Matemáticas

Esfera de Exploración 7 – Semanas 25 y 26

Sesión 1

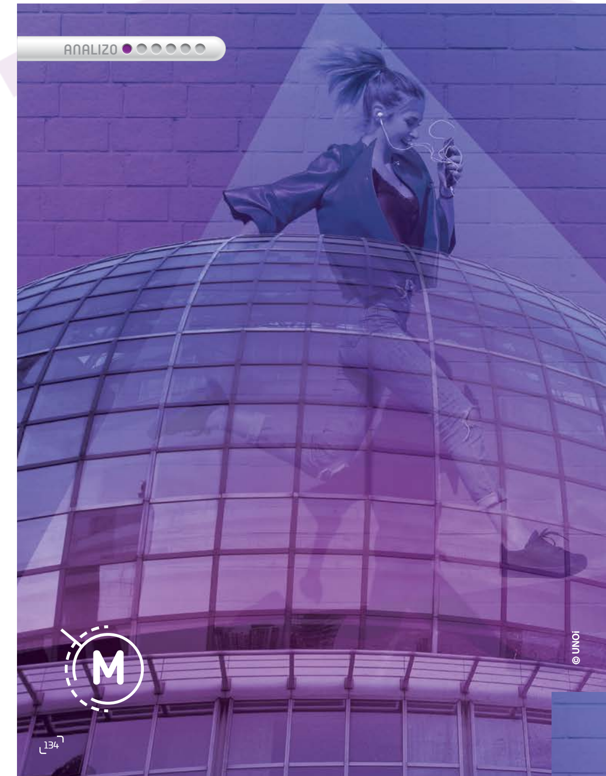
Propósito

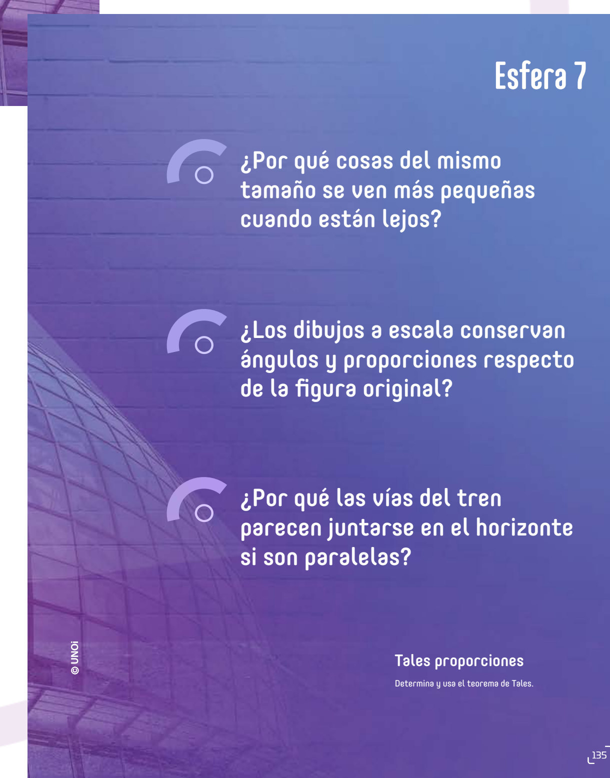
Los estudiantes recuperarán los conocimientos sobre rectas paralelas y secantes, así como de semejanza de triángulos; los cuales son elementos involucrados en el teorema de Tales. De este modo, se busca que conjuntado ambos conocimientos puedan trabajar de forma intuitiva con dicho teorema.

Tip 1. Destaque que la geometría permite representar fenómenos de la realidad, pues en muchas ocasiones el estudio de los temas geométricos se reduce a los aspectos aritméticos de los contenidos, esto puede limitar el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes Puede dar un ejemplo de la importancia de los modelos que proporciona la geometría a través de un video explicativo sobre el teorema de Tales https://esant.mx/ac_unoi/sumt3-049

Tip 2. Las preguntas de la sección **ANALIZO, página 135,** permitirán reflexionar sobre los aspectos geométricos vinculados con las escalas y el paralelismo. Destaque que en un dibujo a escala se conservan los ángulos y las proporciones entre lados, aunque las medidas absolutas cambien. Esto permite representar fielmente figuras reales en tamaño reducido o ampliado.

Tip 3. Invite a reflexionar sobre las vías del tren: aunque son paralelas, en un dibujo parecen juntarse en un punto de fuga. Este recurso de la perspectiva da sensación de profundidad.





Sesión 1

Tip 4. En el **ejercicio 1.1** de la sección **RECONOZCO**, **página 136**, asocie los conceptos de paralelismo y perpendicularidad con ejemplos concretos para facilitar su diferenciación. Por ejemplo, las paralelas con las vías del tren y las perpendiculares con los cruces de caminos, pida a los estudiantes que proporcionen más ejemplos.

Tip 5. Para el **ejercicio 1.2** de la sección **RECONOZCO**, **página 136**, mencione a los estudiantes los ángulos que se forman entre paralelas y una secante, pues esto les ayudará a enlazar el concepto de paralelismo con el teorema de Tales. Si los alumnos no recuerdan cuáles ángulos son iguales y cuáles complementarios o suplementarios, puede apoyarse en un recurso digital como GeoGebra: trace dos rectas paralelas y una secante, mida los ángulos y luego mueva las rectas. Analice con ellos qué ángulos permanecen iguales y cuáles resultan complementarios o suplementarios.

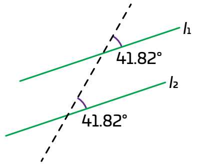
Tip 6. Para el **ejercicio 1.3** de la sección **RECONOZCO**, **página 136**, propicie un breve debate en torno a la última afirmación. Puede preguntar: ¿Por qué es posible esta afirmación si no se conocen las medidas de los segmentos que forman los triángulos? o ¿Existe otra manera de justificar la semejanza a partir de un criterio distinto? Utilice esta reflexión como enlace hacia el nuevo contenido de esta **Esfera de Exploración**, que permitirá establecer la semejanza en este tipo de casos.

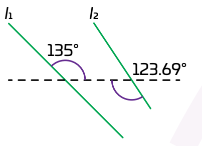
RECONOZCO

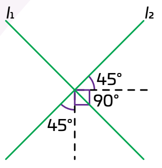
Comienza la Esfera de Exploración identificando qué actividades puedes responder con base en lo que ya sabes. No olvides resolverlas de nuevo en tu cuaderno al terminar. ¡Así descubrirás cuánto has avanzado!

01 **Lee, analiza y responde.**

1.1 Escribe si las rectas l_1 y l_2 son secantes, paralelas o perpendiculares, en cada caso. +1

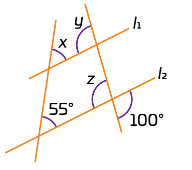






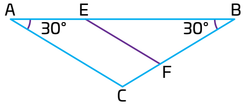
Paralelas | Secantes | Perpendiculares

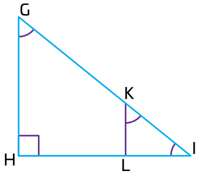
1.2 Calcula la medida de los ángulos x, y y z. Considera que l_1 y l_2 son paralelas. +2



R. M. El ángulo $z = 100°$ por ser opuestos por el vértice. Se tiene que el ángulo $x = 55°$ y $y = 100°$ por ser alternos internos.

1.3 Observa los siguientes triángulos y escribe **V** si el enunciado es verdadero, o **F** si el enunciado es falso. Considera que $\overline{AC} \parallel \overline{EF}$ y $\overline{GH} \parallel \overline{KL}$. +3





El ángulo ∡BEF mide lo mismo que el ángulo ∡BAC.	V
El ángulo ∡BFE mide lo mismo que el ángulo ∡BEF.	F
Por el criterio AA los triángulos ΔABC y ΔEBF son semejantes.	V
El ángulo ∡IGH mide lo mismo que el ángulo ∡KIL.	F
El ángulo ∡ILK mide 90 grados.	V
Los triángulos ΔIGH e ΔIKL son semejantes por el criterio LLL.	V

Matemáticas

Esfera de Exploración 7 – Semanas 25 y 26

Sesión 2

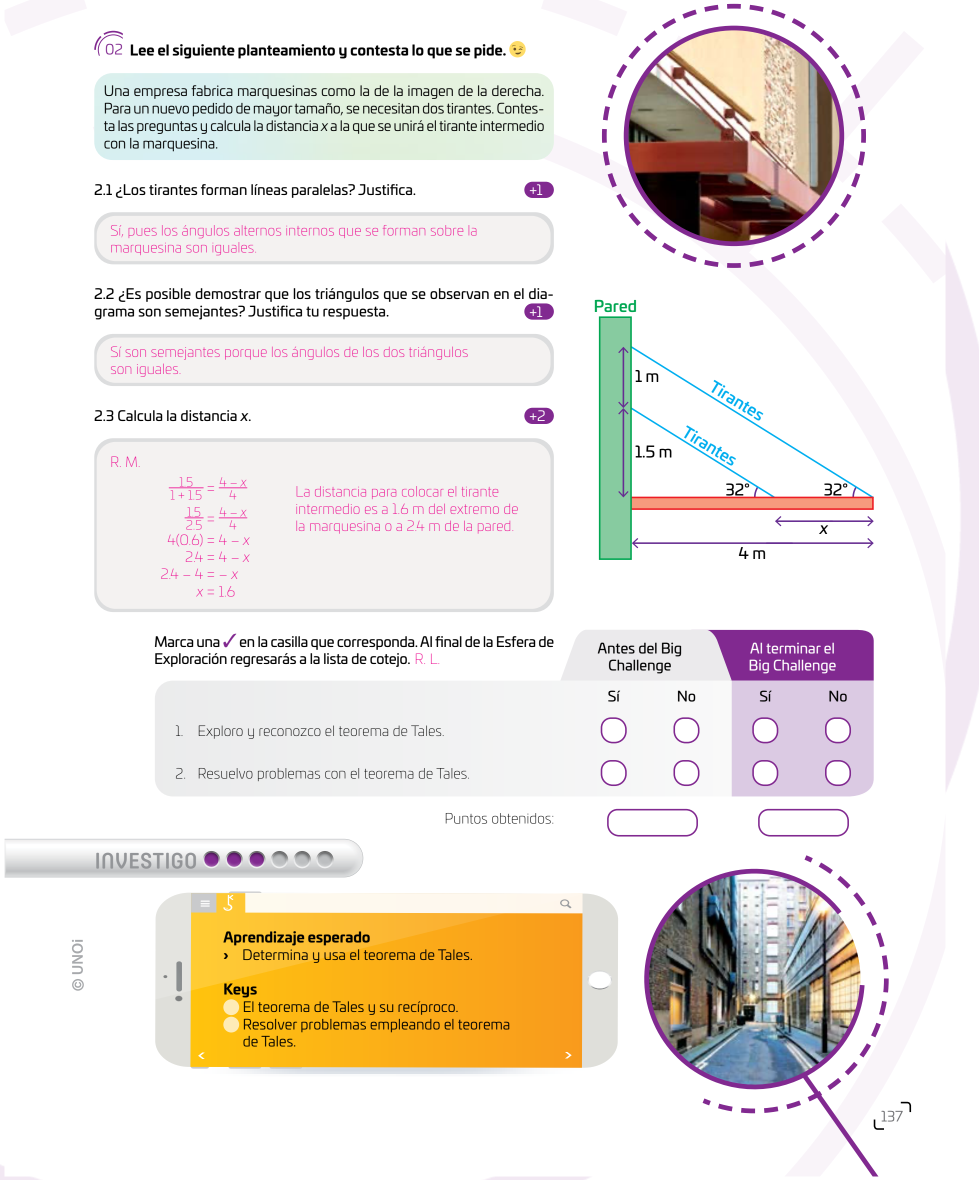
Propósito

Los estudiantes comprenderán las características del teorema de Tales para establecer segmentos proporcionales y de su recíproco para establecer condiciones de paralelismo entre segmentos y rectas, también aplicarán el teorema de Tales en problemas que pueden modelarse con triángulos con lados paralelos o líneas paralelas cortadas por secantes, y su recíproco para determinar paralelismo de segmentos o rectas.

Tip 1. En el recurso **Key Investigo**: *El teorema de Tales*, remarque que la meta es comprender el razonamiento de la demostración y no solo memorizarla. Si los estudiantes tienen dificultades, promueva la exploración intuitiva con GeoGebra: trace un triángulo, dibuje un segmento paralelo a uno de sus lados y calcule las razones. Destaque que estas se conservan aun al deformar el triángulo, siempre que el segmento sea paralelo. Esto permite afianzar la idea central del teorema.

Tip 2. Invite a los estudiantes a descubrir por sí mismos la proporcionalidad entre lados. En GeoGebra, construya un triángulo rectángulo de lados 10, 8 y 6, trace una recta paralela desde el punto medio de la hipotenusa hasta el punto medio de un cateto y plantee las razones. Pregunte si estas se cumplen en cualquier triángulo y deje que manipulen la figura. Al final, discuta colectivamente si la relación se mantiene y en qué condiciones.

Tip 3. Al finalizar el **Key Investigo**: El teorema de Tales y su recíproco, subraye que lo novedoso del teorema es establecer la proporcionalidad entre dos lados de un triángulo cuando son cortados por un segmento paralelo al tercero. Este punto es clave para diferenciar el teorema de Tales de otros resultados previos.



02 **Lee el siguiente planteamiento y contesta lo que se pide.**

Una empresa fabrica marquesinas como la de la imagen de la derecha. Para un nuevo pedido de mayor tamaño, se necesitan dos tirantes. Contesta las preguntas y calcula la distancia *x* a la que se unirá el tirante intermedio con la marquesina.

2.1 ¿Los tirantes forman líneas paralelas? Justifica. +1

Sí, pues los ángulos alternos internos que se forman sobre la marquesina son iguales.

2.2 ¿Es posible demostrar que los triángulos que se observan en el diagrama son semejantes? Justifica tu respuesta. +1

Sí son semejantes porque los ángulos de los dos triángulos son iguales.

2.3 Calcula la distancia *x*. +2

R. M.

$$\frac{1.5}{1+1.5} = \frac{4-x}{4}$$
$$\frac{1.5}{2.5} = \frac{4-x}{4}$$
$$4(0.6) = 4 - x$$
$$2.4 = 4 - x$$
$$2.4 - 4 = -x$$
$$x = 1.6$$

La distancia para colocar el tirante intermedio es a 1.6 m del extremo de la marquesina o a 2.4 m de la pared.

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a la lista de cotejo. R. L.

	Antes del Big Challenge		Al terminar el Big Challenge	
	Sí	No	Sí	No
1. Exploro y reconozco el teorema de Tales.	◯	◯	◯	◯
2. Resuelvo problemas con el teorema de Tales.	◯	◯	◯	◯
Puntos obtenidos:				

INVESTIGO

Aprendizaje esperado
› Determina y usa el teorema de Tales.

Keys
- El teorema de Tales y su recíproco.
- Resolver problemas empleando el teorema de Tales.

Sesión 2

Tip 4. Pida a los estudiantes que cada que resuelvan un problema que implique el uso del teorema de Tales deben argumentar por qué se cumplen las condiciones en cada caso; de esta forma evitarán aplicar la regla de manera mecánica y podrán justificar su uso con claridad.

Tip 5. Si durante la resolución los estudiantes se enfocan solo en el cálculo numérico, recuérdeles que el valor del teorema está en justificar la igualdad de razones. Puede pedirles que expliquen con sus propias palabras por qué los segmentos guardan esa proporción y no solo que muestren el resultado.

Tip 6. Cuando se introduzca el recíproco del teorema de Tales, proponga un ejemplo visual sencillo: dibuje un triángulo y marque puntos en dos lados de modo que se cumpla la igualdad de razones. Luego pregunte si la recta que une estos puntos es paralela al tercer lado. Esto facilita que comprendan la lógica del recíproco antes de formalizarlo.

Tip 7. Para reforzar lo aprendido, plantee un ejemplo donde no se pueda aplicar el teorema de Tales. Por ejemplo, trace un triángulo y dibuje dentro un segmento que no sea paralelo a ninguno de sus lados. Pida a los estudiantes que intenten establecer las razones como si fueran proporcionales. Después, invítelos a comparar los resultados y reflexionar por qué no se conserva la igualdad de razones. Este contraste les permitirá reconocer que el teorema solo funciona bajo condiciones específicas.

02 **Lee el siguiente planteamiento y contesta lo que se pide.**

Una empresa fabrica marquesinas como la de la imagen de la derecha. Para un nuevo pedido de mayor tamaño, se necesitan dos tirantes. Contesta las preguntas y calcula la distancia *x* a la que se unirá el tirante intermedio con la marquesina.

2.1 ¿Los tirantes forman líneas paralelas? Justifica. +1

Sí, pues los ángulos alternos internos que se forman sobre la marquesina son iguales.

2.2 ¿Es posible demostrar que los triángulos que se observan en el diagrama son semejantes? Justifica tu respuesta. +1

Sí son semejantes porque los ángulos de los dos triángulos son iguales.

2.3 Calcula la distancia *x*. +2

R. M.

$$\frac{1.5}{1+1.5} = \frac{4-x}{4}$$
$$\frac{1.5}{2.5} = \frac{4-x}{4}$$
$$4(0.6) = 4 - x$$
$$2.4 = 4 - x$$
$$2.4 - 4 = -x$$
$$x = 1.6$$

La distancia para colocar el tirante intermedio es a 1.6 m del extremo de la marquesina o a 2.4 m de la pared.

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a la lista de cotejo. R. L.

	Antes del Big Challenge		Al terminar el Big Challenge	
	Sí	No	Sí	No
1. Exploro y reconozco el teorema de Tales.	◯	◯	◯	◯
2. Resuelvo problemas con el teorema de Tales.	◯	◯	◯	◯
Puntos obtenidos:				

INVESTIGO

Aprendizaje esperado
› Determina y usa el teorema de Tales.

Keys
- El teorema de Tales y su recíproco.
- Resolver problemas empleando el teorema de Tales.

Sesión 3

Propósito
Los alumnos comprenderán los usos prácticos que tienen las propiedades trigonométricas y de semejanza de los triángulos a través de ejemplos concretos en su entorno cotidiano, así como ejemplos más específicos en las áreas de astronomía y tecnología. También explorarán una aplicación típica del teorema de Tales en la industria de la construcción y manufacturación de piezas mecatrónicas.

Tip 1. Antes de leer el texto propuesto en el **COMPRENDO**, **página 138**, puede preguntar a los alumnos si conocen cómo se construyen piezas u objetos a escala, o si conocen la forma en que se ha calculado la distancia al Sol y otras estrellas en el universo. En caso de una respuesta afirmativa, recalque la importancia de la trigonometría y sus teoremas en la vida cotidiana y científica. En caso de una respuesta negativa, comente al grupo que se utiliza una herramienta (la trigonometría) que ya han revisado anteriormente y que, como verán en la lectura, tiene aplicaciones interesantes.

Tip 2. Posterior a la lectura del texto, explíqueles que en la actualidad las tecnologías de geolocalización ya no utilizan como tal teoremas de trigonometría, sino otras herramientas matemáticas relacionadas con la geometría esférica de nuestro planeta. Así mismo, enfatice en la importancia que tiene para la ciencia y la tecnología el uso de las propiedades de semejanza y los teoremas asociados, como en el caso de la cartografía, donde se utilizan para mantener proporciones correctas al momento de reducir o ampliar mapas.

Tip 3. Como actividad de cierre, pregunte a los alumnos sus dudas sobre la medición de las distancias a otras estrellas y objetos astronómicos, en este punto mencione la importancia de conocer la distancia de la Tierra al Sol (como dato importante para el paralaje).


COMPRENDO

Seguramente has escuchado hablar en películas o series, de la palabra "triangulación", y habrás notado que la usan para referirse a la ubicación de algún lugar, persona u objeto. Esto está relacionado estrechamente con los triángulos y sus propiedades trigonométricas.

Los sistemas de localización antiguos utilizaban dos puntos de referencia (de los cuales se conoce su localización) para localizar un tercer punto en el mapa, que en este caso es tu posición o la de algún objeto, haciendo uso de las distancias entre ellos, con lo cual se forma un triángulo cuyos vértices son estos tres puntos.

El GPS es una herramienta muy útil que utiliza trigonometría y teoremas relacionados con los triángulos.

Para tener exactitud en la localización, se emplean propiedades trigonométricas para los ángulos y lados involucrados. Esta técnica, conocida como triangulación, se usa también en la ingeniería civil para obtener planos y medidas del suelo en una construcción.

El origen y estudio formal de la trigonometría se atribuye a la antigua Babilonia, Egipto y la India; estas civilizaciones desarrollaron (por separado) técnicas para medir ángulos y distancias. Precisamente, en la medición de distancias y alturas es muy común el uso de triángulos (es decir, de la trigonometría), por ejemplo, para conocer la altura de un edificio por comparación con la altura de una persona que se encuentra dentro de la sombra que proyecta la estructura sobre el suelo.

Si conocemos la distancia horizontal a la que se encuentra el final de la sombra del edificio y nos colocamos dentro de esta sombra (parados y de manera paralela al edificio), entonces podremos obtener una relación de proporcionalidad entre nuestra altura y la altura del edificio. Esto se logra gracias al teorema de Tales, mediante el cual podemos formar un triángulo semejante al que ya está formado por el edificio, la sombra proyectada sobre el suelo y la hipotenusa formada por los rayos de sol que dan lugar a la sombra. Esta semejanza, dada por el teorema, permite calcular algún lado desconocido en los triángulos (entre otras cosas).

El teorema de Tales y las propiedades geométricas de semejanza también permiten la construcción de herramientas y piezas mecánicas a escala, que pueden ser usados en la industria de la robótica y la nanotecnología.

Una de las aplicaciones fascinantes que tiene la trigonometría (y por supuesto los triángulos) es la medición de distancias a objetos astronómicos. Esta aplicación resulta fascinante porque la medición de distancias siempre ha sido un problema para los astrónomos, desde los primeros estudios formales en este campo de la ciencia hasta nuestros días modernos, con el acceso a telescopios espaciales como el James Webb. Esto se logra gracias a la luz que proviene de objetos como las galaxias, estrellas y nebulosas (nubes de gas caliente brillante). Este método de medición para distancias astronómicas se conoce con el nombre de "paralaje".

A
C
D
B

El paralaje es una herramienta muy útil para medir distancias a estrellas y otras galaxias usando trigonometría.

El paralaje astronómico se basa en obtener la distancia a una estrella cuando esta sufre un cambio aparente de posición al observarse desde distintos puntos de la órbita de la Tierra alrededor del Sol. Es necesario conocer la distancia de la Tierra al Sol (lo cual sí se sabe con bastante precisión), y observar la estrella (o el objeto del que se quiere saber su posición) en dos distintas épocas del año, cuando la Tierra está en distintas posiciones de su órbita alrededor del Sol. Con estos ingredientes, es posible medir el ángulo formado por las dos posiciones de la estrella con respecto a la Tierra, y a partir del mismo, medir la distancia a la que se encuentra. Este método ofrece mediciones con gran precisión de algunos objetos en la bóveda celeste.

Como puedes observar, la trigonometría y las propiedades de los triángulos son de suma importancia para diversos aspectos en nuestra sociedad y en la tecnología. Particularmente los criterios de semejanza son muy útiles para resolver problemas relacionados con el cálculo de medidas y distancias. ¿Qué otras aplicaciones se te ocurren?

Luis Martín Chavelas Astudillo

138

© UNOi


Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer, reflexiona y realiza lo siguiente. R. L.

Dibuja o pega recortes de objetos y herramientas de tu día a día que tengan geometría triangular, y que consideres que son útiles para ti o para resolver alguna problemática.

Responde las siguientes preguntas de acuerdo con lo que has aprendido en la lectura. Explica tus respuestas.

¿Conocías la aplicación de la trigonometría en el cálculo de distancias a objetos como las estrellas? ¿Qué piensas de esto?

R. L.

¿Qué conceptos matemáticos se mencionan en la lectura sobre la geometría de los triángulos?

R. M. Se mencionan la congruencia de triángulos, la semejanza de triángulos y el teorema de Tales para triángulos semejantes.

¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, escríbelo aquí y cuando termines la Esfera, regresa y dale solución.

R. L.

© UNOi

139

Matemáticas

Esfera de Exploración 7 – Semanas 25 y 26

Sesión 4

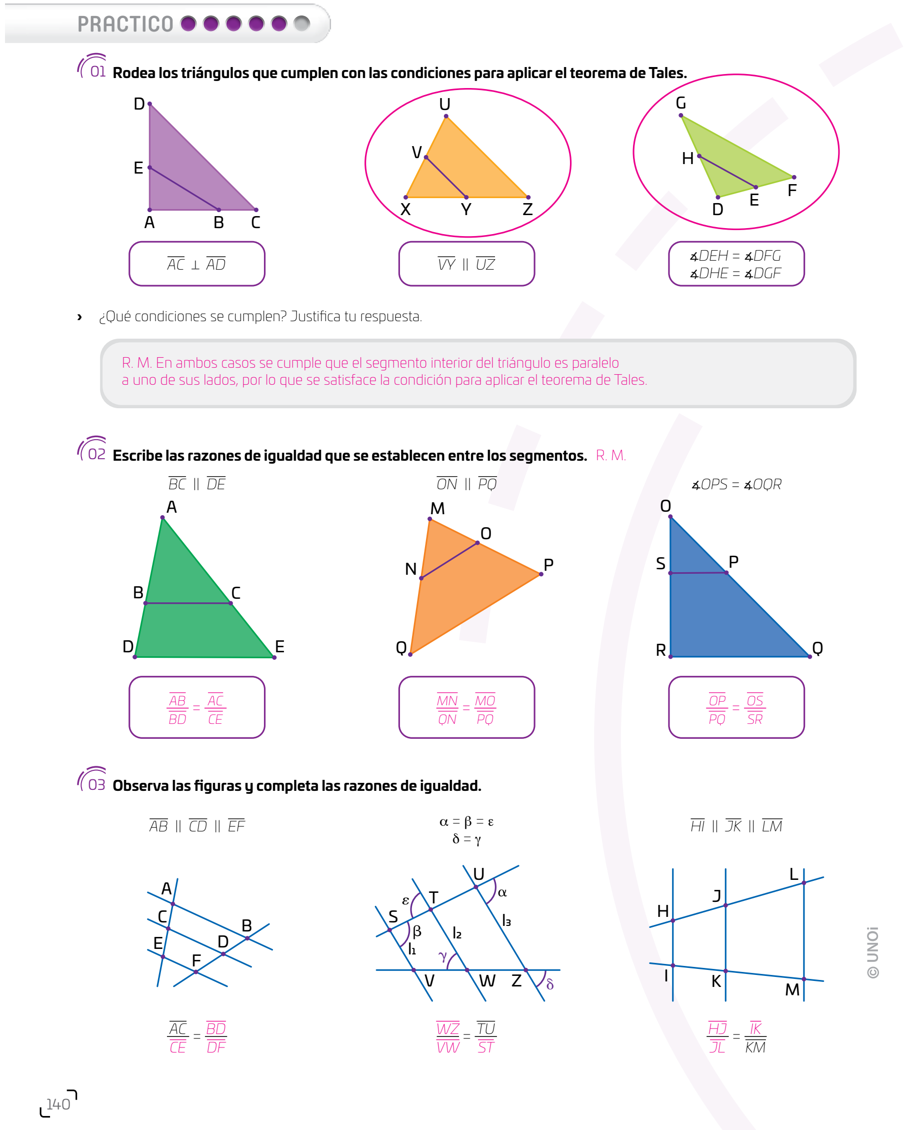
Propósito

Los alumnos reforzarán la comprensión del teorema de Tales y su recíproco a través de la aplicación directa en ejercicios que requieren del cálculo de la medida del lado de un triángulo o de un segmento, también determinarán si existe paralelismo entre segmentos o rectas.

Tip 1. Para el **ejercicio 01** de la sección **PRACTICO, página 140,** escriba en el pizarrón las condiciones que se deben de cumplir para el caso 1: Un triángulo y un segmento paralelo a uno de sus lados, si lo considera necesario solicite que se proporcionen ejemplos de triángulos que cumplan las condiciones dadas y con la herramienta de medición en GeoGebra muestre en qué casos si se verifica la igualdad de razones del teorema de Tales.

Tip 2. Antes de comenzar el **ejercicio 02, página 140** remarque la importancia de respetar la posición relativa de los segmentos (es decir, los lados homólogos) al establecer las razones de proporcionalidad, explique que de no hacerlo se puede llegar a igualdades incorrectas. Despues de finalizada la actividad pidales que cambien el orden de las razones y comprueben si se cumplen. Al llegar a un resultado erróneo reconocerán la importancia de respetar la posición relativa de los segmentos.

Tip 3. Para el **ejercicio 3** de la sección **PRACTICO, página 140**, escriba en el pizarrón las condiciones que se deben de cumplir para el caso 2: Tres paralelas que son cortadas por dos líneas transversales. Si lo considera necesario trace un ejemplo en GeoGebra de este caso y mida los segmentos correspondientes para que los alumnos puedan verificar visualmente las razones de proporcionalidad.


PRACTICO

01 Rodea los triángulos que cumplen con las condiciones para aplicar el teorema de Tales.

$\overline{AC} \perp \overline{AD}$ | $\overline{VY} \parallel \overline{UZ}$ | $\measuredangle DEH = \measuredangle DFG$, $\measuredangle DHE = \measuredangle DGF$

› ¿Qué condiciones se cumplen? Justifica tu respuesta.

R. M. En ambos casos se cumple que el segmento interior del triángulo es paralelo a uno de sus lados, por lo que se satisface la condición para aplicar el teorema de Tales.

02 Escribe las razones de igualdad que se establecen entre los segmentos. R. M.

$\overline{BC} \parallel \overline{DE}$: $\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CE}}$

$\overline{ON} \parallel \overline{PQ}$: $\frac{\overline{MN}}{\overline{QN}} = \frac{\overline{MO}}{\overline{PQ}}$

$\measuredangle OPS = \measuredangle OQR$: $\frac{\overline{OP}}{\overline{PQ}} = \frac{\overline{OS}}{\overline{SR}}$

03 Observa las figuras y completa las razones de igualdad.

$\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF}$: $\frac{\overline{AC}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{DF}}$

$\alpha = \beta = \varepsilon$, $\delta = \gamma$: $\frac{\overline{WZ}}{\overline{VW}} = \frac{\overline{TU}}{\overline{ST}}$

$\overline{HI} \parallel \overline{JK} \parallel \overline{LM}$: $\frac{\overline{HJ}}{\overline{JL}} = \frac{\overline{IK}}{\overline{KM}}$

Matemáticas

Esfera de Exploración 7 – Semanas 25 y 26

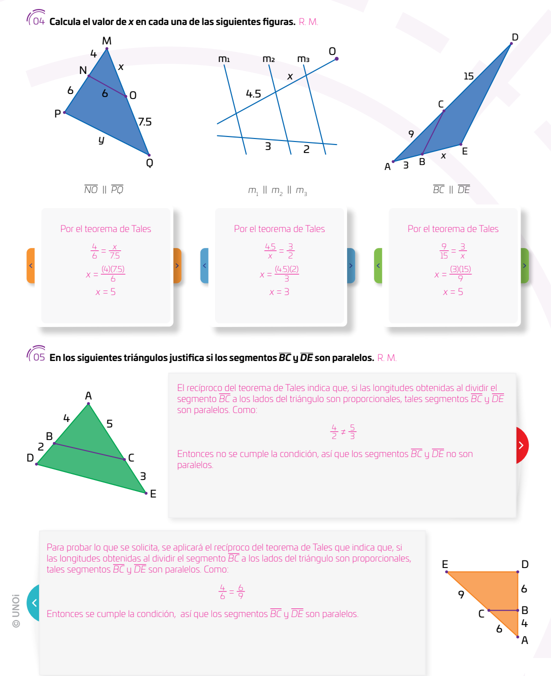
Sesión 4

Tip 4. Antes de comenzar con el **ejercicio 04** de la **página 141** pidales que analicen si es posible o no aplicar el teorema de Tales. Al usar su juego geométrico notarán que la recta $\overline{NO}$ de la primer figura no es totalmente paralela a $\overline{PQ}$, advierta que la figura fue planteada intencionalmente para generar contraste, aunque las medidas sí demuestran paralelismo. Invite a los estudiantes a comparar la apariencia con las mediciones y reflexionar por qué ocurre esta diferencia. Esto ayudará a enfatizar que en geometría no basta con lo que “se ve” en el dibujo, sino que es necesario argumentar y comprobar con base en propiedades y medidas.

Tip 5. Para el **ejercicio 05,** de la **página 141**, pida que dibujen triángulos con las medidas indicadas en cada caso. Luego, con el uso de escuadras, construyan la recta paralela al lado respectivo del triángulo, recalque nuevamente que en apariencia algunas rectas pueden parecer paralelas cuando en realidad no lo son. Pero para comprobar el paralelismo(cuando no se puede medir directamente) se cuenta con herramientas matemáticas como el teorema de Tales

Tip 7. Aunque en la actividad 6, se puede comprobar el paralelismo de las rectas con un juego geométrico, invite a los estudiantes a **justificar el paralelismo aplicando el recíproco del teorema de Tales**: que escriban las relaciones de proporcionalidad y luego comparen sus resultados. Adviértales pida intencionalmente a medio grupo invertir la razón, si esto ocasiona errores úselo como oportunidad de discusión.

Tip 8. En el primer inciso del ejercicio 7, algunos estudiantes pueden intentar dividir la **altura total de la casa de campaña entre su base**, y luego igualar esta relación con la del metro y el valor de *x*. La relación correcta surge de **restar un metro a la altura total** antes de establecer la proporcionalidad. Para evitar confusiones, pida a los estudiantes que **dibujen los dos triángulos por separado** y verifiquen la relación con el teorema de Tales.


04 **Calcula el valor de *x* en cada una de las siguientes figuras.** R. M.

$\overline{NO} \parallel \overline{PQ}$ — Por el teorema de Tales: $\frac{4}{6} = \frac{x}{7.5}$; $x = \frac{(4)(7.5)}{6}$; $x = 5$

$m_1 \parallel m_2 \parallel m_3$ — Por el teorema de Tales: $\frac{4.5}{x} = \frac{3}{2}$; $x = \frac{(4.5)(2)}{3}$; $x = 3$

$\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ — Por el teorema de Tales: $\frac{9}{15} = \frac{3}{x}$; $x = \frac{(3)(15)}{9}$; $x = 5$

05 **En los siguientes triángulos justifica si los segmentos $\overline{BC}$ y $\overline{DE}$ son paralelos.** R. M.

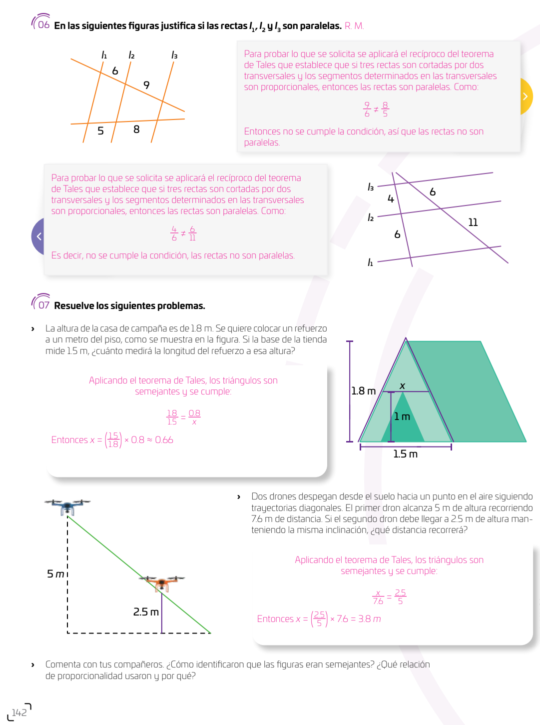
El recíproco del teorema de Tales indica que, si las longitudes obtenidas al dividir el segmento $\overline{BC}$ a los lados del triángulo son proporcionales, tales segmentos $\overline{BC}$ y $\overline{DE}$ son paralelos. Como: $\frac{4}{2} \neq \frac{5}{3}$

Entonces no se cumple la condición, así que los segmentos $\overline{BC}$ y $\overline{DE}$ no son paralelos.

Para probar lo que se solicita, se aplicará el recíproco del teorema de Tales que indica que, si las longitudes obtenidas al dividir el segmento $\overline{BC}$ a los lados del triángulo son proporcionales, tales segmentos $\overline{BC}$ y $\overline{DE}$ son paralelos. Como: $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$

Entonces se cumple la condición, así que los segmentos $\overline{BC}$ y $\overline{DE}$ son paralelos.

© UNOi


06 **En las siguientes figuras justifica si las rectas l_1, l_2 y l_3 son paralelas.** R. M.

Para probar lo que se solicita se aplicará el recíproco del teorema de Tales que establece que si tres rectas son cortadas por dos transversales y los segmentos determinados en las transversales son proporcionales, entonces las rectas son paralelas. Como: $\frac{9}{6} \neq \frac{8}{5}$

Entonces no se cumple la condición, así que las rectas no son paralelas.

Para probar lo que se solicita se aplicará el recíproco del teorema de Tales que establece que si tres rectas son cortadas por dos transversales y los segmentos determinados en las transversales son proporcionales, entonces las rectas son paralelas. Como: $\frac{4}{6} \neq \frac{6}{11}$

Es decir, no se cumple la condición, las rectas no son paralelas.

07 **Resuelve los siguientes problemas.**

- La altura de la casa de campaña es de 1.8 m. Se quiere colocar un refuerzo a un metro del piso, como se muestra en la figura. Si la base de la tienda mide 1.5 m, ¿cuánto medirá la longitud del refuerzo a esa altura?

Aplicando el teorema de Tales, los triángulos son semejantes y se cumple: $\frac{1.8}{1.5} = \frac{0.8}{x}$

Entonces $x = \left(\frac{1.5}{1.8}\right) \times 0.8 \approx 0.66$

- Dos drones despegan desde el suelo hacia un punto en el aire siguiendo trayectorias diagonales. El primer dron alcanza 5 m de altura recorriendo 7.6 m de distancia. Si el segundo dron debe llegar a 2.5 m de altura manteniendo la misma inclinación, ¿qué distancia recorrerá?

Aplicando el teorema de Tales, los triángulos son semejantes y se cumple: $\frac{x}{7.6} = \frac{2.5}{5}$

Entonces $x = \left(\frac{2.5}{5}\right) \times 7.6 = 3.8\ m$

- Comenta con tus compañeros. ¿Cómo identificaron que las figuras eran semejantes? ¿Qué relación de proporcionalidad usaron y por qué?

142

© UNOi

Sesión 5

Propósito
En esta sesión se emplearan el teorema de Tales y su recíproco en problemas que puedes ser presentados por medio de triángulos con segmentos paralelos a uno de sus lados o por rectas paralelas cortadas por secantes, así como para determinar la condición de paralelismos de tales segmentos o rectas.

Tip 1. Aproveche la sección de **Espacio procedimental**, para recordar a los estudiantesanalizar si sus resultados tienen sentido en el contexto del problema. Un error común al aplicar el teorema de Tales es obtener distancias que no corresponden con la figura, por ejemplo, un segmento más largo que el lado completo al que pertenece o una medida negativa en un contexto geométrico. Este tipo de revisión ayuda a que los alumnos detecten sus propios errores y se vuelvan más autónomos, sin depender únicamente de la validación del docente o de sus compañeros.

Tip 2. Para el **ejercicio 09** de la **página 144,** una manera de reforzar el procedimiento para trisecar un segmento, es hacer uso de Geogebra. Divida al grupo en dos equipos y que cada uno trabaje con una longitud distinta, con base en esto los alumnos responderán la pregunta que se plantea al final de la actividad.

Tip 3. Para contribuir con el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes, cuestiónelos acerca de si el procedimiento del **ejercicio 09** en la **página 144**, podría emplearse para dividir un segmento en cuatro, cinco o más partes iguales. Puede consultar ejemplos de este tipo en el material: https://esant.mx/ac_unoi/sumt3-051

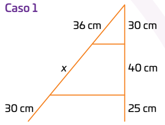
Espacio procedimental

¿Cómo se pueden resolver problemas que implican el uso del teorema de Tales para calcular valores desconocidos?

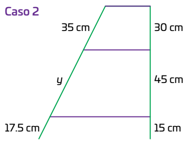
1. Identifico si el problema implica calcular una medida desconocida y analizo si es posible representar la situación planteada mediante un triángulo y un segmento paralelo a uno de sus lados (caso 1 del teorema de Tales) o por al menos tres líneas paralelas que son cortadas por dos líneas transversales (caso 2 del teorema de Tales).

Por ejemplo, se construyen dos modelos de repisas como las de las imágenes de la derecha, cuyas baldas (tablas horizontales) son paralelas entre sí.

Caso 1



Caso 2



2. **Planteo** las relaciones entre los segmentos proporcionales que establece el teorema de Tales, incluyendo la medida desconocida a calcular.

Para el caso 1, se tiene:

$$\frac{36}{x} = \frac{30}{40}$$

Para el caso 2, se tiene:

$$\frac{35}{y} = \frac{30}{45}$$

3. Realizo los cálculos establecidos en las razones planteadas.

Para el caso 1, se tiene:

$$x = \frac{(36)(40)}{30} \qquad x = 48$$

Para el caso 2, se tiene:

$$y = \frac{(35)(45)}{30} \qquad y = 52.5$$

4. Interpreto los resultados en términos del problema.

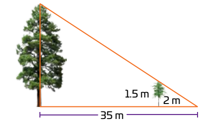
El valor de x en el ejemplo del caso 1 es 48 cm
El valor de y en el ejemplo del caso 2 es 52.5 cm

OBSERVACIÓN IMPORTANTE

En el caso 1 del teorema de Tales, cuando se tienen dos triángulos, se puede verificar que, por tener dos lados paralelos, tales triángulos tienen ángulos con igual medida. Por tanto, los triángulos son semejantes. Esto permite vincular el caso 1 del teorema de Tales con el trabajo de semejanza de triángulos estudiado en temas anteriores.

08 **Lee con atención cada problema y resuelve.** R. M.

› Noé quiere conocer la altura de un árbol. Para ello, compara su sombra con la de un árbol pequeño de 1.5 m, que proyecta una sombra de 2 m. En ese mismo momento, la sombra del árbol grande mide 35 m. ¿Cuál es su altura?



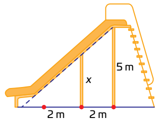
Como ambos árboles son perpendiculares al piso, son paralelos entre sí, cumpliendo las condiciones para aplicar el teorema de Tales. Si x es la altura del árbol mayor

$$\frac{1.5}{2} = \frac{x}{35}$$

$$x = \frac{(1.5)(35)}{2} = \frac{52.5}{2}$$

$$x = 26.25 \text{ m}$$

› Se quiere construir una resbaladilla como la de la imagen. Para reforzarla, se colocará un tubo intermedio según las medidas que se indican. ¿Cuál será la medida del tubo?



Considerando que los tubos son perpendiculares al piso, entonces son paralelos entre sí, cumpliendo las condiciones para aplicar el teorema de Tales, porque los dos triángulos que se observan son semejantes. Por tanto,

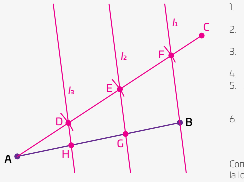
$$\frac{2}{x} = \frac{2+2}{5}$$

$$x = \frac{(2)(5)}{4}$$

$$x = 2.5$$

El tubo medirá 2.25 m.

09 **Sigue los pasos para trisecar un segmento y observa la construcción geométrica.** R. M.



1. Se tiene el segmento $\overline{AB}$ que se va a dividir en tres partes iguales (trisectar)
2. A partir del punto A se traza un segmento $\overline{AC}$ de longitud mayor que el segmento $\overline{AB}$.
3. Con el compás se hacen tres marcas de igual longitud (los puntos D, E y F) sobre el segmento $\overline{AC}$. Así $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EF}$.
4. Se traza una recta l_1 uniendo los puntos F y B.
5. Ahora se traza una recta paralela a l_1 que pase por el punto E, llamémosla l_2. Sea G el punto de corte de la recta l_2 con el segmento $\overline{AB}$.
6. Por último, se traza una recta paralela a l_1 y l_2 que pase por el punto D, llamémosla l_3. Esta recta corta al segmento $\overline{AB}$ en el punto H.

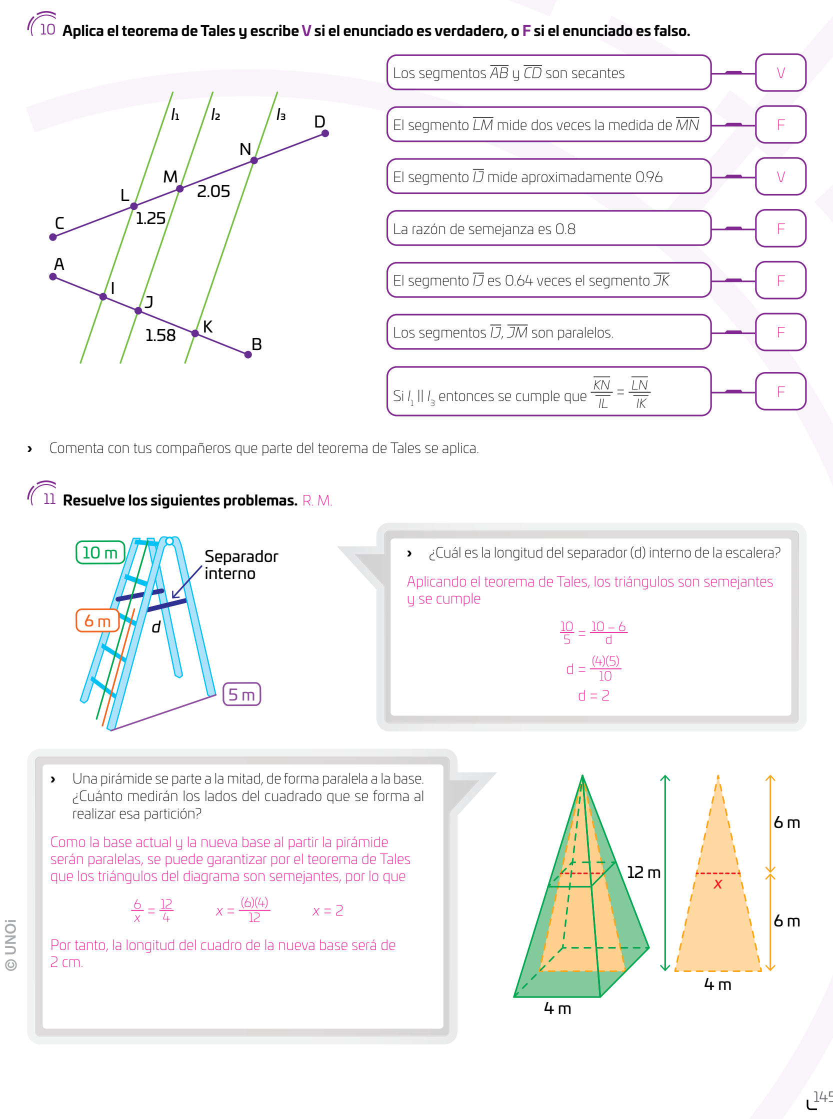
Comenta con tus compañeros: ¿el método funciona sin importar la longitud del segmento?

Sesión 5

Tip 4. Puede asociar el concepto de razón de semejanza con la idea de escala de ampliación o reducción si los alumnos tienen dudas con el **ejercicio 10** de la **página 145** . Explique que se pueden tener dos razones de semejanza, una que amplia y otra que reduce. Esto según qué valor se pone como numerador y qué valor como denominador al construir la razón.

Tip 5. En la **actividad 11**, el ejercicio contextualizado de la escalera, donde se pide calcular un soporte horizontal entre dos diagonales, sugiera a los estudiantes resolverlo de dos maneras: primero aplicando el teorema de Tales y luego verificando el resultado con el reciproco (o viceversa). Ambas rutas deben conducir al mismo resultado, lo cual refuerza la comprensión de que las condiciones de semejanza aseguran la validez de las proporciones.

Tip 6. El diagrama del segundo ejercicio de la **actividad 11** de la **página 145,** relacionado con la pirámide**,** contiene muchos elementos que corresponden con la contextualización del problema. En este sentido, puede ser complejo de entender para los estudiantes. Reflexione con ellos cuál sería la forma de la sección resultante al cortar la pirámide por la mitad, pasando por su vértice y de forma perpendicular a la base. Luego reflexione con ellos, por qué la base de ese triángulo tiene la misma longitud que los lados de la base la pirámide original.



10 **Aplica el teorema de Tales y escribe V si el enunciado es verdadero, o F si el enunciado es falso.**

Los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son secantes	V
El segmento $\overline{LM}$ mide dos veces la medida de $\overline{MN}$	F
El segmento $\overline{IJ}$ mide aproximadamente 0.96	V
La razón de semejanza es 0.8	F
El segmento $\overline{IJ}$ es 0.64 veces el segmento $\overline{JK}$	F
Los segmentos $\overline{IJ}$, $\overline{JM}$ son paralelos.	F
Si $l_1 \parallel l_3$ entonces se cumple que $\frac{\overline{KN}}{\overline{IL}} = \frac{\overline{LN}}{\overline{IK}}$	F

› Comenta con tus compañeros que parte del teorema de Tales se aplica.

11 **Resuelve los siguientes problemas.** R. M.

› ¿Cuál es la longitud del separador (d) interno de la escalera?

Aplicando el teorema de Tales, los triángulos son semejantes y se cumple

$$\frac{10}{5} = \frac{10-6}{d}$$

$$d = \frac{(4)(5)}{10}$$

$$d = 2$$

› Una pirámide se parte a la mitad, de forma paralela a la base. ¿Cuánto medirán los lados del cuadrado que se forma al realizar esa partición?

Como la base actual y la nueva base al partir la pirámide serán paralelas, se puede garantizar por el teorema de Tales que los triángulos del diagrama son semejantes, por lo que

$\frac{6}{x} = \frac{12}{4}$ $\quad x = \frac{(6)(4)}{12}$ $\quad x = 2$

Por tanto, la longitud del cuadro de la nueva base será de 2 cm.

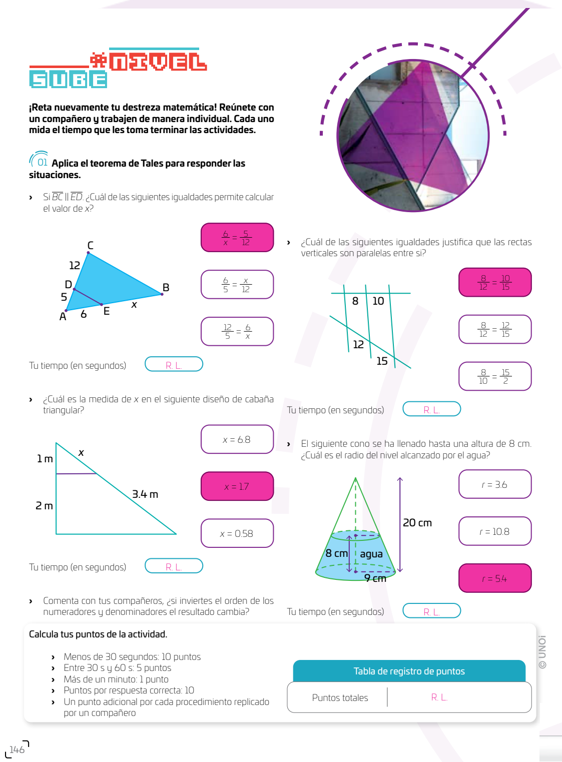
Sesión 6

Propósito
Los estudiantes demostrarán su comprensión y aprendizaje del teorema de Tales al aplicarlo en la solución de problemas, y del recíproco del teorema a través de la sección **#Subenivel**, también reflexionarán sobre su actuar en la sección **RECONOZCO**.

Tip 1. En la sección **#Subenivel**, recuerde a los estudiantes que lo primero es identificar el paralelismo y las relaciones de proporcionalidad en la figura. No importa el orden en que se apliquen, pero sí es fundamental atender a la posición relativa de las distancias entre sí. Estos ejercicios son contrarreloj: no requieren desarrollos largos, sino reconocer la condición clave que permite aplicar el teorema de Tales de forma directa y resolver en segundos.

Tip 2. Para la actividad del cono que se llena con agua de la **sección #Subenivel**, sugiera a los estudiantes que remarquen con su lápiz o bolígrafo el triángulo que modela el llenado de agua con el fin de que sea capaz de reconocer la medida de los segmentos de los cuales no tiene información directa.

Tip 3. En la **sección APLICO, página 147,** al analizar de nuevo la actividad 02 de la **sección RECONOZCO, página 137**, solicíteles que analicen y justifiquen por qué podrían aplicar en su resolución al teorema de Tales. Pida también que planteen la razones entre los segmentos que establece el teorema.



Matemáticas

Esfera de Exploración 7 – Semanas 25 y 26

Sesión 7

Propósito

Los alumnos aplicarán los conocimientos aprendidos en la solución de la sección Práctico más de los Keys, así como en los problemas del material imprimible.

Tip 1. Para tener una valoración adecuada sobre el aprendizaje del teorema de Tales y su recíproco, al resolver la sesión **Practico más** de cada uno de los **Keys,** solicite a los estudiantes que justifiquen si se cumplen las condiciones para la aplicación del teorema de Tales y describan cuáles son esas condiciones. La importancia es que no solo se haga una aplicación de los procedimientos estudiados sin una comprensión del porqué se pueden aplicar estos. Esto ayudará al desarrollo de la habilidad de resolución de problemas en los estudiantes.

Tip 2. Para finalizar la esfera 7, solicite a los alumnos que realicen el imprimible **Maths Mastery T2_8**, los ejercicios planteados permitirán ejercitar aún más el tema aprendido a los largo de la **Esfera de Exploración.**

APLICO

Reflexiona sobre las preguntas de la sección ANALIZO. ¿Ya puedes contestarlas? Escribe una respuesta. Considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

R. L.

¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? ¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros!

R. L.

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve nuevamente la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

¡Regresa a la página 139 y soluciona las dudas que tenías en ese momento!