

### El ángulo que corresponde al arco



#### 01 Analiza la situación y realiza lo que se indica.

Imagina que estás viendo una lámpara desde arriba. En la imagen de la derecha, la circunferencia naranja representa el área de iluminación de la lámpara y la luz se proyecta como en las líneas punteadas.

- a. ¿En qué punto es mejor colocar el foco para tener mayor iluminación? Rodea la respuesta correcta.

En el centro de la circunferencia verde

Sobre algún punto de la circunferencia verde

- b. Argumenta tu elección. R. M.

Sobre el ángulo central el alcance de la iluminación es mayor. La circunferencia que muestra la luz que se proyecta tiene un área mayor.

- c. Si la medida del ángulo central de color verde es  $60^\circ$ . ¿Cuál es la medida del ángulo inscrito correspondiente? R. M.

El ángulo inscrito debe tener una medida de  $30^\circ$

- d. Si el radio de la circunferencia anaranjada mide 5 metros. ¿Cuál es la medida del arco formado por el ángulo central. R. M.

$$L = \frac{\pi(5\text{ m}) 60^\circ}{180^\circ} \quad L = \frac{3.14(5\text{ m}) 60^\circ}{180^\circ} \approx 5.2 \text{ m}$$

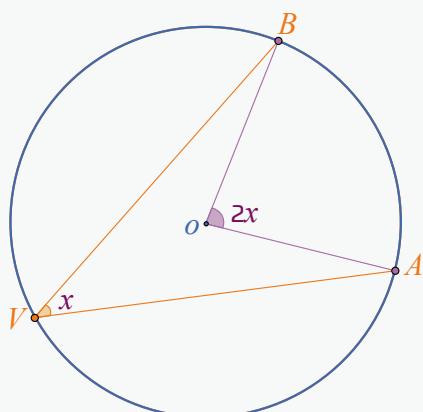
- e. ¿Cuánto debe medir el radio de la circunferencia, si el ángulo inscrito es el del inciso anterior y su arco mide 5 metros? R. M.

$$r = \frac{90^\circ L}{\pi\beta} = \frac{90^\circ(5\text{ m})}{\pi(30^\circ)} \approx 4.77 \text{ m}$$

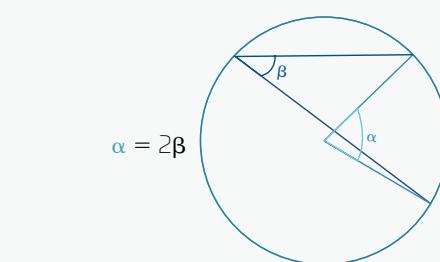
## CONSULTO

En toda circunferencia un **ángulo central** es aquel cuyo vértice está en el centro de la circunferencia y sus lados son dos radios de la misma. En el caso de un **ángulo inscrito**, su vértice está sobre un punto de la circunferencia y sus lados son dos cuerdas.

Estos dos tipos de ángulos están relacionados, la medida de un ángulo inscrito es la mitad de la medida del ángulo central que abarca el mismo arco.

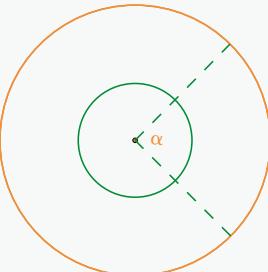


No importa en qué parte de la circunferencia esté el ángulo inscrito, siempre abarca el mismo arco y se mantiene la relación entre sus ángulos.



Por otro lado, la medida de la longitud de arco depende del radio de la circunferencia. Así, la misma medida de un ángulo central formará arcos de circunferencia de distinto tamaño según el radio que forme sus lados.

$$L = \frac{\pi r \alpha}{180^\circ}$$



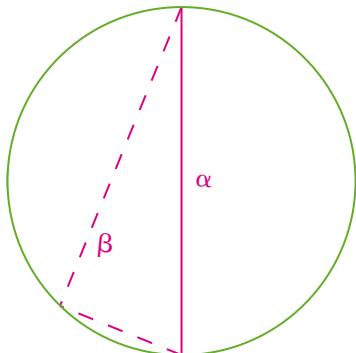
Entonces, cuando hay un radio mayor, la longitud de arco será mayor.

## RESUELVÓ



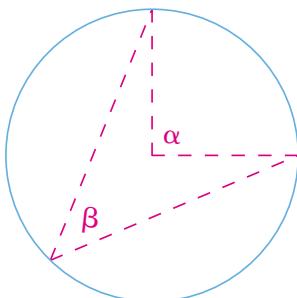
- 02** En una circunferencia, el ángulo central es de  $180^\circ$ . ¿Cuál es la medida del ángulo inscrito correspondiente? Dibuja los ángulos en la circunferencia. R. M.

$$180^\circ = 2\beta, \text{ Entonces } \beta = 90^\circ$$

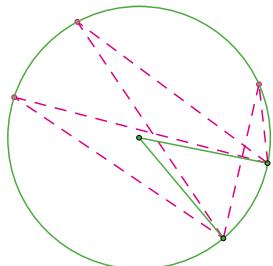


- 03** ¿Cuál es la medida de un ángulo central, si su ángulo inscrito es la mitad de un ángulo recto? Dibuja los ángulos correspondientes en la circunferencia. R. M.

La medida del ángulo central es un ángulo recto.



- 04** Dibuja 3 o más ángulos inscritos cuyo arco corresponda al ángulo central de la circunferencia. R. M.

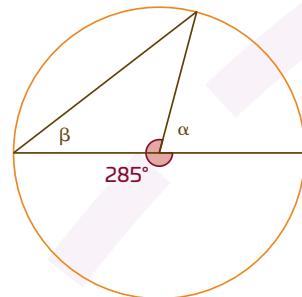


- a. ¿Cuántos ángulos inscritos podrías dibujar para ese arco?

Se pueden dibujar una infinidad de ángulos inscritos.



- 05** ¿Cuál es la medida del ángulo central y del ángulo inscrito en la circunferencia que se muestra debajo? R. M.



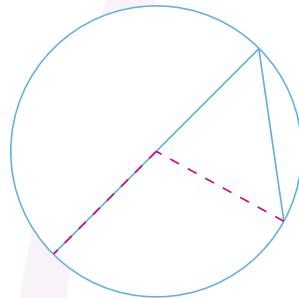
R. M.

$$\alpha = 360^\circ - 285^\circ = 75^\circ$$

$$\beta = 2\alpha, \text{ Entonces } \beta = \frac{75^\circ}{2} = 37.5^\circ$$



- 06** Dibuja los ángulos centrales posibles cuyo arco corresponda al ángulo inscrito de la circunferencia. R. M.



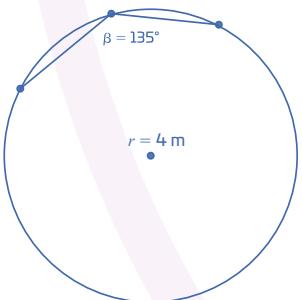
- a. ¿Cuántos ángulos centrales podrías dibujar para ese arco?

Solo se puede dibujar uno.

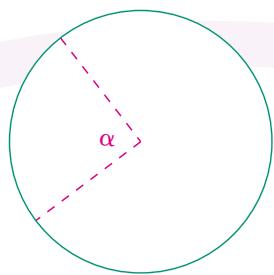


- 07** Calcula el arco de circunferencia del ángulo inscrito. R. M.

$$L = \frac{\pi r \beta}{90^\circ} = \frac{\pi (4 \text{ m}) (135^\circ)}{90^\circ} \approx 18.84 \text{ m}$$



**08** Si la circunferencia tiene 7 unidades de radio, traza un ángulo central de  $90^\circ$  y responde lo que se indica. R. M.



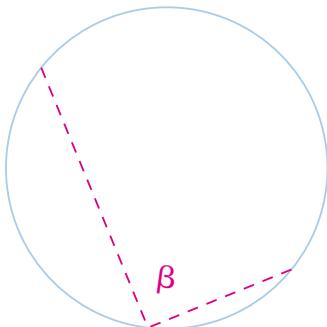
a. ¿Cuánto mide el arco del ángulo central?

$$L = \frac{\pi r \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi (7 \text{ u}) 90^\circ}{180^\circ} \approx 10.99 \text{ u}$$

b. Con respecto al perímetro, ¿qué proporción hay con el arco del ángulo central?

La proporción es la cuarta parte del perímetro.

**09** Si la circunferencia tiene 10 unidades de radio, traza un ángulo inscrito de  $90^\circ$  y responde lo que se indica.



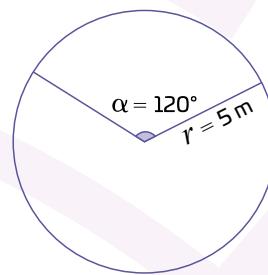
a. ¿Cuánto mide el arco de un ángulo inscrito de  $90^\circ$ ?

$$L = \frac{\pi r (2\beta)}{180^\circ} = \frac{\pi (10 \text{ u}) 180^\circ}{180^\circ} \approx 31.41 \text{ u}$$

b. Con respecto al diámetro, ¿qué proporción hay con el arco del ángulo inscrito?

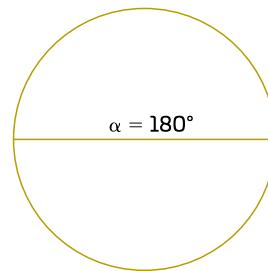
La proporción es de la mitad del diámetro.

**10** Calcula el arco de circunferencia del ángulo central que se muestra en la figura. R. M.



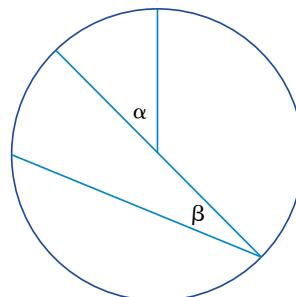
$$L = \frac{\pi r \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi (5 \text{ m}) 120^\circ}{180^\circ} \approx 10.472 \text{ m}$$

**11** Calcula el radio de la circunferencia del ángulo central que se muestra en la figura, si su arco mide 13 metros. R. M.



$$L = \frac{180^\circ L}{\alpha \pi} = \frac{(180^\circ)(13 \text{ m})}{(180^\circ)(\pi)} \approx 4.13 \text{ m}$$

**12** Si la longitud de arco del ángulo  $\alpha$  y del ángulo  $\beta$  son cada uno de  $\frac{1}{8}$  de la circunferencia total, ¿cuáles son las medidas de los ángulos central e inscrito que se indican?



$$\alpha = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

$$\text{Entonces } \beta = \frac{45^\circ}{2} = 22.5^\circ$$



**13** La proporción entre la longitud de un arco y el diámetro de una circunferencia es  $\frac{1}{3}$ . Si el perímetro mide 63 metros, responde.

- a. ¿Cuánto mide el radio de la circunferencia?

Como  $P = 2\pi r = 63$  m. Entonces  $r = \frac{63}{2\pi} \approx 10.026$  m

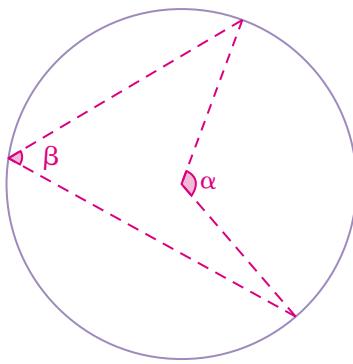
- b. Encuentra la medida del ángulo central y de su ángulo inscrito.

Si es un tercio del diámetro, entonces el ángulo central debe ser  $\frac{1}{3}$  de  $360^\circ$ , es decir  $120^\circ$  y entonces el ángulo inscrito mide  $60^\circ$ .

- c. Calcula la longitud de arco del ángulo central.

$$L = \frac{\pi r \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi (10.02) 120}{180^\circ} \approx 21 \text{ m}$$

- d. Dibuja el arco correspondiente y los dos ángulos en la siguiente circunferencia.



**14** La proporción entre la longitud de un arco y el diámetro de una circunferencia es  $\frac{1}{4}$ . Si el perímetro mide 80 metros.

- a. ¿Cuánto mide el radio de la circunferencia?

Como  $P = 2\pi r = 80$  m. Entonces  $r = \frac{80}{2\pi} = 12.73$  m

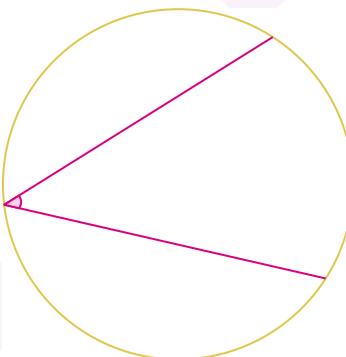
- b. Encuentra la medida del ángulo central y de su ángulo inscrito.

Si es un cuarto del diámetro, entonces el ángulo central debe ser  $\frac{1}{4}$  de  $360^\circ$ , es decir  $90^\circ$  y entonces el ángulo inscrito mide  $45^\circ$ .

- c. Calcula la longitud de arco del ángulo central.

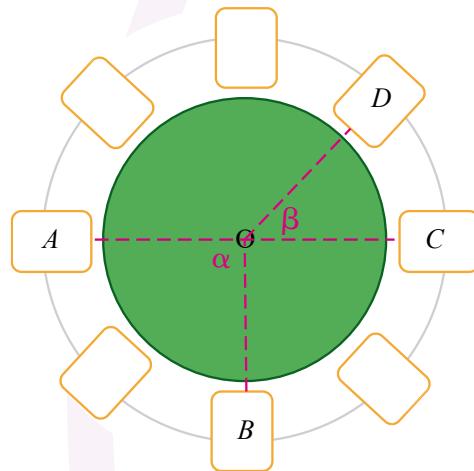
$$L = \frac{\pi r \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi (12.73) 90}{180^\circ} \approx 20 \text{ m}$$

- d. Dibuja el arco correspondiente y los dos ángulos en la siguiente circunferencia.



**15** Una glorieta tiene entradas y salidas proporcionales, su centro se representa con la letra O.

- a. Dibuja los ángulos centrales correspondientes entre los puntos marcados con A y B y C y D.



- b. Encuentra la medida de los ángulos centrales que se forman con los ángulos dibujados.

Como las salidas son proporcionales, el ángulo AOB tiene una medida de  $90^\circ$ . Para el caso del ángulo COD forma un ángulo central de  $45^\circ$ .

- c. Calcula el radio de la glorieta si se sabe que la longitud de arco del ángulo inscrito de  $45^\circ$  es de 150 metros.

$$L = \frac{90^\circ L}{\pi \beta} = \frac{90^\circ (150)}{\pi (45^\circ)} \approx 95.5 \text{ m}$$