

Matemáticas

Esfera de Exploración 2 – Semanas 18 y 19

Sesión 1

Propósito

Por medio de la imagen y las preguntas detonadoras de la sección **Analizo**, los alumnos reflexionarán acerca de las relaciones de proporcionalidad existentes entre algunas fuerzas físicas, la velocidad de un objeto, la presión y la temperatura del agua, guiando al grupo hacia la reflexión de la proporcionalidad inversa.

Tip 1. Proyecte la imagen de la **página 64**, organice equipos y pídale que la comenten. Numere a los equipos para pedir que un integrante pase al pizarrón y coloque debajo del número de su equipo una palabra relacionada con la imagen. Al final identifique las palabras que coinciden y reflexione con ellos por qué las asocian con la imagen.

Tip 2. Solicite que, en equipos, respondan las preguntas de la **página 65**. Comente que pueden mencionar diferentes fuerzas físicas, estados de la materia y la velocidad de un objeto para intentar responder a las preguntas. Una vez que los alumnos socialicen sus respuestas, pregunte si habrá alguna relación entre estas y las ideas que plantearon previamente sobre la imagen de la **página 64**.

Tip 3. Plantee otras preguntas detonadoras que les permitan a los alumnos llegar a identificar el tipo de proporcionalidad planteada en la sección **Analizo**. Recuerde que cuentan con conocimientos previos sobre proporcionalidad directa e inversa.

Tip 4. Lea a los alumnos el aprendizaje esperado de la **página 65** y reflexione con los estudiantes acerca de la importancia y uso de este aprendizaje en su vida cotidiana, y sus aplicaciones en la física o en otras asignaturas.



©UNO*i*

Esfera 2

¿Cómo obtengo agua sólida y líquida a la vez?

¿Qué tan rápido puedo llegar a mi destino?

¿Cómo se relacionan las fuerzas físicas que nos rigen?

El Universo y sus fuerzas

Analiza y compara situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa, a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con este tipo de variación, incluyendo fenómenos de la física y otros contextos.

Sesión 2

Propósito

En la sección **Reconozco**, los alumnos identificarán sus conocimientos previos sobre las gráficas, tablas y ecuaciones que guardan entre sus variables una relación de proporcionalidad inversa. También investigarán situaciones diversas que guardan este tipo de proporcionalidad en la sección **Investigo**.

Tip 1. Solicite a los alumnos que resuelvan la sección **Reconozco**, páginas 66 y 67, de manera individual. Al terminar, pídaleles que marquen con un punto rojo los problemas que no pudieron resolver y que comparten su procedimiento con un compañero para que entre ambos intenten resolverlo. Pregunte a los alumnos sobre la utilidad que podría tener en su vida diaria lograr solucionar ese tipo de problemas.

Tip 2. Organice al grupo en equipos de tres alumnos y, de manera aleatoria, solicite que definan el concepto de *proporcionalidad inversa*. El equipo que logre expresar el concepto con mayor claridad ganará un bono de 2 minutos en la sección **Sube nivel**.

Tip 3. Para conocer el nivel de los alumnos acerca de los aprendizajes esperados propuestos, además de los indicadores de la lista de cotejo de la página 67, también puede considerar los siguientes:

- Resuelvo ejercicios que implican proporcionalidad inversa.
- Identifico e interpreto gráficas y tablas que tienen una relación de proporcionalidad inversa.
- Identifico ecuaciones que representan una proporcionalidad inversa entre algunas de sus variables.

Coloque el número de alumnos que logra cada uno de los indicadores; los que logren resolverlo, pero con resultados erróneos y los que no lo lograron. Guarde esta información para contrastarla al final de la Esfera.

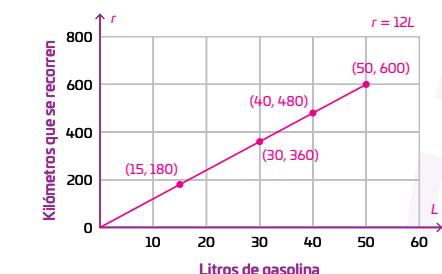
RECONOZCO

Comienza una nueva Esfera de Exploración. No olvides responder nuevamente las actividades en tu cuaderno cuando hayas terminado, ¡así descubrirás cuánto avanzaste!

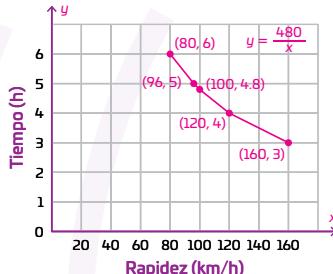
01 Diego va de viaje a visitar a sus tíos. Sabe que 15 L de combustible le alcanzan para recorrer 180 km, con 30 L recorre 360 km y con 50 L puede recorrer 600 km. También sabe que a una rapidez constante de 80 km/h hace el recorrido de su casa a la casa de sus tíos en seis horas; manteniendo la rapidez en 120 km/h, lo hace en cuatro horas; y con rapidez constante de 160 km/h, llega en tres horas. +4

Establece la relación entre los litros de gasolina consumidos y los kilómetros que se recorren, traza la gráfica en el plano de la izquierda. Realiza, en el plano de la derecha la gráfica que relaciona el tiempo del viaje y la rapidez del transporte.

Distancia recorrida en relación con la cantidad de gasolina

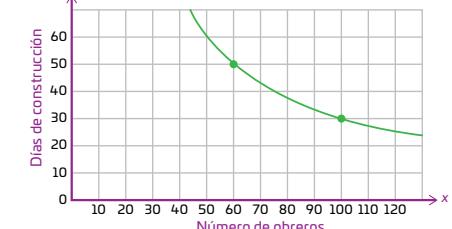


Tiempo de viaje en relación con la rapidez del transporte



02 Analiza la gráfica y determina la constante de proporcionalidad inversa. Luego, completa la tabla. +2

Constante de proporcionalidad inversa: 3000



Número de obreros	Días de construcción
60	50
70	42.86
80	37.5
90	33.33
100	30

Sesión 2

Tip 4. Pregunte a los alumnos sus dudas acerca de los ejercicios resueltos en la sección **Reconozco**. Aclare que estos ejercicios son de exploración, y que el puntaje obtenido les servirá solo para tener una idea de su nivel de conocimiento y los aspectos que deben reforzar.

Tip 5. Comparta con los escolares las siguientes estrategias en función de los puntos obtenidos en la sección **Reconozco**: si obtuvieron de 0 a 4 puntos, deben repasar estos temas; de 5 a 7, su dominio del tema es superficial, deben repasar algunos temas; de 8 a 10, su dominio del tema es profundo. Pida que se apoyen entre compañeros para nivelar el conocimiento del grupo.

Tip 6. Para la sección **Investigo**, solicite a los estudiantes que indaguen sobre los contenidos que se abordarán. Pida que consulten los recursos **Key: Situaciones de proporcionalidad inversa (tablas y gráficas)** y **Aplicación de la proporcionalidad inversa**, y resuelvan las cuatro actividades de cada recurso en la sección **Investigo**.

2.1 Rodea las expresiones algebraicas que representan la situación anterior. +2

$$xy = 3000$$

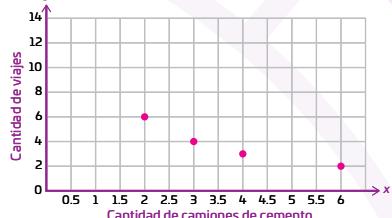
$$y = 3000x$$

$$y = \frac{3000}{x}$$

$$x = -\frac{y}{3000}$$

2.2 Completa la tabla y ubica los puntos obtenidos en el plano cartesiano. R.L. +2

Cantidad de camiones de cemento	Cantidad de viajes
2	6
3	4
4	3
6	2



Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. R.L.

Antes de la Esfera de Exploración		Al terminar la Esfera de Exploración	
Sí	No	Sí	No
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Puntos obtenidos:

INVESTIGO ●●●●●

Aprendizaje esperado

- Analiza y compara situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa, a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica.
- Interpreta y resuelve problemas que se modelan con este tipo de variación, incluyendo fenómenos de la física y otros contextos.

Keys

- Situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa (tablas y gráficas)
- Aplicación de la proporcionalidad inversa



Esfera de Exploración 2 – Semanas 18 y 19

Sesión 3

Propósito

En la sección **Comprendo** los alumnos conocerán el marco histórico sobre la ley física que relaciona la presión de un gas con su temperatura. Esta ecuación permite graficar diagramas de fase, con los que se pueden representar los estados físicos del gas, cuyas variables guardan una relación de proporcionalidad inversa.

Tip 1. Antes de leer la sección **Comprendo**, en la página 68, busque un video alusivo a las fuerzas físicas de la naturaleza y dialogue con los alumnos sobre cuál es la importancia de expresarlas matemáticamente. Puede utilizar estas preguntas como detonantes de la conversación: *¿Qué sucedería si no se tuviera estas expresiones?, ¿cuál es su utilidad?* También puede sugerir que consulten el siguiente sitio para que reconozcan las fuerzas o interacciones fundamentales conocidas hasta ahora https://esant.mx/ac_unoi/sumt2-007 (consulta: 21 de agosto de 2025).

Tip 2. Ofrezca un tiempo razonable para que lean el texto y pida que hagan un breve mapa mental con la información. Puede proponerles, como tarea, que investiguen la ecuación que representa la ley de Gay-Lussac, así como un ejemplo que se solucione con esta; animelos a compartir esto con el grupo.

Tip 3. Como otra alternativa de trabajo en casa, puede solicitar a los alumnos que busquen en periódicos diferentes tipos de tablas o gráficas cuyas variables guarden una proporcionalidad inversa. Retome esta información para reflexionar en grupo sobre la importancia de saber leer gráficas y tablas que representen este tipo de proporcionalidad en la vida diaria.

Tip 4. De manera individual los alumnos resolverán las actividades la **página 69**. Sugiera que en sus esquemas integren imágenes que exemplifiquen las situaciones a las que hacen referencia. Al terminar, pida que comparten sus esquemas con al menos un compañero y le expliquen su contenido y la relación que guardan los ejemplos que incluyeron con el tema de proporcionalidad inversa.

COMPRENDO

«Alguna vez te has preguntado qué es lo que pasa con el agua cuando cambia del estado sólido al líquido o al gaseoso? ¿De qué dependen esos cambios? ¿Sabes que existen otros estados de agregación de la materia además de líquido, gaseoso y sólido? ¿Cómo crees que se representan estos cambios?»

Desde la Antigüedad se sabe que el agua y ciertos metales cambian su estado de agregación dependiendo de la temperatura y la presión. Por ejemplo, en condiciones específicas, el agua pasa de un estado a otro en las temperaturas que se muestran a continuación:

Estado sólido (hielo)	Estado líquido	Estado gaseoso (vapor)
0°C		100°C

Sin embargo, los conceptos que hoy conocemos de los estados de agregación de la materia no siempre fueron los mismos. En la Grecia antigua, ciertos filósofos como Tales (624-546 a. e.) consideraban el agua como uno de los cuatro elementos del mundo material (los otros tres eran el aire, el fuego y la tierra). Además, sabían que el agua se podía convertir en hielo, es decir, que puede tomar una forma sólida, como de «hielo», lo que sin duda les causaba extrañeza, pues para ellos lo sólido, como el hielo, constitúa un estado de materia completamente diferente del líquido.

La concepción griega de considerar cuatro elementos fundamentales, perduró muchas años, sin cuestionarse. Uno de los primeros en hacerlo fue el padre de la química moderna, Lavoisier (1743-1794), —si bien Boyle (1627-1691) ya había establecido que, a temperatura constante, el volumen de una cantidad dada varía de manera inversamente proporcional a la presión—. Posteriormente, el francés Gay-Lussac (1778-1850) y el italiano Avogadro (1776-1850) utilizaron el concepto de molécula para establecer la ley de Boyle y describir otras propiedades de los gases. Específicamente, la ley de Gay-Lussac establece que la presión de un gas es directamente proporcional a la temperatura, y el resultado de Avogadro establece que dadas las mismas condiciones de presión y temperatura, dos volúmenes iguales de gases diferentes contienen el mismo número de moléculas.

Fue así, con los descubrimientos anteriores, que el físico Johannes van der Waals (1837-1923) estableció varios de los conceptos que hoy conocemos acerca de los estados de los gases y líquidos, lo que de paso le hizo ganar el premio Nobel en 1907.

Es importante señalar que la relación entre las principales variables involucradas (volumen, presión y temperatura) es fundamental para las ecuaciones establecidas por Boyle, Gay-Lussac, Avogadro y Waals. (Pensas que esto hubiera sido posible sin una correcta representación y manipulación algebraica de las variables?)

Con estos conocimientos, ahora es posible trazar gráficas —llamadas diagramas de *fase*— para representar el cambio de un estado a otro de la materia con la temperatura y la presión. Un diagrama de fase tiene que ser una descripción visual de las interacciones de temperatura y presión y las transiciones de estado sólido a líquido, líquido a gas y sólido a gas, y viceversa. Estas líneas se intersectan en un punto —llamado punto triple—, y en esa exacta combinación una sustancia puede asumir cualquiera de las tres fases. El punto en el que el agua es a la vez a 0°C y 1 atmósfera de presión (0.017 pascales o 170 micrónes) es el punto triple de agua. De esta manera, en esta combinación de temperatura y presión, el agua puede existir como líquido o sólida. (Sabes que era eso posible?) Crees que existan otros estados de agregación que no conocíamos, como al alcanzar el 0 Kelvin? ¿Qué otras situaciones físicas se podrían representar?)

Viridiana P. Márquez

© UNO

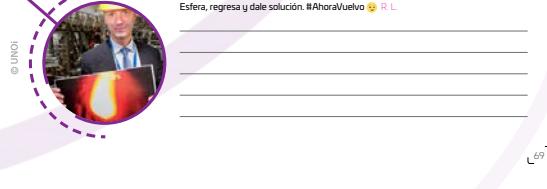
68



Contrasta la información que investigaste con la que leíste y haz un esquema para representar situaciones de tu vida que varíen de manera inversamente proporcional. R. L.



¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, anótalo aquí y cuando termines la



Sesión 4

Propósito

En la sección **Práctico**, los alumnos identificarán diversas relaciones de proporcionalidad directa, inversa y de variación lineal. Además, desarrollarán un experimento en el que establecerán las relaciones entre el diámetro de la vela y la altura que alcanza el agua dentro de un vaso, guiándolos hacia la relación entre las variables presión y temperatura que establece la ley de Gay-Lussac vista en la sección **Comprendo**.

Tip 1. De manera individual los alumnos resolverán las **actividades 01 y 02** de la **página 70**. Esta puede ser una oportunidad para aplicar una heteroevaluación que le permita corroborar el nivel de adquisición de los conceptos previos revisados hasta el momento.

Tip 2. Como complemento para la **actividad 01** de la **página 70**, anote en hojas de colores problemas de proporcionalidad directa, inversa y de variación lineal. Forme equipos y reparta los problemas para que sus integrantes los clasifiquen en el pizarrón. Gana el equipo que identifique más rápido y de forma adecuada el tipo de problema.

Tip 3. Solicite con anterioridad a los alumnos los materiales que necesitarán para el experimento de la sección **Espacio experimental**, de la **página 71**. Cuando lleven a cabo el experimento, vigile el manejo del fuego para evitar cualquier accidente. Escriba en el pizarrón las preguntas de reflexión del paso 6 y dé unos minutos para que las discutan con los integrantes de su equipo. En sesión grupal, elija aleatoriamente a un integrante de cada equipo para que exponga sus reflexiones ante la clase.

Tip 4. Socialice con los alumnos la relación que hay entre las variables medidas en el experimento. Contraste sus hipótesis y grafiquen juntos su tabulación. Al terminar, pregunte: *¿Las variables guardan una relación de proporcionalidad inversa?* Los alumnos deberán investigar el fenómeno físico presentado en el experimento y contrastar lo esperado teóricamente con lo obtenido de manera experimental.

PRACTICO ● ● ● ● ●

Resuelve las actividades, apóyate en tu indagación.

01 Relaciona cada tipo de proporcionalidad con la situación que la ejemplifica. Luego, une cada situación con la expresión algebraica que le corresponde.

```

    graph TD
        A[Proporcionalidad inversa] --> B[Si una cantidad aumenta, la otra también lo hace y con la misma proporción.]
        A --> C[Si una cantidad varía en una cantidad fija, la otra realiza un cambio constante.]
        A --> D[Si una cantidad aumenta, la otra disminuye con la misma proporción.]
        B --> E[y = ax + b]
        C --> F[y = ax]
        D --> G[y = a/x]
    
```

02 Usa la escala de colores para ordenar los objetos según la presión que ejercen cuando se les aplica una fuerza constante ; observa el ejemplo ».

Menor presión Mayor presión

• Escribe la fórmula que relaciona las magnitudes anteriores. Anota qué representa cada literal. R.M.
La expresión es $P = \frac{F}{A}$, donde P representa la presión que se ejerce, F, la fuerza que se aplica y A, el área sobre la que se aplica la fuerza.

• Explica qué tipo de proporcionalidad se presenta en la situación. R.M.
Es una proporcionalidad inversa porque, a medida que aumenta una magnitud, la otra disminuye de manera proporcional. Por ejemplo, con la misma fuerza y menor área, la presión es mayor.

70

Espacio experimental

¿Cómo se mide una variación inversa?

Materiales

- Considera que...
- en cada uno de los experimentos deberás colocar la misma cantidad de agua.
- la altura que alcanzará el agua dentro del vaso se relaciona con la presión que existe dentro del vaso.


Procedimiento

- Paso 1.** Coloca en el plato la vela más delgada y agrega una tercera parte de agua.
Paso 2. Enciende la vela y cubre encima de ella el frasco de vidrio.
- Paso 3.** Observa lo que ocurre dentro del vaso y una vez que la vela se apague marca con el plomón permanente la altura a la que llegó el agua.
- Paso 4.** Repite el mismo procedimiento con la vela media y después con la vela más gruesa.
- Paso 5.** Anota tus resultados en la Tabla de registro y comprueba tus hipótesis. R.L.

Tabla de registro

Diámetro de la vela	Altura del agua

Compara tus resultados con la predicción que hiciste al principio y anota una conclusión.

R.L.

Matemáticas

Esfera de Exploración 2 – Semanas 18 y 19

Aprendizaje aumentado



Para ampliar lo resuelto en la **actividad 01** de la sección **Práctico** de la **página 70**, proponemos usar la aplicación **SimpleMind - Mapas mentales**, con la que los estudiantes reafirmarán su conocimiento sobre la distinción entre la proporcionalidad directa e inversa, al crear un mapa mental partiendo de la proporcionalidad y dividiendo en dos grandes ramas: inversa y directa.

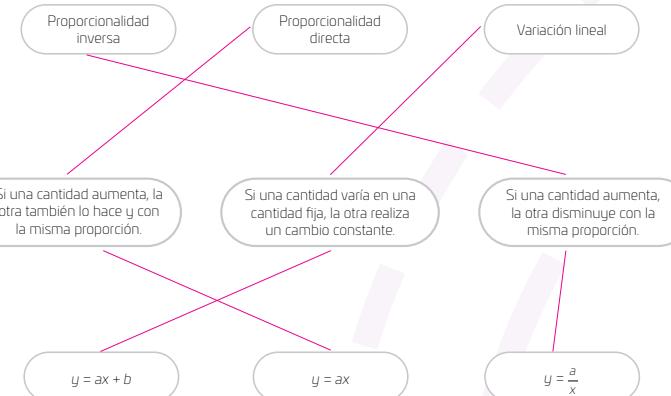
Señale al grupo que, a partir de esas dos ramas, tienen total libertad al proponer las etapas o los pasos necesarios para identificar y obtener la ecuación algebraica que representa a cada tipo de proporcionalidad. También tienen total libertad para ordenar la información en su mapa mental, siempre y cuando sea claro.

Al terminar, pida que compartan sus creaciones con el resto del grupo; posteriormente, anímelos a votar entre todos por el que consideren más claro y creativo. Pida que guarden sus mapas mentales.

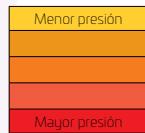
PRACTICO ● ● ● ● ●

Resuelve las actividades, apóyate en tu indagación.

- Relaciona cada tipo de proporcionalidad con la situación que la ejemplifica. Luego, une cada situación con la expresión algebraica que le corresponde.



- Usa la escala de colores para ordenar los objetos según la presión que ejercen cuando se les aplica una fuerza constante ; observa el ejemplo ..



- Escribe la fórmula que relaciona las magnitudes anteriores. Anota qué representa cada literal. R. M.
La expresión es $P = \frac{F}{A}$, donde P representa la presión que se ejerce, F la fuerza que se aplica y A , el área sobre la que se aplica la fuerza.
- Explica qué tipo de proporcionalidad se presenta en la situación. R. M.
Es una proporcionalidad inversa porque, a medida que aumenta una magnitud, la otra disminuye de manera proporcional. Por ejemplo, con la misma fuerza y menor área, la presión es mayor.
- Comenta en grupo cuáles son las unidades que se usan en la expresión anterior y por qué es práctico omitirlas cuando se inicia la comprensión de un concepto nuevo.

Sesión 5

Propósito

El objetivo de esta sesión es que los alumnos analicen las ecuaciones y representaciones gráficas de problemas practicando los conceptos de *velocidad* y *fuerza gravitacional*, que implican el manejo de la proporcionalidad inversa. También analizarán la relación entre cambio climático y menor tiempo de trabajo laboral en la sección **Agenda UNOi**.

Tip 1. Pida a los escolares que resuelvan individualmente la **actividad 03** de la **página 72** y elija aleatoriamente a algunos que lean sus respuestas y entre todos verifiquen si son correctas o erróneas. También puede trazar en el pizarrón el plano cartesiano de esta página y solicitar a voluntarios para que pasen a completarla. Al finalizar, pregunte a algunos educandos por la relación de proporcionalidad que guardan las gráficas y que tipo representan.

Tip 2. Organice equipos y pídale que resuelvan la **actividad 04** de la **página 73**. Si lo considera adecuado, lea con ellos la información del recuadro y explíquenles cómo se llega a la expresión simplificada que se encuentra al final. Refuerce cómo se obtuvieron M y R en la ecuación simplificada a partir de la expresión original.

Tip 3. Pida a cada equipo que asigne valores a M y R y que generen una tabla a partir del factor de proporcionalidad obtenido. Solicítelos que con base en esta información elaboren el esquema que se pide.

Tip 4. Indique al grupo que lean la sección **Agenda UNOi**, y dialoguen en plenaria sobre la relación entre número de horas trabajadas y rendimiento. Después pregunte si creen que ocurre lo mismo con las siguientes relaciones: entre menos horas de clase, mayor aprendizaje; entre mayor cantidad de exámenes, menor tiempo de estudio; a mayor tiempo de recreo, menor aprovechamiento escolar, etcétera.

03 Lee y haz lo que se indica.

La velocidad a la que se desplaza un cuerpo, de manera simple, es igual a la distancia recorrida entre el tiempo requerido. Es decir:

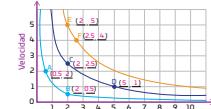
$$\text{Velocidad} = \frac{\text{Distancia}}{\text{Tiempo}}$$

Cuando la distancia a recorrer es constante, las variables son el tiempo t y la velocidad. En el plano cartesiano de abajo, las tres gráficas representan esta última situación para distintas velocidades.

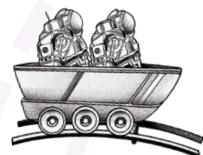
Completa las oraciones.

Cuando la distancia por recorrer es constante, se trata de una relación de proporcionalidad inversa, pues a medida que la velocidad aumenta, el tiempo del recorrido disminuye, con la misma proporción, y viceversa.

Escribe las coordenadas de los puntos de las gráficas.



Continúa la montaña rusa hasta la otra página y apídelos a los astronautas a deslizarse.



04 Lee y realiza lo que se pide.

Calcula el producto de las coordenadas de cada punto. Observa el ejemplo.

Punto A: $0.5 \times 2 = 1$

Punto C: $2 \times 2.5 = 5$

Punto E: $2 \times 5 = 10$

Punto D: $5 \times 1 = 5$

Punto F: $25 \times 4 = 100$

Punto B: $2 \times 0.5 = 1$

Punto G: $5 \times 1 = 5$

Punto H: $25 \times 4 = 100$

Punto I: $5 \times 0.5 = 2.5$

Punto J: $2.5 \times 2 = 5$

Punto K: $2.5 \times 0.5 = 1.25$

Punto L: $1.25 \times 2 = 2.5$

Punto M: $1.25 \times 0.5 = 0.625$

Punto N: $0.625 \times 2 = 1.25$

Punto O: $0.625 \times 0.5 = 0.3125$

Punto P: $0.3125 \times 2 = 0.625$

Punto Q: $0.3125 \times 0.5 = 0.15625$

Punto R: $0.15625 \times 2 = 0.3125$

Punto S: $0.15625 \times 0.5 = 0.078125$

Punto T: $0.078125 \times 2 = 0.15625$

Punto U: $0.078125 \times 0.5 = 0.0390625$

Punto V: $0.0390625 \times 2 = 0.078125$

Punto W: $0.0390625 \times 0.5 = 0.01953125$

Punto X: $0.01953125 \times 2 = 0.0390625$

Punto Y: $0.01953125 \times 0.5 = 0.009765625$

Punto Z: $0.009765625 \times 2 = 0.01953125$

Punto AA: $0.009765625 \times 0.5 = 0.0048828125$

Punto BB: $0.0048828125 \times 2 = 0.009765625$

Punto CC: $0.0048828125 \times 0.5 = 0.00244140625$

Punto DD: $0.00244140625 \times 2 = 0.0048828125$

Punto EE: $0.00244140625 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto FF: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto GG: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto HH: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto II: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto JJ: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto KK: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto LL: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto MM: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto NN: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto OO: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto PP: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto QQ: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto RR: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto SS: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto TT: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto UU: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto VV: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto WW: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto XX: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto YY: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto ZZ: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto AA: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto BB: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto CC: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto DD: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto EE: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto FF: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto GG: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto HH: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto II: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto JJ: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto KK: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto LL: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto MM: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto NN: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto OO: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto PP: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto QQ: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto RR: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto SS: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto TT: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto UU: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto VV: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto WW: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto XX: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto YY: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto ZZ: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto AA: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto BB: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto CC: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto DD: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto EE: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto FF: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto GG: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto HH: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto II: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto JJ: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto KK: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto LL: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto MM: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto NN: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto OO: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto PP: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto QQ: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto RR: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto SS: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto TT: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto UU: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto VV: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto WW: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto XX: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto YY: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto ZZ: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto AA: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto BB: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto CC: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto DD: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto EE: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto FF: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto GG: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto HH: $0.001240703125 \times 2 = 0.00244140625$

Punto II: $0.001240703125 \times 0.5 = 0.001240703125$

Punto JJ: 0.0012

Sesión 6

Propósito

Los escolares practicarán la representación mediante planos cartesianos de variables que guardan relación de proporcionalidad inversa. También harán representaciones en tablas y gráficas de un problema con variables que guarden una relación de proporcionalidad inversa, en el que pongan a prueba la ley de Boyle-Mariotte.

Tip 1. Solicite al alumnado que realice y resuelva los ejercicios de la **actividad 05** de la **página 74** apoyándose en GeoGebra. Al finalizar, brinde un espacio para que comenten en grupo los resultados obtenidos de la última tabla y pídale que voluntariamente formulen conclusiones. Apóyelos con el manejo del software si muestran complicaciones al ejecutarlo.

Tip 2. Si lo considera adecuado puede proponer otras coordenadas u otros problemas para ejecutar en GeoGebra, o incluso los problemas pueden ser con variables de proporcionalidad de distintos tipos para que los escolares los deduzcan.

Tip 3. Los alumnos deberán resolver ahora los ejercicios de la **actividad 06** de la **página 75**. Para ello, pídale que lean el recuadro sobre la ley de Boyle-Mariotte y ponga como ejemplo el experimento de las velas que hicieron en el **Espacio experimental**. Si lo cree pertinente, puede mostrarles un video que demuestre con un experimento sencillo cómo funciona la ley de Boyle-Mariotte: <https://esant.mx/ac/unoi/sumt2-008> (consulta: 21 de agosto de 2025).

Tip 4. Abra un espacio de diálogo en equipos o grupal para que intercambien comentarios y conclusiones acerca de su experiencia de aprendizaje en la sección **Práctico**. Si lo considera adecuado puede regresar para resolver de nuevo con ellos algunos ejercicios en los que notó que tuvieron dificultad.

U05 Utiliza GeoGebra y haz lo que se indica.

- Escribe en la barra de Entrada $y = \frac{1}{x}$, sin comillas, y aprieta Enter.
- Elige la herramienta Punto y haz clic sobre la curva que está en el primer cuadrante del plano cartesiano ($x > 0$ y $y > 0$), es decir, en la curva que está arriba y a la derecha. Obtendrás una construcción como la Figura 1.
- Selecciona y muéve el punto. Observa que solo se desplaza sobre la curva (en caso contrario, borra el punto y repite el paso anterior) y que, al moverlo, sus coordenadas cambian.

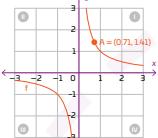


Figura 1

- Completa la tabla. Para ello, desplaza el punto A sobre la curva hasta obtener los valores que se muestran.

x	y
0.5	2
1	1
2	0.5
4	0.25
5	0.2

- Explica, con base en la gráfica, por qué se trata de una variación inversa.
- Anota por qué el punto se colocó en la curva del cuadrante positivo, es decir, en el cuadrante I R. M
- Se colocó en esa curva porque las situaciones de proporcionalidad inversa corresponden a valores positivos, por ejemplo, no tiene sentido hablar de una cantidad negativa de empleados.

- Abre una ventana nueva de GeoGebra.
- Representa de manera gráfica la situación siguiente: cuando varía el número de mangueras: Un invernadero de agua se llena en seis horas si se usan 2 mangueras con el mismo caudal. Para hacerlo, primero obtén la expresión algebraica correspondiente.

Coloca un punto en la curva del cuadrante I y desplázalo para verificar que solo se mueve sobre la curva.

Repite el paso anterior, pero ahora coloca el punto sobre la curva del cuadrante III.

- Desplaza el segundo punto que colocaste y completa la tabla siguiente. En la tercera columna, anota el producto de x por y.

x	y	xy
-2	-12	24
-3	-8	24
-4	-6	24

- Analiza y comenta en grupo los productos obtenidos en la última tabla. Anota tus conclusiones.

- El producto obtenido es la constante de proporcionalidad inversa ya que a mayor número de mangueras, menor tiempo de llenado.

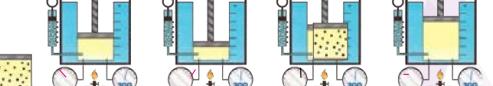
- Representa en los pistones la variación de la presión según varía el volumen. Observa el ejemplo. Considera la cantidad de gas que se muestra en el contenedor.

Lee y haz lo que se indica.

La ley de Boyle-Mariotte establece que a temperatura constante, el volumen de cierta cantidad de gas es inversamente proporcional a la presión que este ejerce. Es decir, $PV = T$, donde P es la presión, V , el volumen y T , la temperatura.

- Calcula el volumen del interior de un pistón cuya presión se redujo de 60 mmHg a 30 mmHg, y que al inicio tenía 200 mm³ de volumen. Considera que la temperatura y la masa del gas permanecen constantes.

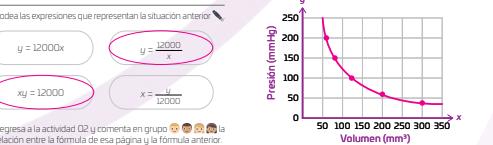
R. 1. En cada pistón debes haber 200 puntos.



- Completa la tabla con algunas parejas de valores.

Presión (mmHg)	Volumen (mm ³)
60	200
30	400
15	800
7.5	1600

- Ubica las parejas anteriores como puntos en el plano cartesiano y busca la gráfica que representa la situación.



Regresa a la actividad 02 y comenta en grupo ☺☺☺ la relación entre la fórmula de esa página y la fórmula anterior.

Matemáticas

Esfera de Exploración 2 – Semanas 18 y 19

Sesión 7

Propósito

En la sección **Sube nivel** los alumnos practicarán los conocimientos adquiridos por medio de retos, mientras que en **Aplico** reflexionarán las respuestas a las preguntas de la sección **Analizo** y contrastarán sus ideas iniciales con sus aprendizajes.

Tip 1. Pídale que resuelvan los problemas del **Sube nivel de manera individual** y después comparar sus resultados en parejas. Pida que comparten con un compañero el problema que inventaron, que identifiquen si tiene todos los datos para resolverse y si se trabaja la proporcionalidad inversa.

Tip 2. Solicite que retomen las respuestas a sus preguntas de la sección **Analizo** y vuelvan a contestarlas. Pida que reflexionen sobre lo siguiente: *¿Qué nueva información agregaron? ¿Sus ideas previas sobre el tema eran correctas?* Invítelos a que con base en sus reflexiones respondan la sección **Aplico**, página 77.

Tip 3. Invítelos a que completen la rúbrica de la **página 67** y que contrasten sus conocimientos antes y al terminar esta Esfera de Exploración. Aproveche para cuestionarlos acerca de los temas en los que consideran que requieren un repaso o resolver dudas y apóyelos en estas tareas.

Tip 4. Solicite a los alumnos que consulten los recursos **Key: Situaciones de proporcionalidad inversa (tablas y gráficas)** y **Aplicación de la proporcionalidad inversa**, para resolver las cuatro actividades de cada recurso en la sección **Práctico más**.

Tip 5. Al final de esta Esfera pregunte al grupo cómo se sienten respecto de su proceso de aprendizaje de estos temas, y si piensan que ya están listos para continuar con la siguiente. El nivel de entusiasmos del grupo le permitirá evaluar su método de enseñanza, como docente: Pregúntele: *¿Consideran que hay algo que requieren cambiar o mejorar?* También este tipo de autoevaluación es válido y necesario para usted.

*SUBE NIVEL

Pon a prueba tu destreza matemática! Registra el tiempo que requieres para resolver cada ejercicio. ¡Hazlo lo más rápido que puedas!

Haz lo que se pide.

Obtén la expresión algebraica de la gráfica siguiente.



Inventa un problema para la gráfica anterior y resuélvelo.

R. M. Cuatro robots producen 10 pares de audífonos en seis horas.

Cuántos robots se necesitan para producirlos en dos horas?

Tu tiempo (en segundos):

R. L.

Rodea las tablas que no corresponden a una relación de proporcionalidad inversa.

x	y
2	4
3	6
4	8

x	y
1	10
2	5
3	3.3

x	y
0.5	20
0.6	16.66
0.7	14.28

x	y
1	6
2	4
3	2

Tu tiempo (en segundos):

R. L.

ANALIZO

Lee los problemas e identifica el que corresponde a una situación de proporcionalidad inversa. Resuélvelo, resúmelo y expíralo algebraicamente. Explica tu respuesta.

R. M.

a En una fábrica automotriz, una máquina coloca 1245 tornillos en una jornada de ocho horas. ¿Cuántos tornillos coloca en tres horas?

b En una fábrica, tres máquinas producen 12 000 botones en una jornada de ocho horas. ¿Cuántas horas tardarán en realizar el mismo trabajo si se compran 2 máquinas más?

c Si 3 jornaleros realizan el trabajo en 6 horas, ¿en cuántas horas lo podrían terminar 6 jornaleros? Un jornalero cobra por cada hora de trabajo \$700. ¿Cuánto se pagaría por las horas trabajadas de los 6 jornaleros?

El problema b es de proporcionalidad inversa. La constante de proporcionalidad inversa es $3 \times 8 = 24$, así que tres máquinas más, es decir cinco, tardarían $24 : 5 = 5.48$ horas. La expresión es $y = \frac{5.48}{x}$ donde y es la cantidad de máquinas y x la cantidad de horas que deben trabajar.

Calcula mentalmente tus puntos en cada ejercicio.

- > Menos de 40 segundos: 0.15 puntos
- > Entre 41 y 120 s: 0.10 puntos
- > Más de dos minutos: 5 puntos
- > Puntos por respuesta correcta: 1
- > Puntos por respuesta incorrecta: -1

Tabla de registro de puntos

Puntos totales	R. L.
----------------	-------

© UNGI

APLICO

Reflexiona sobre las preguntas de la sección ANALIZO, ¿a qué puedes contestarlas? Escribe tus respuestas, considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

R. L.



¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros!

R. L.

Es momento de valorar tu progreso de aprendizaje. Resuelve de nuevo en tu cuaderno la sección RECONOCIMIENTO.

IVÁ LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

R. L.

Regresa de nuevo a la página 69 y soluciona las dudas que tenías en ese momento!

L77