

Matemáticas

Esfera de Exploración 1 – Semanas 17 y 18

Sesión 1

Propósito

Los estudiantes resolverán las actividades del material imprimible sobre la representación algebraica de área y volumen de cuerpos geométricos a nivel introductorio. Reflexionarán sobre las preguntas detonadoras acerca de ecuaciones, equivalencias y funciones.

1. Para comenzar la esfera, solicite a los alumnos que respondan las actividades del imprimible **Maths Mastery T2_2**, estos ejercicios les permitirán recordar y recuperar conocimientos previos referentes a los temas que revisarán a lo largo de la Esfera.
2. Abra un espacio para que los alumnos discutan y argumenten sobre las posibles respuestas a las preguntas de la página 51, de la sección **ANALIZO**.



Esfera 1

- ¿Desarrollo ecuaciones o me enrollo con ellas?
- ¿Sirve para algo tanta equivalencia?
- ¿Ecuación o, mejor, función?

Diversas maneras de expresar lo mismo

- Formula expresiones de segundo grado para representar propiedades del área de figuras geométricas y verifica la equivalencia de expresiones tanto algebraica como geométricamente.
- Formula las expresiones algebraicas de las funciones y de las ecuaciones.

51

Sesión 2

Propósito

Los estudiantes recordarán las fórmulas para calcular áreas de figuras planas y las utilizarán para establecer y verificar equivalencias algebraicas, ampliando sus conocimientos para distinguir expresiones algebraicas de funciones y ecuaciones. Investigarán sobre el tema para ampliar y profundizar sus saberes buscando información en la plataforma Key.

1. Abra un espacio de intervención para que los alumnos comenten sus respuestas a la última cuestión de la sección **RECONOZCO** en la **página 53** y discutan los diferentes puntos de vista. Invítelos a enlistar ejemplos cotidianos de funciones y ecuaciones.

2. Invite a los estudiantes a resolver las cuatro actividades de cada recurso **Key**, en la sección **Investigo**, buscando información de los conceptos que revisarán en la **Esfera**, en su indagación de los **Key** mencionados en la **página 53** : *Equivalencias mediante desarrollos, Equivalencias mediante factorización y Diferencia entre funciones y ecuaciones*.

RECONOZCO ● ● ● ●

Comienza la Esfera de Exploración en tu Diario de aprendizaje de Matemáticas identificando cuáles de estos reactivos puedes contestar con certeza. Puedes marcarlos en la lista y anotar cuáles son tus puntos obvios (no importa que haya algo que no puedes marcar). Al terminar la Esfera de Exploración, responde de nuevo los reactivos en tu cuaderno para que reconozcas cuánto avanzaste.

01 Une cada figura con la fórmula que permite calcular su área. **1.1**

Figuras:

Fórmulas: $\frac{b+h}{2}h$, $\frac{B+b}{2}h$, bh , $\frac{bh}{2}$

02 Rodea las dos expresiones con las que puede calcularse el área del rectángulo. **1.2**

Expresiones: $\frac{(2x^2+6x)(3x+2)}{2}$, $\frac{(2x^2+x)(3x+9)}{2}$, $2x(x+3)(3x+9)$, $2x(x+3)(3x+2)$, $6x(x+3)(x+3)$, $(x^2+6x)(3x+6)$

03 Rodea la oración que describe una fórmula, que no habías visto antes, para calcular un dato de una figura geométrica. Discútelo con dos compañeros. **1.3**

Oración: *Es posible expresar el área de una figura de dos o más formas? Por qué?*

P.M. Si, porque las diferentes expresiones son equivalentes. Por ejemplo, en el caso del rectángulo, pueden obtenerse al factorizar la expresión que representa su base, su altura o ambas.

04 Une cada expresión de la izquierda con sus dos equivalentes a la derecha. **2.1**

Expresiones: $4x^2+8x$, $6x-9$, x^2y+xy^2

Equivalentes: $3(2x+3)$, $x(xy+y^2)$, $4x(x+2)$, $3x+(3x-9)$, $4x(x+1)+4x$, $xy(y+x)$

05 Rodea la oración que describe una función. **2.2**

Oración: *a) Una tabla donde un mismo número en la primera columna se asocia con varios números diferentes en la segunda columna. b) Una gráfica en la que un número en el eje horizontal tiene varios puntos diferentes en el eje vertical. c) Una relación donde los valores de una variable dependen de los valores de otra.*

06 Comenta con tus compañeros: ¿serán las funciones más importantes que las ecuaciones? **2.3**

07 Marca una **✓** en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. **3.1**

Antes de la Esfera de Exploración: Si No. Al terminar la Esfera de Exploración: Si No.

1. Elaboro equivalencias entre expresiones algebraicas mediante su desarrollo, apoyándome en figuras geométricas.

2. Utilizo equivalencias entre expresiones algebraicas mediante su factorización, apoyándome en figuras geométricas.

3. Identifico funciones y ecuaciones.

Puntos obtenidos:

INVESTIGO ● ● ● ●

Aprendizajes esperados

- Formular expresiones de segundo grado para representar equivalencias entre el área de figuras geométricas y verificar la equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente.
- Diferencia las expresiones algebraicas de las funciones y de las ecuaciones.

Keys

- Equivalencias mediante desarrollos
- Equivalencias mediante factorización
- Diferencia entre funciones y ecuaciones

© UNO*i* 53

Sesión 3

Propósito

Los estudiantes recordarán y reconocerán sus conocimientos previos acerca de las fórmulas para calcular áreas de figuras planas. Usarán diferentes expresiones para calcular una misma área. Utilizarán sus conocimientos geométricos previos.

1. Otorgue diez minutos para la lectura del texto de la sección **COMPRENDO**, **página 54**. Después abra una sesión grupal para comentar sobre lo que leyeron. Para organizar esta sesión, observe que la lectura cubre dos objetivos:

- Es una breve historia de ciencia ficción.
- Es un recordatorio del concepto de función.

2. Invite a los estudiantes a trabajar en lo que se pide en la **página 55**. Use figuras geométricas sólidas en distintas posiciones para motivarlos a explorar las luces y sombras, el frente del salón siempre es una buena escenografía para este tipo de actividades. Considere pedir a los colegiales que imaginen cómo serían determinadas sombras proyectadas en todas las paredes del aula. Plantee retos para adivinar los objetos a partir de la forma de sus sombras.

COMPRENDO ● ● ● ● ●



Piratas El transbordador de Boris, Juanilla y Blue ZE se ha averiado, pueden escapar hacia una lanzadera de emergencia, pero deben pasar frente a los despreciables piratas espaciales. Para lograrlo, nuestros intrépidos héroes pueden esconderse tras unos contenedores cúbicos que que usan los piratas para transportar sus bienes. ¡Pero! Boris es alto, Juanilla es mediana y Blue ZE es pequeño. Por eso, todos se preocuparon cuando Boris exclamó: «El tamaño de los contenedores es muy pequeño, ¡me descubrirán!»

De repente, el más feo de los piratas camina hacia la pila de contenedores donde están escondidos Boris, Juanilla y Blue ZE. Instantáneamente, los tres se quedan quietos y empujados como estatuas. El rufián detiene su respiración profundamente y suelta una carcajada. «¡Aquí estás!» exclama. El corazón de los escondidos da un brinco. La tapa del contenedor salta por los aires, al tiempo que una pata vilvaca y garrazuda resuena detrás de ellos. «¡Varios toqueles más se acercan mientras el pirata engulle la mataña aviadamente.»

—No se empujen —grita el capitán con una voz ronca. «Hay suficiente para todos. —El grupo de malhechores da vuelta al cubo malvado y devoran el contenido por el camino. Tras él, Boris, Juanilla y Blue ZE continúan con su discusión.

Juanilla —No necesitamos caber dentro de los cubos, solo ocultarnos detrás. (Decidímonos, ¿creas o volumen?)

Juanilla y Blue ZE comienzan a girar los cubos que se encuentran frente a ellos, buscando la relación más adecuada entre posición y ubicación de la fuente de luz que los oculta con la sombra del cubo. —Resolver una ecuación sería una opción ahora —informa Blue ZE

Boris —¿Para qué giran los cubos? Su tamaño no cambia, al igual que yo no quupo.

Blue ZE —Incorrecto —informa nuevamente y continúa— al girar los cubos, la sombra proyectada cambia, porque esta es función de aquella. Observa este hecho moviendo el cubo que tienes frente a ti.

Juanilla —Entonces, para escapar necesitamos identificar... ¡lo tengo! Ahora veo cómo es la función que relaciona todo. Necesitamos rotar los cubos. Blue ZE es pequeño, por lo tanto, la sombra proyectada es más pequeña que la sombra proyectada para mí, basada en girar uno y así, con dos de sus lados, la sombra proyectada es un rectángulo en el que puedo esconderme, tú, Boris, gira el tuyo sobre dos esquinas opuestas, de esa forma el área de la sombra es la mayor posible y ahí podrás ocultarte.

Y así, con ayuda de sus razonamientos geométricos, ocultos tras las sombras de los cubos (que, por cierto, pudieron orientar correctamente gracias a Blue ZE y sus prácticas cintas magnéticas), nuestros héroes se alejaron de los piratas espaciales en busca de una estación de control para reportar lo acontecido. ¿Habrán pasado desapercibidos de otra manera? ¡Habrá aprendido Juanilla esa de las ecuaciones y funciones en la escuela! ☺

Daniel y David Herrera Pérez
(en estricto orden de edad).

54

Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer, reflexiona y realiza lo siguiente. R. L

- Dibuja tres objetos que tengas a la mano y la sombra que se produce por la luz que reciben. Si es necesario, busca un lugar apropiado, o una buena fuente de luz para que observes con claridad las sombras.

► Responde de acuerdo con tus dibujos. R. L

¿La forma de la sombra de qué variables o elementos depende? ¿Y el área de la sombra también depende de esas mismas variables? R. L

¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, escribe lo aquí y cuando termines la Esfera regresa y dale solución. R. L

► Haz un dibujo de otro objeto mostrando que la forma de su sombra es función directa de su posición respecto a una fuente de luz.

(R. M. Si el estudiante dibuja, en ese orden: la sombra, el objeto y la fuente de luz como si fueran coineales.)

55

Sesión 4

Propósito

Los estudiantes profundizarán en las expresiones algebraicas al analizar el área de rectángulos del tipo que aparecen en la obra pictórica de Mondrian. Analizarán diferentes descomposiciones geométricas y sus correspondientes expresiones algebraicas.

1. Al resolver las **actividades 01 y 02** de la sección **PRACTICO**, página 56, los estudiantes pueden tener dificultades para establecer la igualdad del área solicitada por dos vías diferentes. Para hacerles ver de manera clara la equivalencia invítelos a construir “rompecabezas” tomando como patrones las figuras del libro, para que calculen el área de la figura completa y luego de cada una de las piezas y la sumen.

- A partir de la invariancia del área, concluirán que las expresiones algebraicas necesariamente deben ser equivalentes.

2. Si los colegiales presentan dificultades para comprobar la igualdad para diferentes valores de las variables. Invítelos a comentar el efecto de elegir distintos valores para esas variables y a observar los resultados.

3. Aproveche la **actividad 03** de la **página 57** para invitar a los estudiantes a mencionar ejemplos de situaciones reales en que pudiera ser relevante tomar en cuenta el área de la juntura de una o más piezas planas, y las consecuencias que puede suponer, erróneamente, que dicha área vale exactamente cero.

PRACTICO

Resuelve las actividades, apóyate en tu indagación.

01 Analiza el texto, la imagen y completa las oraciones.

La figura muestra un pequeño detalle de una pintura al estilo de Mondrian, típicos rectángulos compuestos por formas rectilíneas menores. Otros artistas también han explotado el uso de las figuras geométricas y los colores en ellas para expresarse.

De acuerdo con las medidas, la base del rectángulo mide $x + b$ y su altura es $x + a$. Así que su área es igual a $(x + b)(x + a)$.

Completa la tabla con las áreas de las figuras interiores:

Figura	Área
Amarilla	bx
Azul	ab
Roja	x^2
Blanca	ax

Debido a que la suma de las áreas de las figuras interiores es igual a la figura completa, la expresión que se obtiene al igualar ambas expresiones es:

$$(x + b)(x + a) = bx + ab + x^2 + ax$$

Comprueba que ambas expresiones son equivalentes, verificando que representan la misma cantidad. Utiliza los valores

$$x = 1, a = 3 \text{ y } b = 6$$

$$(x + b)(x + a) = 6 + 3(6) + 1^2 + 6$$

$$(7)(4) = 6 + 18 + 1 + 3$$

$$28 = 28$$

Comprueba que ambos expresiones son equivalentes, verificando que representan la misma cantidad. Utiliza los valores

$$x = 1, a = 3 \text{ y } b = 6$$

$$(x + b)(x + a) = bx + ab + x^2 + ax$$

$$(1 + 6)(1 + 3) = 6 + 3(6) + 1^2 + 3$$

$$(7)(4) = 6 + 18 + 1 + 3$$

$$28 = 28$$

¿Crees que estos valores son los únicos que cumplen con la ecuación anterior? Discúltalo con tus compañeros. Anota las ecuaciones o resultados que descubran juntos.

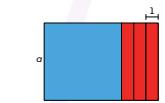
R. L.



Discutan cómo aprovechar esa expresión para obtener una variación de la pintura. ¡Propongan una diferente cada uno! Haz tu bosquejo aquí. R. L.



02 Obtén el área de la siguiente composición de acuerdo con las indicaciones.



Anota el área de la pintura a partir de sus lados:

El área de la pintura es $a(a + 3)$.

Escribe el área de cada color por separado y el resultado sumando estas áreas:

El área de color azul tiene un valor de a^2 .
El área de color rojo es de $3a$ unidades cuadradas.
En total, el área de la pintura es $a^2 + 3a$.

Indica la ecuación que se obtiene al igualar los dos resultados anteriores:

$$a(a + 3) = a^2 + 3a$$

03 Haz lo que se pide.

Una pintura más sencilla, pero no por ello menos interesante, se diseñó originalmente como muestra en la primera figura. Después, se agregó un marco con líneas negras, el resultado es el diseño mostrado abajo. Sin embargo, algo no determinado aun son las medidas de cada parte de la obra.



Al ver este diseño se te describe como el negro más negro. Su paciente pertenece hoy a día al artista Anish Kapoor.

Anota, en el diseño original, letras que representen las tres medidas distintas. Usa x , a y b , para la medida más corta, la mediana y la grande, respectivamente.

Calcula el área total de dos formas diferentes. Apoya tu respuesta con la figura y los cálculos, y escribe una ecuación reuniendo ambas expresiones:

$$\text{El área total es } a(x + b) + b(x + a).$$

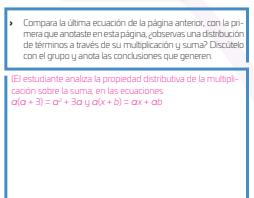
$$\text{Además, } a(x + b) + b(x + a)$$

Describe cómo afecta la inclusión del marco (líneas negras) el cálculo del área de toda la pintura.

R. M. Al incluir el marco, el área total aumenta y esto hace necesario que las expresiones anteriores se modifiquen al considerar el área, por pequeña que sea, que añade el marco.

Imagina que el área de las líneas negras mide una unidad cuadrada. Discute con un compañero como calcular el área total de la obra y anota una expresión que permita hacerlo.

R. L.



EXAMINA EL COLOR EN TU VIDA.

Sesión 5

Propósito

Los estudiantes realizarán una operación de descomposición del área de una figura dada, para ello utilizarán el principio geométrico de la invariancia del área ante descomposiciones para encontrar equivalencias entre expresiones algebraicas. Utilizarán la idea de descomposición como una herramienta de apreciación en las artes visuales.

1. Invite a los estudiantes a resolver la **actividad 04** de la **página 58** usando modelos de papel recortables, calcando o reproduciendo por separado las figuras, para que las puedan manipular y así comprendan mejor el proceso de descomposición.

2. Antes de resolver las actividades de la **Zona Maker** de la **página 59**, guíe una discusión grupal para que los alumnos recuerden las figuras geométricas de las que conocen su fórmula para el cálculo de área. Así mismo, invítelos a mencionar en qué otras figuras se pueden descomponer. Si cuenta con tiempo, vaya realizando en el pizarrón una construcción propia, uniendo las figuras que se mencionen cuyas fórmulas de área conozcan.

3. Apoye a los estudiantes en la ejecución de las actividades de la **Zona Maker** de la **página 59**. Invítelos a ser creativos y motívelos a disfrutar el proceso de planeación y construcción de su proyecto artístico.

DO Interpreta las obras artísticas a través de su geometría y las relaciones entre sus áreas.

Completa la ecuación, escribiendo en cada lado una expresión para calcular el área de cada rectángulo. Luego, responde.

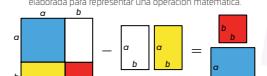


$$(a + a)(a + b) = a^2 + a \cdot a + a \cdot b$$

¿Qué puedes simplificar a cada lado de la ecuación? Explica y escribe la ecuación que resulta.

Del lado izquierdo puede simplificarse el primer término y del derecho hay dos paréntesis que pueden reducirse. Lo que quedará es: $(2a)(a + b) = 2a^2 + 2ab$

Responde de acuerdo con los elementos de la siguiente obra, elaborada para representar una operación matemática.



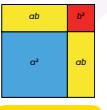
Usando las medidas de las figuras, ¿cómo queda la resta de la izquierda? Fijate que tus expresiones representen las áreas de cada figura a ambos lados de la resta.

La resta de la izquierda sería $(a + b)(a + b) - (ab + ab) = (a + b)(a + b) - 2(ab)$

¿Qué ecuación representa entonces la resta indicada en la obra? Anota dos opciones diferentes.

Una ecuación es: $(a + b)(a + b) - (ab + ab) = a^2 + b^2$
Otra ecuación es: $(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$

En la siguiente obra, si las áreas interiores son las indicadas, ¿cuál es el área total de la obra? Anótala y contesta.



¿Cuáles son las medidas de los lados de la obra completa? ¿Es un rectángulo, o depende de a y b ?

Las medidas de los lados son las siguientes: El ancho es $a + b$. En vertical, $a + b$. Así que se trata de un cuadrado y esto no depende de los valores de a y b .

DO Discute lo siguiente con un compañero y haz lo que se indica.

En las pinturas de la actividad anterior, ¿a cuál le pondrías contornos negros más amplios? Haz un bosquejo indicando el grosor que emplearías. Luego, anota cómo calcularías el área de esta variación artística.

R.L.

UNOI

DO

¡Sé un artista algebraico!

 La descomposición de una obra, artística o técnica, puede ayudar a su realización e interpretación. En esta **Zona Maker** te proponemos construir una obra artística como las que se encuentran en las páginas anteriores, analizándola a través de las medidas de sus lados y el área de las figuras que la componen.

DO Decide la forma de tu obra, es decir, si será un cuadrado u otro polígono y su tamaño.

R.L.

DO Construye tu obra. Usa el reverso para las ecuaciones. Así, cuando alguien te pregunte cuál es el álgebra de tu obra, solo dale la vuelta y ¡túviste una mejor idea! Anótala aquí.

R.L.

DO Diseña el patrón de figuras que tendrá tu obra. ¡No te limites!, propón varias y que sean polígonos distintos. Solo asegúrate de saber bien qué medidas tienen. Haz un dibujo preliminar.

R.L.



DO Describe a qué problemas te enfrentaste en la realización de tu obra álgebra-artística.

59

Aprendizaje aumentado



Proponemos adaptar la **actividad 5** de la sección **Práctico** de la **página 58** con el uso de la aplicación **ShowMe Interactive Whiteboard**. Para ello, pida a los alumnos crear una pintura rectangular similar a las que aparecen en el Diario de Aprendizaje. Indique que la pintura debe tener una literal por cada lado de cada color. Una vez realizado el dibujo pida que intercambien los iPads y coloquen debajo de la pintura de su compañero la ecuación correspondiente para obtener el área total de la composición de rectángulos. Invítelos a compartir y verificar sus resultados.

04 Interpreta las obras artísticas a través de su geometría y las relaciones entre sus áreas.

- Completa la ecuación, escribiendo en cada lado una expresión para calcular el área de cada rectángulo. Luego, responde.



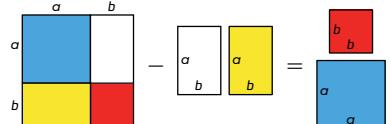
$$(a + a)(a + b) = a^2 + a^2 + ab + ab$$

¿Qué puedes simplificar a cada lado de la ecuación? Explica y escribe la ecuación que resulta.

Del lado izquierdo puede simplificarse el primer término y del derecho hay dos parejas que pueden reducirse. Lo que queda es:

$$(2a)(a + b) = 2a^2 + 2ab$$

- Responde de acuerdo con los elementos de la siguiente obra, elaborada para representar una operación matemática.



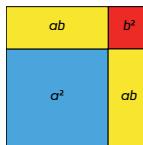
Usando las medidas de las figuras, ¿cómo queda la resta de la izquierda? Fijate que tus expresiones representen las áreas de cada figura a ambos lados de la resta.

$$\text{La resta de la izquierda sería } (a + b)(a + b) - (ab + ab) = (a + b)(a + b) - 2(ab)$$

¿Qué ecuación representa entonces la resta indicada en la obra? Anota dos opciones diferentes.

Una ecuación es: $(a + b)(a + b) - (ab + ab) = a^2 + b^2$
Y otra ecuación es: $(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$

- En la siguiente obra, si las áreas interiores son las indicadas, ¿cuál es el área total de la obra? Anótala y contesta.



$$a^2 + b^2 + 2ab$$

¿Cuáles son las medidas de los lados de la obra completa? Es un rectángulo, o depende de a y b ?

Las medidas de los lados son las siguientes:
En horizontal, $a + b$.
En vertical, $a + b$.
Así que se trata de un cuadrado y esto no depende de los valores de a y b .

05 Discute lo siguiente con un compañero y haz lo que se indica.

En las pinturas de la actividad anterior, ¿a cuál le pondrías contornos negros más amplios? Haz un bosquejo indicando el grosor que emplearías. Luego, anota cómo calcularías el área de esta variación artística.

R. L.

Sesión 6

Propósito

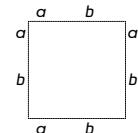
Los estudiantes utilizarán la descomposición del área de cuadrados para establecer y comprobar equivalencias algebraicas y analizarán información y elaborarán argumentos para establecer que tras dicha información subyace una relación que es reconocible como una función, y la distinguirán de una ecuación.

1. Explore con estudiantes, antes de pedirles que lo realicen, el **Espacio Procedimental** de la **página 60**, para que señalen semejanzas y diferencias con las actividades resueltas anteriormente. Más allá del trabajo sobre figuras, guíelos para que distingan que se trata de nuevas descomposiciones, pero con características particulares: un cuadrado se descompone en otros dos cuadrados y dos rectángulos con los que comparten, a su vez, una medida.
2. Invite a los escolares a trabajar en la **actividad 06** de la **página 60** con modelos de papel recortables; pídale que primero elijan los valores que tendrán las variables de descomposición y solo después construyan los modelos con el papel.
3. Guíe una plenaria para discutir ideas de cómo abordar el trabajo de la **actividad 07** de la **página 60**. Anímelos aprovechar sus figuras recortadas para establecer un vínculo entre esta actividad y la anterior. Si lo considera adecuado, apóyelos con dibujos en el pizarrón, mostrando, por ejemplo, como agrupar dos valores para identificar el binomio estudiado en dicha actividad anterior.

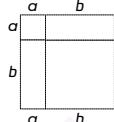
 **Espacio**
 **procedimental**


¿Cómo desarollo expresiones semejantes a $(a + b)^2$ para obtener los términos separados?

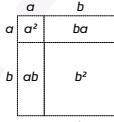
1. Dibujo un cuadrado cuyos lados midan $a + b$. El área de este cuadrado es $(a + b)^2$. El cuadrado que tiene lados de medida $a + b$, se vería así:



2. Trazo perpendiculares a los lados, para que la figura quede descompuesta en segmentos de longitudes a y b .



3. Calculo el área de cada elemento obtenido.



4. Igualo la suma de las áreas de todos los elementos que componen la figura con el área del cuadrado completo. Es decir:

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + ab + ba$$

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

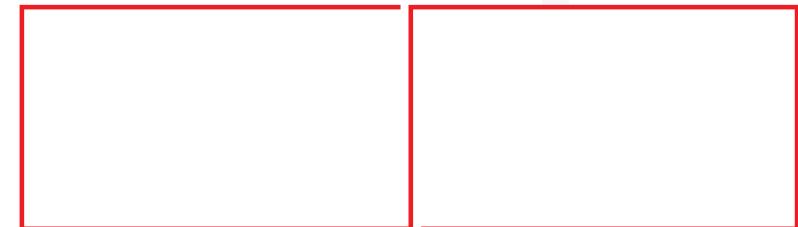
06 Aplica el procedimiento anterior en los siguientes cuadrados para descomponerlos como se indica en la expresión que los acompaña. Completa las igualdades.

$$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$(2y + 1)^2 = 4y^2 + 4y + 1$$

$$(3z + 5)^2 = 9z^2 + 30z + 25$$

07 Discute con dos compañeros cómo desarrollar $(a + b + c)^2$ usando el procedimiento anterior. Haz un dibujo  y a un lado las operaciones necesarias . R. L.



Matemáticas

Esfera de Exploración 1 – Semanas 17 y 18

Sesión 6

4. Organice al grupo en equipos de tres o cuatro integrantes para resolver la **actividad 08** de la **página 61**. Invítelos a discutir sus soluciones propuestas. Apóyelos en la construcción de argumentos.

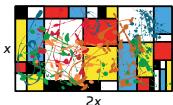
5. Invite a los estudiantes a recordar sus conocimientos sobre las ecuaciones. Resultará particularmente útil tener en cuenta los procedimientos aplicables a las ecuaciones, como la búsqueda de las incógnitas, es decir, el proceso de resolver las ecuaciones.

- Guíelos a notar que este procedimiento no es necesario en el tratamiento de funciones.

6. Invite a los estudiantes a leer la **Agenda UNO*i* hacia el Futuro** de la **página 61**. Motívelos a descubrir qué relación tiene con la temática abordada en las páginas anteriores. Dirija su reflexión hacia la cuestión acerca de si la salud es función de algunos hábitos y aptitudes y guíelos a identificar cuáles serían dentro de su entorno.

08 Analiza y completa la información.

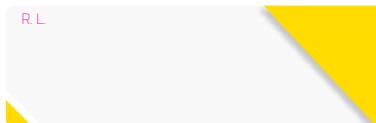
Un grupo de amigos que también realizó una actividad maker sobre obras artísticas analizó las composiciones desde otro punto de vista. Luis, en su peculiar diseño, razonó lo siguiente:



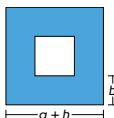
- El área, A , de mi obra puede expresarse algebraicamente como: $A = 2x^2$
- Para hacerlo más grande, solo tengo que sustituir distintos valores de x , por ejemplo, en una tabla:

x	A
3	$2(3)^2 = 18$
5	$2(5)^2 = 50$
10	$2(10)^2 = 200$
20	$2(20)^2 = 800$

- Anota cómo podría explicar Luis, a su grupo, que no está resolviendo ecuaciones, sino trabajando con funciones.



- Abigail y Andrea trabajaron juntas. La interpretación algebraica que propusieron se muestra a continuación:



- Para analizar el área, Abigail propone la expresión $A = 4ab$; en cambio, Andrea piensa que es mejor: $A = (a+b)^2 - (a-b)^2$. ¿Qué tienen en común estas expresiones? ¿Qué las hace parecidas con la de Luis? Anota tus conclusiones.

R. M. Desarrollando la expresión de Andrea

$$(a+b)(a+b) - (a-b)(a-b)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2$$

$$4ab$$

AGENDA UNO*i* HACIA EL FUTURO

SALUD

Seguro tienes muy presente que el ejercicio y una buena alimentación son **estrategias centrales para mantenerse sano** y que esto, a nivel global, evitaría enfermedades que aquejan a la población mundial.

Pero ¿y qué hay del dicho: **mente sana en cuerpo sano**? ¿Será que alimentando al cerebro con buena cultura y arte se pueden evitar enfermedades o desórdenes de la salud? Todo indica que así es. La OMS (Organización Mundial de la Salud), después de publicar un **estudio en el que relaciona positivamente a las actividades culturales con el estado de salud de las personas que las practican**, ha llamado a los gobiernos para lograr una mejor vinculación entre los sectores sanitarios y artísticos. ¿Qué se requiere fomentar y con qué objetivo? Bueno, hay de todo, desde danza para aliviar los dolores de quienes padecen la enfermedad de Parkinson, hasta escuchar música para reducir los efectos secundarios de los tratamientos contra el cáncer.

Analiza qué oportunidades observas en tu entorno inmediato (casa, escuela, comunidad) para **involucrarte activamente en el fomento de actividades artísticas permanentes**.

09 Realiza lo que se indica.

- Reflexiona sobre la dependencia de datos o variables en la historia de la intrépida Juanilla, Boris y Blue ZE. Apóyate en lo que has visto hasta el momento para describir de qué depende la sombra proyectada.
- Usa objetos concretos como una hoja de papel o una lata, por ejemplo. ¡Haz dibujos!

(El estudiante describe cómo la sombra depende de la orientación de los objetos y la ubicación de la fuente de luz, tanto su distancia como inclinación respecto al plano o superficie donde aparece la sombra proyectada.)

Sesión 7

Propósito

Los estudiantes pondrán a prueba lo aprendido, comenzando a dejar de lado las figuras geométricas como apoyo y concentrándose en el razonamiento algebraico. Reflexionarán sobre lo aprendido en las sesiones anteriores. Resolverán las dudas que surgieron durante las mismas e identificarán sus errores y la fuente de los mismos.

1. Solicite a los estudiantes que resuelvan lo propuesto en la sección **Subenivel** de la **página 62** sin utilizar los modelos o figuras de papel en los que se apoyaron en los días pasados, sino sencillamente imaginándolas y realizando los diagramas o anotaciones que consideren necesarias en su cuaderno.
2. Pida a los alumnos que trabajen de manera individual la sección **APLICO**, **página 63**. Al terminar, en grupo revisen las respuestas que dieron respecto a las preguntas detonadoras de la sección **ANALIZO**. Organicen las respuestas identificando las que son equivalentes y formen una respuesta final enriquecida con respuestas complementarias.
3. Al final, pregunte al grupo cómo se sienten respecto de su proceso de aprendizaje de estos temas, y si piensan que ya están listos para continuar con la **Esfera** siguiente. El nivel de entusiasmo del grupo le permitirá evaluar su método de enseñanza como docente, ¿hay algo que pueda cambiar o mejorar, tanto en su discurso como en la organización de la clase?
4. Anime a sus alumnos a resolver las cuatro actividades, en la sección **Práctico más**, de los **Key: Equivalencias mediante desarrollos, Equivalencias mediante factorización y Diferencia entre funciones y ecuaciones**, donde encontrará actividades retadoras que los llevarán al siguiente nivel taxonómico del aprendizaje.

SUBENIVEL

¡Pon a prueba tu destreza matemática! Cuenta las veces que tuviste que borrar para corregir o verificaste algo con algún compañero.



Las inicialmente controversiales obras de Jackson Pollock cada vez son mejor apreciadas, incluso por la ciencia.

Q1 Anota ✓ si la expresión corresponde a una ecuación o a una función.

Expresión	Ecuación	Función
$4(x^2 + 5) = 20$	✓	
$V = x^2(x + 2)$		✓
$y = 10x$		✓
$x = 2$	✓	
$3 + 2x = 5$	✓	

Correcciones o verificaciones hechas: R. L.

Q2 Escribe una expresión equivalente. R. M.

Expresión original	Expresión equivalente
$10x^2 + 5x$	$5x(2x + 1)$
$2xy - 6y^2$	$2y(x - 3y)$
$a^2 + ab$	$a(a + b)$
$5x + 25$	$5(x + 5)$
$m^2 n + 5mn^2$	$mn(m + 5n)$

Correcciones o verificaciones hechas: R. L.

Bono de -2 puntos. Describe cómo es el procedimiento en estos casos para encontrar expresiones equivalentes.

R. L.

Cada dos correcciones o verificaciones te dan un punto. Tu nivel es bueno si tienes pocos puntos.

Puntos totales: R. L.

¿Te ayudaron los bonos a reducir puntos? ¿Cómo ayudarías a los demás a reducirlos? Discute con dos compañeros cuáles son sus fortalezas y debilidades en el trabajo que realizaron.

A = $x^2 - 30x$

APLICO

Reflexiona sobre las preguntas de la sección **ANALIZO**, ¿ya puedes contestarlas? Escribe tus respuestas, considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

R. L.

UNO



¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros! R. L.

UNO

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve de nuevo en tu cuaderno la sección **RECONOZCO**.

¡VR LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

R. L.

¡Regresa a la página 55 y soluciona las dudas que tenías en ese momento!

Matemáticas

Esfera de Exploración 1 – Semanas 17 y 18

Aprendizaje aumentado

Proponemos añadir, previo a la sección **Subnivel** de la **página 62** el uso de la aplicación **Paper.io**, la cual es un divertido juego en el que hay que formar rectángulos en un tablero e ir haciéndolos cada vez más grandes con la finalidad de ocupar el área más grande posible del tablero. Esta aplicación ayudará a los estudiantes a familiarizarse con la construcción de áreas rectangulares.



Subnivel

¡Pon a prueba tu destreza matemática! Cuenta las veces que tuviste que borrar para corregir o verifícate algo con algún compañero.

01 Anota ✓ si la expresión corresponde a una ecuación o a una función.

Expresión	Ecuación	Función
$4(x^2 + 5) = 20$	✓	
$V = x^2(x + 2)$		✓
$y = 10x$		✓
$x = 2$	✓	
$3 + 2x = 5$	✓	

Correcciones o verificaciones hechas: R. L.

02 Escribe una expresión equivalente. R. M.

Expresión original	Expresión equivalente
$10x^2 + 5x$	$5x(2x + 1)$
$2y - 6y^2$	$2y(1 - 3y)$
$a^2 + ab$	$a(a + b)$
$5x + 25$	$5(x + 5)$
$m^2 n + 5mn^2$	$mn(m + 5n)$

Correcciones o verificaciones hechas: R. L.

Bono de -2 puntos. Describe cómo es el procedimiento en esos casos para encontrar expresiones equivalentes.

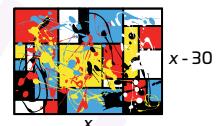
R. L.

62



Las inicialmente controversiales obras de Jackson Pollock cada vez son mejor apreciadas, incluso por la ciencia.

03 Escribe lo que se pide, según los datos de la obra.



$x - 30$

El área, A, de la obra, en función de x, es:

$$A = x(x - 30)$$

La variable x puede tomar cualquier valor o hay alguna restricción? Explica. R. M.

Los valores que no puede tomar x son los menores a 30, porque a partir de ahí la altura sería negativa. También, si x = 30, la altura sería cero y, por tanto, el área tendría el mismo valor.

Correcciones o verificaciones hechas: R. L.

Bono de -1 punto. Escribe una expresión equivalente a la anterior, para calcular el área de la obra en función de ella.

$$A = x^2 - 30x$$

Cada dos correcciones o verificaciones te dan un punto. Tu nivel es bueno si tienes pocos puntos.

Puntos totales: R. L.

¿Te ayudaron los bonos a reducir puntos? ¿Cómo ayudarlas a los demás a reducirlos? Discute con dos compañeros cuáles son sus fortalezas y debilidades en el trabajo que realizaron.