
M

Esfera 3

Una ecuación, ¿un acertijo?

¿Tiro aquí y sale una ecuación allá?

¿A dónde me puede llevar la ecuación general?

Cuadrática y general

Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones cuadráticas.

Comienza esta Esfera de Exploración. No olvides responder nuevamente los reactivos en tu cuaderno cuando hayas terminado, ¡así descubrirás cuánto avanzaste!

01 **Completa lo que se pide en cada acertijo.** +3

1

Tengo una bandera que cubre 80 m². De alto es 2 m más grande que de ancho. Para descubrir las medidas, responde:

Si el ancho de mi bandera es x, ¿cómo expresarías la altura?

La altura queda descrita por $x + 2$.

¿Cómo se calcula el área de mi bandera?

Con la expresión $x(x + 2)$.

Si la bandera es rectangular cuya área son los 80 m², ¿a qué ecuación se llega?

A la ecuación $x(x + 2) = 80$.

Escribe la ecuación anterior como ecuación general de segundo grado.

$x^2 + 2x - 80 = 0$

2

Gana un reloj descubriendo la cantidad x, que se debe vender para que yo obtenga una ganancia de $1000. Considera que cada reloj costará (700 – 100x)

¿Con qué expresión sabré lo que obtendré al venderlos todos?

Con la expresión $x(700 - 100x)$.

¿Cuál es el objetivo a lograr con esa expresión? ¿Y qué ecuación queda?

Que al sustituir x el resultado sea 1000. Lo que lleva a la ecuación $x(700 - 100x) = 1000$.

Si es una ecuación cuadrática, ¿cuál es su forma general?

Es: $-100x^2 + 700x - 1000 = 0$.

Si el signo del término cuadrático quedó negativo, anota la ecuación equivalente en donde este signo es positivo.

$100x^2 - 700x + 1000 = 0$

3

Lo que ganamos este año al vender cierto libro se calcula sumando dos términos: el primero, es el séxtuple de la cantidad x; el segundo, es la multiplicación de la cantidad x por ella misma, disminuida previamente en 13. Ganamos 18, y si adivinas la cantidad, además de regalarte el libro, te decimos si fueron cientos o miles de pesos.

¿Cuál es el primer sumando? ¿Y el segundo?

El primero es $6x$, y el segundo es $x(x - 13)$.

Entonces, ¿cómo se calcula la ganancia por la venta del libro?

Con la expresión $6x + x(x-13) = 18$.

¿A que ecuación se llega? Representa esta ecuación de forma descendente.

$6x + x^2 - 13x = 18$

$x^2 - 7x - 18 = 0$

02 **Resuelve las ecuaciones. Escribe todos los pasos que seguiste para llegar a su solución.** R. M. +2

Calcula los valores de x para la ecuación $3x^2 - 11x - 4 = 0$.

La fórmula general es $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Donde $a = 3$, $b = -11$ y $c = -4$.

Sustituyendo, tenemos: $x = \dfrac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4(3)(-4)}}{2(3)}$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{169}}{6}$$

Es decir, $x_1 = 4$ y $x_2 = -\frac{1}{3}$.

Identificando los factores, encuentra los valores de x para la ecuación $x^2 - x - 6 = 0$.

$$x^2 - x - 6 = 0$$
$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

Si cada factor por su cuenta es 0, entonces se cumple la igualdad. Para el primero:

$$(x - 3) = 0$$
$$x_1 = 3$$

Para el segundo:

$$(x + 2) = 0$$
$$x_2 = -2$$

03 Anota lo que se pide para que inventes un acertijo como los de la página anterior. R. L. +3

› El planteamiento y la ecuación a la que se debería llegar.

› Preguntas guía o pistas para llegar a la ecuación cuadrática de tu acertijo.

3.1 Escribe dos ideas para un acertijo que implique el lanzamiento de una pelota y una ecuación de segundo grado. +2

R. L.

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. R. L.

	Antes de la Esfera de Exploración		Al terminar la Esfera de Exploración	
	Sí	No	Sí	No
1. Represento algebraicamente situaciones que se modelan con expresiones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$.				
2. Resuelvo ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ usando estrategias diversas (incluyendo la fórmula general).				
3. Represento y resuelvo problemas que implican ecuaciones del tipo $ax^2 + bx + c = 0$.				
Puntos obtenidos:				

INVESTIGO

Aprendizaje esperado

› Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones cuadráticas.

Keys

- Modelado de situaciones ecuaciones $ax^2 + bx + c = 0$
- Resolución de ecuaciones $ax^2 + bx + c = 0$
- Problemas con ecuaciones $ax^2 + bx + c = 0$

Los motores de la lanzadera están por apagarse, así lo marca el panel de control que Boris tiene frente a él. Nuestros héroes están cayendo sobre 2120 Étime, un pequeño planeta amarillo con tenue gravedad; su superficie amarilla indica el óxido de azufre que sus volcanes emanan constantemente, ambiente hostil para toda vida humana. Su única opción para sobrevivir es aterrizar en la pequeña colonia minera que se encuentra directamente bajo su trayectoria. Mientras caen, trazan su plan: apagar los motores en el momento propicio para alcanzar su objetivo, su cálculo tiene que ser exacto.

Blue ZE: —No se preocupen, compañeros, he calculado la trayectoria de la nave, todo lo que nos queda es esperaaaa...—el pequeño robot queda inmóvil.

Boris: —Creo que se le terminó la batería, solo quedó esto en su pantalla:

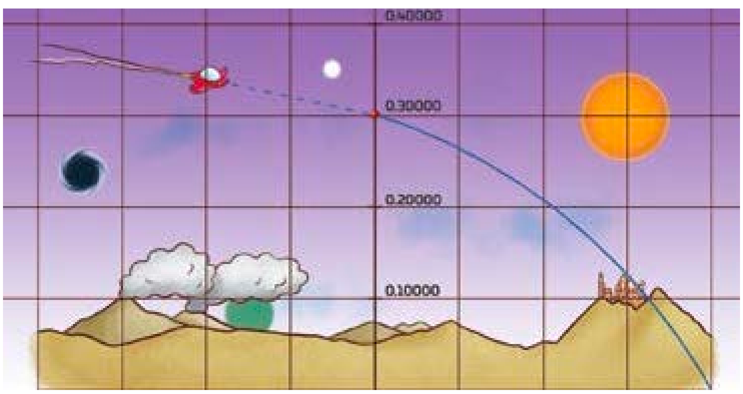
$$-1.26438x^2 - 0.17633x + 0.30000$$

Juanilla: —¿¡¡Qué vamos a hacer!!? ¿¡¡Qué vamos a hacer!!? ¿¡¡Qué vamos a hacer!!?

Boris: —Tranquila, estas cosas son muy sencillas, justo ahora la nave se mueve en una línea recta por efecto de los motores; cuando se apaguen, comenzaremos a caer. Como el planeta tiene una atmósfera muy tenue, la trayectoria de la nave será suave, y podremos planear cómodamente, siguiendo la curva descrita por la ecuación que aparece en la pantalla de Blue.

Juanilla: –Sí, claro. Seguro cada parte de la fórmula es importante y considera al ángulo, la velocidad, la gravedad del planeta. Pero, ¿¡eso cómo nos ayuda a llegar a nuestro destino!?

Boris: —Es como si jugáramos un videojuego: cada trayectoria de la nave tiene su ecuación, y lo entretenido es encontrar el punto preciso en el que debemos apagar los motores, antes de que lo hagan solos. La única diferencia es que aquí no podemos ganar vidas extra; si apagamos los motores muy pronto, no llegaremos a la colonia, y si los apagamos muy tarde, la pasaremos... En fin... solo tenemos una oportunidad. Necesitamos resolver en qué punto apagar los motores para llegar a la zona de aterrizaje de emergencia de la colonia.



Juanilla: —Tengo miedo, Boris...

Boris: —No te preocupes, Juanilla, lo vamos a lograr— sin embargo, mientras lo dice, Boris empieza a sudar, no sabe si es por la enrarecida atmósfera de la lanzadera o por la tensión. Respira hondo, muy hondo. Y entonces dice: –Desconectando motores en tres, dos, uno...

David y Daniel Herrera Pérez
(ahora, el menor primero).

Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer, reflexiona sobre ello y realiza lo siguiente. R. L.

- Haz un bosquejo de la situación en la que se encuentran nuestros héroes: Juanilla, Boris y Blue ZE.
- Propón otras soluciones, marcando qué otras trayectorias podrían seguir y a dónde llegarían. Por ejemplo, ¿qué pasaría si tuvieran un paracaídas y lo activaran cuando se apaguen los motores?
- Dibuja tres opciones y explica con qué elementos se obtienen.

- Discute con tus compañeros si este tipo de situaciones, relacionadas con caídas o lanzamientos de objetos, son de ciencia ficción o pueden ser reales y se presentan en diferentes momentos y lugares del mundo. Anota las conclusiones.

R. L.

- ¿Y qué hay del espacio? Comenten cómo descienden las sondas espaciales en planetas, cometas y asteroides. Anota los comentarios que te parecieron más interesantes.

R. L.

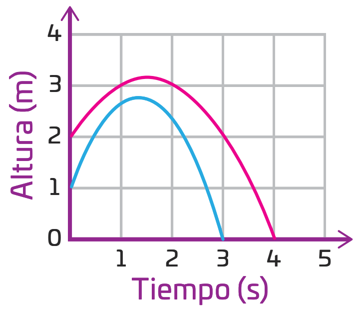
¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, escríbelo aquí y cuando termines la Esfera, regresa y dale solución.

R. L.

Resuelve las actividades, apóyate en tu indagación.

01 Lee con atención y haz lo que se solicita.

En Spaceport America se hacen experimentos de todo tipo. Por ejemplo, en un ambiente controlado se hicieron dos lanzamientos de objetos suborbitales. El primero se muestra en el diagrama de abajo. Del segundo, se sabe que inició a 2 m sobre el piso y la altura que alcanzó está dada por $h = -0.5t^2 + 1.5t + 2$, donde h se mide en metros y t es el tiempo, en segundos. Analiza el segundo lanzamiento para responder a las preguntas.



a. ¿Qué pasa en la ecuación de la altura, cuando $t = 0$?

Es el inicio del lanzamiento, donde la altura es 2 m, porque al sustituir $t = 0$ en la ecuación, se obtiene $h = 2$.

b. Cuando el objeto llegue al piso, ¿cuál variable vale cero y cuál no? ¿Cómo queda la ecuación de la altura?

Al caer, la altura vale cero, pero el tiempo no, y no se conoce su valor, así que la ecuación queda $-0.5t^2 + 1.5t + 2 = 0$.

c. Resuelve la ecuación anterior, mostrando todo el procedimiento, e indica qué información se obtiene.

R. M.

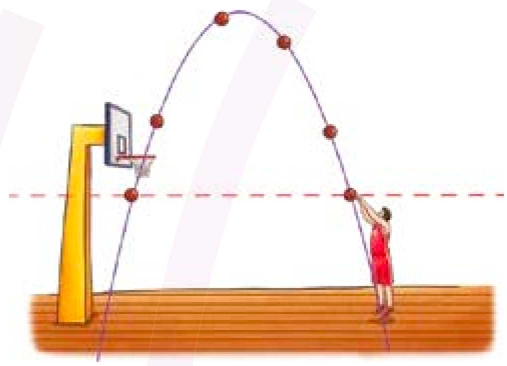
$$x = \frac{-1.5 \pm \sqrt{(1.5)^2 - 4(-0.5)(2)}}{2(-0.5)}$$

$$x_1 = 4,\ x_2 = -1$$

- Elabora la gráfica del segundo lanzamiento en el diagrama del primero.
- Calcula varios puntos para que obtengas una curva bien delineada.

02 Reflexiona sobre la situación. R. M.

En el caso de un tiro lanzado por un jugador de baloncesto, alguien considera que el siguiente dibujo es correcto y la ecuación $h = v_0t - 2t^2$, donde v_0 es la velocidad con la que se hace el lanzamiento, es válida como modelo.



- La figura es correcta, sin embargo, ¿cómo se representa el término independiente y el coeficiente del término cuadrático? Contesta, para aclarar lo que ocurre con estos elementos.

a. ¿Cuál es la importancia del término independiente?

Nos dice cómo varía la altura en función del tiempo. Si el término es cero, implica que el tiro se hizo desde el piso, y no es así, porque se hace por encima de la cabeza del jugador, es decir, a una altura diferente de cero.

b. ¿Y qué pasa con el coeficiente del término cuadrático? En tu explicación, compara con lo que ocurre en Spaceport America.

R. L.

EL PASADO A PRUEBA

Ecuaciones cuadráticas… ¿De dónde salieron los procedimientos que usamos hoy para resolverlas?

Babilonios (2000–600 a.n.e.)

El ojo de Horus. Egipcio, mágico, protector, purificador, y con él se hacían matemáticas.

En tablillas de arcilla se han encontrado problemas o situaciones que, trasladadas al lenguaje matemático actual, se refieren a ecuaciones del tipo:

$x^2 + bx = c$ $\qquad$ $x^2 = bx + c$ $\qquad$ $x^2 + c = bx$

con b y c positivos, y no valores cualquiera sino dentro de ciertos intervalos, que permitían encontrar soluciones enteras casi siempre, o fraccionarias. No se han encontrado evidencias de que resolvieran la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$. Y esto solo sucederá hasta la época moderna.

En la Tabla BM 13901 se encuentran veintiún problemas que dan origen a ecuaciones de segundo grado, e incluso a sistemas de ecuaciones donde una de ellas es de segundo grado. ¿Te imaginas un sistema así? ¿Ya resolviste alguno?

Euclides (cerca del 300 a.n.e.)

Desarrolló un método geométrico 📏 para hallar una longitud que en nuestra notación actual es la raíz de una ecuación cuadrática. Es decir, los griegos de esa época lograron construir un cuadrado igual a una figura geométrica dada (entendiendo como figuras iguales a las que tienen igual área).

Otros hechos de su época se relacionan también con las ecuaciones cuadráticas, como la cuadratura del círculo y su negación inicial por los números irracionales.

Mohammed Ibn Musa Abu Djafar Al-Khwarizmi

(Sí, el trimestre pasado leíste sobre él, recuerda en qué época vivió.) En su obra, ¿la recuerdas?, trabajó con algunos casos de ecuaciones cuadráticas con coeficientes y soluciones racionales y positivas. Usó siempre 1 como coeficiente del término cuadrático.

François Viète. Matemático francés, uno de los precursores del Álgebra.

François Viète (1540–1603)

Introduce el uso de letras para expresar en forma general los datos (consonantes) y las incógnitas (vocales). El plan era copiar de la geometría (es decir de los griegos clásicos) el tratamiento de lo general con la utilización de estas letras, como hacía Euclides en las demostraciones. Así logró identificar los objetos con que trataba y también establecer condiciones de existencia y unicidad a través del cálculo algebraico. ¿Te recuerda en algo el lenguaje técnico con el que te expresas según la situación en la que te encuentres?

Galileo Galilei (1564–1642)

Aunque no trabajó en el desarrollo o métodos de solución de ecuaciones cuadráticas, sí descubrió una de sus aplicaciones más importantes (al menos para ti, en esta etapa escolar): el estudio del movimiento de proyectiles u objetos lanzados.

Siglo XIX

Con el desarrollo de la Geometría analítica y la consolidación de la simbología algebraica moderna, para este siglo ya se contaban diversos procedimientos para resolver una ecuación cuadrática, sea que sus valores fueran enteros, racionales o irracionales. Los nombres en general son descriptivos de cómo fucionan:

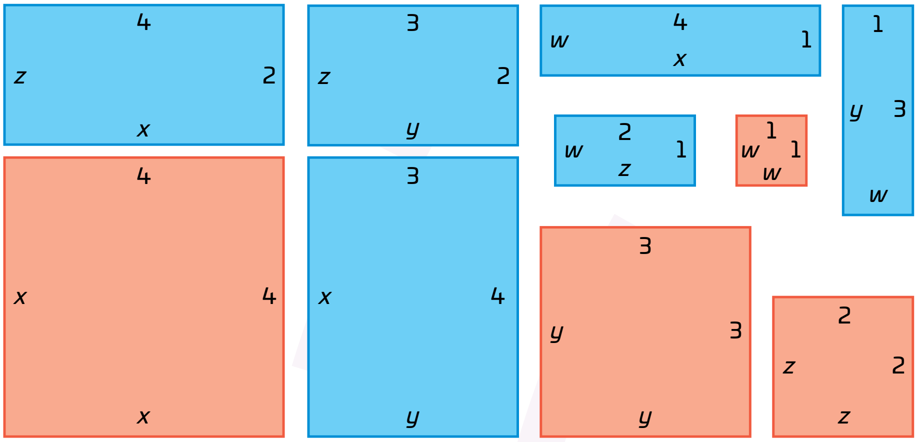
Agrupamiento
Inspección
Método de Lyszkowski
Método de rejilla
Mónico
Suma en diagonal
Védico

La historia de las soluciones en las que las raíces son imaginarias o complejas es eso: otra historia 😮.

03 Copia, recorta y fíjate qué tan buen ojo tienes.

Pon a prueba tu agudeza geométrica para identificar piezas que forman cuadrados. Cada uno se forma con cuatro piezas. Para ello, realiza lo siguiente:

- Copia las figuras geométricas en papel o cartoncillo de un solo color. Aquí hay azules porque de ellas debes hacer dos piezas de cada una.
- Anota las letras y los números en una sola cara. Recorta con cuidado.
- Revuelve las piezas con números y letras hacia abajo y extiéndelas.
- Elige cuatro piezas que creas que forman un cuadrado y trata de ensamblarlo. Si no puedes, prueba de nuevo.
- Cuando logres formar un cuadrado, voltea las piezas y escribe su área en términos de esas letras y números. Comenta esas expresiones con tus compañeros.
  R. L.



Espacio procedimental

¿Cómo completo y resuelvo un binomio al cuadrado?

1. Ordeno los términos de la ecuación cuadrática para que queden de una forma cercana a la expresión $a^2 \pm 2ab + b^2 = 0$. Por ejemplo, $-4w + w^2 = -4$ queda:

$$w^2 - 4w + 4 = 0$$

2. Reescribo los términos segundo y tercero para que se parezcan aún más a la expresión anterior. Si es necesario, divido entre el coeficiente del primer término cuadrático. En mi ejemplo:

$$w^2 - 2(2)w + 2^2 = 0$$

3. Identifico entonces quiénes son a y b. En este caso:

$$a = w \text{ y } b = 2$$

4. Así, uso el hecho de que $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$, y en lugar de $\pm$ usaré el signo del término lineal de mi expresión.

Para mi ejemplo resulta:

$$w^2 - 2(2)w + 2^2 = (w - 2)^2$$

5. Como ordené los términos y quedó cero del otro lado de la igualdad, ahora tengo la ecuación:

$$(w - 2)^2 = 0$$

6. Y para resolverla solo es necesario reconocer que el binomio dentro de los paréntesis debe ser cero para que la igualdad se cumpla. Es decir,

$$w - 2 = 0$$

Así, en este caso: $w = 2$

Y esa es la solución de mi ecuación original.

04 Usa el procedimiento de la página anterior para completar las soluciones 💡.

$x^2 + 1 = 2x$

Ordeno los términos:

x^2 $\underline{-2x+1}$ $= 0$

Reescribo:

$\underline{x^2 - 2(1)x + 1^2}$ $= 0$

Identifico los elementos del binomio:

$a = \underline{x}$ y $b = \underline{1}$

Escribo el binomio:

$\underline{(x-1)^2}$ $= 0$

Resuelvo:

$\underline{x - 1 = 0}$

$x = 1$

$-49 = z(z + 14)$

Desarrollo y ordeno los términos en dos pasos:

$-49 = \underline{z^2 + 14z}$

$\underline{z^2 + 14z + 49}$ $= 0$

Reescribo:

$\underline{z^2 + 2(7)x + 7^2}$ $= 0$

Identifico el binomio:

$\underline{a = z}$ y $\underline{b = 7}$

Escribo el binomio:

$\underline{(z + 7)^2}$ $= 0$

Resuelvo:

$\underline{z + 7 = 0}$

$z = -7$

$y = \sqrt{10y - 25}$

Convierto y ordeno (en dos pasos):

$y^2 = \underline{10y - 25}$

$\underline{y^2 - 10y + 25 =}$ 0

Reescribo:

$\underline{y^2 - 2(5)y + 5^2 =}$ 0

Identifico el binomio:

$\underline{a = y}$ y $\underline{b = 5}$

Escribo el binomio:

$\underline{(y - 5)^2}$ $= 0$

Resuelvo:

$\underline{y - 5 = 0}$

$\underline{y = 5}$

¡PONLE CARA A LAS ECUACIONES!

AGENDA UNOi HACIA EL FUTURO

ENERGÍA

¿Se podrían usar ecuaciones cuadráticas para construir casas? Para **Specht Architects** se trata de la base fundamental de su nuevo diseño modular.

ZeroHouse define el futuro de las casas prefabricadas 🏠, gracias a su estructura por **módulos cuadrados, capaces de replicarse y crear una estructura de mayor volumen**, sin necesidad de una preparación para ensamblar más cuadrados. Además, lo que la distingue de otras estructuras es la posibilidad de instalarse en lugares remotos y ser autosustentable, pues **genera su propia energía con paneles solares ubicados en los módulos de la casa**, procesa sus propios desechos, recolecta y almacena agua de lluvia ♻️.

Sin embargo, aunque el diseño de la casa **resuelve problemas de construcción, y puede interconectarse a la red eléctrica**, los costos de producción aún son elevados para este prototipo de casa.

¿Cómo imaginas que sería el futuro con más diseños de casas o edificios de departamentos que aplicaran **formulaciones matemáticas para mejorarlos**?

¡Pon a prueba tu destreza matemática! Realiza lo que se indica. Anota en tu cuaderno las operaciones y procedimientos que necesites. Corrobora los resultados hasta que hayas terminado y anotado tus respuestas 😎.

01 Reduce las ecuaciones para que tomen la forma: $ax^2 + bx + c = 0$. Anota el inciso que les corresponde.

Ecuación	Inciso
$x(2x - 17) - x(x - 11) = 16$	(f)
$x = \dfrac{36}{x + 5}$	(b)
$5x(x - 2) = 33 + 4x(x + 1)$	(e)
$2x - 5 = \dfrac{-20}{x} + 4x$	(a)
$x = \sqrt{2(8 - 3x)}$	(h)
$x = \sqrt{3(4x - 12)}$	(g)

a) $-2x^2 - 5x + 20 = 0$

b) $x^2 + 5x - 36 = 0$

c) $x^2 - 5x - 7 = 0$

d) $x^2 - x + 4 = 0$

e) $x^2 - 14x - 33 = 0$

f) $x^2 - 6x - 16 = 0$

g) $x^2 - 12x + 36 = 0$

h) $x^2 + 6x - 16 = 0$

Respuestas correctas: R. L.

02 Encuentra a qué ecuación corresponden las soluciones, anotando el inciso en la tabla.

a) $x_1 = 20$, $x_2 = -16$

b) $x_1 = 3$, $x_2 = 2$

c) $x_1 = 3$, $x_2 = 3$

d) $x_1 = -\dfrac{1}{20}$, $x_2 = -\dfrac{1}{20}$

e) $x_1 = 14$, $x_2 = 1$

f) $x_1 = 14$, $x_2 = -12$

g) $x_1 = -26$, $x_2 = 14$

h) $x_1 = 1$, $x_2 = 1$

Ecuación	Inciso
$x^2 - 2x - 168 = 0$	(f)
$400x^2 + 40x + 1 = 0$	(d)
$x^2 + 12x - 364 = 0$	(g)
$x^2 - 2x + 1 = 0$	(h)
$\left(\frac{1}{2}\right)x^2 - \left(\frac{5}{2}\right)x + 3 = 0$	(b)
$x^2 - 6x + 9 = 0$	(c)

Respuestas correctas: R. L.

03 Resuelve las ecuaciones cuadráticas y señala sus soluciones en la columna de la derecha.

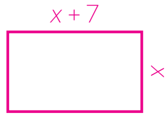
Ecuación	Soluciones
$\frac{x^2}{9} + 2x + 9 = 0$	$x_1 = -4$ $x_2 = 9$
$0.1x^2 - x + 2.5 = 0$	$x_1 = -9$ $x_2 = -9$
$x^2 - 5x - 36 = 0$	$x_1 = -\sqrt{2}$ $x_2 = -\sqrt{2}$
$0.25x^2 - 0.25x - 1.5 = 0$	$x_1 = 5$ $x_2 = 5$
$x^2 + 2\sqrt{2}x + 2 = 0$	$x_1 = -\frac{6}{25}$ $x_2 = -\frac{6}{25}$
$\frac{1}{25} + \frac{x}{3} + \frac{25}{36}x^2 = 0$	$x_1 = -2$ $x_2 = 3$

Respuestas correctas: R. L.

04 Escribe la ecuación que representa a cada situación, y encuentra sus soluciones. Apóyate con un bosquejo.

Descubre las medidas de un cuaderno de 368 cm², del que se sabe que uno de sus lados, el largo, mide 7 cm más que el otro.

$x(x + 7) = 368$
$x^2 + 7x - 368 = 0$
$(x + 23)(x - 16) = 0$
$x_1 = -23$
$x_2 = 16$

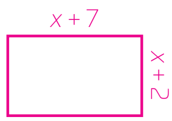


El ancho del papel es $x = 16$ cm y su largo $x + 7 = 23$ cm.

Respuestas correctas: R. L.

Encuentra las medidas de un trozo rectangular de madera de 36 cm², del que solo sabes que un lado mide cierto valor más 2 m. El otro lado mide ese valor más 7 m.

$(x + 7)(x + 2) = 36$
$x^2 + 9x - 22 = 0$
$(x + 11)(x - 2) = 0$
$x_1 = -11$
$x_2 = 2$



La tabla mide, de ancho $x + 2 = (2) + 2 = 4$ cm, y su largo es $x + 7 = (2) + 7 = 9$ cm.

Respuestas correctas: R. L.

› Cada respuesta correcta de las actividades 1 y 2 te dan un punto, la actividad 3 te da 2 puntos y las respuestas correctas de cada ejercicio de la actividad 4 te dan tres puntos, si tienes el procedimento completo.

Puntaje final: R. L.

› Compara tus puntos con dos compañeros cercanos. Si tienes más puntos que ellos, el reto es que revisen tus procedimientos para que verifiquen que los comprenden. ¡No dejes de ayudarles 🤝!

DO

Binomio al cuadrado tangible

ZONA MAKER

A pesar de que los objetos no demuestran un teorema, sí permiten ver con más claridad algunas propiedades o hechos relevantes de las matemáticas. En esta **Zona Maker** te proponemos utilizar una impresora 3D para imprimir la descomposición de un binomio al cuadrado en un trinomio cuadrado perfecto 😉.

01 Elige el binomio con el que trabajarás.

R. L.

02 Desarrolla tu binomio para obtener tres términos. Apóyate en el espacio procedimental para lograrlo.

R. L.

Vista satelital del cráter Acraman. Creado por un meteorito hace 590 millones de años.

03 Genera tus piezas en *Tinkercad* u otro *software*. Anota sus características y las de impresión que usaste.

R. L.

04 Escribe qué tan bien ensamblaron tus piezas y qué factores fueron los más importantes durante el proceso de diseño e impresión.

R. L.

APLICO

Reflexiona sobre las preguntas de la sección ANALIZO, ¿ya puedes contestarlas? Escribe tus respuestas, considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

R. L.

¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? ¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros! R. L.

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve de nuevo en tu cuaderno la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

R. L.

¡Regresa a la página 83 y soluciona las dudas que tenías en ese momento!