

Sesión 1

Propósito

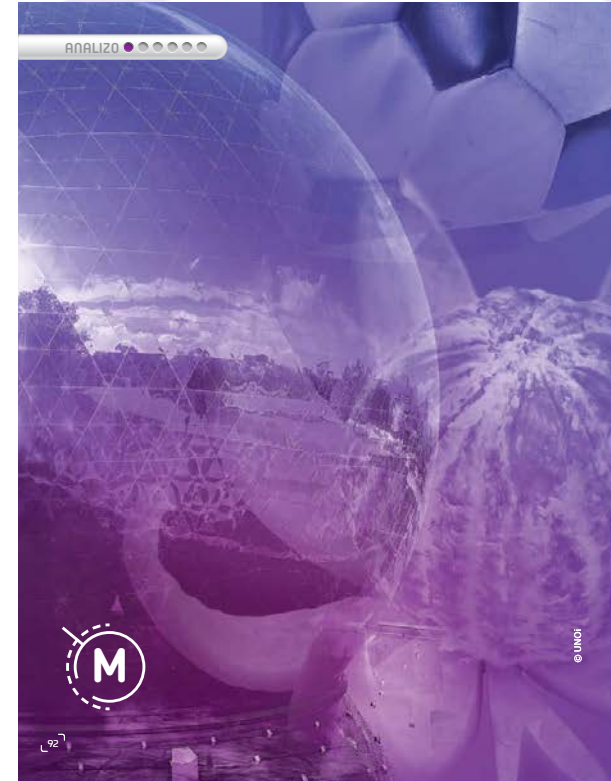
Los estudiantes activarán sus conocimientos previos sobre figuras geométricas, especialmente el círculo y la esfera, y reflexionarán sobre sus propiedades y formas de construcción, a fin de sentar las bases para comprender la estructura y características de la esfera.

Tip 1. En la sección **Análizo**, **páginas 92 y 93**, las preguntas iniciales serán más significativas si muestra a los estudiantes observan objetos reales: un balón, una naranja o una canica, cualquier objeto redondo. Esto facilitará la comprensión de que una esfera no puede envolverse con una hoja plana sin arrugas y destacará la diferencia entre superficies planas (2D) y la esfera (3D).

Tip 2. Para la primer pregunta, algunos estudiantes podrían no tener en mente un balón de futbol, o imaginar algún modelo específico que no sea el formado por pentágonos o hexágonos. Si esto sucede presenta algunas imágenes para que sea más sencillo reconocerlo.

Tip 3. En la segunda pregunta, los estudiantes podrían responder que si es posible envolver una naranja con una hoja de papel, si esto sucede indica que se trata de envolverla de manera perfecta, es decir, hacerlo sin arrugas.

Tip 4. Para la pregunta 4, puedes pedirle a los estudiantes que elijan un balón y una figura geométrica, regular o irregular, y que intenten envolverla con la misma figura. Luego vuelve a preguntar si es posible.



Esfera 4

- ¿Qué figuras forman un balón de futbol?
- ¿Podrías envolver una naranja usando una hoja de papel?
- ¿Puedes construir una esfera usando figuras planas? ¿Cuáles usarías?

La esfera no es plana

Determina las propiedades de la esfera y explora su construcción por diferentes medios.

Sesión 1

Tip 5. En la sección **Reconozco**, **página 94**, cuando respondan la **actividad 1.1**, pida que argumenten el porqué de su selección. Procure ilustrar concretamente cada enunciado, para reforzar la comprensión de la situación.

Tip 6. En la **actividad 1.2**, tenga en cuenta que algunos estudiantes tienden a dibujar los ejes fuera de lugar o con proporciones incorrectas. Haga un ejemplo paso a paso y muéstreles cómo la posición del eje define la figura resultante.

Tip 7. Cuando respondan la **actividad 2.1**, en la **página 95**, pida a los alumnos que argumenten y comenten su respuesta. Esto ayuda a identificar concepciones erróneas, por ejemplo, creer que una esfera tiene aristas o que está formada por caras planas, y permite que el aprendizaje sea más profundo y significativo.

Tip 8. En la **actividad 2.2**, anime a los estudiantes a usar modelos (físicos o digitales) para comparar la esfera y el cilindro, y así describir sus diferencias en caras, aristas y vértices, ya que suelen pensar erróneamente que la esfera tiene caras planas por analogía con otros sólidos.

RECONOZCO

Comienza la Esfera de Exploración identificando qué actividades puedes responder con lo que ya sabes. No olvides resolverlas de nuevo en tu cuaderno al terminar. ¡Así descubrirás cuánto has avanzado!

01 Lee cada uno de los ejercicios y haz lo que se te pide.

1.1 Rodea las opciones que permiten simular una esfera.

a. El reflejo de la luna en el agua.

b. La rotación de un círculo de cartón cuyo eje de rotación también es su diámetro.

c. La unión precisa de dos superficies cóncavas iguales por sus bordes circulares.

d. La cáscara completa de una naranja.

e. Una circunferencia de radio 3 cm girando alrededor de su eje de simetría.

f. La sombra de un balón de fútbol proyectada sobre una pared.

1.2 Dibuja el eje de rotación en cada figura para que genere un sólido de revolución.

1.3 Rodea las figuras que, al girarlas alrededor del eje indicado, generan una esfera como sólido de revolución.

Comenta con tus compañeros. ¿Una figura regular de 400 lados que se gira por el eje de simetría puede generar una esfera?

02 Lee los ejercicios y haz lo que se te pide.

2.1 Lee cada enunciado y escribe una V es verdadero o una F si es falso.

Un cuerpo geométrico es una figura tridimensional con volumen.

Todos los cuerpos geométricos tienen vértices, aristas y caras planas.

El cubo y el cilindro son cuerpos geométricos, pero solo el cubo es un poliedro.

El cono tiene una base circular y una única cara curva.

La esfera no tiene caras planas, pero tiene caras y aristas.

Un poliedro se forma solamente con figuras planas como triángulos o cuadrados.

La superficie de un cilindro está formada por dos círculos y una superficie curva.

La esfera es un cuerpo geométrico porque tiene volumen.

2.2 Lee cada afirmación y escribe A si es una característica compartida por la esfera y el cilindro, E si es exclusiva de la esfera.

Todos los puntos de su superficie están a la misma distancia de un punto interior fijo.

Se pueden obtener mediante la rotación de una figura plana alrededor de un eje.

No presenta caras planas, vértices ni aristas.

Tienen volumen y ocupan espacio tridimensional.

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. R. L.

	Antes de la Esfera de Exploración		Al terminar la Esfera de Exploración	
	Si	No	Si	No
1. Exploro la construcción de la esfera por diferentes medios, incluyendo la aproximación por desarrollos planos.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Reconozco las características de la esfera como cuerpo geométrico.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Puntos obtenidos:

INVESTIGO

Aprendizaje esperado

- Determina las propiedades de la esfera y explora su construcción por diferentes medios.

Keys

- Construcción de la esfera
- Características de la esfera

Sesión 2

Propósito

Los estudiantes obtendrán, mediante su indagación en los Keys, los conceptos fundamentales para el desarrollo de la Esfera de Exploración.

Tip 1. Antes de pasar a la lectura de la sección *Investigo* los **Keys** *Construcción de la esfera* y *Características de la esfera*, organice una breve lluvia de ideas para recuperar conceptos como cuerpo geométrico, sólido de revolución, esfera, diámetro y radio. Esto ayudará a estudiantes con menor comprensión lectora y asegurará que todos identifiquen la información clave para resolver los ejercicios de las próximas sesiones.

Tip 2. Pida a los estudiantes que hagan un resumen de los conceptos, técnicas y fórmulas principales que encuentren en los **Keys**.

02 Lee los ejercicios y haz lo que se te pide.

+3

2.1 Lee cada enunciado y escribe una V es verdadero o una F si es falso.

Un cuerpo geométrico es una figura tridimensional con volumen.

V

La esfera no tiene caras planas, pero tiene caras y aristas.

F

Todos los cuerpos geométricos tienen vértices, aristas y caras planas.

F

Un poliedro se forma solamente con figuras planas como triángulos o cuadrados.

V

El cubo y el cilindro son cuerpos geométricos, pero solo el cubo es un poliedro.

V

La superficie de un cilindro está formada por dos círculos y una superficie curva.

V

El cono tiene una base circular y una única cara curva.

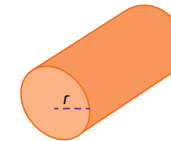
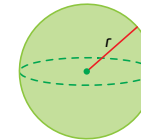
V

La esfera es un cuerpo geométrico porque tiene volumen.

V

2.2 Lee cada afirmación y escribe A si es una característica compartida por la esfera y el cilindro, E si es exclusiva de la esfera.

+2



Todos los puntos de su superficie están a la misma distancia de un punto interior fijo.

E

Se pueden obtener mediante la rotación de una figura plana alrededor de un eje.

A

No presenta caras planas, vértices ni aristas.

E

Tienen volumen y ocupan espacio tridimensional.

A

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. R L

Antes de la Esfera de Exploración

Al terminar la Esfera de Exploración

1. Exploro la construcción de la esfera por diferentes medios, incluyendo la aproximación por desarrollos planos.
2. Reconozco las características de la esfera como cuerpo geométrico.

Sí

No

Sí

No

☐

☐

☐

☐

☐

☐

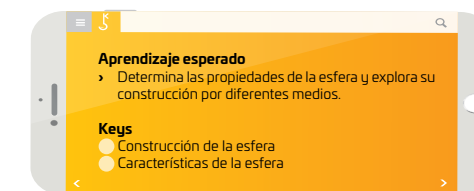
☐

☐

Puntos obtenidos:

INVESTIGO

© UNOi



Sesión 3

Propósito

Los estudiantes explorarán las diferentes aplicaciones y usos, tanto naturales como artificiales, que tiene la geometría esférica y sus representaciones en dos dimensiones (círculo y circunferencia). De esta manera, se busca que los estudiantes exploren la importancia de la esfera mediante ejemplos cotidianos, así como el proceso que se sigue para aplicar esta geometría en la industria.

Tip 1. Antes de leer el texto de la sección **COMPRENDO**, página 96, puede realizar una actividad de exploración preguntando a los alumnos si han notado la forma que tienen las gotas de agua, los planetas y las estrellas. En caso de tener una respuesta afirmativa, pregúnteles cuál creen que sea la razón de este fenómeno. En caso de respuesta negativa y desconocimiento, mencione ejemplos sobre objetos esféricos en la naturaleza y añada la utilidad de los mismos.

Tip 2. Posterior a la lectura, comente con los alumnos las dudas surgidas durante la misma, por ejemplo: *¿Por qué algunas frutas no son esféricas?* (debido a la adaptación y evolución durante muchos años), *¿por qué la gravedad da forma esférica a los planetas pero no a los asteroides?* (debido a la diferencia de masas).

Tip 3. Comente con los estudiantes la problemática que existe en la creación de superficies planas para esferas. Explore las aproximaciones para realizar los mismos, como la técnica por husos, que implica crear segmentos verticales que se desarrollan individualmente (como los gajos de una naranja).

COMPRENDO ●●●●●●●●

¿Te has preguntado qué forma tienen las estrellas que se observan en el vasto firmamento? En el universo, billones de galaxias albergan miles de millones de estrellas, que suelen tener sistemas planetarios como nuestro sistema solar ☼ (aunque sin vida inteligente, según lo que se sabe... por el momento). Pues bien, tanto las estrellas como los planetas tienen forma esférica, aunque algunos planetas pueden deformarse un poco con algunos bultos y valles se asemejen a una.

Que las estrellas, planetas e incluso algunas galaxias, tengan forma esférica no es una coincidencia o azar del destino. Esto se debe a la geometría que la propia naturaleza puede formar con base en sus fenómenos naturales. La forma esférica de estos objetos astronómicos se debe a la propia fuerza de gravedad que tienen (gracias a su gigantesca masa). Se necesita una enorme fuerza de gravedad para juntar todo el gas y polvo del que se conforman las estrellas en una esfera enorme. Esto solo es posible cuando se tiene una gran cantidad de masa (como es el caso de los planetas y las estrellas), cuando la masa no es lo suficientemente grande, los objetos pueden tomar formas menos geométricas y variadas.

Entonces, ¿qué hace tan especial a la esfera? Pues nada más y nada menos, que su interesante (y muy práctica) geometría. La esfera, como cuerpo geométrico, es una representación tridimensional de una figura geométrica plana (en dos dimensiones) conocida como círculo. Esta figura geométrica es la superficie contenida por la circunferencia (el área encerrada en la circunferencia), mientras que la circunferencia es el contorno de esta superficie. De manera formal, una circunferencia es el lugar geométrico de todos los puntos que se encuentran a la misma distancia de un punto llamado centro.

La definición anterior es justamente una de las propiedades interesantes de estas figuras geométricas. Por ejemplo, si tomas un globo decorativo con forma de esfera y dibujas puntos sobre él, estos puntos siempre estarán a la misma distancia del centro del globo. Esta propiedad geométrica es útil para la construcción de herramientas sumamente necesarias, tal es el caso de las ruedas. Este invento revolucionario, la rueda, siempre tiene un punto de su contorno apoyado sobre el suelo (o la superficie donde se usó), gracias a esto puede rodar y mover objetos, como los automóviles, de manera eficiente, esto es gracias a la geometría esférica.

Pero, ¿cómo se diseñan y crean estas herramientas con forma esférica (o circular)? En la industria existen métodos para fabricar formas esféricas (artificiales), pues en ocasiones no es tan sencilla esta labor. Uno de estos métodos es el desarrollo plano de cuerpos geométricos, sin embargo, para la esfera no hay un desarrollo plano directo, y eso hace poco sencilla su construcción. Para el desarrollo plano de una esfera se usan aproximaciones, ya sea usando otras figuras geométricas, como los conos en 2D, o recreando en un plano las figuras en las que se parte la cáscara de una naranja.

En la naturaleza existen objetos con formas esféricas, como algunas frutas, las gotas de agua en una estación espacial, e incluso las burbujas que se forman con jabón. En muchos de estos casos, la forma esférica no es coincidencia, más bien es un diseño eficiente de la propia naturaleza que cumple con tareas importantes, que en general tienen que ver con las ventajas que ofrecen los lados curvos y sus características geométricas (como mejor estabilidad, mayor aislamiento del exterior, menos gasto energético al crearse esfera). En la actualidad, estas figuras geométricas juegan un papel sumamente importante en el día a día para el ser humano (y hasta para otras formas de vida), incluso la esfera que se encuentra dentro de las puntas de las plumas con las que se escribe. Por su gran importancia y sus usos tan variados, la esfera, el círculo y la circunferencia son de esas figuras primarias que sirven como bloques para crear (y modelar) nuestra realidad, y que incluso el ser humano utiliza como ejemplo para diseñar y crear todo tipo de maravillosas herramientas de gran utilidad, aunque aún es imposible crear algo tan fascinante como una estrella.

La rueda, una invención humana que dio lugar a una revolución en las civilizaciones.

Luis Martín Chavelas Astudillo

© UNOI

Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer, reflexiona y realiza lo siguiente.

Dibuja o pega recortes de tres objetos con forma esférica que el ser humano sea capaz de construir de manera artificial. Describe un poco el uso que se le da y por qué crees que es necesario replicarlos con forma esférica. R L

Responde de acuerdo con lo que has aprendido en la lectura.

¿Qué otras formas geométricas crees que podrían ser útiles para rediseñar herramientas que en la actualidad son esféricas o con formas redondas? Por ejemplo, ¿crees que sería mejor una rueda cuadrada o tener frutas cúbicas?

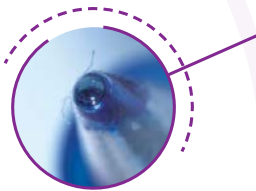
R L

¿Qué otros objetos de la naturaleza con forma esférica o con geometría circular crees que serían útiles que el ser humano recreara?

R L

¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, escríbelo aquí y cuando termines la Esfera, regresa y dale solución.

R L



Sesión 4

Propósito

Los estudiantes explorarán, mediante actividades prácticas y gráficas, diferentes formas de aproximar y representar una esfera, reconociendo sus elementos y propiedades, y relacionando su construcción con sólidos de revolución, poliedros y desarrollos planos.

Tip 1. Al trabajar con la naranja, en la **actividad 01**, **página 98**, es posible que los estudiantes dibujen solo la silueta de la cáscara sin notar las separaciones, huecos o protuberancias. Recalque que deben observar cómo la cáscara no se despliega como una figura plana continua, destacando que esto evidencia la imposibilidad de un desarrollo plano perfecto para la esfera.

Tip 2. Durante la **actividad 02**, **página 98**, algunos alumnos pueden intuir que un círculo o semicírculo genera siempre una esfera como solido de revolución sin tener en cuenta cómo influye la posición del eje. Muestre ejemplos paso a paso de cómo un semicírculo genera una esfera y otras secciones del círculo generan sólidos distintos, reforzando la idea del eje de rotación.

PRACTICO

Resuelve las actividades, apóyate en tu indagación.

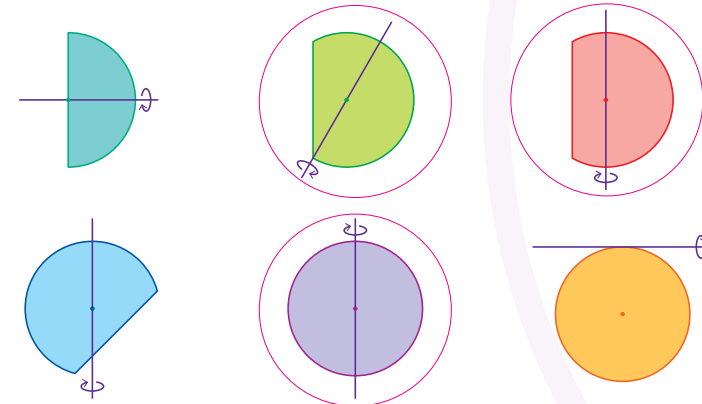
01 Imagina una naranja 🍊 y haz lo que se te pide.

Bosqueja cómo pelas la naranja y qué forma tienen los trozos de su cáscara una vez que los has separado de la misma.



Comenta con tus compañeros si es posible aplanar la cáscara de la naranja.

02 Rodea las figuras que, al girarlas alrededor del eje indicado, generan una esfera como sólido de revolución.



Sesión 4

Tip 3. Durante la **actividad 03, página 99**, pueden usar un diagrama comparativo (tabla o Venn) para contrastar elementos y propiedades. Esto ayuda a evitar confusiones como atribuir a la esfera una “circunferencia” como si fuera su límite visible o pensar que ambas figuras tienen la misma dimensionalidad.

Tip 4. Durante la **actividad 04, página 99**, deje que los estudiantes intenten mentalmente o físicamente envolver los objetos. La experiencia directa refuerza la comprensión de que las superficies curvas no pueden cubrirse perfectamente con papel sin cortes o arrugas.

Tip 5. En el **Espacio procedimental, página 100** puede dejarse como tarea y, al trabajar con el icosaedro y su desarrollo plano, explique que se trata solo de una aproximación de la esfera. Anticipe que algunos alumnos pueden sugerir que el poliedro es muy distinto a una esfera y muestre imágenes o modelos 3D de poliedros arquimedianos u otros más parecidos a la esfera y explique que esos serían mejores aproximaciones. Use analogías para aclarar el sentido de la aproximación.

03 Observa la esfera y la circunferencia. Luego responde.

- Subraya las afirmaciones verdaderas que describen características comunes de ambas figuras.

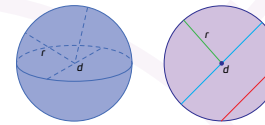
Todos sus puntos están a la misma distancia de un punto central.

Si se cortan por la mitad se obtiene un semicírculo.

Carecen de vértices y aristas.

Tienen solo un eje de simetría.

Pueden definirse a partir de un centro y un radio.



- Marca con una ☒ si la característica corresponde a la figura.

Característica	Esfera	Circunferencia
Tiene volumen.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tiene radio y diámetro.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Tiene perímetro.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Es un sólido de revolución.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Presenta una superficie curva y continua.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tiene un área.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Tiene lados planos.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

- Si una figura tiene radio ¿eso significa que siempre tiene volumen?

R. M. No, tener un radio solo significa que los puntos están a cierta distancia del centro, más no tiene implicaciones del espacio donde se dibuja, es decir 2D o 3D.

- ¿Qué relación hay entre la esfera y la circunferencia?

R. M. Si se corta una esfera, el contorno del corte simula una circunferencia, es decir, la circunferencia puede ser una representación plana que se acerca o nos recuerda a la esfera.

04 Observa la imagen, analiza los cuerpos geométricos que representan y luego responde.

- Marca con una ☒ si la afirmación es válida para el envoltorio de cada regalo.

Característica	Caja	Bola de boliche
No es posible envolver sin deformaciones.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
El desarrollo plano construido con figuras planas regulares.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Desarrollo plano compuesto por formas irregulares.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Se puede envolver sin arrugas si se usa un patrón exacto.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



¿Por qué el desarrollo plano de la caja se puede construir con figuras planas regulares y congruentes, mientras que el de la bola de boliches necesita piezas adaptadas o deformadas?

La caja está formada por caras planas que se conectan mediante aristas rectas, y se puede representar exactamente con rectángulos o cuadrados congruentes. En cambio, la esfera tiene una superficie curva en todos sus puntos, no tiene aristas o vértices por eso, sus desarrollos planos son solo aproximaciones.

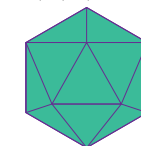
1 Espacio 2 3 procedimental

¿Cómo construyo un balón de papel?

Materiales

- Plantilla del desarrollo plano del cuerpo geométrico que se elija.
- Tijeras.
- Pegamento o cinta adhesiva.
- Regla.
- Cartulina o papel grueso (opcionalmente de colores distintos para figuras distintas).

- Identifico un poliedro semiregular con suficientes caras para que se parezca a una esfera.



Por ejemplo, el icosaedro es uno de los sólidos platónicos más utilizados para aproximar la esfera.

- Trazo o imprimo su desarrollo plano. Si decido trazarlo, debo tener en cuenta las medidas de las figuras y su distribución.

Por ejemplo, el icosaedro está formado por 20 triángulos equiláteros.

- Recorto cuidadosamente la figura.

Uso tijeras para seguir el contorno externo del desarrollo. Respeto las pestañas, pues las necesitaré para unir las caras del cuerpo geométrico.

- Marco los dobles con una regla.

Doblo todas las aristas donde se unen caras y pestañas. Utilizo una regla para que los pliegues sean rectos y definidos.



- Comienzo el armado desde un polígono central.

Elijo uno de los triángulos centrales como base y pego los triángulos que le rodean, uno por uno.

- Continúo ensamblando el resto de las caras.

Sigo pegando los triángulos, asegurándome de que cada uno esté rodeado por otros tres triángulos.

- Cierro el cuerpo geométrico cuidadosamente.

Las últimas caras pueden ser un poco difíciles de unir. Doblo bien las pestañas y me aseguro de que todas las aristas coincidan correctamente.

- Reviso que esté bien armado.

Me aseguro de que todas las caras estén bien unidas y que no haya espacios. Finalmente observo si la figura se aproxima a una esfera.

Sesión 5






Propósito

Los estudiantes comprenderán cómo diferentes poliedros pueden aproximar una esfera, analizarán las propiedades geométricas necesarias para lograr una mejor aproximación y explorarán los métodos alternativos de construcción de una esfera mediante secciones horizontales y husos, reflexionando y manipulando materiales.

Tip 1. En la **actividad 05**, **página 101**, tenga en cuenta que es frecuente que los estudiantes tengan dificultades para identificar caras, vértices y aristas o para distinguir la mejor aproximación entre varias propuestas. Use imágenes para ilustrar las diferencias y pregunte qué pasa, en particular, con poliedros no regulares, ¿basta que tengan más caras para que aproximen mejor a la esfera?

Tip 2. Al analizar La Géode, en la **actividad 06**, muestre más imágenes o un breve video del edificio y destaque que se construye mediante la repetición de triángulos equiláteros para crear una forma esférica. Esto ayudará a contextualizar la matemática en aplicaciones reales y estimulará la curiosidad de los estudiantes.

05 Observa los sólidos geométricos de la tabla y responde las preguntas. R. M.

Nombre	Tetraedro	Cubo	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
Poliedro					
Número de caras	4	6	8	12	20

¿Qué relación observas entre el número de caras de un poliedro y su semejanza con una esfera?

A mayor número de caras, un poliedro se asemeja más a una esfera, ya que los bordes y vértices se vuelven menos evidentes.

¿Cuál de estos cuerpos puede girar y lucir casi igual desde varias direcciones? ¿Por qué?

El icosaedro, porque presenta simetría tridimensional.

¿Cómo podrías modificar uno de estos sólidos para que se asemeje aún más a una esfera?

Se puede subdividir cada cara del poliedro en figuras más pequeñas, aumentando el número total de caras.

¿Crees que un poliedro con mil caras podría parecerse más a una esfera que un icosaedro? ¿Por qué?

Sí. Un poliedro con muchas caras pequeñas distribuidas uniformemente se aproxima mejor a la forma de una esfera. Esto se debe a que la curvatura de su superficie se vuelve casi continua.

06 La Géode es un edificio ubicado en París. Su estructura externa tiene una forma casi esférica y está compuesta por numerosas figuras planas. Observa la fotografía y responde.

Selecciona las afirmaciones que describen las características geométricas de La Géode.

Presenta simetría en diferentes direcciones.

Tiene una superficie completamente curva.

Todos sus puntos equidistan del centro.

Sus caras tienen forma de triángulos equiláteros.

Tiene volumen.

Es completamente curva en toda su superficie.



¿La Géode puede considerarse una esfera? ¿Cumple con todas sus características? R. M.

No, La Géode no es una esfera perfecta desde el punto de vista matemático. Aunque su forma se asemeja a una esfera, está construida con figuras planas (triángulos equiláteros) unidas por aristas, por lo que su superficie no es completamente curva ni continua.

Sesión 5

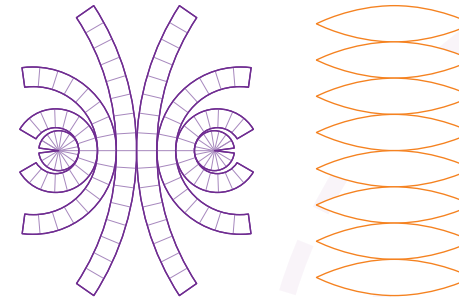
Tip 3. Antes de la **actividad 07, página 102**, presente un cuadro comparativo de las aproximaciones por secciones horizontales y por husos, indicando sus ventajas y sus limitaciones. Así, los estudiantes distinguirán claramente los métodos.

Tip 4. Antes de poner manos a la obra, invite a los estudiantes a manipular los desarrollos planos (o verlos en animaciones) para que comprendan cómo se pliegan y qué forma se obtiene de ellos, reforzando así la visualización espacial.

Tip 5. En la **actividad 08, página 103**, anime a los alumnos a justificar sus elecciones: número de husos, tipo de polígonos, tamaño de las piezas. Esto evitará que el diseño sea únicamente decorativo y favorezca la aplicación del razonamiento matemático.

Tip 6. Relacione el diseño del balón con la fabricación de pelotas reales (por ejemplo, fútbol, beisbol), comentando que la elección de paneles y costuras tiene un fundamento geométrico. Esto le dará un sentido práctico a la actividad y reforzará la aplicación de la geometría en objetos cotidianos.

07 Observa los dos métodos de aproximación de la esfera. Luego responde.



• Escribe "H" si la característica corresponde al método de husos, y "C" si corresponde al método de conos truncados. Si corresponde a ambos escribe "H/C".

Las piezas tienen forma alargada y simétrica, parecida a un gajo.	H	Los modelos resultan con uniones inclinadas y anchas en el ecuador.	H/C
Se obtienen cortando la esfera con planos horizontales.	C	A mayor cantidad de piezas, mayor precisión en la aproximación.	H/C
Se puede construir una semiesfera y duplicarla para formar la esfera completa.	C	Las superficies planas se ajustan para imitar la curvatura esférica.	H/C
Las piezas se proyectan desde semicírculos máximos.	H	Todas las piezas tienen el mismo tamaño y forma.	H

• Responde las siguientes preguntas. R. M.

Explica por qué, aunque aumentes la cantidad de piezas en cualquiera de los métodos el resultado sigue siendo solo una aproximación a la esfera.

Porque al usar más piezas, las formas planas se ajustan mejor a la curvatura esférica, lo que reduce las diferencias entre el modelo y una esfera perfecta.

La esfera no tiene caras planas, vértices ni aristas. ¿Qué implicaciones tiene esto al construirla con piezas como husos o conos truncados?

Cualquier construcción estará compuesta por elementos que si tienen esas propiedades, por lo tanto, no pueden reproducir exactamente la superficie continua y lisa de la esfera.

© UNOI

102

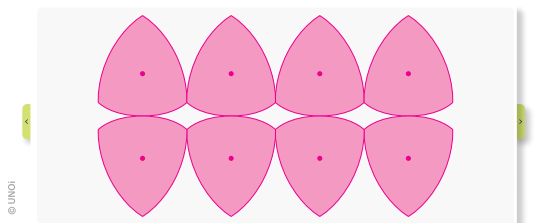
08 Observa los ejemplos de balones. Analiza cómo están contruidos a partir de piezas que cubren toda su superficie. R. M.



• Imagina que vas a construir un balón similar y dibuja sobre la esfera los cortes que realizarías para obtener las piezas que lo forman.



• Dibuja las piezas en su versión plana que se usarán, constrúyelas y arma tu balón. R. M.



• Comenta con tus compañeros: ¿Qué diferencias encontraron entre una esfera y los cuerpos que se usan para simularla? ¿Creen que alguno logra representar fielmente una esfera? Expliquen por qué.

© UNOI

103

Sesión 6

Propósito

Los estudiantes integrarán y aplicarán de manera autónoma los conocimientos adquiridos sobre la esfera y sus métodos de construcción, resolviendo ejercicios de mayor complejidad que pongan en práctica su razonamiento geométrico, habilidades de visualización espacial y capacidad para justificar sus respuestas.

Tip 1. Pida a los alumnos que resuelvan las cuatro actividades de la sección **Practico más**, de los **Keys**: *Construcción de la esfera* y *Características de la esfera*, usando esquemas, modelos físicos o repastos de conceptos clave para enfrentar los ejercicios, evitando que se limiten a un solo método de resolución.

Tip 2. Para la sección **#SubeNivel**, la **página 104**, lleve pelotas de diferentes tamaños y haga cortes reales (por ejemplo, con pelotas de unicel) o use simuladores digitales. Esto ayudará a que los estudiantes visualicen que, sin importar el plano de corte, siempre se obtiene una circunferencia, y que el corte máximo corresponde a círculos con diámetros iguales al de la esfera, y los cortes más pequeños corresponden a círculos con diámetros menores.

Tip 3. Recuerde a los estudiantes las fórmulas de volumen de una esfera y de un cubo para que puedan completar la **actividad 02**. Puede variar las medidas de los cuerpos geométricos para que los alumnos realicen varias comparaciones.

02 Lee los ejercicios y haz lo que se te pide.

2.1 Lee cada enunciado y escribe una V es verdadero o una F si es falso.

Un cuerpo geométrico es una figura tridimensional con volumen.	<input type="radio"/> V	La esfera no tiene caras planas, pero tiene caras y aristas.	<input type="radio"/> F
Todos los cuerpos geométricos tienen vértices, aristas y caras planas.	<input type="radio"/> F	Un poliedro se forma solamente con figuras planas como triángulos o cuadrados.	<input type="radio"/> V
El cubo y el cilindro son cuerpos geométricos, pero solo el cubo es un poliedro.	<input type="radio"/> V	La superficie de un cilindro está formada por dos círculos y una superficie curva.	<input type="radio"/> V
El cono tiene una base circular y una única cara curva.	<input type="radio"/> V	La esfera es un cuerpo geométrico porque tiene volumen.	<input type="radio"/> V

2.2 Lee cada afirmación y escribe A si es una característica compartida por la esfera y el cilindro, E si es exclusiva de la esfera.

Todos los puntos de su superficie están a la misma distancia de un punto interior fijo.	<input type="radio"/> E
Se pueden obtener mediante la rotación de una figura plana alrededor de un eje.	<input type="radio"/> A
No presenta caras planas, vértices ni aristas.	<input type="radio"/> E
Tienen volumen y ocupan espacio tridimensional.	<input type="radio"/> A

Marca una ☒ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. **R. L.**

	Antes de la Esfera de Exploración		Al terminar la Esfera de Exploración	
	Si	No	Si	No
1. Exploro la construcción de la esfera por diferentes medios, incluyendo la aproximación por desarrollos planos.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Reconozco las características de la esfera como cuerpo geométrico.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Puntos obtenidos:

INVESTIGO ●●●●●

Aprendizaje esperado
Determina las propiedades de la esfera y explora su construcción por diferentes medios.

Keys
● Construcción de la esfera
● Características de la esfera

#SubeNivel

01 Pon a prueba tu destreza matemática! Usa lo que sabes sobre desarrollos planos, aproximaciones y propiedades de la esfera. Escribe con claridad tus ideas. Al terminar cada reto, comparte tu trabajo con un compañero distinto y registra tus puntos según la clave.

01 Observa la siguiente esfera en la que se han trazado dos líneas que representan posibles cortes. Considera que el radio es de 5 cm.

02 ¿Cuál de los siguientes cuerpos tiene mayor volumen?

Para el cubo $V = a^3$, y si $a = 10$, entonces su volumen es $10^3 = 1000 \text{ cm}^3$.

Para la esfera $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, y si $r = 10$, su volumen es aproximadamente 4188.79 cm^3 .

Por lo tanto la esfera tiene mayor volumen.

03 ¿Cuál es el radio de la circunferencia máxima en el primer problema?

La circunferencia máxima se forma al cortar la esfera por el centro, por lo que su radio coincide con el radio original de la esfera, es decir 5 cm.

Puntos logrados:

Puntaje final:

Puntaje

- A mi compañero le pareció muy clara y concreta mi explicación.
- Mi compañero tuvo dudas con lo que escribí, pero logró comprenderlo.
- Tuve que explicar el texto a mi compañero para que entendiera mis ideas.

Compara tus puntos con los de tus compañeros. Si tienes más puntos que ellos, ¡bien hecho! No necesitas explicar tus respuestas. Si tienes menos puntos, vuelve a intentarlo.

Sesión 7

Propósito

Los estudiantes reflexionarán sobre los aprendizajes adquiridos a lo largo de la Esfera, resolviendo dudas pendientes para consolidar su comprensión sobre las propiedades y formas de construcción de la esfera.

Tip 1. En la sección **APLICO**, **página 105**, los alumnos ya deberían contar con el conocimiento necesario para responder a las preguntas de **ANALIZO**, **página 93**, resolver correctamente las actividades de la sección **RECONOZCO**, **páginas 94 y 95**, y las dudas que registraron en la **página 97**. Sin embargo, aún pueden tener dudas sobre por qué no es posible tener un desarrollo plano para construir una esfera perfecta. En esos casos, retome ejemplos vistos para aclarar las dudas.

Tip 2. Organice las preguntas acumuladas en categorías (propiedades, desarrollos planos, construcciones) y resuélvanlas colectivamente. Esto fomentará el aprendizaje colaborativo.

Tip 3. Pida a los alumnos que argumenten sus respuestas, indicando propiedades de la esfera o métodos de aproximación utilizadas. Así consolidarán el aprendizaje y detectarán ideas o procedimientos erróneos.

Tip 4. Para finalizar la esfera, pida que realicen el imprimible **Maths Mastery T2_5**, que permitirá ejercitar el tema aprendido.

APLICO ●●●●●

Reflexiona sobre la pregunta de la sección **ANALIZO**. ¿Ya puedes contestarla? Escribe una respuesta. Considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

R.L.



¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? ¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros!

R.L.

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve nuevamente la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

© UNOi

¡Regresa a la página 97 🧐 y soluciona las dudas que tenías en ese momento!

