EXPLORO

Varios métodos de solución

01 **Analiza la figura y realiza lo que se te indica.**

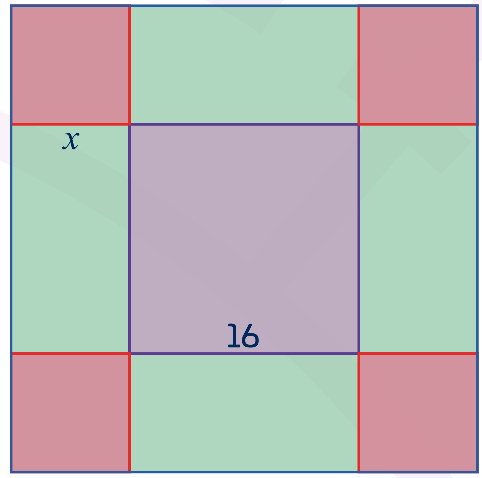
a. Elige las ecuaciones que describen el área total del cuadrado azul.

- $(2x + 16)^2$
- $x^2 + 16x + 64$
- $2x^2 + 32x + 128$
- $4x^2 + 64x + 256$

b. Describe como encontraste el área de toda la figura. R. M.

Para un cuadrado rojo x^2, como son 4: $4x^2$
Para un rectángulo verde $16x$ como son 4: $64x$
Para el cuadrado morado $16^2 = 256$.

Al sumar el total de las áreas: $4x^2 + 64x + 256$



CONSULTO

Para resolver una ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ existen distintos métodos: la fórmula general, factorización o el método de **completar cuadrados**. Este último consiste en transformar la ecuación original en una expresión donde aparezca un **binomio al cuadrado**. Para utilizar este método puedes seguir los siguientes pasos:

1. **Identificar los coeficientes:** Una vez identificados se dividen todos los término entre el valor de a:
$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$
2. **Despejar el término independiente:** Es necesario dejar de un lado de la igualdad los términos que tengan la variable x. Es decir:
$$x^2 + \frac{bx}{a} = \frac{c}{a}$$
3. **Formar el trinomio:** Se toma la mitad del coeficiente lineal (el que acompaña a la x), se eleva al cuadrado y se suma en ambos lados para mantener la igualdad:
$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$
4. **Factorizar el trinomio:** El lado izquierdo se puede escribir como un binomio al cuadrado
$$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$
5. **Se resuelve para x:** Basta con calcular la raíz cuadrada de cada lado y despejar x:
$$x = \sqrt{c + \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \frac{b}{2}$$

Observa un ejemplo, dada la ecuación $5x^2 + 10x + 1 = 0$ sus coeficientes son 5, 10 y 1 respectivamente. Aplicando el método de completar cuadrados:
$$\frac{5x^2}{5} + \frac{10x}{5} + \frac{1}{5} = 0$$
Despejando el término independiente:
$$x^2 + 2x = \frac{1}{5}$$
Formando el trinomio.
$$x^2 + 2x + \left(\frac{2}{2}\right)^2 = \frac{1}{5} + \left(\frac{2}{2}\right)^2$$
$$x^2 + 2x + 1 = \frac{6}{5}$$
Factorizando
$$(x + 1)^2 = \frac{6}{5}$$
Resolviendo para x
$$x = \pm\sqrt{\frac{6}{5}} - 1$$

Factorizar, completar el cuadrado o usar la fórmula general llevan al mismo resultado: resolver la ecuación cuadrática, pero cada método resulta más útil en distintas situaciones

- El método de factorización es útil cuando el trinomio se presta a encontrar fácilmente dos números que sumen b y multipliquen c.
- El método de completar el cuadrado sirve en cualquier caso y, además de resolver la ecuación, permite obtener la forma de vértice de la parábola.
- La fórmula general es el recurso universal: siempre funciona, aunque puede tener muchos cálculos dependiendo de los coeficientes.

Entonces, frente a una nueva ecuación cuadrática, ¿qué método elegirías tú y por qué?

02 Resuelve cada ecuación usando el método de completar cuadrados.

a. $x^2 + 6x + 5 = 0$

$$x^2 + 6x = -5$$
$$x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 = -5 + \left(\frac{6}{2}\right)^2$$
$$x^2 + 6x + 9 = -5 + 9$$
$$(x + 3)^2 = 4$$
$$x + 3 = \pm 2 \qquad x_1 = 2 - 3 = -1 \qquad x_1 = -1$$
$$x = \pm 2 - 3 \qquad x_2 = -2 - 3 = -5 \qquad x_2 = -5$$

b. $x^2 - 4x - 12 = 0$

$$x^2 - 4x = 12$$
$$x^2 - 4x + \left(\frac{-4}{2}\right)^2 = 12 + \left(\frac{-4}{2}\right)^2$$
$$x^2 - 4x + 4 = 12 + 4$$
$$(x - 2)^2 = 16$$
$$x - 2 = \pm 4 \qquad x_1 = 4 + 2 = 6 \qquad x_1 = 6$$
$$x = \pm 4 + 2 \qquad x_2 = -4 + 2 = -2 \qquad x_2 = -2$$

03 Resuelve $x^2 - 7x + 10 = 0$ por los métodos que se indican.

a. Factorización

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$
$$(x - 2)(x - 5) = 0$$

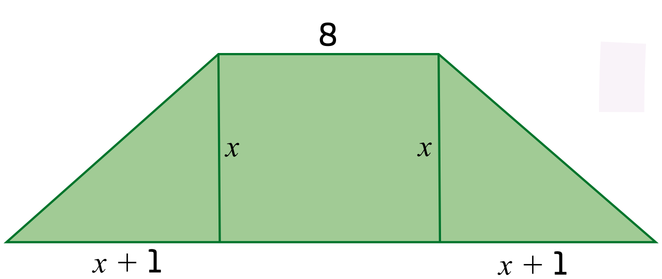
b. Fórmula general

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \qquad a = 1,\ b = -7,\ c = 10$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(1)(10)}}{2(1)}$$
$$x = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} \qquad x_1 = \frac{10}{2} = 5$$
$$x_2 = \frac{4}{2} = 2$$

c. ¿Obtuviste el mismo resultado? ¿Con qué método resolviste más rápido?

R. L.

04 Observa la siguiente figura. Se sabe que su área total es de 84 u². R. M.



a. Escribe la ecuación que representa el área total en función de x.

Si A_r = área del rectángulo
A_{t1} = área del triángulo 1
A_{t2} = área del triángulo 2

$$A = A_r + A_{t1} + A_{t2}$$
$$84 \text{ u}^2 = 8x + \frac{x(x + 1)}{2} + \frac{x(x + 1)}{2}$$
$$84 \text{ u}^2 = 8x + x(x + 1)$$
$$84 \text{ u}^2 = x^2 + 9x$$

b. Resuelve la ecuación por el método que consideres más adecuado.

Dada el área total como: $84 \text{ u}^2 = x^2 + 9x$

$$x^2 + 9x - 84 = 0 \qquad x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4(1)(-84)}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 336}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{417}}{2} = \frac{-9 \pm 20.42}{2}$$
$$x_1 = 5.71 \qquad x_2 = -14.71$$