

ANALIZO



92

© UNOI

# Esfera 4



**¿Qué figuras forman un balón de fútbol?**



**¿Podrías envolver una naranja usando una hoja de papel?**



**¿Puedes construir una esfera usando figuras planas? ¿Cuáles usarías?**

## La esfera no es plana

Determina las propiedades de la esfera y explora su construcción por diferentes medios.

Comienza la Esfera de Exploración identificando qué actividades puedes responder con lo que ya sabes. No olvides resolverlas de nuevo en tu cuaderno al terminar. ¡Así descubrirás cuánto has avanzado!

01 Lee cada uno de los ejercicios y haz lo que se te pide.

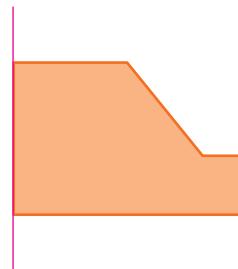
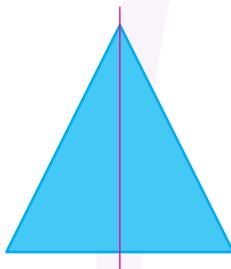
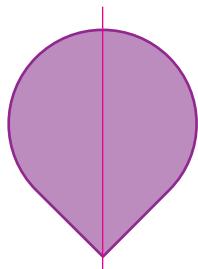
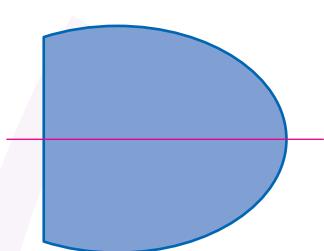
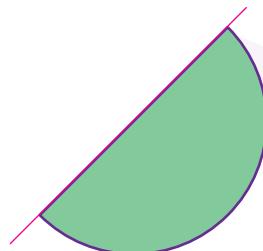
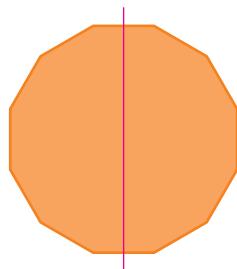
+2

1.1 Rodea las opciones que permiten simular una esfera.

- a. El reflejo de la luna en el agua.
- b. La rotación de un círculo de cartón cuyo eje de rotación también es su diámetro.
- c. La unión precisa de dos superficies cóncavas iguales por sus bordes circulares.
- d. La cáscara completa de una naranja.
- e. Una circunferencia de radio 3 cm girando alrededor de su eje de simetría.
- f. La sombra de un balón de fútbol proyectada sobre una pared.

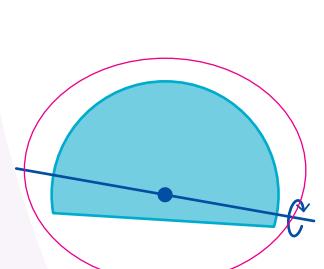
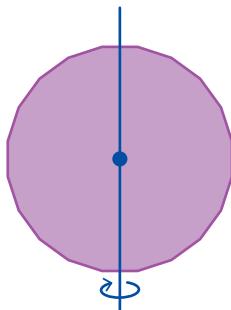
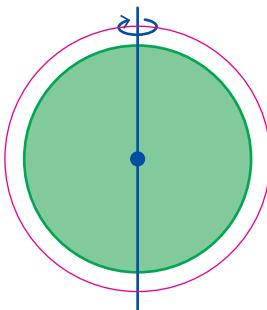
1.2 Dibuja el eje de rotación en cada figura para que genere un sólido de revolución.

+1



1.3 Rodea las figuras que, al girarlas alrededor del eje indicado, generan una esfera como sólido de revolución.

+2



- Comenta con tus compañeros. ¿Una figura regular de 400 lados que se gira por el eje de simetría puede generar una esfera?



## 02 Lee los ejercicios y haz lo que se te pide.

+3

### 2.1 Lee cada enunciado y escribe una V es verdadero o una F si es falso.

Un cuerpo geométrico es una figura tridimensional con volumen.

V

La esfera no tiene caras planas, pero tiene caras y aristas.

F

Todos los cuerpos geométricos tienen vértices, aristas y caras planas.

F

Un poliedro se forma solamente con figuras planas como triángulos o cuadrados.

V

El cubo y el cilindro son cuerpos geométricos, pero solo el cubo es un poliedro.

V

La superficie de un cilindro está formada por dos círculos y una superficie curva.

V

El cono tiene una base circular y una única cara curva.

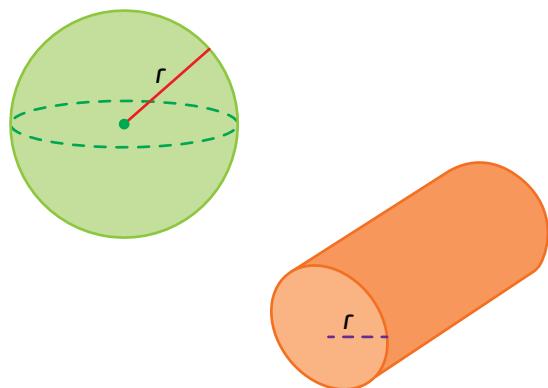
V

La esfera es un cuerpo geométrico porque tiene volumen.

V

### 2.2 Lee cada afirmación y escribe A si es una característica compartida por la esfera y el cilindro, E si es exclusiva de la esfera.

+2



Todos los puntos de su superficie están a la misma distancia de un punto interior fijo.

E

Se pueden obtener mediante la rotación de una figura plana alrededor de un eje.

A

No presenta caras planas, vértices ni aristas.

E

Tienen volumen y ocupan espacio tridimensional.

A

Marca una en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. R. L.

- Exploro la construcción de la esfera por diferentes medios, incluyendo la aproximación por desarrollos planos.
- Reconozco las características de la esfera como cuerpo geométrico.

Antes de la Esfera de Exploración

Sí

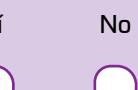


No



Al terminar la Esfera de Exploración

Sí



No



Puntos obtenidos:



## INVESTIGO

**Aprendizaje esperado**

- Detrmina las propiedades de la esfera y explora su construcción por diferentes medios.

**Keys**

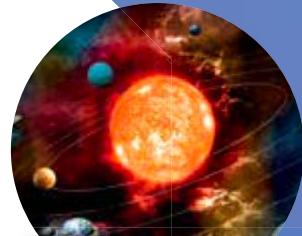
- Construcción de la esfera
- Características de la esfera





¿Te has preguntado qué forma tienen las estrellas que se observan en el vasto firmamento? En el universo, billones de galaxias albergan miles de millones de estrellas que suelen tener sistemas planetarios como nuestro sistema solar ☺ (aunque sin vida inteligente, según lo que se sabe... por el momento). Pues bien, tanto las estrellas como los planetas tienen forma esférica, aunque algunos planetas pueden deformarse un poco con algunos bultos y valles se asemejan a una.

Que las estrellas, planetas e incluso algunas galaxias, tengan forma esférica no es una coincidencia o azar del destino. Esto se debe a la geometría que la propia naturaleza puede formar con base en sus fenómenos naturales ☕. La forma esférica de estos objetos astronómicos se debe a la propia fuerza de gravedad que tienen (gracias a su gigantesca masa). Se necesita una enorme fuerza de gravedad para juntar todo el gas y polvo del que se conforman las estrellas en una esfera enorme. Esto solo es posible cuando se tiene una gran cantidad de masa (como es el caso de los planetas y las estrellas), cuando la masa no es lo suficientemente grande, los objetos pueden tomar formas menos geométricas y variadas.



Objetos tan enormes y fascinantes como las estrellas y planetas tienen forma esférica.

Entonces, ¿qué hace tan especial a la esfera? !? Pues nada más y nada menos que su interesante (y muy práctica) geometría. La esfera, como cuerpo geométrico, es una representación tridimensional de una figura geométrica plana (en dos dimensiones) conocida como círculo. Esta figura geométrica es la superficie contenida por la circunferencia (el área encerrada en la circunferencia), mientras que la circunferencia es el contorno de esta superficie. De manera formal, una circunferencia es el lugar geométrico de todos los puntos que se encuentran a la misma distancia de un punto llamado centro.

La definición anterior es justamente una de las propiedades interesantes de estas figuras geométricas. Por ejemplo, si tomas un globo decorativo con forma de esfera y dibujas puntos sobre él, estos puntos siempre estarán a la misma distancia del centro del globo. Esta propiedad geométrica es útil para la construcción de herramientas sumamente necesarias, tal es el caso de las ruedas. Este invento revolucionario, la rueda, siempre tiene un punto de su contorno apoyado sobre el suelo (o la superficie donde se use), gracias a esto puede rodar y mover objetos, como los automóviles, de manera eficiente; esto es gracias a la geometría esférica.

Pero ¿cómo se diseñan y crean estas herramientas con forma esférica (o circular)? 🚧 En la industria existen métodos para fabricar formas esféricas (artificiales), pues en ocasiones no es tan sencilla esta labor. Uno de estos métodos es el desarrollo plano de cuerpos geométricos; sin embargo, para la esfera no hay un desarrollo plano directo, y eso hace poco sencilla su construcción. Para el desarrollo plano de una esfera se usan aproximaciones, ya sea usando otras figuras geométricas, como los conos en 2D, o recreando en un plano las figuras en las que se parte la cáscara de una naranja.

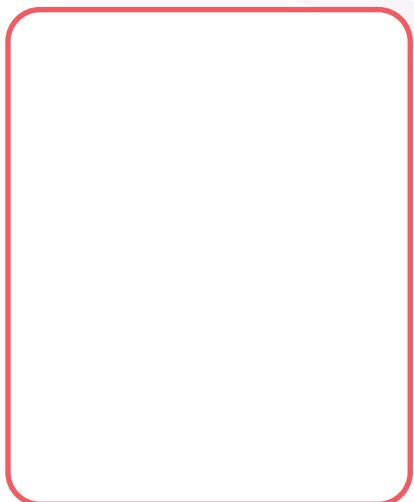
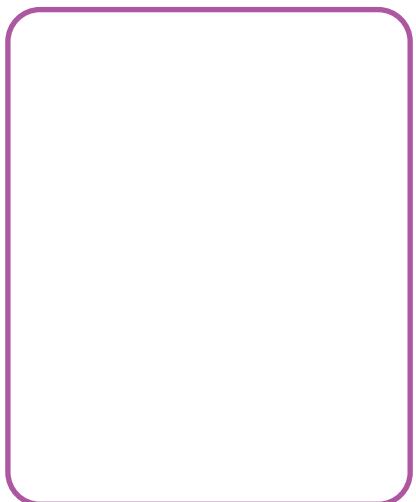


La rueda, una invención humana que dio lugar a una revolución en las civilizaciones.

En la naturaleza existen objetos con formas esféricas, como algunas frutas, las gotas de agua en una estación espacial, e incluso las burbujas que se forman con jabón. En muchos de estos casos, la forma esférica no es coincidencia, más bien es un diseño eficiente de la propia naturaleza que cumple con tareas importantes, que en general tienen que ver con las ventajas que ofrecen los lados curvos y sus características geométricas (como mejor estabilidad, mayor aislamiento del exterior, menos gasto energético al crearse esferas). En la actualidad, estas figuras geométricas juegan un papel sumamente importante en el día a día para el ser humano (y hasta para otras formas de vida), incluso la esfera que se encuentra dentro de las puntas de las plumas con las que se escribe 😊. Por su gran importancia y sus usos tan variados, la esfera, el círculo y la circunferencia son de esas figuras primarias que sirven como bloques para crear (y modelar) nuestra realidad, y que incluso el ser humano utiliza como ejemplo para diseñar y crear todo tipo de maravillosas herramientas de gran utilidad, aunque aún es imposible crear algo tan fascinante como una estrella.

**Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer, reflexiona y realiza lo siguiente.**

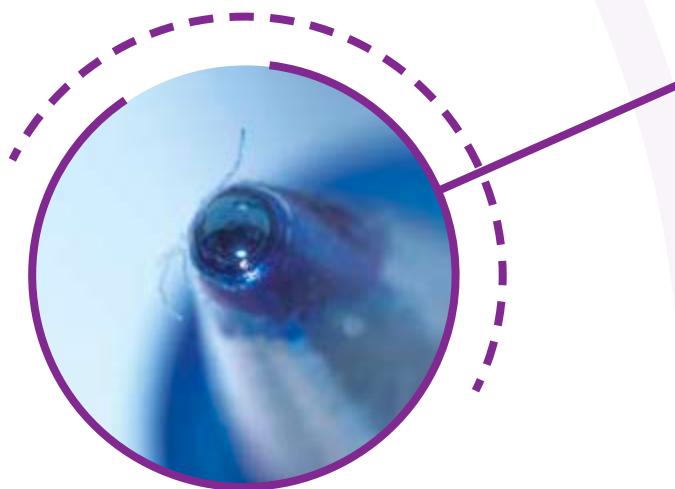
Dibuja o pega recortes de tres objetos con forma esférica que el ser humano sea capaz de construir de manera artificial. Describe un poco el uso que se le da y por qué crees que es necesario replicarlos con forma esférica. R. L.



Responde de acuerdo con lo que has aprendido en la lectura.

¿Qué otras formas geométricas crees que podrían ser útiles para rediseñar herramientas que en la actualidad son esféricas o con formas redondas? Por ejemplo, ¿crees que sería mejor una rueda cuadrada o tener frutas cúbicas?

R. L.



¿Qué otros objetos de la naturaleza con forma esférica o con geometría circular crees que serían útiles que el ser humano recreara?

R. L.

¿Hay algo que no te queda claro? 🤔 No te preocupes, escríbelo aquí y cuando termines la Esfera, regresa y dale solución.

R. L.

---

---

---

---

---

Resuelve las actividades, apóyate en tu indagación.

01 Imagina una naranja  y haz lo que se te pide.

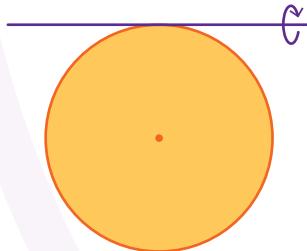
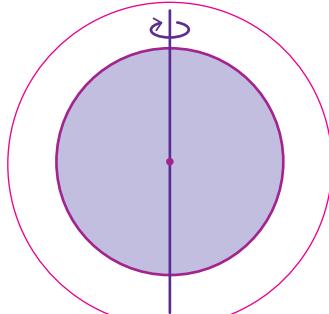
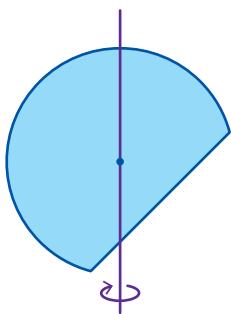
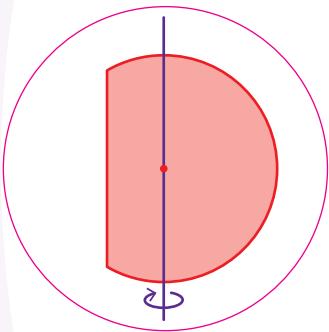
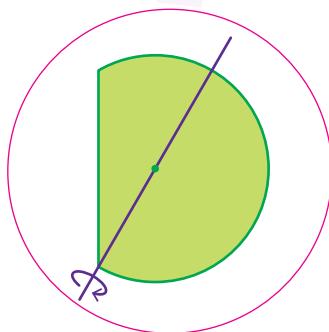
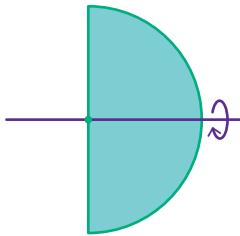


Bosqueja cómo pelas la naranja y qué forma tienen los trozos de su cáscara una vez que los has separado de la misma.



» Comenta con tus compañeros si es posible aplanar la cáscara de la naranja.

02 Rodea las figuras que, al girarlas alrededor del eje indicado, generan una esfera como sólido de revolución.





### 03 Observa la esfera y la circunferencia. Luego responde.

- › Subraya las afirmaciones verdaderas que describen características comunes de ambas figuras.

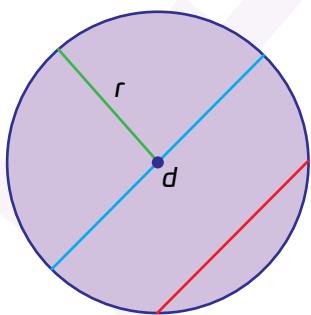
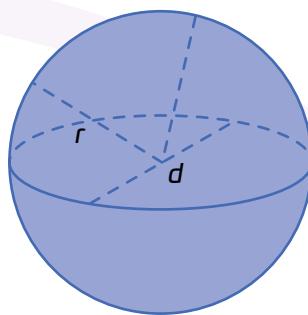
Todos sus puntos están a la misma distancia de un punto central.

Si se cortan por la mitad se obtiene un semicírculo.

Carecen de vértices y aristas.

Tienen solo un eje de simetría.

Pueden definirse a partir de un centro y un radio.



- › Marca con una  si la característica corresponde a la figura.

Característica	Esfera	Circunferencia
Tiene volumen.	<input checked="" type="checkbox"/>	
Tiene radio y diámetro.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Tiene perímetro.		<input checked="" type="checkbox"/>
Es un sólido de revolución.	<input checked="" type="checkbox"/>	
Presenta una superficie curva y continua.	<input checked="" type="checkbox"/>	
Tiene un área.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Tiene lados planos.		<input checked="" type="checkbox"/>

- › Si una figura tiene radio ¿eso significa que siempre tiene volumen?

R. M. No, tener un radio solo significa que los puntos están a cierta distancia del centro, más no tiene implicaciones del espacio donde se dibuja, es decir 2D o 3D.

- › ¿Qué relación hay entre la esfera y la circunferencia?

R. M. Si se corta una esfera, el contorno del corte simula una circunferencia, es decir, la circunferencia puede ser una representación plana que se acerca o nos recuerda a la esfera.



### 04 Observa la imagen, analiza los cuerpos geométricos que representan y luego responde.

- › Marca con una  si la afirmación es válida para el envoltorio de cada regalo.

Característica	Caja	Bola de boliche
No es posible envolver sin deformaciones		<input checked="" type="checkbox"/>
El desarrollo plano construido con figuras planas regulares.	<input checked="" type="checkbox"/>	
Desarrollo plano compuesto por formas irregulares.		<input checked="" type="checkbox"/>
Se puede envolver sin arrugas si se usa un patrón exacto.	<input checked="" type="checkbox"/>	



¿Por qué el desarrollo plano de la caja se puede construir con figuras planas regulares y congruentes, mientras que el de la bola de bolos necesita piezas adaptadas o deformadas?

La caja está formada por caras planas que se conectan mediante aristas rectas, y se puede representar exactamente con rectángulos o cuadrados congruentes. En cambio, la esfera tiene una superficie curva en todos sus puntos, no tiene aristas o vértices por eso, sus desarrollos planos son solo aproximaciones.

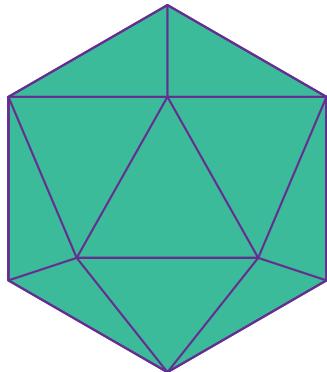
# 1 Espacio 2 procedimental 3

¿Cómo construyo un balón de papel?

## Materiales

- › Plantilla del desarrollo plano del cuerpo geométrico que se elija.
- › Tijeras
- › Pegamento o cinta adhesiva
- › Regla
- › Cartulina o papel grueso (opcionalmente de colores distintos para figuras distintas)

1. Identifico un poliedro semirregular con suficientes caras para que se parezca a una esfera.



Por ejemplo, el icosaedro es uno de los sólidos platónicos más utilizados para aproximar la esfera.

2. Trazo o imprimo su desarrollo plano. Si decido trazarlo, debo tener en cuenta las medidas de las figuras y su distribución.

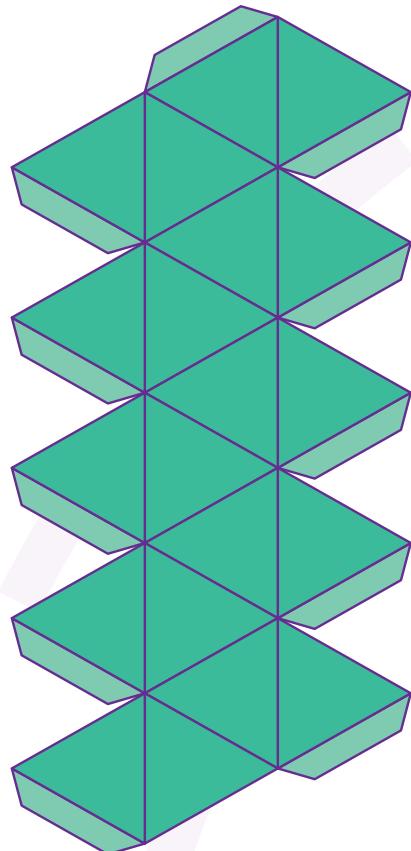
Por ejemplo, el icosaedro está formado por 20 triángulos equiláteros.

3. Recorto cuidadosamente la figura.

Uso tijeras para seguir el contorno externo del desarrollo. Respeto las pestañas, pues las necesitaré para unir las caras del cuerpo geométrico.

4. Marco los dobleces con una regla.

Doblo todas las aristas donde se unen caras y pestañas. Utilizo una regla para que los pliegues sean rectos y definidos.



5. Comienzo el armado desde un polígono central.

Elijo uno de los triángulos centrales como base y pego los triángulos que lo rodean, uno por uno.

6. Continúo ensamblando el resto de las caras.

Sigo pegando los triángulos, asegurándome de que cada uno esté rodeado por otros tres triángulos.

7. Cierro el cuerpo geométrico cuidadosamente.

Las últimas caras pueden ser un poco difíciles de unir. Doblo bien las pestañas y me aseguro de que todas las aristas coincidan correctamente.

8. Reviso que esté bien armado.

Me aseguro de que todas las caras estén bien unidas y que no haya espacios. Finalmente observo si la figura se aproxima a una esfera.



## 05 Observa los sólidos geométricos de la tabla y responde las preguntas. R. M.

Nombre	Tetraedro	Cubo	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
Poliedro					
Número de caras	4	6	8	12	20

¿Qué relación observas entre el número de caras de un poliedro y su semejanza con una esfera?

• A mayor número de caras, un poliedro se asemeja más a una esfera, ya que los bordes y vértices se vuelven menos evidentes.

¿Cuál de estos cuerpos puede girar y lucir casi igual desde varias direcciones? ¿Por qué?

• El icosaedro, porque presenta simetría tridimensional.

¿Cómo podrías modificar uno de estos sólidos para que se asemeje aún más a una esfera?

• Se puede subdividir cada cara del poliedro en figuras más pequeñas, aumentando el número total de caras.

¿Crees que un poliedro con mil caras podría parecerse más a una esfera que un icosaedro? ¿Por qué?

• Sí. Un poliedro con muchas caras pequeñas distribuidas uniformemente se aproxima mejor a la forma de una esfera. Esto se debe a que la curvatura de su superficie se vuelve casi continua.



## 06 La Géode es un edificio ubicado en París. Su estructura externa tiene una forma casi esférica y está compuesta por numerosas figuras planas. Observa la fotografía y responde.

› Selecciona las afirmaciones que describen las características geométricas de La Géode.

Presenta simetría en diferentes direcciones.

Tiene una superficie completamente curva.

Todos sus puntos equidistan del centro.

Sus caras tienen forma de triángulos equiláteros.

Tiene volumen.

Es completamente curva en toda su superficie.

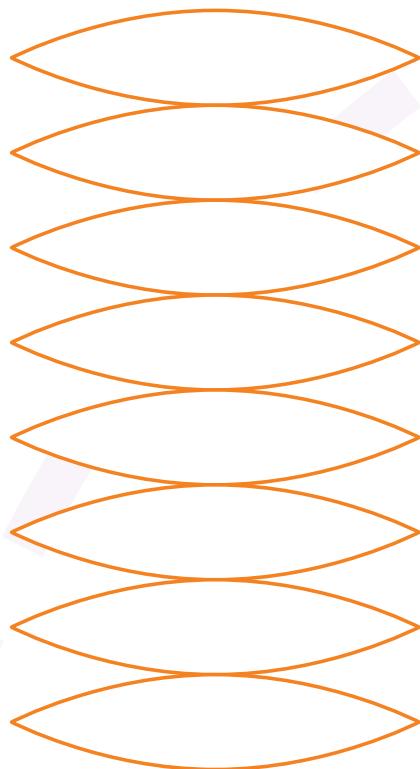
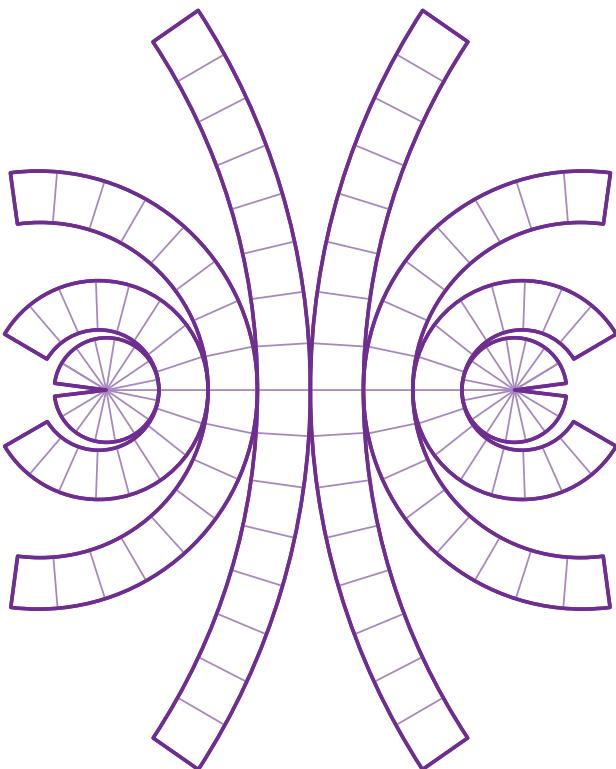


¿La Géode puede considerarse una esfera? ¿Cumple con todas sus características? R. M.

© No, La Géode no es una esfera perfecta desde el punto de vista matemático. Aunque su forma se

asemeja a una esfera, está construida con figuras planas (triángulos equiláteros) unidas por aristas, por

lo que su superficie no es completamente curva ni continua.



- Escribe "H" si la característica corresponde al método de husos, y "C" si corresponde al método de conos truncados. Si corresponde a ambos escribe "H/C".

Las piezas tienen forma alargada y simétrica, parecida a un gajo.

H

Se obtienen cortando la esfera con planos horizontales.

C

Se puede construir una semiesfera y duplicarla para formar la esfera completa.

C

Las piezas se proyectan desde semicírculos máximos.

H

Los modelos resultan con uniones inclinadas y anchas en el ecuador.

H/C

A mayor cantidad de piezas, mayor precisión en la aproximación.

H/C

Las superficies planas se ajustan para imitar la curvatura esférica.

H/C

Todas las piezas tienen el mismo tamaño y forma.

H

- Responde las siguientes preguntas. R. M.

Explica por qué, aunque aumentes la cantidad de piezas en cualquiera de los métodos el resultado sigue siendo solo una aproximación a la esfera.

Porque al usar más piezas, las formas planas se ajustan mejor a la curvatura esférica, lo que reduce las diferencias entre el modelo y una esfera perfecta.

La esfera no tiene caras planas, vértices ni aristas. ¿Qué implicaciones tiene esto al construirla con piezas como husos o conos truncados?

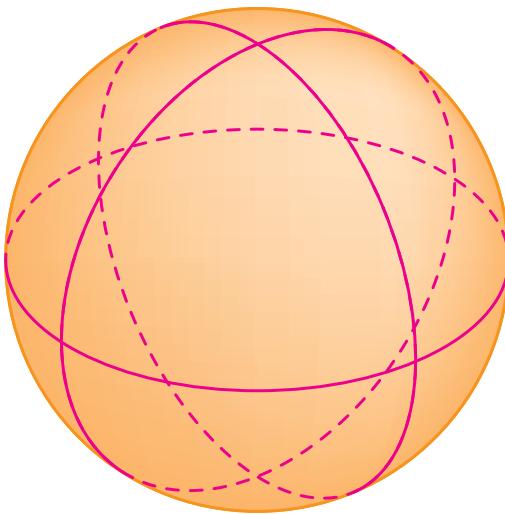
Cualquier construcción estará compuesta por elementos que sí tienen esas propiedades, por lo tanto, no pueden reproducir exactamente la superficie continua y lisa de la esfera.

08

Observa los ejemplos de balones. Analiza cómo están construidos a partir de piezas que cubren toda su superficie. R. M.



- Imagina que vas a construir un balón similar y dibuja sobre la esfera los cortes que realizarías para obtener las piezas que lo forman.

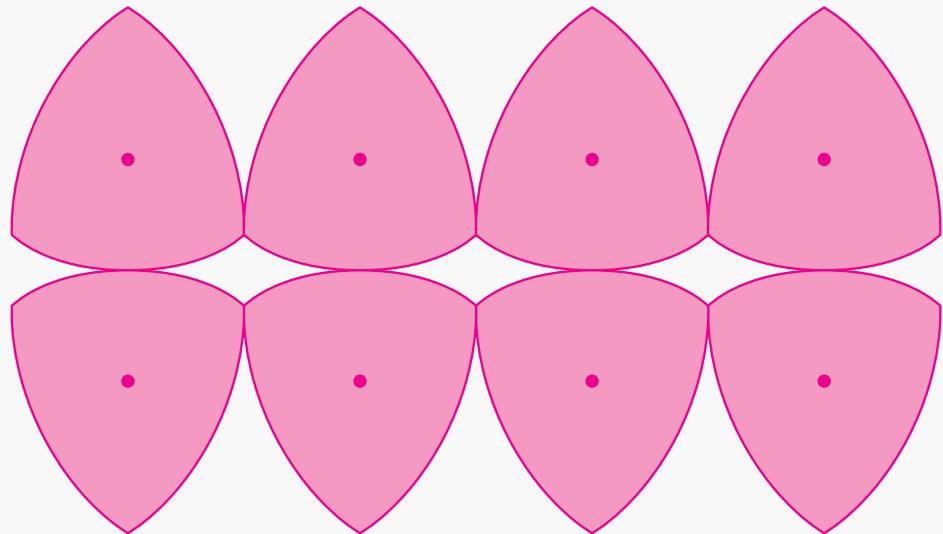


¿Crees que es posible construir una esfera perfecta en el mundo real?  
¿Por qué?

No, porque la esfera es una figura ideal en matemáticas, definida por tener todos sus puntos a la misma distancia del centro. En el mundo real, cualquier objeto tiene imperfecciones, por más que se acerque a esa forma.

¿Conoces otro método o material que permita representar mejor una esfera?  
Modelarla con plastilina o imprimirla en 3D puede acercarse más a la forma esférica porque no se parte de figuras planas, sino de un cuerpo que se moldea o gira, como ocurre con los sólidos de revolución.

- Dibuja las piezas en su versión plana que se usarán, constrúyelas y arma tu balón. R. M.



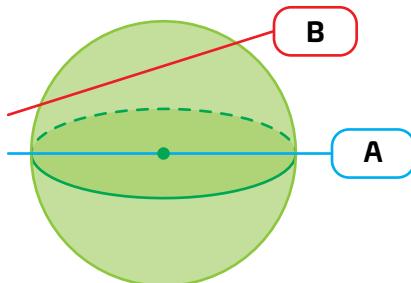
- Comenta con tus compañeros: ¿Qué diferencias encontraron entre una esfera y los cuerpos que se usan para simularla? ¿Creen que alguno logra representar fielmente una esfera? Expliquen por qué.

# ¡AL NIVEL SUBE!

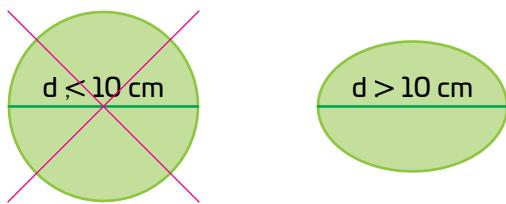
¡Pon a prueba tu destreza matemática! Usa lo que sabes sobre desarrollos planos, aproximaciones y propiedades de la esfera. Escribe con claridad tus ideas. Al terminar cada reto, comparte tu trabajo con un compañero distinto y registra tus puntos según la clave.



01 Observa la siguiente esfera en la que se han trazado dos líneas que representan posibles cortes. Considera que el radio es de 5 cm.



Si el corte A atraviesa el centro de la esfera, tacha cómo se ve la sección resultante del corte B

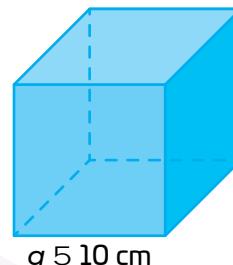
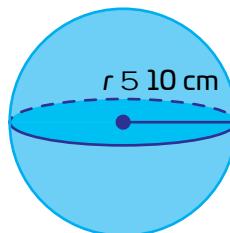


Si el corte A atraviesa el centro de la esfera, entonces sabemos con certeza cuál es el diámetro máximo posible (10 cm). El corte B no pasa por el centro, por lo que su sección será más pequeña que la del corte A.

Puntos logrados:

R. L.

02 ¿Cuál de los siguientes cuerpos tiene mayor volumen?



Para el cubo  $V = a^3$ , y si  $a = 10$ , entonces su volumen es  $10^3 = 1000 \text{ cm}^3$ .

Para la esfera es  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ , y si  $r = 10$ , su volumen es aproximadamente  $4188.79 \text{ cm}^3$ .

Por lo tanto la esfera tiene mayor volumen

03 ¿Cuál es el radio de la circunferencia máxima en el primer problema?

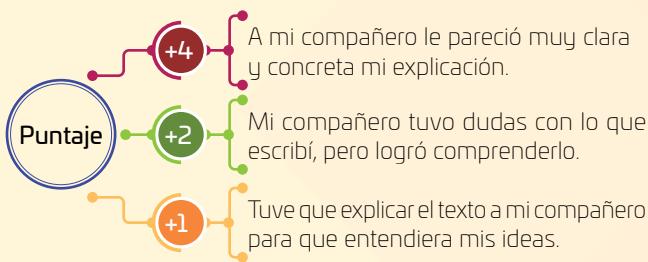
La circunferencia máxima se forma al cortar la esfera por el centro, por lo que su radio coincide con el radio original de la esfera, es decir 5 cm.

Puntos logrados:

R. L.

Puntaje final:

R. L.



Compara tus puntos con los de tus compañeros. Si tienes más puntos que ellos, ¡bien hecho! No necesitas explicar tus respuestas. Si tienes menos puntos, vuelve a intentarlo.

Reflexiona sobre la pregunta de la sección **ANALIZO**. ¿Ya puedes contestarla? Escribe una respuesta. Considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

四



**¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? ¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros!**

R. L.

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve nuevamente la sección **RECONOZO**.



## Notas sobre mi aprendizaje

¡Regresa a la página 97  y soluciona las dudas que tenías en ese momento!

