

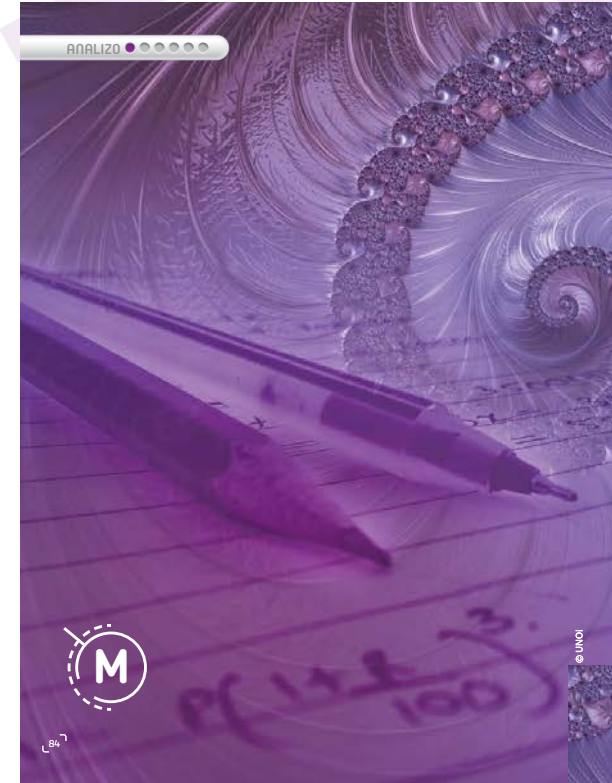
Sesión 1

Propósito

Los alumnos se introducirán en el tema por medio de preguntas de análisis y reflexión. Discutirán el lenguaje de las matemáticas y la forma de representarlo. Además, reconocerán sus conocimientos previos sobre el tema y obtendrán de su indagación en los recursos **Key** los conceptos base para el desarrollo de esta **Esfera de Exploración**.

Tip 1. Para trabajar la sección **Análisis**, **páginas 84 y 85**, conforme equipos para que discutan las preguntas iniciales y lleguen a conclusiones conjuntas. Fomente la argumentación en sus respuestas. Cuestione a los alumnos si es que podríamos escribir correos electrónicos o cartas con números o si todas nuestras sumas y restas podríamos escribirlas con letras. Pida que voluntarios den un ejemplo. Pregunte: *¿Qué es el álgebra?*, *¿Las expresiones algebraicas pueden ayudarnos en nuestra vida cotidiana?*, *¿cómo podrían?*

Tip 2. Sugiera que vean el video *Introducción al álgebra como nos gusta*, disponible en https://esant.mx/ac_unoi/sumt1-027. Luego, pida que traten de describir su rutina diaria al despertarse en términos matemáticos; por ejemplo: despertar (darle un valor), bañarse (otro valor), desayunar (otro valor), etcétera. Cuestione a los alumnos si es que consideran que eso es una sucesión numérica.



Sesión 1

Tip 3. Solicite a los estudiantes que trabajen individualmente la sección **Reconozco**, páginas 86 y 87, para que identifiquen los conocimientos previos que tengan respecto al tema. Pida que enlisten los contenidos que revisarán en la **Esfera de Exploración**. Al concluir, organice un diálogo grupal para que los estudiantes comenten qué es una sucesión, en qué consiste una regla, qué es una expresión algebraica y para qué sirve. Apoye al grupo para obtener conclusiones generales.

Tip 4. Para la sección **Investigo**, solicite a los alumnos que revisen los recursos **Key: Regla de una sucesión, Expresión algebraica a partir de una sucesión y Problemas con expresiones algebraicas de sucesiones**, y que resuelvan las cuatro actividades de cada recurso. Sugiera que analicen la información con base en las palabras clave. Recuérdeles que la indagación en **Key** les ayudará a resolver la **Esfera**. Invítelos a consultar el recurso las veces que lo consideren necesario.

Tip 5. Solicite que analicen los ejemplos que se presentan, que propongan otros semejantes y que resuman las ideas principales. También pida que hagan un esquema en el que registren las ideas principales de **Key**.

RECONOZCO

Comienza esta Esfera de Exploración identificando cuáles de estas actividades puedes contestar con base en lo que ya sabes y registra en la lista de cotejo cuántos puntos obtuviste. Al terminarla, responde de nuevo las actividades en tu cuaderno para que reconozcas cuánto avanzaste.

01 Anota una V si la afirmación es verdadera o una F si es falsa.

Para que un conjunto de números sea una sucesión, estos deben seguir una regla.

La regla de una sucesión puede cambiar de un término a otro.

Sumar siempre un mismo número genera una sucesión geométrica.

En una sucesión aritmética, la diferencia entre dos términos es constante.

Cualquier sucesión aritmética se puede representar mediante una expresión algebraica.

11 Analiza la sucesión de figuras y rodea las respuestas correctas.

Figura 1

Figura 2

Figura 3

Figura 4

Figura 5

¿Qué expresión representa la sucesión de figuras?

3n + 1

3n

2n + 1

3n - 1

¿Cuántos círculos tendrá la figura 17?

48

51

52

49

¿Cuántos círculos de diferencia hay entre la figura 13 y la figura 16?

3

9

12

6

1.2 Relaciona cada regla con la sucesión que le corresponde.

2n + 1	1, 3, 5, 7, 9, ...
3n	5, 8, 11, 14, 17, ...
5n - 2.5	1, 1.5, 2, 2.5, 3, ...
4n - 5	1, 3, 5, 7, 9, ...
0.5n + 6.5	-1, 3, 7, 11, 15, ...
3n + 2	25, 75, 125, 175, 225, ...
5n - 1	7, 7.5, 8, 8.5, 9, ...

1.3 Contesta y argumenta tu respuesta.

¿Qué expresión algebraica representa la sucesión 6, 14, 22, 30, ...?

La expresión $8n - 2$

Argumento: Al sustituir n por los primeros números naturales el valor del término 13 es 104 ya que $8(13) - 2 = 104 - 2 = 102$

La expresión $8n - 2$

1.4 Con apoyo de la expresión anterior, determina...

la diferencia de la sucesión: la diferencia es 8, por ejemplo $14 - 6 = 8$

el valor del término 13: el término 13 es 104 ya que $8(13) - 2 = 104 - 2 = 102$

La expresión $8n - 2$

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo.

	Antes de la Esfera de Exploración	Al terminar la Esfera de Exploración
	Si	No
1. Reconozco y formulo expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utilizo para analizar propiedades de la sucesión.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Puntos obtenidos:

INVESTIGO

Aprendizaje esperado

- Formula expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utiliza para analizar propiedades de la sucesión que representan.

Keys

- Regla de una sucesión
- Expresión algebraica a partir de una sucesión
- Problemas con expresiones algebraicas de sucesiones

Aprendizaje aumentado

Se propone una actividad para explorar la relación entre los fractales y las progresiones mediante realidad aumentada. Lleve a cabo esta sugerencia al trabajar la **actividad 1.1** de la sección **Reconozco**; tome tiempo del destinado para la sección **Análisis**.

Entregue los iPad e indique a los estudiantes que abran la app **Fragmented Reality**, la cual es una herramienta de realidad aumentada para jugar con objetos basados en fractales y dividirlos en diferentes partes. Al tocar cada objeto, este gira y suena como un instrumento musical.

Indique que sitúen su plano de referencia. Después, solicite que vayan a los tres iconos de la parte inferior izquierda. Con el último (el que tiene unas manos) seleccionarán qué instrumento musical desean. Mencione que podrán elegir la forma que quieran para su objeto de realidad aumentada, la cual estará basada en un fractal clásico.

Diga a los estudiantes que ahora podrán tocar cada parte de su objeto para jugar con sus sonidos, y luego deberán ir al segundo icono (el del pincel) y activarlo. Al tocar cada parte de su objeto, este se subdividirá en partes proporcionales más pequeñas. Permita que jueguen subdividiendo muchas veces cada objeto y probando distintas combinaciones.

Guíe la reflexión para que los estudiantes noten que los fractales son un ejemplo de progresiones. Haga preguntas detonantes como: *¿Cómo es cada parte del objeto cuando lo subdividen?* *¿Por qué se usan fractales?* *¿Cómo es el crecimiento de un fractal?* Para cerrar, sugiera que graben una minipista musical, la titulen y como subtítulo deberán poner una breve conclusión sobre las sucesiones, la proporcionalidad y los fractales. Invítelos a que comenten también qué patrón siguieron.

RECONOZCO

Comienza esta Esfera de Exploración identificando cuáles de estas actividades puedes contestar con base en lo que ya sabes y registra en la lista de cotejo cuántos puntos obtuviste. Al terminarla, responde de nuevo las actividades en tu cuaderno para que reconozcas cuánto avanzaste.

01 Anota una **V** si la afirmación es verdadera o una **F**, si es falsa. +2

Para que un conjunto de números sea una sucesión, estos deben seguir una regla.

V

F

La regla de una sucesión puede cambiar de un término a otro.

Sumar siempre un mismo número genera una sucesión geométrica.

F

V

En una sucesión aritmética, la diferencia entre dos términos es constante.

Cualquier sucesión aritmética se puede representar mediante una expresión algebraica.

V

1.1 Analiza la sucesión de figuras y rodea las respuestas correctas. +2



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

¿Qué expresión representa la sucesión de figuras?

$3n + 1$

$3n$

$2n + 1$

$3n - 1$

¿Cuántos círculos tendrá la figura 17?

48

51

52

49

¿Cuántos círculos de diferencia hay entre la figura 13 y la figura 16?

3

9

12

6

Sesión 2

Propósito

Los estudiantes analizarán situaciones en las que se presentan sucesiones, asociadas con fenómenos naturales, arte o actividades humanas.

Tip 1. Para introducir la lectura de la sección **Comprendo**, **página 88**, haga una lluvia de ideas y recuerde la información estudiada sobre las sucesiones y su regla de formación, donde identificaron imágenes de la Naturaleza en las que la espiral de Fibonacci está presente. Pregunte: *¿Dónde más han visto el símbolo ϕ ? ¿Por qué es más fácil representar un número con una letra? ¿Por qué para representar algunos valores se usan letras griegas?*

Tip 2. Para fortalecer lo leído y trabajado en el texto, pida que con su teléfono celular tomen una foto de cualquier objeto del salón y traten de medir la sección áurea de la imagen con base en lo que leyeron en el texto. Para apoyar la idea, sugiera que consulten el artículo “10 obras de arte perfectas gracias a la proporción áurea”, disponible en https://esant.mx/ac_unoi/sumt1-028. En consenso, escojan la imagen que consideran que tiene “mejor proporción” o solicite que digan ejemplos de otras obras de arte que conozcan en las que sea evidente la proporción áurea.

Tip 3. Como actividad alternativa o de tarea, pídales que diseñen un cartel para informar a la comunidad escolar sobre la importancia del trabajo de Fibonacci.

Tip 4. Solicite varias intervenciones de los estudiantes para que comenten que expresen qué no les ha quedado claro del texto y que identifiquen si otros compañeros coinciden en su apreciación. Dé tiempo para que escriban sus conclusiones y dudas en la **página 89**. Recuérdeles que al finalizar la **Esfera** regresarán a esta página para resolver sus dudas.

COMPRENDO

La naturaleza es armónica, ordenada, podemos verlo, por ejemplo, en la forma de algunas conchas o de ciertas plantas, o incluso el comportamiento del estado del tiempo, el ritmo, la manera de reproducirse de algunos microorganismos y en el movimiento del sistema solar. Este orden se debe a los patrones y sucesiones inherentes a su naturaleza. Podemos describir estos patrones de muchas formas usando palabras, dibujándolos y con números y símbolos. Transmite los patrones y proporciones con palabras puede ser sencillo, pero ¿cómo se expresan con símbolos?, ¿para qué representarlos de ese modo? ¿Para qué representar con símbolos la reproducción de bacterias o el movimiento de los astros? Saber comunicar los patrones y proporciones que observamos nos permite representar el mundo que nos rodea y así, estudiarlo. Un ejemplo de patrón en la naturaleza es uno que ya conoces: la sucesión de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... En esta sucesión, al dividir un número entre el anterior, el cociente es una aproximación al número áureo o, como ya lo llamaremos, número ϕ (1.6180339887498948...). Ese número, como π (3.14159265358979323846...), es irracional e infinito, ya que no podemos expresar todas sus cifras, sin embargo, puede representarse o utilizarse letras y, así, será más fácil usarlo en una operación. No es lo mismo decir $\phi = 1.6180339887498948$ que $\phi = \phi$. ¿Certo? ¿Dónde más has visto ϕ ? ¿Te acuerdas de que mediste tu estatura y luego mediste la distancia del suelo a tu ombligo? ¿No? Bueno, hazlo de nuevo, pero ahora con algún familiar: mídelo, ¿ah? Luego, mide la distancia del suelo a su ombligo, ¿leto? Bien, ahora divide la primera medida entre la segunda. ¿Cuál fue el resultado? Esta proporción es la proporción áurea, ϕ , y la han utilizado artistas, arquitectos y... ¡la naturaleza! Por eso siempre la proporción entre tu estatura y la distancia del suelo a tu ombligo será aproximada a ϕ , sin importar cuánto mides. Hagamos este ejercicio con segmentos y otras medidas. ¿Quieres ver?

En la imagen, el segmento morado corresponde a la estatura de un alumno de secundaria, el anaranjado a la distancia del suelo a su ombligo y el azul, a la de su ombligo a su cabeza. ¿Y eso cómo se relaciona con los patrones? No seas impaciente, divide el segmento anaranjado entre el azul. ¿Ah? Su cociente es parecido al número que resultó de dividir tu estatura entre la distancia del suelo a tu ombligo. ¡Impresionante, ¿no? Y lo mejor: ambos cocientes se aproximan a ϕ . ¿Por qué decimos que se aproximan? Pues porque nunca tendremos con exactitud el valor de ϕ , siempre serán aproximaciones, ya que sus decimales son infinitos.

Dicho de manera matemática, ϕ es exactamente igual al cociente de dividir el segmento mediano entre el pequeño siempre que el valor sea igual al cociente de la suma del segmento mediano y el pequeño entre el segmento mediano. O sea, ¿cómo? ¿Existe otra manera de expresar tantas palabras con unas pocas letras? Sí, con símbolos. Los símbolos nos permiten generalizar situaciones y, en muchas ocasiones, nos facilitan la comunicación, sobre todo en el lenguaje de las matemáticas. Veamos qué pasa si usamos símbolos con ϕ , a la medida del piso a tu ombligo llámémosle a y a la de tu ombligo a tu cabeza, b . Sabemos que tu estatura es la suma de las medidas anteriores, es decir, $a + b$.

Ya que ϕ es exactamente igual al cociente de dividir el segmento mediano entre... ¡no! Mejor, usamos las literales que elegimos, es decir, las letras que representan valores desconocidos. Por lo que vemos, a entre b debe ser igual a $a + b$ entre a , si eso se cumple, el cociente es ϕ , lo que se puede representar con las igualdades que se muestran.

Los símbolos nos permiten representar y generalizar situaciones que nos rodean, es decir, son una manera de expresar nuestro entorno en su totalidad pues, hasta ahora, cualquier cosa se puede representar con símbolos. ¿Cómo los usamos para representar situaciones de inseguridad alimentaria o de escasez de agua? ¿Cómo hacerlo puede ayudarnos a comprender el mundo que nos rodea y anticiparnos a distintos tipos de escenarios?

© UNOI

Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer y representa tus conclusiones.

Dibuja, resume, pega, ¡lo que quieras!

¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, anótalo aquí y cuando termines la Esfera, regresa y dale solución.

Sesión 3

Propósito

Los escolares comprenderán cómo se forman sucesiones mediante una regla y representarán acertijos. También determinarán la regla de formación de ejercicios expuestos en el trimestre anterior. Además, identificarán la expresión verbal de diversas sucesiones numéricas y, mediante un juego, relacionarán la regla de formación correspondiente a una sucesión dada.

Tip 1. Plantee una lluvia de ideas para que rescaten los conceptos clave que consultaron en el **Key**. Pregunte: *¿De qué forma el álgebra se relaciona con las sucesiones y su regla de formación?*

Tip 2. Invite a los alumnos a que en parejas resuelvan las **actividades 01 y 02** de la sección **Practico**, **página 90**. Revise en plenaria las respuestas. Luego anime a las parejas para que propongan un ejemplo que se pueda representar como una expresión algebraica; por ejemplo, cómo se compone el amor hacia la familia. Sugiera que consulten el video *Traduciendo la vida cotidiana al álgebra*, disponible en https://esant.mx/ac_unoi/sumt1-029.

Tip 3. Pídales con antelación el material necesario para la **actividad 03**, **página 91**. Invite a los escolares a resolver la actividad y pida a algunos elegidos al azar que expliquen en qué consiste la actividad para verificar que han comprendido qué deben hacer. Revise con cada equipo el cierre de la actividad, donde describen las estrategias para ganar el juego. Solicite que los equipos comenten lo que hicieron y obtengan conclusiones generales en grupo.

PRACTICO

Resuelve las actividades, apóyate en tu indagación.

01 Representa los acertijos con números, la letra n y signos de operación. Luego, escribe los primeros cinco términos de la sucesión que se forma con esa expresión. Observa y continúa el ejemplo.



Un número n más dos punto cinco

Expresión: $n + 2.5$

Sucesión: 3.5, 4.5, 5.5, 6.5, 7.5

Uno más dos veces una cantidad n

Expresión: $1 + 2n$

Sucesión: 3, 5, 7, 9, 11

Cinco veces una cantidad n menos dos

Expresión: $5n - 2$

Sucesión: 3, 8, 13, 18, 23

Siete más cuatro veces un número n

Expresión: $7 + 4n$

Sucesión: 11, 15, 19, 23, 27

Regresa a la página 77 del trimestre 1, Esfera 3, elige una de las sucesiones y anota su regla de formación y la expresión correspondiente. **R. L.**

02 Relaciona cada sucesión con la expresión que le corresponde y calcula lo que se pide. Al terminar, responde.

3, 11, 19, 27, ... $8n + 5$; diferencia: 8; siguiente término: 35

42, 47, 52, 57, ... $13n + 50$; diferencia: 13; término 6: 108; término 7: 121

63, 71, 79, 87, ... $8n - 5$; los tres siguientes términos: 35, 43, 51

63, 76, 89, 102, 115, ... $5n + 37$; diferencia: 5; noveno término: 82

¿Qué significa la letra n ? **R. M.**

Es el número de término de la sucesión.

¿Qué estrategia seguiste para determinar la relación entre sucesiones y reglas? **R. M.**

En las expresiones, se sustituye n por los primeros cinco números naturales y se determina a qué sucesión corresponde.



03 Reúnete con tres compañeros para jugar a "Recuerdo de sucesión".

Recuerdo de sucesión

Material

30 tarjetas de papel reciclado de 10×5 cm

Procedimiento

Paso 1: En 15 tarjetas escriban las expresiones que se muestran. En las otras 15 tarjetas escriban las sucesiones correspondientes.

$3n - 5$ -2, 1, 4, 7, 10, ...	$-2n + 1$ -1, -3, -5, -7, -9, ...	$3n + 5$ 8, 11, 14, 17, 20, ...
$-2n - 3$ -5, -7, -9, -11, -13, ...	$3n + 1$ 4, 7, 10, 13, 16, ...	$\frac{1}{2}n + \frac{3}{2}$ $1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2}, \dots$
$\frac{2}{3}n - \frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}, 1\frac{1}{3}, 2\frac{2}{3}, 3, \dots$	$\frac{2}{3}n - \frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}, 1\frac{2}{3}, 2\frac{4}{3}, 3\frac{1}{3}, \dots$	$\frac{1}{2}n + \frac{3}{2}$ $1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2}, \dots$
$\frac{1}{2}n + \frac{3}{2}$ $3\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}, \dots$	$25n + 55$ 8, 105, 13, 155, 18, ...	$15n - 35$ -2, -05, 1, 25, 4, ...
$4, 2n + 78$ 12, 162, 204, 246, 288, ...	$37n + 58$ 95, 132, 169, 206, 243, ...	$12n + 12$ 24, 36, 48, 60, 72, ...

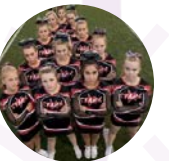
Paso 2: Revuelven todas las tarjetas y acomódenlas, boca abajo, en un arreglo rectangular.

Paso 3: Decidan quién comenzará y, por turnos, volteen una pareja de tarjetas. Si en una tarjeta aparece una sucesión y en la otra la regla de formación que le corresponde, entonces ese jugador toma las dos tarjetas y elige otro par. En caso contrario, regresa las tarjetas al arreglo rectangular y es turno del siguiente participante. El ganador será el jugador que tenga más tarjetas cuando ya se hayan emparejado todas las reglas y las sucesiones.

Describe cuál fue tu estrategia para tratar de ganar el juego y luego coméntala con tus compañeros. **R. L.**

© UNOI

Explica si usarías la misma estrategia para jugar de nuevo o elegirías otra y por qué. **R. L.**



Sesión 4

Propósito

Los estudiantes aprenderán a obtener la regla de formación de una sucesión y determinarán y relacionarán términos para formar sucesiones. También resolverán problemas no contextualizados para determinar la regla de formación de una sucesión y, a partir de ella, identificarán un elemento de la sucesión.

Tip 1. Solicite que dos voluntarios comparen lo expuesto en el **Espacio procedimental, página 92**, con las estrategias que han seguido para encontrar la regla de formación de una sucesión. Organice una discusión para que expongan si lo que han hecho se apega o no a lo expuesto en esta sección, y de no ser así, solicite que argumenten si su procedimiento es válido o no, y si resulta más sencillo y por qué. Permita que discutan libremente y en un entorno de confianza.

Tip 2. Para validar las respuestas de la **actividad 04** permita que se reúnan por parejas. Invítelos a discutir y consensuar sus resultados.

Tip 3. Solicite que analicen el texto de la **Agenda UNOi hacia el futuro**. Propicie una discusión sobre las ideas expuestas en el texto. Para complementar, pida que investiguen sobre la última epidemia de ébola en África y cómo idearían un modelo matemático para evitar la propagación de la enfermedad, pues el virus sigue presente en la región. También, invítelos a que realicen, en parejas o equipos, la investigación propuesta en el texto, y solicite que expongan los resultados de sus modelos e investigaciones.

Tip 4. Revisen en grupo las respuestas de las **actividades 05, página 93** y solicite que argumenten cómo aplicaron la jerarquía de operaciones. Luego, anime a voluntarios para que expongan los resultados de la **actividad 06** y los justifiquen.

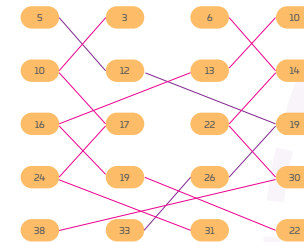
Tip 5. Destine un tiempo para que los alumnos trabajen el espacio de intervención y socialicen lo que cada uno hizo.

1 Espacio 2 procedimental

¿Cómo obtengo la regla de formación de una sucesión?

1. Calculo la diferencia entre un término y el anterior. Esa cantidad multiplicada por la variable n es el primer miembro de la regla.

04. Une las cápsulas para formar sucesiones. Observa el ejemplo; solo se puede usar un número por nivel.



Anota las sucesiones obtenidas y su regla de formación. Después, contesta.

» Sucesión 1: 5, 12, 19, 26, 33	Regla: $7n - 2$
» Sucesión 2: 3, 10, 17, 24, 31	Regla: $7n - 4$
» Sucesión 3: 6, 14, 22, 30, 38	Regla: $8n - 2$
» Sucesión 4: 10, 13, 16, 19, 22	Regla: $3n + 7$

¿En qué se parecen y en qué difieren las primeras dos sucesiones? R. M.
La diferencia de la sucesión es la misma, pero comienzan en un término distinto.

¿Cómo se observa lo anterior en sus reglas de formación? R. M.
En las dos reglas aparece $7n$, pero en la primera se resta 2 y en la segunda se resta 4.

2. Resto el primer término menos la diferencia. El resultado es el segundo miembro de la regla.

Por ejemplo, para la sucesión 6, 15, 24, 33...

La diferencia es $15 - 6 = 9$; el primer miembro es $9n$.
La resta del primer término menos la diferencia es $6 - 9 = -3$.
El segundo miembro es -3 .
La regla de formación de la sucesión es $9n - 3$.

AGENDA UNOI HACIA EL FUTURO

SALUD

¿Consideras que una persona enferma en una ciudad pueda contagiar a otra que vive en el extremo opuesto del mundo? ¿Cómo podría suceder eso? Investigadores de la Universidad de Hamburgo, Alemania, afirman que ocurre con muchísima frecuencia, para ello, crearon una ecuación para anticiparse a esto en el futuro. Este tipo de ecuaciones se obtienen a partir de estudiar patrones que se repiten durante la propagación de enfermedades.

El equipo de investigadores estudió el camino de la pandemia de H1N1 de 2009 y desarrolló un modelo matemático de cómo se desplazan los virus de enfermedades gracias a los vuelos aéreos. Sustituyendo la distancia geográfica real por una reproducción basada en el tamaño de las ciudades y la frecuencia de vuelos entre ellas.

Esto es clave para la salud, pues podría evitar algunas de las grandes pandemias que se especula habrá en próximas décadas.

Investiga sobre otras ecuaciones que se utilizan para modelar situaciones de emergencia en el mundo y comenta con tus compañeros de qué otras maneras se pueden usar los cálculos matemáticos para prevenir problemas de salud.

© UNOI

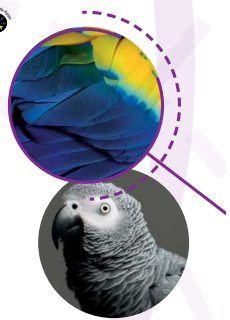
05. Calcula los términos que se piden a partir de las expresiones dadas. Usa la jerarquía de operaciones.

Expresión: $2.3 + 15(n - 1)$	Término 27: 413
Expresión: $\frac{1}{2} + 2(n - 1)$	Término 37: $\frac{41}{2}$
Expresión: $-3 + 7(n - 1)$	Término 52: 354
Expresión: $4 + 8(n - 1)$	Término 63: 500

06. Obtén la regla de formación de cada sucesión. Después, úsala para determinar si el número que se indica pertenece a ella o no. Justifica cada respuesta.

Sucesión: 35, 46, 57, 68, ...	Regla: $11n + 24$	¿El número 124 pertenece a la sucesión? No	Justificación: El término 9 de la sucesión es 123 y el término 10, 134, y entre esos no hay más términos.
Sucesión: -12, -9, -6, -3, ...	Regla: $3n - 15$	¿El número 21 pertenece a la sucesión? Si	Justificación: Para $n = 12$, $3(12) - 15 = 21$
Sucesión: $4, \frac{17}{2}, \frac{9}{2}, \frac{5}{2}, \dots$	Regla: $\frac{1}{2}n + \frac{15}{2}$	¿El número $\frac{39}{2}$ pertenece a la sucesión? Si	Justificación: Para $n = 20$, $\frac{1}{2}(20) + \frac{15}{2} = \frac{39}{2}$
Sucesión: 8, 6, 12, 154, 18, 8, ...	Regla: $36n + 52$	¿El número 66.2 pertenece a la sucesión? No	Justificación: El término 17 de la sucesión es 63 y el término 18, 66.4, y entre esos no hay más términos.

© UNOI



¡PÍDELE AL LOBO QUE UNA SUCESIÓN DE PLUMAS!



Aprendizaje aumentado

Se propone una actividad para fortalecer el vínculo entre analizar sucesiones y resolver ecuaciones. Lleve a cabo esta sugerencia de estudio como complemento de la **actividad 04** de la sección **Practico**; redistribuya el tiempo asignado a la investigación para la **Agenda UNOi Hacia el futuro**, que también se trabaja en esta sesión, con la finalidad de contar con tiempo suficiente.

Organice el grupo en equipos, entregue los iPad e indique que abran la app **Juego de álgebra** (al descargarse aparecerá como **Álgebra**). Indique que deberán elegir el modo "Difícil" y dar tap en "Jugar". Aparecerán diversos ejercicios de opción múltiple que deben responderse en un tiempo determinado.

Para darle mayor emoción, podría plantear la actividad como un concurso para ver qué equipo resuelve más ejercicios, pero cuide que la idea de competir no eclipse la finalidad del juego. Aunque en este momento se están trabajando más sucesiones que ecuaciones, esto fortalecerá el vínculo no explícito entre ambos temas. Para reforzar esta idea, solicite a los estudiantes que indiquen qué ejercicios se relacionan con sucesiones y escriban una conclusión sobre cómo se relacionan.

Para cerrar, si el tiempo lo permite, lea algunas conclusiones de los estudiantes e indague sobre los métodos de solución que emplearon para los ejercicios.

1 Espacio 2 3 procedimental

¿Cómo obtengo la regla de formación de una sucesión?

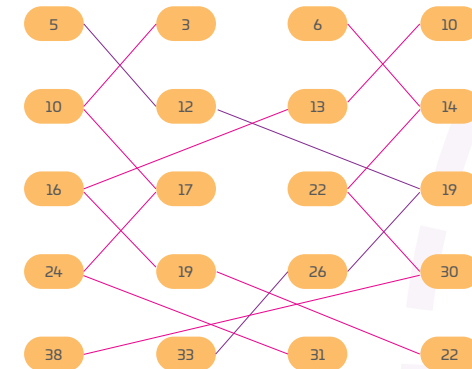
1. Calculo la diferencia entre un término y el anterior. Esa cantidad multiplicada por la variable n es el primer miembro de la regla.

2. Resto el primer término menos la diferencia. El resultado es el segundo miembro de la regla.

Por ejemplo, para la sucesión 6, 15, 24, 33, ...

La diferencia es $15 - 6 = 9$; el primer miembro es $9n$.
La resta del primer término menos la diferencia es $6 - 9 = -3$,
el segundo miembro es -3 .
La regla de formación de la sucesión es $9n - 3$.

04 Une las cápsulas para formar sucesiones. Observa el ejemplo; solo se puede usar un número por nivel.



Anota las sucesiones obtenidas y su regla de formación. Después, contesta.

- Sucesión 1: 5, 12, 19, 26, 33, ... Regla: $7n - 2$
- Sucesión 2: 3, 10, 17, 24, 31, ... Regla: $7n - 4$
- Sucesión 3: 6, 14, 22, 30, 38, ... Regla: $8n - 2$
- Sucesión 4: 10, 13, 16, 19, 22, ... Regla: $3n + 7$

¿En qué se parecen y en qué difieren las primeras dos sucesiones? R. M.

La diferencia de la sucesión es la misma, pero comienzan en un término distinto.

¿Cómo se observa lo anterior en sus reglas de formación? R. M.

En las dos reglas aparece $7n$, pero en la primera se resta 2 y en la segunda se resta 4.

AGENDA UNOi
HACIA EL FUTURO

SALUD

¿Consideras que una persona enferma en una ciudad pueda contagiar a otra que vive en el extremo opuesto del mundo? ¿Cómo podría suceder eso? Investigadores de la Universidad de Humboldt, Alemania, afirman que ocurre con muchísima frecuencia, para ello, crearon una ecuación para anticiparse a esto en el futuro. Este tipo de ecuaciones se obtienen a partir de estudiar patrones que se repiten durante la propagación de enfermedades.

El equipo de investigadores estudió el camino de la pandemia de H1N1 de 2009 y desarrolló un modelo matemático de cómo se desplazan los virus de enfermedades gracias a los vuelos aéreos, sustituyendo la distancia geográfica real por una reproducción basada en el tamaño de las ciudades y la frecuencia de vuelos entre ellas.

Esto es clave para la salud, pues podría evitar algunas de las grandes pandemias que se especula habrá en próximas décadas.

Investiga sobre otras ecuaciones que se utilizan para modelar situaciones de emergencia en el mundo y comenta con tus compañeros de qué otras maneras se pueden usar los cálculos matemáticos para prevenir problemas de salud.

Aprendizaje aumentado



Se propone una actividad para fortalecer la resolución de ecuaciones mediante la ayuda de distintos contextos gráficos. Organice el grupo en equipos, entregue los iPad e indique que abran la app **Secundaria de Matemáticas 8** (al descargarse aparecerá como **Matemáticas 8**). Esta sugerencia de estudio complementará el trabajo de la **actividad 05** de la sección **Practico**. Agilice el trabajo con el **Espacio de intervención** (incluso puede dejarlo como trabajo posterior), con la finalidad de contar con tiempo suficiente.

Solicite que dentro de la app seleccionen el contenido "05 Ecuaciones lineales", el cual está en el temario, y luego la opción "Río juego". Indique que deberán dar tap en la pantalla cada vez que los troncos estén alineados para que el mono pueda cruzar el río. Al llegar a cada plátano, aparecerá un ejercicio matemático. Podrían hacer relevos, cambiando de participante luego de cada ejercicio matemático, de modo que todos jueguen. El primer equipo en completar el río deberá correr al pizarrón y escribir una estrategia de resolución para los ejercicios; los demás deberán analizarla.

Aunque esta actividad es similar a otras que han hecho, es importante explorar en diferentes contextos gráficos el análisis de ecuaciones. Para cerrar la sesión, solicite que graben en una nota de voz la estrategia de resolución para que puedan utilizarla en el futuro.

05 Calcula los términos que se piden a partir de las expresiones dadas. Usa la jerarquía de operaciones.

Expresión: $2.3 + 15(n - 1)$

Término 27: 413

Expresión: $\frac{1}{5} + 2(n - 1)$

Término 37: ~~36~~ 5

Expresión: $-3 + 7(n - 1)$

Término 52: 354

Expresión: $4 + 8(n - 1)$

Término 63: 500

06 Obtén la regla de formación de cada sucesión. Después, úsala para determinar si el número que se indica pertenece a ella o no. Justifica cada respuesta.

Sucesión: 35, 46, 57, 68, ...

Regla: $11n + 24$

¿El número 124 pertenece a la sucesión? No

Justificación: El término 9 de la sucesión es 123 y el término 10, 134, y entre esos no hay más términos.

Sucesión: -12, -9, -6, -3, ...

Regla: $3n - 15$

¿El número 21 pertenece a la sucesión? Si

Justificación: Para $n = 12$, $3(12) - 15 = 21$

Sucesión: $4, \frac{17}{4}, \frac{9}{2}, \frac{19}{4}, 5, \dots$

Regla: $\frac{1}{4}n + \frac{15}{4}$

¿El número $\frac{35}{4}$ pertenece a la sucesión? Si

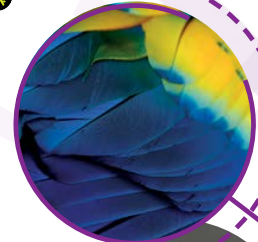
Justificación: Para $n = 20$, $\frac{1}{4}(20) + \frac{15}{4} = \frac{35}{4}$

Sucesión: 8.6, 12, 15.4, 18.8, ...

Regla: $3.4n + 5.2$

¿El número 66.2 pertenece a la sucesión? No

Justificación: El término 17 de la sucesión es 63 y el término 18, 66.4, y entre esos no hay más términos.



¡VISTE AL LORO CON UNA SUCESIÓN DE PLUMAS!



Sesión 5

Propósito

Los estudiantes practicarán la comprensión de sucesiones aritméticas y su representación algebraica con un juego. Además, aplicarán lo aprendido hasta el momento para diseñar y construir un tablero de leds con el que puedan representar sucesiones aritméticas de figuras.

Tip 1. Pida con antelación los materiales requeridos para la **actividad 07, página 94**. Solicite a los escolares que realicen el juego y al finalizar, organice una discusión para que expongan qué dificultades tuvieron durante el desarrollo del juego y cómo las resolvieron. Pida que traduzcan a lenguaje verbal varias sucesiones y su regla de formación.

Tip 2. Como actividad alternativa, organice equipos para que inventen un juego con sucesiones. Pídeles que detallen cómo sería el tablero y la reglas, y, de ser posible, anímelos para que lo realicen y luego lo intercambien entre equipos para probarlo.

Tip 3. Recapitule en grupo el contenido trabajado a lo largo de la **Esfera** respecto a las sucesiones y su regla de formación, así como del lenguaje verbal y algebraico para representarlas. Permita que sean ellos los que concluyan o corrijan en caso de ser necesario.

Tip 4. Incite a los jóvenes para que diseñen y construyan su tablero de leds propuesto en la **Zona Maker, página 95**. Al finalizar, pida que voluntarios expongan sus obras y expliquen y justifiquen los diseños propuestos y las estrategias que utilizaron para determinar las sucesiones aritméticas. Pregunte: *¿Consideran que esto es una pieza de arte? ¿Si está basado en un principio matemático podría ser artístico? ¿Por qué?*

Tip 5. Para reafirmar sus conocimientos, organice una discusión entre los equipos para que analicen qué funcionó y qué problemas hubo en las diferentes propuestas, así como lo que se podrían mejorar y cómo lo harían.

07 Reúnete con tres compañeros y jueguen a "No soy de aquí".

Inicio/Meta

4, 6, 7, 8, 9...
 $n+4$

6, 4, 2, 1, 2...
 $2n-6$

7, 10, 13, 17, 19...
 $3n+4$

9, 11, 13, 15, 17...
 $2n+7$

5, 2, 5, 8, 3...
 $\frac{2}{3}n+\frac{5}{3}$

3, 7, 1, 11, 5...
 $\frac{2}{3}n+\frac{5}{3}$

BASE

2, 0, 1, 4, 6...
 $-2n+6$

3, 4, 5, 6, 7...
 $-n+2$

5, 3, 2, 1, 0...
 $-n+5$

5, 6, 7, 8, 9, 11...
 $1.3n+4.5$

2, 8, 0, 9, 4, 6, 8, 12...
 $-2.8n+6.5$

5, 5, 6, 1, 7, 9, 8, 7...
 $0.8n+4.7$

3, 9, 5, 3, 6, 5, 8, 1, 9, 5...
 $1.6n+2.5$

BASE

BASE

Centro: No soy de aquí

Materiales:

- Dois dados
- Un identificador por participante (lo diseñarán en el Paso 1)
- Un cronómetro (pueden usar el de su teléfono celular)

Procedimiento:

Paso 1: Diseña en tu cuaderno tu identificador, recórtalo y pégalo en un material más resistente (madera o cartón, por ejemplo). Si lo deseas, puedes usar el que construiste en el trimestre 1.

Paso 2: Coloquen sus identificadores en la casilla **Inicio**, decidan en qué orden jugarán y, por turnos, lancen el dado y avancen tantas casillas como el número obtenido.

Paso 3: Observen la información de la casilla en que cayeron: si es "Base", se quedan ahí. Si aparece una sucesión, en su cuaderno deberán registrar cuál es el término incorrecto, escribir la sucesión correcta y hallar la regla de formación. Entre todos, revisen que la sucesión y la regla sean correctas. De ser así, el jugador permanece en esa casilla; en caso contrario, el participante regresa a la última base por la que pasó (aunque no haya caído en ella). El ganador es el primero en dar una vuelta completa al tablero.

Comparte con tus compañeros la estrategia que seguiste para jugar. Menciona si alguna sucesión se te complicó.

DO

M MAKER

¿Cómo muestras sucesiones?

Las sucesiones de figuras nos ayudan a visualizar los patrones que nos rodean. Por eso en esta **Zona Maker** te proponemos construir un tablero de leds para que puedas mostrar sucesiones aritméticas de figuras. Tu tablero puede tener cualquier forma: triangular, cuadrada, en espiral, ¡o la que tú decidas!

Anota los materiales y herramientas que usarás para construir el tablero.

Describe cómo funciona tu tablero, qué fue lo que te costó más trabajo al construirlo y cómo superaste la dificultad.

Explica cómo emplearías tu tablero para proponer una solución a algún problema mundial en la actualidad.

Sesión 6

Propósito

Los estudiantes identificarán términos en sucesiones y ejercitarán la obtención de reglas de formación y construcción de sucesiones. Asimismo, reconocerán cuánto aprendieron con la **Esfera de Exploración**.

Tip 1. Organice una lluvia de ideas para recordar lo aprendido en otras sesiones. Pida que elaboren dos ejemplos que determinen su comprensión de los temas, motíelos para que resuelvan los ejemplos en el pizarrón.

Tip 2. Indique a los estudiantes que resuelvan de manera individual los ejercicios del **Sube nivel**, **página 96**. Anímelos para que al terminar se retroalimenten en parejas para determinar qué ejercicios les presentaron mayor dificultad y por qué razón. Pida que obtengan conclusiones comunes en el sentido de qué les faltaría por aprender.

Tip 3. Solicite a los alumnos que trabajen de manera individual la sección **Aplico**, **página 97**. Al terminar, pida que regresen a la sección **Reconozco**, **páginas 86 y 87**; solicite que revisen y comenten en equipos sus respuestas. Pida que comparen sus respuestas con las ideas iniciales de la sección **Analizo**, **página 85**, cuando comenzaron a trabajar la **Esfera**. Concluya la sesión con una discusión grupal acerca de las respuestas propuestas, así como del trabajo realizado. Pregunte: *Si viajaran al futuro, ¿qué les gustaría encontrar? Promueva la participación del grupo y dé pie a su creatividad e imaginación.*

Tip 4. Posteriormente, invítelos a que resuelvan las cuatro actividades, en la sección **Practico más**, de los recursos **Key**: *Regla de una sucesión*, *Expresión algebraica a partir de una sucesión* y *Problemas con expresiones algebraicas de sucesiones*. Considere que, en este último, es importante explicar que cualquier número distinto de cero elevado a la potencia 0 es igual a 1 para que logren resolver el ejercicio 4.

Sube nivel

¡Pon a prueba tu destreza matemática! Registra el tiempo que requieres para resolver cada ejercicio, ¡hazlo lo más rápido que puedas!

01 Identifica y rodea el término incorrecto de cada sucesión. Luego, escribe el correcto.

348, 173, 198, 248, 248, ... Término correcto: 223

218, 227, 236, 245, 254, ... Término correcto: 236

-38, -26, -14, -0.2, 1, ... Término correcto: -14

$\frac{1}{3}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}, \frac{8}{9}, \frac{16}{9}, \dots$ Término correcto: $\frac{16}{9}$

Tu tiempo (en segundos) R L

02 Encuentra la regla de formación de cada sucesión.

8, 15, 22, 29, ... Regla: $7n + 1$

23, 32, 41, 50, ... Regla: $9n + 36$

$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \dots$ Regla: $\frac{n}{n+2}$

-2.75, -0.5, 1.75, 4, 6.25, ... Regla: $2.25n - 5$

-3, -4, -5, -6, -7, ... Regla: $-n - 2$

Tu tiempo (en segundos) R L

03 Registra los términos que se piden.

5, 13, 21, 29, 37, ... Término 18: 141

12, 17, 22, 27, 32, ... Término 40: 207

3, 5, 7, 9, 11, ... Término 52: 105

-3, 0, 3, 6, 9, ... Término 80: 234

Tu tiempo (en segundos) R L

04 Construye las sucesiones que se indican.

• Anota entre los primeros tres términos de la sucesión con regla $3n + 2$

$m = \{ \underline{5}, \underline{8}, \underline{11} \}$

• Escribe los primeros tres términos de la sucesión con regla $2m + 1$, pero considera que los valores de m son los que obtuviste en la actividad anterior

$p = \{ \underline{11}, \underline{17}, \underline{23} \}$

• Con un procedimiento parecido, escribe los primeros tres términos de la sucesión con regla $-p + 2$

$q = \{ \underline{-9}, \underline{-15}, \underline{-21} \}$

Tu tiempo (en segundos) R L

05 Escribe los primeros cinco términos de las sucesiones según las reglas que se indican. Considera que n son los números naturales 1, 2, 3, ...

$r + 1$, con $r = n + 2 = \underline{4}, \underline{5}, \underline{6}, \underline{7}, \underline{8}, \dots$

$2m - 1$, con $m = n + 1 = \underline{3}, \underline{5}, \underline{7}, \underline{9}, \underline{11}, \dots$

$3a + 4$, con $a = n - 1 = \underline{4}, \underline{7}, \underline{10}, \underline{13}, \underline{16}, \dots$

Tu tiempo (en segundos) R L

Calcula mentalmente tus puntos en cada ejercicio.

- Menos de 60 segundos (a) 15 puntos
- Entre 61 s y 120 s: 10 puntos
- Mas de dos minutos: 5 puntos
- Puntos por respuesta correcta: 1
- Puntos por respuesta incorrecta: -1

Tabla de registro de puntos

Puntos totales R L

Aplico

Reflexiona sobre las preguntas de la sección **Analizo**, ¿ya puedes contestarlas? Escribe tus respuestas, considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

R L

¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros!

R L

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve de nuevo en tu cuaderno la sección **Reconozco**.

¡VÁ LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

R L

¡Regresa de nuevo a la página 89 y soluciona las dudas que tenías en ese momento!



Aprendizaje aumentado

Se propone una actividad para reforzar la idea de que las ecuaciones son herramientas para analizar el mundo real, aunque se expresen con un lenguaje abstracto. Lleve a cabo esta sugerencia de estudio para ampliar el trabajo de la sección **Aplico**, **página 97**. Entregue los iPad e indique a los estudiantes que entren a la app **Painting Grid Maker**, la cual es una herramienta de fotografía que agrega rejillas a las imágenes para visualizar escalas.

Pida que se tomen una *selfie*, una foto de sus manos o de cuerpo completo y la carguen en la app mediante la opción "Load". Indique que deberán establecer la rejilla en "Settings". Permita que exploren con distintas opciones hasta dar con una que les guste. Solicite que analicen cómo se relacionan unas partes de su cuerpo con otras, por ejemplo, cuántas veces cabe el largo de un dedo en la palma de su mano o la relación entre el largo de sus piernas y su torso. Para hacerlo más claro deberán marcar esas longitudes en alguna app de edición de imagen, como **Canva**.

Pregunte a los estudiantes si creen que estas relaciones podrían examinarse mediante ecuaciones. Reflexione con ellos: *¿Creen que las distancias en su cuerpo sean proporcionales? ¿Se podría establecer algún tipo de relación matemática?* Para cerrar la sesión, indique que agreguen una conclusión sobre la relación entre las ecuaciones y el mundo, aunque sea muy sencilla. La idea es que contemplen que, aunque no sepan cómo analizar con ecuaciones lo que los rodea, existe un modo de hacerlo. Si el tiempo lo permite, podrían crear una galería digital con las fotos que se tomaron.

FOTO

APLICO ●●●●●●●●●●

Reflexiona sobre las preguntas de la sección **ANALIZO**, ¿ya puedes contestarlas? Escribe tus respuestas, considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

R.L.

¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera?
¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros!

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve de nuevo en tu cuaderno la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

R.L.

© UNOI

¡Regresa de nuevo a la página 89 y soluciona las dudas que tenías en ese momento!