EXPLORO

El mejor método

01 **Lee el problema y responde.**

Un autobús que avanza a 70 $\frac{km}{h}$ lleva 90 km recorridos cuando un automóvil inicia el mismo recorrido a una velocidad de 110 $\frac{km}{h}$. Calcula el tiempo que tarda el automóvil en alcanzar al autobús y la distancia recorrida hasta ese momento.

a. Plantea el sistema de ecuaciones lineales que describen el problema.

Si x representa el tiempo en alcanzarlo y y km recorridos por el autobús.

$$y = 70x$$
$$y + 90 = 110x$$

b. Usando el método más adecuado, resuelve el sistema de ecuaciones. Desarrolla tus cálculos.

$x = 2.25$ h

$y = 157.5$ km

c. Usa el método de reducción para encontrar el valor de cada incógnita.

$x = 2.25$ h; $y = 157.5$ km

d. Este sistema se presta para usar un tercer método de solución. ¿Cuál propondrías?

R. M. Igualación

e. ¿Cuál de los métodos que usaste te pareció más fácil de usar para resolver este sistema de ecuaciones?

Por la forma en la que está planteada la primera ecuación, el método de sustitución es el más sencillo.

CONSULTO

¿Qué método elegiste en el inciso e. del ejercicio anterior?

Como puedes observar, el método para resolver un sistema de ecuaciones lineales depende de la información con la que se cuenta. Dado que en una de las ecuaciones es posible ver a la y despejada, entonces se puede hacer una sustitución en la segunda ecuación.

Existe otro método: el **método de determinantes** que te permitirá resolver cualquier sistema de ecuaciones lineales. Este método puede resultar muy sencillo y útil si los coeficientes que acompañan a las incógnitas son fáciles de operar entre sí, especialmente con multiplicaciones y divisiones.

Observa un ejemplo. Pon atención a los coeficientes.

$$x + y = 1$$
$$2x + y = 0$$

$\Delta s = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (1 \times 1) - (2 \times 1) = -1$ es el determinante del sistema (coeficientes de x y y).

$\Delta x = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = (1 \times 1) - (1 \times 0) = 1$ es el determinante de x (coeficientes de y y las constantes de cada ecuación).

$\Delta y = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = (1 \times 0) - (2 \times 1) = -2$ es el determinante de y (coeficientes de x y las constantes de cada ecuación).

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta s} = \frac{1}{-1} = -1;\ y = \frac{\Delta y}{\Delta s} = \frac{-2}{-1} = 2$$

Como seguro ya lo notaste, si en el sistema los coeficientes adecuados acompañan a las incógnitas, todos puede volverse bastante sencillo.

Lee los ejercicios propuestos y resuélvelos.

02 Encuentra una fracción que es equivalente a 5 enteros cuando se suma 1 al numerador y que es equivalente a 3 enteros cuando se suma 1 al denominador.

a. Plantea el sistema de ecuaciones.

x: numerador
y: denominador

$$\frac{x+1}{y} = 5$$

$$\frac{x}{y+1} = 3$$

b. ¿Qué método usarías para resolverlo de la forma más sencilla posible?

R. M. El método más sencillo es igualación.

c. Resuelve el sistema de ecuaciones empleando dos métodos distintos.

$y = 2$
$x = 9$

d. ¿Cuál de los dos métodos te pareció más sencillo y fácil de aplicar? Explica por qué.

R. L.

03 En un estacionamiento hay 39 vehículos contando automóviles y motocicletas. Sumando todas las ruedas son 126. ¿Cuántos automóviles y cuántas motocicletas hay?

a. ¿Qué información del problema te permitirá plantear el sistema de ecuaciones lineales?

R. M. Los vehículos pueden tener dos o cuatro ruedas, además del total de vehículos en el estacionamiento.

b. ¿Cómo lo resolverías?

R. M. El método de reducción o el de sustitución podrían ser los más adecuados.

c. Plantea el sistema de ecuaciones.

Con x el número de motocicletas, y el número de automóviles

$$x + y = 39$$
$$2x + 4y = 126$$

d. Resuelve el sistema por el método más adecuado.

R. M. Igualación

$$x = 39 - y$$
$$x = \frac{126 - 4y}{2}$$
$$39 - y = 63 - 2y$$
$$2y - y = 63 - 39$$
$$y = 24$$
$$x = 39 - y = 39 - 24$$
$$x = 15$$

e. ¿Cuántos automóviles y cuántas motocicletas hay en el estacionamiento?

En el estacionamiento hay 15 motocicletas y 24 automóviles.

f. Sustituye los valores encontrados en cada una de las ecuaciones y confirma que ambas ecuaciones se cumplen.

R. L.

04 **Calcula las dimensiones de una parcela rectangular sabiendo que es 25 m más larga que ancha y que el perímetro mide 210 m.**

a. ¿Cuál es el sistema de ecuaciones que te ayuda a resolver el problema?

$$2x + 2y = 210$$
$$y = x + 25$$
$$x = 25 - y$$

b. Según el planteamiento de ecuaciones que hiciste. Elige el método más adecuado para resolver el sistema y obtén los valores del largo y el ancho.

$$2x + 2(x + 25) = 210$$
$$4x + 50 = 210$$
$$4x = 210 - 50$$
$$x = \frac{160}{2} = 40$$
$$y = 40 + 25 = 65$$

Largo 65 m y ancho 40 m

05 **Resuelve el sistema de ecuaciones lineales por el método que te parezca más sencillo.**

$$x - 2y = 4$$
$$2x + y = 2$$

a. Realiza aquí tus operaciones.

R. M.

$$y = 2 - 2x$$
$$x - 2(2 - 2x) = 4$$
$$x - 4 + 4x = 4$$
$$5x = 8;\ x = \frac{8}{5}\ y = -\frac{6}{5}$$

b. ¿Qué método usaste? ¿Por qué?

R. M. Usar el método de sustitución facilita los cálculos. Reducción sería el siguiente en reducción de cálculos, seguido de igualación. Dados los valores de los coeficientes determinantes también podría ser un método adecuado.

06 **Encuentra el error, si es que lo hay, en las siguientes soluciones a los sistemas de ecuaciones.**

$$x - 3y = -6$$
$$2x - 3y = -3$$

$$-3y = -6 - x$$
$$-3y = -3 - 2x$$
$$-6 - x = -3 - 2x$$
$$2x - x = -3 + 6$$
$$x = 3$$

$$x - 3y = -6$$
$$(3) - 3y = -6$$
$$-3y = -6 - 3$$
$$-3y = -9$$
$$y = -3$$

$$4x + y = 28$$
$$x + y = 10$$

$$y = 28 - 4x$$
$$y = 10 - x$$
$$28 - 4x = 10 - x$$
$$28 - 10 = -x + 4x$$
$$18 = 3x$$

$$\frac{18}{3} = \frac{3x}{3}$$
$$6 = x$$

$$y = 10 - x$$
$$y = 10 - 6$$
$$y = 4$$

R. M. En la penúltima ecuación se debe multiplicar por -1 a ambos lados de la ecuación para obtener el resultado.

El representar la solución $6 = x$, puede considerarse como un error si no se ha desarrollado la propiedad simétrica del signo igual.

a. Encuentra los valores correctos y sustituye en las ecuaciones correspondientes al sistema para comprobar que cumplen ambas ecuaciones.

Son $x = 3$; $y = 3$

$$3 - 3(3) = -6$$
$$3 - 9 = -6$$
$$-6 = -6$$

$$2(3) - 3(3) = -3$$
$$6 - 9 = -3$$
$$-3 = -3$$

Son $x = 6$; $y = 4$

$$4(6) + 4 = 28$$
$$24 + 4 = 28$$
$$28 = 28$$

$$6 + 4 = 10$$
$$10 = 10$$

07 Resuelve el siguiente sistema usando el método de determinantes.

$$x - y = 5$$
$$2x + 3y = 15$$

a. Sigue las instrucciones.

1. Calcula del determinante del sistema:

$\Delta s = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \times 3 - 2 \times (-1) = 3 + 2 = 5$

2. Calcula el determinante de x:

$\Delta x = \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 15 & 3 \end{vmatrix} = 5 \times 3 - 15 \times (-1) = 15 + 15 = 30$

3. Calcula el determinante de y:

$\Delta y = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 15 \end{vmatrix} = 1 \times 15 - 5 \times 2 = 15 - 10 = 5$

4. Calcula los valores correspondientes para x, y.

$x = \dfrac{\Delta x}{\Delta s} = \dfrac{30}{5} = 6$

$y = \dfrac{\Delta y}{\Delta s} = \dfrac{5}{5} = 1$

b. Sustituye los valores encontrados en cada una de las ecuaciones y confirma que ambas ecuaciones se cumplen.

$$x - y = 5$$
$$2x + 3y = 15$$

Sustituyendo los valores de x, y

$$6 - 1 = 5$$
$$2(6) + 3(1) = 12 + 3 = 15$$

08 Observa los siguientes sistemas de ecuaciones.

$x + 2y = 5$, $3x - y = 1$

$7x + 4y = 13$, $5x - 2y = 19$

$5x - 2y = 2$, $-3x + 7y = -22$

a. Elige, ¿cuál podría ser más apto para ser resuelto por el método de determinantes? Explica tu respuesta.

R. M. Todos pueden ser resueltos por el método de determinantes. Pero definitivamente los coeficientes del primero permiten realizar multiplicaciones y divisiones de una forma más sencilla.

b. Resuelve el sistema usando el método de determinantes.

$\Delta s = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 1 \times (-1) - 3 \times 2 = -1 - 6 = -7$

$\Delta x = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 5 \times (-1) - 1 \times 2 = -5 - 2 = -7$

$\Delta y = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \times 1 - 3 \times 5 = 1 - 15 = -14$

$x = \dfrac{\Delta x}{\Delta s} = \dfrac{-7}{-7} = 1$

$y = \dfrac{\Delta y}{\Delta s} = \dfrac{-14}{-7} = 2$

09 Resuelve el sistema usando el método de determinantes.

$$-x + y = -1$$
$$2x + 4y = -1$$

$\Delta s = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -1 \times 4 - 2 \times 1 = -4 - 2 = -6$

$\Delta x = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = -1 \times 4 - (-1) \times 1 = -4 + 1 = -3$

$\Delta y = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \times (-1) - 2 \times (-1) = 1 + 2 = 3$

$x = \dfrac{\Delta x}{\Delta s} = \dfrac{-3}{-6} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

$y = \dfrac{\Delta y}{\Delta s} = \dfrac{3}{-6} = -\dfrac{3}{6} = -\dfrac{1}{2}$