
 $h = \sqrt{5}$
 $h \approx 2.24$

2.1 Usa las palabras clave para inventar una situación problemática que incluya triángulos rectángulos y sus medidas.

Responde Libre (R. L.)

Atender: telescopio			Ubicar: estrellas		
Dónde: en el desierto			Dónde: en la galaxia		
Problema: los suministros			Problema: error en los cálculos		
Distancias: en kilómetros			Distancias: en parsecs		

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final del Big Challenge regresarás a esta lista de cotejo. (1 L)

	Antes del Big Challenge		Al terminar el Big Challenge	
	Sí	No	Sí	No
1. Resuelvo problemas geométricos utilizando el teorema de Pitágoras.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Resuelvo problemas contextuales utilizando el teorema de Pitágoras.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Puntos obtenidos:

INVESTIGO

Aprendizaje esperado
Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras.

Keys
• Problemas geométricos
• Problemas con triángulos rectángulos

Sesión 4

Propósito

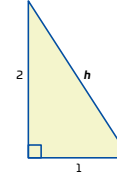
Los estudiantes indagarán sobre el tema para ampliar y profundizar sus saberes buscando información en los Key: *Problemas geométricos* y *Problemas con triángulos rectángulos*.

Tip 1. Invite a los estudiantes a explorar y leer detenidamente la sección Investigo de los **Key**, *Problemas geométricos* y *Problemas con triángulos rectángulos*. Sugiera tomar notas que resuman los puntos importantes del tema.

Tip 2. Sugiera a los alumnos elaborar un formulario con diagramas explicativos que aprovechen la naturaleza geométrica del tema estudiado.

Tip 3. Invite a los estudiantes a resolver las cuatro actividades de ejercitación de cada recurso **Key**, cuidando de tomar en consideración la retroalimentación que se les aporta.

02 Calcula la medida de h . Escribe tus operaciones. +2



Por el teorema de Pitágoras:
 $h^2 = 2^2 + 1^2$
 Luego:
 $h^2 = 4 + 1$
 $h^2 = 5$
 $h = \sqrt{5}$
 $h \approx 2.24$

2.1 Usa las palabras clave para inventar una situación problemática que incluya triángulos rectángulos y sus medidas. Respuesta Libre (R. L.) +2

Atender: telescopio
 Dónde: en el desierto
 Problema: los suministros
 Distancias: en kilómetros

Ubicar: estrellas
 Dónde: en la galaxia
 Problema: error en los cálculos
 Distancias: en parsecs

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final del Big Challenge regresarás a esta lista de cotejo. R. L.

Antes del Big Challenge Al terminar el Big Challenge

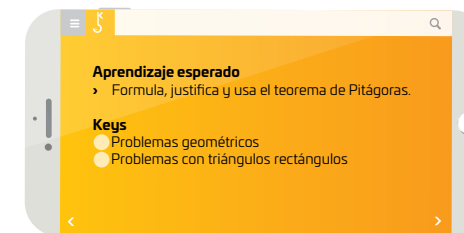
1. Resuelvo problemas geométricos utilizando el teorema de Pitágoras.
2. Resuelvo problemas contextuales utilizando el teorema de Pitágoras.

Sí	No	Sí	No
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Puntos obtenidos:

INVESTIGO ● ● ● ● ● ● ● ●

© UNOi



Sesión 5

Propósito

En la sección **Comprendo** los estudiantes profundizarán en usos y aplicaciones históricas del teorema de pitágoras. Desde civilizaciones antiguas hasta usos astronómicos del mismo. También iniciarán el diseño de un canal para poner en práctica sus habilidades en comunicación y elaboración de un proyecto de ejecución a largo plazo.



Tip 1. Otorgue diez minutos para la lectura del texto de la sección **COMPRENDO, página 38**. Después abra una sesión grupal para comentar sobre lo que leyeron. Para organizar esta sesión, observe que la lectura cubre dos objetivos:

- I. Describe un método para estimar distancias estelares.
- II. Plantea situaciones de discriminación de la mujer en la ciencia.


Tip 2. Invite a los estudiantes a visitar los sitios de internet sugeridos para ampliar la perspectiva planteada en el texto. También puede sugerir otros que complementen o tengan la perspectiva que usted busca. Con base en esta información, organice una sesión grupal de discusión. Invítelos a proponer ideas encaminadas a solucionar las situaciones de discriminación mencionadas. En particular, motívelos a discutir la diferencia entre “igualdad” y “equidad”.

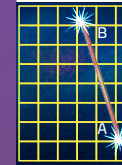
Tip 3. Abra un espacio para que los alumnos comenten sus observaciones o conocimientos sobre las constelaciones, haciendo hincapié en cómo han perdido las personas el interés por la contemplación del cielo nocturno debido a diversos factores. Indique a los estudiantes que mencionen cómo podrían fomentar la observación de constelaciones y su importancia para comprender nuestra galaxia.


COMPRENDO


En el hemisferio norte, una de las constelaciones que más destaca durante buena parte del año es la de Orión. ¿La conoces? Mírala aquí . Sus estrellas se encuentran a muchos años luz de la Tierra. ¿Puedes imaginarte esas distancias? ¿Y por qué se miden en años luz? ¿Cómo podrías calcular las distancias entre las estrellas que forman esta constelación ? Si colocamos una cuadrícula en una imagen de la constelación, podemos darnos una idea de qué tan lejos se encuentran unas de otras, es decir su distancia relativa. Claro, será una aproximación muy burda, porque no se encuentran en un plano, sino a diferentes distancias de la Tierra.




Con el teorema de Pitágoras, probablemente el teorema más conocido del planeta , es sencillo iniciar las estimaciones de las distancias. Considera solo las estrellas Alnitak y Betelgeuse (que representaremos por A y B, respectivamente). En la imagen, el segmento que los une no queda exactamente sobre una línea vertical u horizontal, pero A y B están muy cerca de las intersecciones de la cuadrícula.



Busca y marca el triángulo rectángulo con catetos 2 y 6 que relaciona a las dos estrellas. Por el teorema de Pitágoras sabemos que $2^2 + 6^2 = (AB)^2$. Esto quiere decir que $2^2 + 6^2 = 4 + 36 = 40$ es el cuadrado de la hipotenusa, es decir, extrayendo la raíz cuadrada, la longitud del segmento es 6.3246, aproximadamente. ¿Qué datos haría falta conocer para tener una mejor estimación? ¡No conviertas a Betelgeuse en una supernova por quedarte con dudas ! Comenta tus ideas con los demás.


Hoy sabemos que el teorema de Pitágoras fue conocido por culturas más antiguas que la griega (por ejemplo, babilonios, egipcios y chinos), aunque a esta se le atribuye la primera justificación. ¿Cuántas de las personas que identificaron este teorema habrán sido mujeres ? De hecho, una pregunta más general es ¿cuántos descubrimientos, antiguos y modernos, fueron logrados por mujeres? O también, ¿tú conoces más científicas que científicos?

En matemáticas, astronomía y ciencias en general han trabajado hombres y mujeres de todas las naciones y épocas, de manera individual o colectiva, aunque históricamente el papel de la mujer ha sido eclipsado por el hombre, sin justificación en cuanto a méritos. Una ínfima prueba:

- una mujer hizo posible la programación necesaria para que la humanidad alcanzara la Luna. Conoce más de Margaret Hamilton en https://esant.mx/ac_unoi/sumt3-032
- cuando un equipo mundial de científicos obtuvo la primera imagen de un agujero negro , destacaron mujeres como Katie Bouman. Lee un poco de la historia en https://esant.mx/ac_unoi/sumt3-033.

En la exploración espacial todavía hay desigualdad entre hombres y mujeres: solo una de cada diez personas que ha viajado al espacio es mujer. No es porque ellas no tengan la preparación o la capacidad, sino porque influyen otros factores, como las decisiones de quién es seleccionado y cómo se organizan las misiones.

Algunas personas dicen que hay diferencias físicas, como la resistencia o la fuerza muscular promedio, pero eso no significa que las mujeres no puedan hacer el mismo trabajo que los hombres en el espacio.

La inequidad de género está presente hasta en los viajes a las estrellas , e involucra diversos aspectos, así que es necesario estar atento para identificarlos. ¿Crees que el teorema de Pitágoras te ayude a representarlos? ¿Qué datos o variables considerarías?

Eugenio Díaz Barriga Arceo

Sesión 5

Tip 4. Anime a los estudiantes a explorar las posibilidades de Twitch y que cada equipo tenga una diseño original y novedoso, mencionando lo que a usted, como usuario, le gustaría ver en él. Fomente el apoyo de los canales entre los mismos estudiantes, para que todos tengan varios seguidores. Incluso puede seleccionar diversos días o semanas para apoyar a un canal en particular.

Tip 5. Dedique tiempo para que los alumnos compartan sus estrategias para seguir los consejos e incluso puedan agregar sus propias ideas. Es importante recordarles que la sección **Habilidades para el Diseño de la Comunicación** incluye una guía básica para el diseño, pero existen una infinidad de opciones para la creación de contenido dentro de la plataforma.

Tip 6. Por último, señale a los estudiantes la importancia de tomar descansos para hidratarse, descansar e incluso convivir con sus familiares. Una de las partes fundamentales de un buen creador de contenido es la versatilidad en sus actividades y no ser repetitivo.

HABILIDADES PARA EL DISEÑO DE LA COMUNICACIÓN

En esta ocasión te proponemos utilizar tus Habilidades para el Diseño de la Comunicación en la preparación de escenarios para un streaming en Twitch que lo haga atractivo para tu público. ¡Sigue el esquema!

Preproducción **Diseña tu canal** Redacta tu guion Promueve tu evento Streaming

¿Cómo puedo hacer que mi transmisión sea la mejor? El diseño del canal es una parte fundamental en el mundo del streaming. Utiliza estos consejos, aquí en Matemáticas, para tener el mejor canal de la plataforma.

¿Qué es el diseño del canal?

En Twitch son todos los elementos estéticos que puedes agregar a tu canal. Los hay decorativos e informativos, y puedes elegir algunos para cuando tu canal permanezca *offline*, por otra parte, los elementos online son los que usarás durante la transmisión.

¿Qué elementos debo considerar al crear mi canal?

- **Información sobre ti**. Comparte un poco sobre ti, para que los usuarios que no te conozcan sepan cómo eres o qué te gusta. Recuerda no compartir información importante con nadie en la plataforma.
- **Características de tu computadora**. Un listado de los componentes de los equipos de quienes transmiten es algo que buscan los usuarios de esta plataforma en los canales que visitan. Así que no dejes de anotar los tuyos.
- **Horario**. Publicar un horario ayudará a que un mayor número de usuarios te vean. Lo ideal es grabar dos o tres veces por semana, aunque empezar con una transmisión semanal es más que suficiente.
- **Redes sociales**. Comparte tus redes sociales para que tus seguidores sepan más sobre ti. Puedes crear una nueva página para tu canal y ahí compartir información exclusiva de lo que ocurre o realizarás en él.
- **Reglas de tu canal**. A tus seguidores les encantará interactuar contigo (es algo usual en esta plataforma), por lo que es prudente escribir las reglas del chat. Las más comunes son: nada de lenguaje ofensivo, no hablar sobre temas privados o polémicos y respetar a los demás usuarios.

¿Qué diseño me conviene usar durante mi transmisión?

- **Marco**. Prepara un marco para hacer atractivo tu canal, puedes encontrar muchos en internet o crear el tuyo ahí mismo en la plataforma.
- **Chat**. Puedes integrar el chat dentro de tu ventana de transmisión para que los usuarios lo lean fácilmente.
- **Sonidos y animaciones**. Incorpora efectos que se activen cada que un nuevo usuario te siga, para darles notoriedad y animar a otros a hacerlo. Hay una amplia variedad de sonidos y animaciones prefabricadas en la plataforma.
- **Escenas**. Utiliza diferentes diseños en una misma transmisión. Por ejemplo, aumenta el tamaño de la cámara al empezar o terminar y que así tus espectadores únicamente te vean a ti.

Escribe una lista de elementos que deseas agregar a tu canal, para llevar un orden de ideas y volverte un experto en las transmisiones en vivo.

R. L.

Recuerda que cometer errores es parte del proceso de aprendizaje.

© UNOi

39

PRACTICO

Resuelve las actividades, apóyate en tu indagación.

01 Analiza la información y resuelve.

A la distancia del Sol a la Tierra se le llama Unidad Astronómica (es decir, 1 UA es la distancia entre estos dos cuerpos celestes). Se usa para definir otra medida, más apropiada para distancias estelares: el pársec (pc), que es la distancia, medida desde el Sol, a un objeto que tendría una paralaje de 1 segundo (se escribe 1", así como 1 grado es 1°).

Indica la hipotenusa en términos de las medidas de los catetos. **R L**

TRES FIGURAS QUE SE TRANSFORMAN CON EL TEOREMA DE PITÁGORAS

¿QUÉ COLORES USARÍAS PARA RESALTAR EL TEOREMA?

Sabiendo que 1 pc = 206.265 UA dibuja triángulos como el anterior, pero con los cambios solicitados.

Un con medidas en unidades astronómicas. Usa decimales.

(El estudiante dibuja un triángulo con:

- Lado horizontal de 1 UA.
- Lado vertical de 206.265 UA.
- Hipotenusa de 206.265.0000026241 UA.)

Otro igual, usando pársecs esta vez.

(El estudiante dibuja un triángulo con:

- Lado horizontal de 1 pc.
- Lado vertical de 0.0000004848 pc.
- Hipotenusa de 1.000000000011752 pc.)

¿Con estos triángulos percibes mejor qué tan diferente es 1 UA de 1 pc? ¿O ya lo habías visualizado bien? Anota tu explicación y discútelo con un compañero. **R L**

¿El teorema de Pitágoras requiere un dibujo exacto, o de lo contrario se dificulta el entendimiento de la situación? Discútelo con tu grupo y anota sus conclusiones. **R L**

02 Lee con atención. Luego, realiza lo indicado. **R L**

"Planilandia", obra clásica de Edwin A. Abbott (1838-1926), es una novela de ciencia ficción matemática donde un mundo de dos dimensiones es descrito por Un Cuadrado.

Los habitantes de este lugar son polígonos, y solo pueden mirar lo que está en su mundo: el plano bidimensional. Su sociedad tiene un régimen fuertemente jerárquico, donde la posición en la escala social está determinada por el número de lados que tienen. Algunos polígonos cuentan con ángulos tan variados y tan agudos que parecen líneas, y en la cúspide están los círculos, que son sacerdotes.

Un Cuadrado no solo describe a Planilandia sino también su encuentro con un ser de Espacialidad (nuestro mundo). Por analogía, este encuentro nos llevaría, y ese podría ser el objetivo del autor, a imaginar la cuarta dimensión física. Interesante, ¿no crees?

Imagina y dibuja el encuentro del personaje de Planilandia con un habitante de nuestro mundo. **R L**

Escribe por qué crees que el autor presentó una sociedad jerárquica. **R L**

¿Conoces historias (novelas, cuentos, películas o cómics) donde se planteen el anhelo de conocer el universo más allá de nuestras limitaciones? Plátala con el grupo, anota las obras que mencionen y si se acercan o alejan de la de Abbott. **R L**

¿Cómo crees que miden distancias en Planilandia? Discútelo primero con un compañero y luego con toda la clase. Anota sus conclusiones y usa dibujos para explicarlas. **R M**

Los estudiantes concluyen que las distancias en Planilandia se miden de igual manera que en nuestro mundo. **R M**

El teorema de Pitágoras, ¿existirá en Planilandia? Explica tus ideas, luego coméntalas con un compañero. **R M**

El estudiante descubre que toda la geometría (plano) puede desarrollarse en Planilandia, tal y como ocurre en nuestro mundo. **R M**

DIBUJA DOS FORMAS DE DESCOMPONER UN CUADRADO EN TRIÁNGULOS Y CUADRADOS DE MENOR TAMAÑO.

¿QUÉ LETRAS Y COLORES USARÍAS PARA RESALTAR EL TEOREMA?

Sesión 7

Propósito

Los alumnos reflexionarán sobre la relación entre el teorema de Pitágoras y el concepto matemático de dimensión, que extenderán inductivamente desde la dimensión cero hasta la cuarta dimensión; generalizarán el teorema de Pitágoras para cualquier número de dimensiones y, con ello, comprenderán algebraicamente el concepto de espacio, tal como se entiende en matemáticas.

Tip 1. Organice al grupo en equipos de tres o cuatro integrantes para resolver la **actividad 03** de la **página 42** e invítelos a discutir sus soluciones propuestas. Apóyelos en la construcción de argumentos y mencione que este es un problema muy ambicioso y antiguo, con el que los griegos comenzaron a conocer el universo. Sugiera investigar las soluciones de Hiparco, que se estudiarán más adelante en este trimestre.

Tip 2. Para realizar los cálculos con la precisión necesaria (con más de 10 decimales) se debe usar una computadora o una calculadora en línea, como https://esant.mx/ac_unoi/sumt3-036.

Tip 3. Invite a los estudiantes a explicar los argumentos de las demostraciones del teorema de Pitágoras. La de la **página 42** puede ser un reto, es algebraica y está basada en relaciones de semejanza.

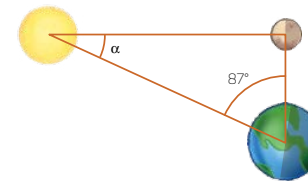
Aprendizaje aumentado

Proponemos añadir, ya sea anterior o posterior a la **actividad 3** de la sección Práctico de la **página 42** el uso de la aplicación **Find Angles!- Math questions**, la cual, propone al usuario completar el ángulo faltante en un triángulo. Para ello, pida a los estudiantes abrir la aplicación y seleccionar la opción "Angles?". Pida que realicen la primera etapa; 15 ejercicios. Posteriormente invite a los estudiantes a compartir sus deducciones para encontrar ángulos en figuras geométricas.



03 Lee y observa. Luego, completa la tabla y contesta.

La figura muestra a la Luna en fase media (cuarto creciente o cuarto menguante), y puedes observar también la medida del ángulo de visión desde la Tierra, que hay entre la Luna y el Sol (87° , aproximadamente).



Ángulo de visión desde...	Valor
el Sol, entre la Tierra y la Luna	3°
la Luna, entre el Sol y la Tierra	90°

Con el teorema de Pitágoras, ¿qué puedes calcular del triángulo?

R. L.

De la Tierra al Sol hay 150 millones de kilómetros y solo 400 mil kilómetros de la Tierra a la Luna, aproximadamente. ¿Cuál es la distancia entre el Sol y la Luna? Anota todos tus cálculos.

149'999'466'667 millones de kilómetros.

Entonces, ¿puede decirse que la Tierra y la Luna están a la misma distancia del Sol? Explica y discútelo con tu grupo.

R. L.

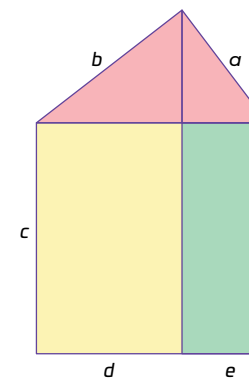
¿Qué representación del sistema Sol-Tierra-Luna mostraría mejor tus cálculos y razonamientos anteriores? ¡No limites tu dibujo a este espacio!

R. L.

Y la equidad de género en asuntos espaciales, ¿se representará tan erróneamente como el sistema Sol-Tierra-Luna? Discútelo con tu grupo y anota sus conclusiones.

R. L.

LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS INDICAN MEDIDAS DE ÁREAS Y LONGITUDES.



¿QUÉ OPERACIONES CONFIRMAN EL TEOREMA?

42

Sesión 7

Tip 4. Antes de responder la **actividad 04** de la **página 43** invite a los estudiantes a recordar el concepto de dimensión y la novela *Planilandia*. También será útil repasar cómo se representan objetos de tres dimensiones al realizar dibujos con perspectiva.

Tip 5. Invite a los estudiantes a explicar los argumentos de las demostraciones del teorema de Pitágoras. La de la **página 43** es geométrica y requiere solo un poco de atención e imaginación.

Aprendizaje aumentado

Proponemos añadir junto con la **actividad 4** de la sección Practico de la **página 43** el uso de la aplicación **Geo-AR**. Para ello, pida a los estudiantes abrir la aplicación e invítelos a dibujar el cubo y el hipercubo que aparecen en el Diario de Aprendizaje. De tiempo suficiente para que el estudiante se adapte al uso de esta aplicación. Pida que compartan entre ellos sus creaciones; y si alguno logró dibujar el hipercubo, pídale que comparta los razonamientos con los demás.

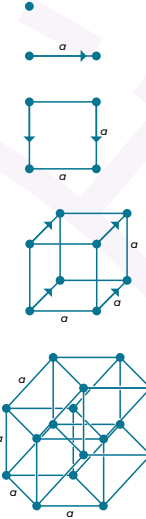
04 Lee, imagina y haz lo que se solicita.



Charles Howard Hinton (1853-1907) fue un matemático británico que se interesó profundamente por el concepto de "la cuarta dimensión". Escribió relatos para que sus lectores, ejercitando su imaginación, vislumbraran espacios más allá de las tres dimensiones que observamos en nuestro entorno. Sus fantásticas ideas influyeron a escritores como H. G. Wells y Jorge Luis Borges, pero también a científicos como Albert Einstein.

➤ Sigue a Hinton e inspírate en el movimiento del punto inicial y las figuras que le siguen (con las flechas), para completar la tabla.

Nombre	Dimensión	Descripción
Punto	0	No tiene partes ni dimensiones.
Línea	1	Generada por la traslación de un punto.
Cuadrado	2	Producido por la traslación de un segmento en dirección perpendicular al mismo.
Cubo	3	Producido por la traslación de un cuadrado en dirección perpendicular al plano del cuadrado original (dirección que se representa con líneas inclinadas).
Hipercubo o Tesseracto	4	Producido por la traslación de un cubo en dirección perpendicular al espacio del cubo original.



➤ ¿Qué relación tiene el movimiento del punto con lo que ocurre en Planilandia? Explicalo describiendo una nueva experiencia trascendental de Un Cuadrado.

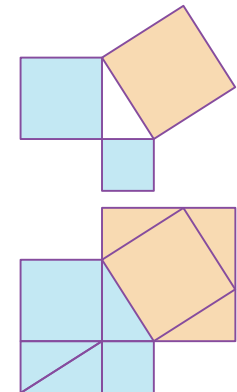
R. L.

➤ Como el movimiento del punto, que genera figuras en más y más dimensiones, ¿la inequidad será un problema que genera otros más conforme crece? ¿Habrá un movimiento inverso que le quite dimensiones? Anota tus ideas y discútelas con el grupo.

R. L.

© UNOI

CONSTRUYE MÁS TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS PARA LLEGAR DE UNA FIGURA A OTRA.



¿QUÉ FIGURAS Y ÁREAS IGUALES RESULTAN DEL TEOREMA?

43

Sesión 8

Propósito

Los estudiantes aplicarán lo aprendido en la solución de casos específicos que implican el uso del teorema de Pitágoras. Además conocerán la aplicación del mismo en cuestiones de relatividad y experimentos mentales.

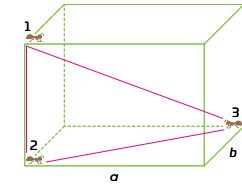
Tip 1. Pida a los estudiantes resolver de manera individual la **actividad 05** de la **página 44**. Al terminar, motive la reflexión sobre la idea principal del ejercicio, observando que podemos movernos en el espacio mediante combinaciones de movimientos en tres direcciones (o dimensiones): enfrente-atrás, izquierda-derecha, arriba-abajo y que incluso las aves y los peces poseen mayor libertad de movimiento que una persona por sí misma. Retome esta reflexión para contrastar la **actividad 07** de la **página 45**.

Tip 2. Pida a los estudiantes que formen equipos para resolver la **actividad 06** de la **página 44**. Esta actividad tiene por objetivo generalizar el teorema de Pitágoras para cualquier dimensión, conviene discutir en grupo, y detenidamente, cada uno de los incisos que lo componen. Proponga ejemplos y verificaciones de los resultados. La principal aplicación de esta generalización está en el uso del teorema para medir distancias; procure que los estudiantes noten esto con toda claridad.

Tip 3. Invite a los colegiales a revisar la quinta demostración del teorema de Pitágoras de la **página 44**. Pídales que describan las transformaciones que convierten una figura en la otra. Puede ser de utilidad trabajar con modelos de papel recortables de dichas figuras. Una vez más, solicite que copien, recorten y manipulen las figuras para identificar áreas iguales y construcciones alternativas a las mostradas.

05 Analiza y haz lo que se indica.

Imagina que hay tres hormigas en un recipiente especial, con forma de prisma rectangular, como se muestra. El recipiente está relleno de algo que les permite moverse en cualquier dirección, y lo harán siempre en línea recta.



- Dibuja las trayectorias que seguirá cada hormiga para llegar con sus compañeras.
- Explica si alguno de los recorridos puede describirse como un movimiento en menos de tres dimensiones. Haz los dibujos necesarios.

R L

- Une la expresión que indica la distancia que separa a las...

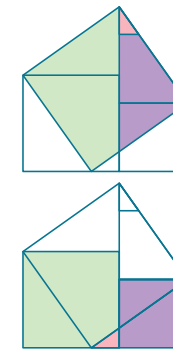
- a) hormigas 1 y 2 $\sqrt{a^2 + b^2}$
- b) hormigas 2 y 3 c
- c) hormigas 1 y 3 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

06 Relaciona lo que hiciste en las dos actividades anteriores y completa la tabla.

Imagina que te mueves sobre un punto, desplazándote cierta longitud en una dimensión y pasando luego a otra, y así sucesivamente. Además, en el lugar de partida dejaste un hilo y que vas tensando y midiendo su longitud. Dicha medida es igual a la diagonal de la ruta formada. Por ejemplo, en 2 dimensiones se calcula con el teorema de Pitágoras. Puedes extender esta idea asignando una letra para cada dimensión.

Elemento	Dimensión	Longitud de su diagonal
Punto	0	No tiene
Segmento	1	a
Rectángulo	2	$\sqrt{a^2 + b^2}$
Prisma	3	$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
Hiperprisma	4	$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}$

DOS TRIÁNGULOS SOSTIENEN A UN CUADRADO.
ABAJO, DOS CUADRADOS HACEN LO MISMO CON AQUELLOS.



¿QUÉ COLORES CONFIRMAN EL TEOREMA?

44

- Contesta.



En 3 dimensiones, la longitud de la diagonal también es la hipotenusa de un triángulo, ¿en él puede aplicarse el teorema de Pitágoras?

R M. Sí, porque es un triángulo rectángulo, como el que se formó entre las hormigas de la actividad anterior.

¿Qué conclusión puedes dar sobre el uso del teorema de Pitágoras para medir distancias en varias dimensiones?

R L

- Discute tu respuesta con el grupo y reflexiona sobre las ideas que escuches.

Sesión 8

Tip 4. Pida a los estudiantes que, en grupo, lean la paráfrasis de la **actividad 07** de la **página 45** y respondan las cuestiones. Proponga una discusión sobre la idea planteada: el tiempo como cuarta dimensión. Muy probablemente no será una idea nueva para los estudiantes, pero invítelos a conceptualizarla ahora de una manera totalmente matemática, utilizando lo visto durante el recorrido de las páginas anteriores.

Tip 5. Solicite a los estudiantes que, en parejas, respondan la **actividad 08** de la **página 45**. Motíuelos a seguir con cuidado el razonamiento y aplicar el teorema de Pitágoras correctamente. Al terminar, organice una lluvia de ideas para recapitular: han deducido un resultado fundamental de la teoría de Einstein, uno que permitió, en su tiempo, revolucionar la física y el mundo posterior.

Aprendizaje aumentado



Proponemos añadir el uso de la aplicación **Pinterest** para ampliar la indagación en la representación gráfica del teorema de Pitágoras en la **actividad 8** de la sección **Practico**, **página 45**. Indique a los alumnos que busquen, en parejas, imágenes de edificios de la ciudad de Dubai, donde se distingan muchos triángulos rectángulos y pida que las relacionen con la ecuación del teorema de Pitágoras usada en clase, que identifiquen los catetos y la hipotenusa. Al terminar, solicite que compartan sus trabajos con el resto de sus compañeros. Tenga presente que, para usar Pinterest, los colegiales deben estar registrados en ella; una buena opción puede ser entonces, crear una cuenta de la que usted sea propietario, y que se alimente con las creaciones de los estudiantes (usando dicha cuenta en los iPads disponibles).

07 Lee y haz lo que se pide.

El Viajero a través del tiempo dijo: "Todo cuerpo real debe extenderse en cuatro direcciones: debe tener Longitud, Anchura, Espesor y... Duración. Es decir, existimos en cuatro dimensiones, tres a las que llamamos los tres planos del Espacio, y una cuarta, el Tiempo. Establezcamos una distinción imaginaria entre las tres primeras dimensiones y la última, porque nuestra conciencia se mueve a lo largo de la última desde el comienzo hasta el fin de nuestras vidas."

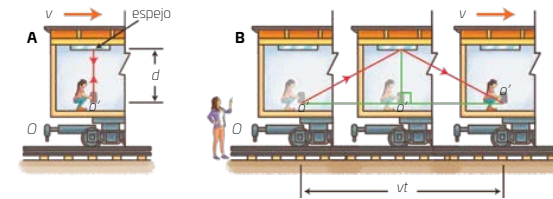
—Eso... —dijo un muchacho—, es realmente muy claro.

El texto anterior es una paráfrasis de un pasaje de *La máquina del tiempo* de H. G. Wells, obra publicada en 1895.

- ¿Entendiste las cuatro dimensiones tan bien como el muchacho? Comparte tu opinión con el grupo y diles qué películas o libros te recordó.

08 Analiza la situación.

En la imagen A, hay una niña en un ferrocarril detenido. La imagen B muestra tres momentos del ferrocarril en movimiento. En ambos casos, la niña lanza un rayo de luz que rebota en un espejo encima de ella. A estas situaciones se les llama experimentos mentales, como los que hizo Albert Einstein para explicar su Teoría de la Relatividad.



- Discute con tu grupo qué ocurre en la imagen B que no pasa en la A. Escribe todos los detalles posibles en tu cuaderno.
- Analicen juntos cuál es, para la niña y en ambas imágenes, la distancia que recorre la luz. Anota sus conclusiones.

R. M. El rayo recorre siempre una distancia igual a $2d$.

- La mujer en la imagen B, ve el rayo de luz como se muestra con las dos líneas rojas. Calcula con un compañero esta distancia recorrida por el rayo. Anota tu procedimiento.

R. M. Se forman dos triángulos rectángulos iguales y si la diagonal mide D , por el teorema de Pitágoras, la distancia recorrida en cada una es:

$$D = \sqrt{d^2 + \left(\frac{vt}{2}\right)^2}$$

Con un poco de trabajo adicional, la fórmula anterior lleva a un resultado fundamental (mostrado abajo) de la Teoría de la Relatividad. En él, t es el tiempo del observador en reposo, t' el tiempo de quien está en movimiento y c es la velocidad de la luz. ¿Qué pasa cuando la velocidad v (del tren) se acerca a cero?

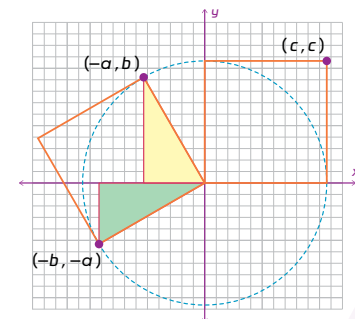
$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

R. M. Para velocidades reducidas, los tiempos de ambos observadores son prácticamente los mismos.

¿Qué otro teorema verificarías con un láser?



LAS COORDENADAS INDICAN LAS MEDIDAS DE LOS CUADRADOS Y TRIÁNGULOS.



¿TE AYUDAN LAS COORDENADAS A RECONOCER EL TEOREMA?

45

Sesión 9

Propósito

Los estudiantes aplicarán un resultado básico de la teoría de la relatividad especial, imaginarán un posible futuro de equidad en el espacio y reflexionarán sobre la importancia del conocimiento matemático en relación con la exploración espacial. Además reforzarán lo aprendido aplicando sus conocimientos adquiridos en la solución de algunos problemas del Key: *Problemas geométricos*.

Tip 1. Solicite a los estudiantes que lean la **Agenda UNOi Hacia el Futuro** de la **página 46** y al terminar comenten sus puntos de vista sobre el valor del conocimiento matemático en la exploración del espacio. Motíuelos a reflexionar cómo se relaciona este valor con el que puede tener la literatura, por ejemplo, acerca del mismo tema.

Tip 2. Luego de revisar la demostración del teorema de Pitágoras de la **página 46**, anime a los estudiantes a utilizar una de las que se encuentran en las páginas anteriores para componer algunos versos o un fragmento de una canción para describir la demostración correspondiente. También invítelos a votar grupalmente cuál fue la demostración que más les gustó, la que más los sorprendió y la que les resultó más compleja de comprender.

09 Usa la actividad anterior para realizar lo siguiente.

- En la fórmula del tiempo, revisa con un compañero lo que ocurre cuando v se acerca a c . Hagan cálculos en su cuaderno con $v = 0.8, 0.9, 0.99$ y 0.995 . Anota las conclusiones a las que lleguen.

R.M.
Cuando la velocidad del observador en movimiento se acerca a c , el tiempo del observador en reposo se vuelve mucho mayor al de quien está en movimiento.

A velocidades cercanas a las de la luz c , es decir, cuando v se acerca a c , no solo se altera el tiempo, también la longitud de las cosas. Discute con tu grupo la relación de la siguiente fórmula con la imagen y obtengan conclusiones.

$$L = L' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

¡CÚTATE CON LOS IRREGULARES VERSOS PARA LLEGAR AL TEOREMA.

Construye un triángulo rectángulo.
Haz dos más como el.
Del primero, obtén uno semejante al multiplicar sus lados por a .
Repite el proceso con el segundo, usando un factor b .
Lo mismo con el tercero, pero con factor c .
Así tendrás tres triángulos, que ensamblados forman al rectángulo.

LA RIMA NO ES BUENA, PERO ¿CONFIRMA EL TEOREMA?

09 DIBUJA CÓMO LLEGARÁS A TU ESCUELA EN MARTE.

EN TU ESCUELA, ¿CÓMO EVITAS LA DISCRIMINACIÓN?

AGENDA UNOI HACIA EL FUTURO

ESPACIO

¿Te imaginas un futuro donde estudiar para ser astronauta sea tan común como estudiar para ser médico?

El **Learning Compass 2030** de la **Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE)**, es un proyecto de enseñanza que detalla las competencias que los estudiantes necesitarán para prosperar en el futuro, e incluye la enseñanza de **matemáticas avanzadas** como fundamentales para la exploración y conquista del espacio en décadas por venir.³⁴

Sin embargo, la realidad es que **las personas que han sido astronautas estudiaron en universidades de países desarrollados**. En cambio, la enseñanza relacionada con matemáticas avanzadas aún no tiene relevancia en las universidades de los demás países, y esto significa un **retraso social y económico** en tanto sus universidades **no formen profesionales aptos para participar en programas de exploración del espacio**.

© UNOI

APLICO ● ● ● ● ●

Reflexiona sobre la pregunta de la sección **REALIZO**, ¿ya puedes contestarla? Escribe tu respuesta, considera lo que aprendiste en este Big Challenge. **R L**

¿Qué harás hoy para que en el futuro el espacio sea para todos?

R L

Ahora que ya sabes más acerca de las dimensiones físicas y cómo medirlas, ¿qué otras preguntas sobre el espacio se te ocurren ahora? Registra tus ideas aquí y lévalas a tu Carpeta de productor. Big Challenge Digital Book!

R L

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve de nuevo en tu cuaderno la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

R L

© UNOI

Sesión 10

Propósito

Los estudiantes reforzarán sus nuevos conocimientos acerca del teorema de Pitágoras resolviendo los problemas de la sección practico del Key: *Problemas con triángulos rectángulos*, además resolverán las dudas que surgieron durante su trayecto por el Big Challenge e identificarán los errores y sus fuentes.

Tip 1. Pida a los alumnos que trabajen de manera individual la sección **APLICO**, **página 47**. Al terminar, en grupo revisen las respuestas que dieron respecto a las preguntas detonadoras de la sección **ANALIZO**. Organicen las respuestas identificando las que son equivalentes y formen una respuesta final enriquecida con respuestas complementarias.

Tip 2. Anime a sus alumnos a que resuelvan las cuatro actividades de la sección **Practico más** de los **Key: Problemas geométricos** y *Problemas con triángulos rectángulos*, donde encontrará actividades retadoras que los llevarán al siguiente nivel taxonómico del aprendizaje.

Tip 3. Para finalizar la esfera, pida que realicen el imprimible **Maths Mastery T2_1** que permitirá ejercitar el tema aprendido.

APLICO ●●●●●●

Reflexiona sobre la pregunta de la sección **ANALIZO**, ¿ya puedes contestarla? Escribe tu respuesta, considera lo que aprendiste en este Big Challenge. **R L**



¿Qué harás hoy para que en el futuro el espacio sea para todos?

R L



Ahora que ya sabes más acerca de las dimensiones físicas y cómo medirlas, ¿qué otras preguntas sobre el espacio se te ocurren ahora? ¡Registra tus ideas aquí y llévalas a tu Carpeta de productor. Big Challenge Digital Book!

R L

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve de nuevo en tu cuaderno la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

R L

