



Esfera 4



¿Por qué hay letras en las matemáticas y no solo números?



¿Hay algo en nuestro entorno que no se pueda representar con matemáticas?



¿Cómo usarías las matemáticas para predecir el futuro?

Matemáticas con letras

Formula expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utiliza para analizar propiedades de la sucesión que representan.

Comienza esta Esfera de Exploración identificando cuáles de estas actividades puedes contestar con base en lo que ya sabes y registra en la lista de cotejo cuántos puntos obtuviste. Al terminarla, responde de nuevo las actividades en tu cuaderno para que reconozcas cuánto avanzaste.



01 Anota una **V** si la afirmación es verdadera o una **F**, si es falsa. +2

Para que un conjunto de números sea una sucesión, estos deben seguir una regla.

La regla de una sucesión puede cambiar de un término a otro.

Sumar siempre un mismo número genera una sucesión geométrica.

En una sucesión aritmética, la diferencia entre dos términos es constante.

Cualquier sucesión aritmética se puede representar mediante una expresión algebraica.

1.1 Analiza la sucesión de figuras y rodea las respuestas correctas.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

¿Qué expresión representa la sucesión de figuras?

$3n + 1$

$3n$

$2n + 1$

$3n - 1$

¿Cuántos círculos tendrá la figura 17?

48

51

52

49

¿Cuántos círculos de diferencia hay entre la figura 13 y la figura 16?

3

9

12

6

1.2 Relaciona cada regla con la sucesión que le corresponde.

+1

$$2n - 1$$

$$\frac{1}{2}n$$

$$5n - 2.5$$

$$4n - 5$$

$$0.5n + 6.5$$

$$3n + 2$$

$$\frac{2}{3}n - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots$$

$$5, 8, 11, 14, 17, \dots$$

$$\frac{1}{3}, 1, 1\frac{2}{3}, 2\frac{1}{3}, 3, \dots$$

$$1, 3, 5, 7, 9, \dots$$

$$-1, 3, 7, 11, 15, \dots$$

$$2.5, 7.5, 12.5, 17.5, 22.5, \dots$$

$$7, 7.5, 8, 8.5, 9, \dots$$



1.3 Contesta y argumenta tu respuesta.

+3

¿Qué expresión algebraica representa la sucesión 6, 14, 22, 30, ...?

Argumento: _____

1.4 Con apoyo de la expresión anterior, determina...

+2

la diferencia de la sucesión: _____

el valor del término 13: _____

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo.

1. Reconozco y formulo expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utilizo para analizar propiedades de la sucesión.

Antes de la Esfera de Exploración

Sí

No

☐
☐

Al terminar la Esfera de Exploración

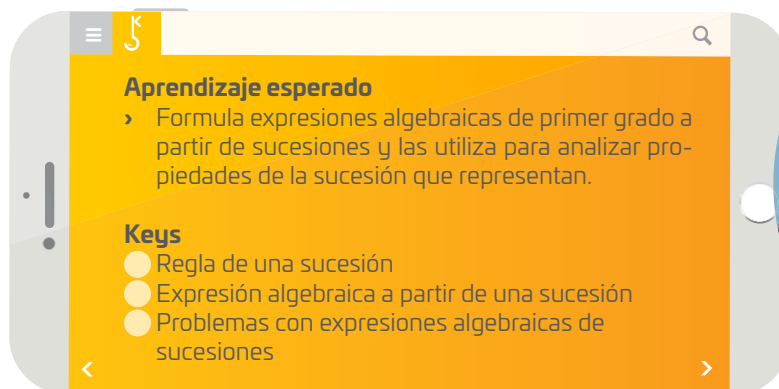
Sí

No

☐
☐

Puntos obtenidos:

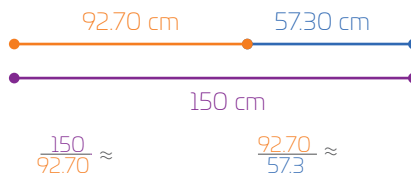
INVESTIGO



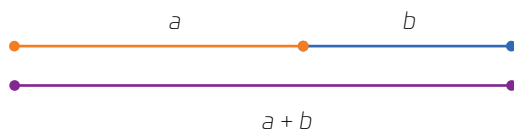


La naturaleza es armónica, ordenada; podemos verlo, por ejemplo, en la forma de algunas conchas o de ciertas plantas, o incluso el comportamiento del estado del tiempo, el ritmo, la manera de reproducirse de algunos microorganismos y en el movimiento del sistema solar. Este orden se debe a los patrones y sucesiones inherentes a su naturaleza. Podemos describir estos patrones de muchas formas: usando palabras, dibujándolos y con números y símbolos. Transmitir los patrones y proporciones con palabras puede ser sencillo, pero ¿cómo se expresan con símbolos?, ¿para qué representarlos de ese modo? ¿Para qué representar con símbolos la reproducción de bacterias o el movimiento de los astros? Saber comunicar los patrones y proporciones que observamos nos permite representar el mundo que nos rodea y, así, estudiarlo. Un ejemplo de patrón en la naturaleza es uno que ya conoces: la sucesión de Fibonacci, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... En esta sucesión, al dividir un número entre el anterior, el cociente es una aproximación al número áureo o, como ya lo llamaremos, número ϕ : 1.6180339887498948... Ese número, como π , es irracional e infinito, ya que no podemos expresar todas sus cifras; sin embargo, puede representarse si utilizamos letras y, así será más fácil usarlo en una operación. No es lo mismo decir $4 \times 1.6180339887498948$ que $4 \times \phi$, ¿cierto? ¿Dónde más has visto ϕ ? ¿Te acuerdas de que mediste tu estatura y luego mediste la distancia del suelo a tu ombligo? ¿No? Bueno, hazlo de nuevo, pero ahora con algún familiar: mídelo, ¿ya? Luego, mide la distancia del suelo a su ombligo, ¿listo? Bien, ahora divide la primera medida entre la segunda. ¿Cuál fue el resultado? Esta proporción es la proporción áurea, ϕ , y la han utilizado artistas, arquitectos y... ¡la naturaleza! Por eso siempre la proporción entre tu estatura y la distancia del suelo a tu ombligo será aproximada a ϕ , sin importar cuánto midas. Hagamos este ejercicio con segmentos y otras medidas. ¿Quieres ver?

En la imagen, el segmento morado corresponde a la estatura de un alumno de secundaria; el anaranjado, a la distancia del suelo a su ombligo y el azul, a la de su ombligo a su cabeza. ¿Y eso cómo se relaciona con los patrones? No seas impaciente... divide el segmento anaranjado entre el azul: ¿ya? Su cociente es parecido al número que resultó de dividir tu estatura entre la distancia del suelo a tu ombligo... impresionante, ¿no? Y lo mejor: ambos cocientes se aproximan a ϕ . ¿Por qué decimos que se aproximan? Pues porque nunca tendremos con exactitud el valor de ϕ , siempre serán aproximaciones, ya que sus decimales son infinitos.



Dicho de manera matemática, ϕ es exactamente igual al cociente de dividir el segmento mediano entre el pequeño siempre que ese valor sea igual al cociente de la suma del segmento mediano y el pequeño entre el segmento mediano. O sea... ¿cómo?! ¿Existe otra manera de expresar tantas palabras con unas pocas letras? Sí, ¡con símbolos! Los símbolos nos permiten generalizar situaciones y, en muchas ocasiones, nos facilitan la comunicación, sobre todo en el lenguaje de las matemáticas. Veamos qué pasa si usamos símbolos con ϕ ; a la medida del piso a tu ombligo llamémosle a y a la de tu ombligo a tu cabeza, b . Sabemos que tu estatura es la suma de las medidas anteriores, es decir, $a + b$.



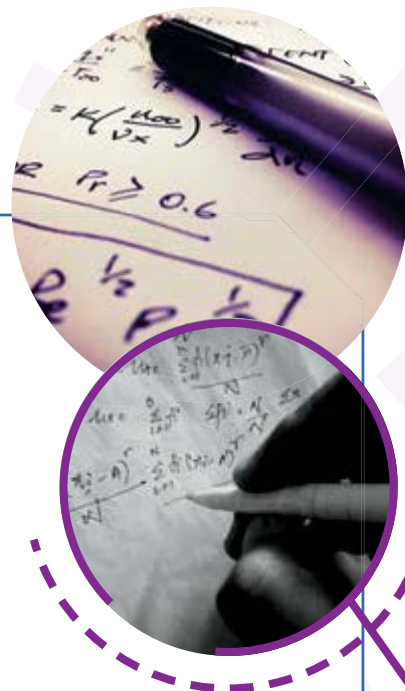
Ya que ϕ es exactamente igual al cociente de dividir el segmento mediano entre... ¡no! Mejor, usemos las literales que elegimos, es decir, las letras que representan valores desconocidos. Por lo que vimos, a entre b debe ser igual a $a + b$ entre a ; si eso se cumple, el cociente es ϕ , lo que se puede representar con las igualdades que se muestran.

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a} = \phi$$

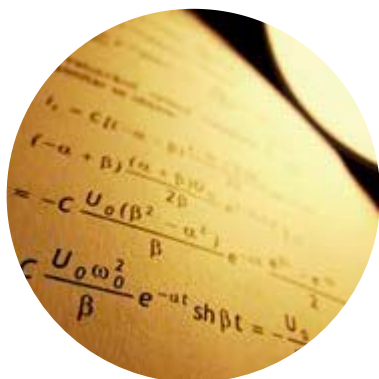
Los símbolos nos permiten representar y generalizar situaciones que nos rodean; es decir, son una manera de expresar nuestro entorno en su totalidad pues, hasta ahora, cualquier cosa se puede representar con símbolos. ¿Cómo los usarías para representar situaciones de inseguridad alimentaria o de escasez de agua? ¿Cómo hacerlo puede ayudarnos a comprender el mundo que nos rodea y anticiparnos a distintos tipos de escenarios?

Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer y representa tus conclusiones.

Dibuja, resume, pega, ¡lo que quieras!



¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, anótalo aquí y cuando termines la Esfera, regresa y dale solución.



Resuelve las actividades, apóyate en tu indagación.

01 Representa los acertijos con números, la letra n y signos de operación. Luego, escribe los primeros cinco términos de la sucesión que se forma con esa expresión. Observa y continúa el ejemplo.



< Un número n más dos punto cinco >

Expresión: $n + 2.5$

Sucesión: 3.5, 4.5, 5.5, _____, _____, ...

< Uno más dos veces una cantidad n >

Expresión: _____

Sucesión: _____, _____, _____, _____, _____, ...

< Cinco veces una cantidad n menos dos >

Expresión: _____

Sucesión: _____, _____, _____, _____, _____, ...

< Siete más cuatro veces un número n >

Expresión: _____

Sucesión: _____, _____, _____, _____, _____, ...

Regresa a la página 77 del trimestre 1, Esfera 3, elige una de las sucesiones y anota su regla de formación y la expresión correspondiente.

02 Relaciona cada sucesión con la expresión que le corresponde y calcula lo que se pide. Al terminar, responde.



3, 11, 19, 27, ...

$8n + 55$; diferencia: _____; siguiente término: _____.

42, 47, 52, 57, ...

$13n + 50$; diferencia: _____; término 6: _____; término 7: _____.

63, 71, 79, 87, ...

$8n - 5$; los tres siguientes términos: _____, _____, _____.

63, 76, 89, 102, 115, ...

$5n + 37$; diferencia: _____; noveno término: _____.

¿Qué significa la letra n ?

¿Qué estrategia seguiste para determinar la relación entre sucesiones y reglas?





Reúnete con tres compañeros para jugar a “Recuerdo de sucesión”.

Recuerdo de sucesión

Material

- 30 tarjetas de papel reciclado de 10×5 cm

Procedimiento

Paso 1: En 15 tarjetas escriban las expresiones que se muestran. En las otras 15 tarjetas escriban las sucesiones correspondientes.

$3n - 5$ $-2, 1, 4, 7, 10, \dots$	$-2n + 1$ $-1, -3, -5, -7, -9, \dots$	$3n + 5$ $8, 11, 14, 17, 20, \dots$
$-2n - 3$ $-5, -7, -9, -11, -13, \dots$	$3n + 1$ $4, 7, 10, 13, 16, \dots$	$\frac{1}{3}n + \frac{2}{3}$ $1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, 2, \frac{7}{3}, \dots$
$\frac{2}{3}n - \frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}, 1, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}, 3, \dots$	$\frac{3}{4}n - \frac{5}{8}$ $\frac{1}{8}, \frac{7}{8}, \frac{13}{8}, \frac{19}{8}, \frac{25}{8}, \dots$	$\frac{1}{4}n + \frac{3}{4}$ $1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{7}{4}, 2, \dots$
$\frac{1}{2}n + \frac{5}{2}$ $3, \frac{7}{2}, 4, \frac{9}{2}, 5, \dots$	$2.5n + 5.5$ $8, 10.5, 13, 15.5, 18, \dots$	$1.5n - 3.5$ $-2, -0.5, 1, 2.5, 4, \dots$
$4.2n + 7.8$ $12, 16.2, 20.4, 24.6, 28.8, \dots$	$3.7n + 5.8$ $9.5, 13.2, 16.9, 20.6, 24.3, \dots$	$1.2n + 1.2$ $2.4, 3.6, 4.8, 6, 7.2, \dots$

Paso 2: Revuelvan todas las tarjetas y acomódenlas, boca abajo, en un arreglo rectangular.

Paso 3: Decidan quién comenzará y, por turnos, volteen una pareja de tarjetas. Si en una tarjeta aparece una sucesión y en la otra, la regla de formación que le corresponde, entonces ese jugador toma las dos tarjetas y elige otro par. En caso contrario, regresa las tarjetas al arreglo rectangular y es turno del siguiente participante. El ganador será el jugador que tenga más tarjetas cuando ya se hayan emparejado todas las reglas y las sucesiones.

Describe cuál fue tu estrategia para tratar de ganar el juego 🏆 y luego coméntala con tus compañeros.

Explica si usarías la misma estrategia para jugar de nuevo o elegirías otra y por qué.



1 Espaci2 3 procedimental

¿Cómo obtengo la regla de formación de una sucesión?

1. Calculo la diferencia entre un término y el anterior. Esa cantidad multiplicada por la variable n es el primer miembro de la regla.

2. Resto el primer término menos la diferencia. El resultado es el segundo miembro de la regla.

Por ejemplo, para la sucesión 6, 15, 24, 33, ...

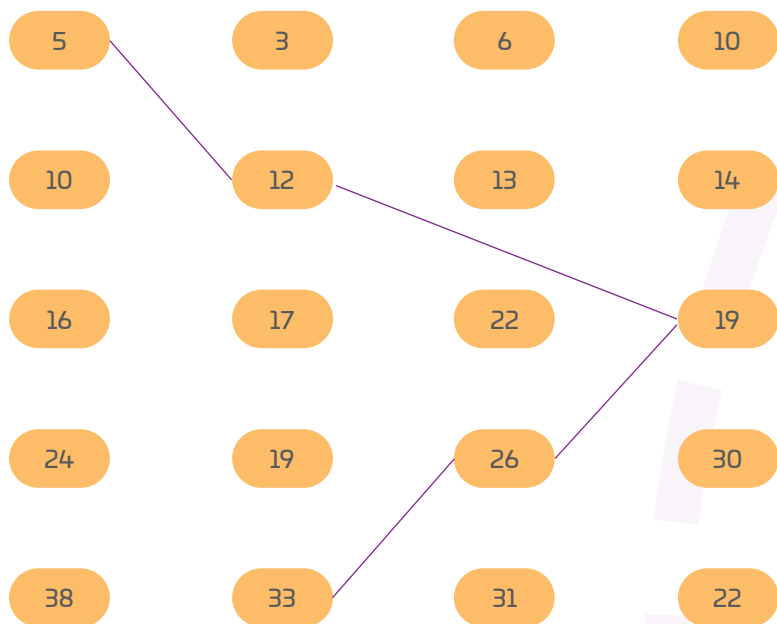
La diferencia es $15 - 6 = 9$; el primer miembro es $9n$.

La resta del primer término menos la diferencia es $6 - 9 = -3$; el segundo miembro es -3 .

La regla de formación de la sucesión es $9n - 3$.

04 Une las cápsulas para formar sucesiones.

Observa el ejemplo; solo se puede usar un número por nivel.



Anota las sucesiones obtenidas y su regla de formación. Después, contesta.

- Sucesión 1: _____ Regla: _____
- Sucesión 2: _____ Regla: _____
- Sucesión 3: _____ Regla: _____
- Sucesión 4: _____ Regla: _____

¿En qué se parecen y en qué difieren las primeras dos sucesiones?

¿Cómo se observa lo anterior en sus reglas de formación?



AGENDA UNOI
HACIA EL FUTURO



SALUD

¿Consideras que una persona enferma en una ciudad pueda contagiar a otra que vive en el extremo opuesto del mundo? ¿Cómo podría suceder eso? Investigadores de la Universidad de Humboldt, Alemania, afirman que ocurre con muchísima frecuencia, para ello, crearon **una ecuación para anticiparse a esto en el futuro**. Este tipo de ecuaciones se obtienen a partir de estudiar patrones que se repiten durante la propagación de enfermedades.

El equipo de investigadores estudió el camino de la pandemia de H1N1 de 2009 y **desarrolló un modelo matemático de cómo se desplazan los virus de enfermedades** gracias a los vuelos aéreos, sustituyendo la distancia geográfica real por una reproducción basada en el tamaño de las ciudades y la frecuencia de vuelos entre ellas.

Esto es **clave para la salud**, pues podría evitar algunas de las grandes pandemias que se especula habrá en próximas décadas.

Investiga sobre otras ecuaciones que se utilizan para modelar situaciones de emergencia en el mundo y comenta con tus compañeros de qué otras maneras se pueden usar los cálculos matemáticos para prevenir problemas de salud.

05

Calcula los términos que se piden a partir de las expresiones dadas. Usa la jerarquía de operaciones 🧐.



Expresión: $2.3 + 1.5(n - 1)$

Término 27: _____.

Expresión: $\frac{1}{5} + 2(n - 1)$

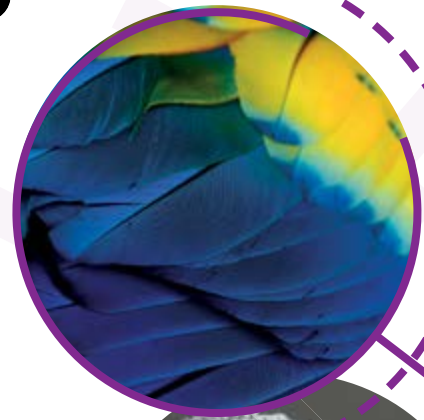
Término 37: _____.

Expresión: $-3 + 7(n - 1)$

Término 52: _____.

Expresión: $4 + 8(n - 1)$

Término 63: _____.



06

Obtén la regla de formación de cada sucesión. Después, úsala para determinar si el número que se indica pertenece a ella o no. Justifica cada respuesta.

Sucesión: 35, 46, 57, 68, ...

Regla: _____

¿El número 124 pertenece a la sucesión? _____

Justificación: _____

Sucesión: -12, -9, -6, -3, ...

Regla: _____

¿El número 21 pertenece a la sucesión? _____

Justificación: _____

Sucesión: $4, \frac{17}{4}, \frac{9}{2}, \frac{19}{4}, 5, \dots$

Regla: _____

¿El número $\frac{35}{4}$ pertenece a la sucesión? _____

Justificación: _____

Sucesión: 8.6, 12, 15.4, 18.8, ...

Regla: _____

¿El número 66.2 pertenece a la sucesión? _____

Justificación: _____

¡VISTE AL LORO CON UNA SUCECIÓN DE PLUMAS!



Inicio/Meta	-7, -10, -13, -15, -19, ...	2, 0, -1, -4, -6, ...	BASE
4, 6, 7, 8, 9, ...	<p>No soy de aquí</p> <p>Materiales</p> <ul style="list-style-type: none"> › Dos dados 🎲 🎲 › Un identificador por participante (lo diseñarás en el Paso 1) › Un cronómetro (pueden usar el de su teléfono celular 📱) <p>Procedimiento</p> <p>Paso 1: Diseña en tu cuaderno tu identificador, recórtalo y pégalo en un material más resistente (madera o cartón, por ejemplo). Si lo deseas, puedes usar el que construiste en el trimestre 1.</p> <p>Paso 2: Coloquen sus identificadores en la casilla Inicio, decidan en qué orden jugarán y, por turnos, lancen el dado y avancen tantas casillas como el número obtenido.</p> <p>Paso 3: Observen la información de la casilla en que cayeron: si es “Base”, se quedan ahí 🟡. Si aparece una sucesión, en su cuaderno deberán registrar cuál es el término incorrecto, escribir la sucesión correcta y hallar la regla de formación ✅. Entre todos, revisen que la sucesión y la regla sean correctas. De ser así, el jugador permanece en esa casilla; en caso contrario, el participante regresa a la última base por la que pasó (aunque no haya caído en ella). El ganador es el primero en dar una vuelta completa al tablero 🏆.</p> <p>› Comparte con tus compañeros la estrategia que seguiste para jugar 💡. Menciona si alguna sucesión se te complicó.</p>		-3, -4, -5, 6, -7, ...
-6, -4, -2, -1, 2, ...			5, 3, 2, 1, 0, ...
7, 10, 13, 17, 19, ...			5, 6, 7, 1, 8, 4, 9, 7, 11, ...
9, 11, 11, 15, 17, ...			-2, 8, 0, 9, 4, 6, 8, 5, 12, ...
$\frac{5}{3}, 2, \frac{5}{3}, \frac{8}{3}, 3, ...$			5, 5, 6, 1, 7, 1, 7, 9, 8, 7, ...
$\frac{3}{4}, \frac{7}{8}, 1, \frac{11}{8}, \frac{5}{4}, ...$			3, 9, 5, 3, 6, 5, 8, 1, 9, 5, ...
BASE	$\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, 1, \frac{9}{5}, \frac{9}{5}, ...$	$1, \frac{9}{7}, \frac{13}{7}, \frac{16}{7}, \frac{19}{7}, ...$	BASE



Las sucesiones de figuras nos ayudan a visualizar los patrones que nos rodean. Por eso en esta **Zona Maker** te proponemos construir un tablero de leds para que puedas mostrar sucesiones aritméticas de figuras. Tu tablero puede tener cualquier forma: triangular, cuadrada, en espiral, ¡o la que tú decidas!

Anota los materiales y herramientas que usarás para construir el tablero.

[illegible]

Describe cómo funciona tu tablero, qué fue lo que te costó más trabajo al construirlo y cómo superaste la dificultad.

[illegible]

Explica cómo emplearías tu tablero para proponer una solución a algún problema mundial en la actualidad.

SUBE NIVEL

¡Pon a prueba tu destreza matemática! Registra el tiempo que requieres para resolver cada ejercicio, ¡hazlo lo más rápido que puedas! 🕒

01 Identifica y rodea el término incorrecto de cada sucesión. Luego, escribe el correcto.

148, 173, 198, 224, 248, ... Término correcto: _____

218, 227, 235, 245, 254, ... Término correcto: _____

-3.8, -2.6, -1.6, -0.2, 1, ... Término correcto: _____

$\frac{14}{9}, \frac{11}{9}, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}, -\frac{2}{9}, \dots$ Término correcto: _____

Tu tiempo (en segundos)

02 Encuentra la regla de formación de cada sucesión.

8, 15, 22, 29, ... Regla: _____

23, 32, 41, 50, ... Regla: _____

$\frac{11}{4}, \frac{7}{2}, \frac{17}{4}, 5, \frac{23}{4}, \dots$ Regla: _____

-2.75, -0.5, 1.75, 4, 6.25, ... Regla: _____

-3, -4, -5, -6, -7, ... Regla: _____

Tu tiempo (en segundos)

03 Registra los términos que se piden.

5, 13, 21, 29, 37, ... Término 18: _____

12, 17, 22, 27, 32, ... Término 40: _____

3, 5, 7, 9, 11, ... Término 52: _____

-3, 0, 3, 6, 9, ... Término 80: _____

Tu tiempo (en segundos)

04 Construye las sucesiones que se indican.

- Anota entre los primeros tres términos de la sucesión con regla $3n + 2$.

$$m = \{ _, _, _, \dots \}$$

- Escribe los primeros tres términos de la sucesión con regla $2m + 1$, pero considera que los valores de m son los que obtuviste en la actividad anterior.

$$p = \{ _, _, _, \dots \}$$

- Con un procedimiento parecido, escribe los primeros tres términos de la sucesión con regla $-p + 2$.

$$q = \{ _, _, _, \dots \}$$

Tu tiempo (en segundos)

05 Escribe los primeros cinco términos de las sucesiones según las reglas que se indican. Considera que n son los números naturales 1, 2, 3, ...

$$r + 1, \text{ con } r = n + 2 = _, _, _, _, _, \dots$$

$$2m - 1, \text{ con } m = n + 1: _, _, _, _, _, \dots$$

$$3a + 4, \text{ con } a = n - 1: _, _, _, _, _, \dots$$

Tu tiempo (en segundos)

Calcula mentalmente tus puntos en cada ejercicio.

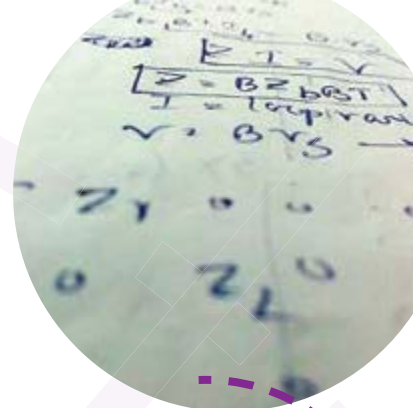
- Menos de 60 segundos (s): 15 puntos
- Entre 61 s y 120 s: 10 puntos
- Mas de dos minutos: 5 puntos
- Puntos por respuesta correcta: 1
- Puntos por respuesta incorrecta: -1

Tabla de registro de puntos

Puntos totales



Reflexiona sobre las preguntas de la sección **ANALIZO**, ¿ya puedes contestarlas? Escribe tus respuestas, considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.



¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera?
¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros!

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve de nuevo en tu cuaderno la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

¡Regresa de nuevo a la página 89 y soluciona las dudas que tenías en ese momento! 🐱

