
M

Esfera 7

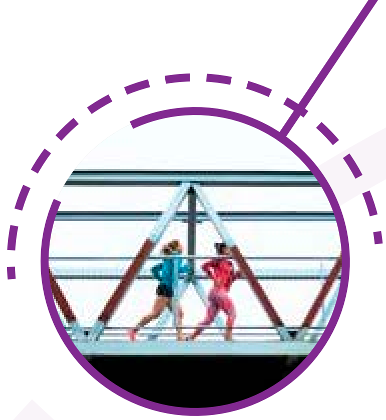
¿Por qué cosas del mismo tamaño se ven más pequeñas cuando están lejos?

¿Los dibujos a escala conservan ángulos y proporciones respecto de la figura original

¿Por qué las vías del tren parecen juntarse en el horizonte si son paralelas?

Tales proporciones

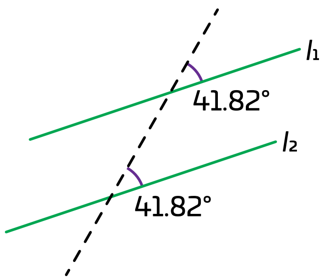
Determina y usa el teorema de Tales.

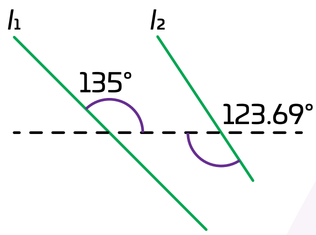


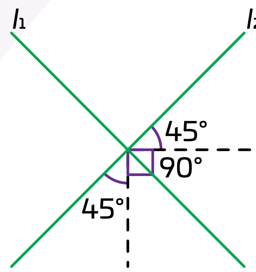
Comienza la Esfera de Exploración identificando qué actividades puedes responder con base en lo que ya sabes. No olvides resolverlas de nuevo en tu cuaderno al terminar. ¡Así descubrirás cuánto has avanzado!

01 **Lee, analiza y responde.**

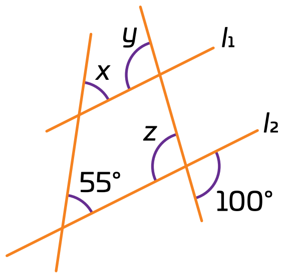
1.1 Escribe si las rectas l_1 y l_2 son secantes, paralelas o perpendiculares, en cada caso. +1



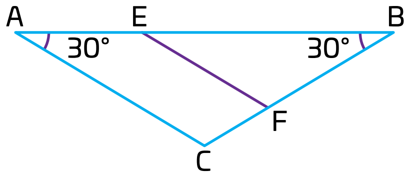


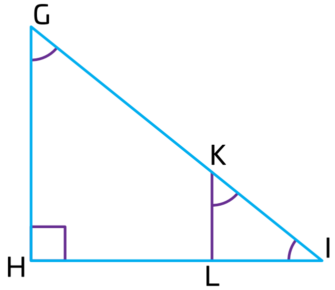


1.2 Calcula la medida de los ángulos x, y y z. Considera que l_1 y l_2 son paralelas. +2



1.3 Observa los siguientes triángulos y escribe **V** si el enunciado es verdadero, o **F** si el enunciado es falso. Considera que $\overline{AC} \parallel \overline{EF}$ y $\overline{GH} \parallel \overline{KL}$. +3





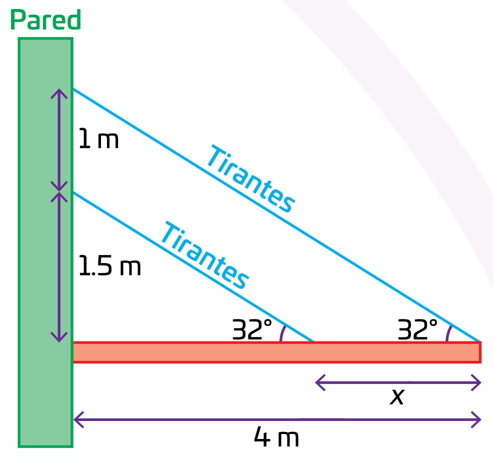
- El ángulo $\measuredangle BEF$ mide lo mismo que el ángulo $\measuredangle BAC$.
- El ángulo $\measuredangle BFE$ mide lo mismo que el ángulo $\measuredangle BEF$.
- Por el criterio AA los triángulos ΔABC y ΔEBF son semejantes.
- El ángulo $\measuredangle IGH$ mide lo mismo que el ángulo $\measuredangle KIL$.
- El ángulo $\measuredangle ILK$ mide 90 grados.
- Los triángulos ΔIGH e ΔIKL son semejantes por el criterio LLL.

02 Lee el siguiente planteamiento y contesta lo que se pide.

Una empresa fabrica marquesinas como la de la imagen de la derecha. Para un nuevo pedido de mayor tamaño, se necesitan dos tirantes. Contesta las preguntas y calcula la distancia *x* a la que se unirá el tirante intermedio con la marquesina.

2.1 ¿Los tirantes forman líneas paralelas? Justifica. +1

2.2 ¿Es posible demostrar que los triángulos que se observan en el diagrama son semejantes? Justifica tu respuesta. +1



2.3 Calcula la distancia *x*. +2

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a la lista de cotejo.

	Antes del Big Challenge		Al terminar el Big Challenge	
	Sí	No	Sí	No
1. Exploro y reconozco el teorema de Tales.				
2. Resuelvo problemas con el teorema de Tales.				
Puntos obtenidos:				

INVESTIGO

Aprendizaje esperado

› Determina y usa el teorema de Tales.

Keys

- El teorema de Tales y su recíproco.
- Resolver problemas empleando el teorema de Tales.

Dibujo

Seguramente has escuchado hablar en películas o series 🍿, de la palabra "triangulación", y habrás notado que la usan para referirse a la ubicación de algún lugar, persona u objeto. Esto está relacionado estrechamente con los triángulos y sus propiedades trigonométricas.


El GPS es una herramienta muy útil que utiliza trigonometría y teoremas relacionados con los triángulos.

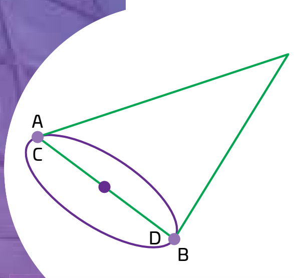
Los sistemas de localización antiguos utilizaban dos puntos de referencia (de los cuales se conoce su localización) para localizar un tercer punto en el mapa, que en este caso es tu posición o la de algún objeto, haciendo uso de las distancias entre ellos, con lo cual se forma un triángulo cuyos vértices son estos tres puntos.

Para tener exactitud en la localización, se emplean propiedades trigonométricas para los ángulos y lados involucrados. Esta técnica, conocida como triangulación, se usa también en la ingeniería civil para obtener planos y medidas del suelo en una construcción.

El origen y estudio formal de la trigonometría se atribuye a la antigua Babilonia, Egipto y la India 👳; estas civilizaciones desarrollaron (por separado) técnicas para medir ángulos y distancias. Precisamente, en la medición de distancias y alturas es muy común el uso de triángulos (es decir, de la trigonometría), por ejemplo, para conocer la altura de un edificio por comparación con la altura de una persona que se encuentra dentro de la sombra que proyecta la estructura sobre el suelo.

Si conocemos la distancia horizontal a la que se encuentra el final de la sombra del edificio 🏢 y nos colocamos dentro de esta sombra (parados y de manera paralela al edificio), entonces podremos obtener una relación de proporcionalidad entre nuestra altura y la altura del edificio. Esto se logra gracias al teorema de Tales, mediante el cual podemos formar un triángulo semejante al que ya está formado por el edificio, la sombra proyectada sobre el suelo y la hipotenusa formada por los rayos de sol que dan lugar a la sombra. Esta semejanza, dada por el teorema, permite calcular algún lado desconocido en los triángulos (entre otras cosas).

El teorema de Tales y las propiedades geométricas de semejanza también permiten la construcción de herramientas y piezas mecánicas a escala, que pueden ser usados en la industria de la robótica 🤖 y la nanotecnología.



El paralaje es una herramienta muy útil para medir distancias a estrellas y otras galaxias usando trigonometría.

Una de las aplicaciones fascinantes que tiene la trigonometría (y por supuesto los triángulos) es la medición de distancias a objetos astronómicos. Esta aplicación resulta fascinante porque la medición de distancias siempre ha sido un problema para los astrónomos, desde los primeros estudios formales en este campo de la ciencia hasta nuestros días modernos, con el acceso a telescopios espaciales como el James Webb 🔭. Esto se logra gracias a la luz que proviene de objetos como las galaxias, estrellas y nebulosas (nubes de gas caliente brillante). Este método de medición para distancias astronómicas se conoce con el nombre de "paralaje".

El paralaje astronómico se basa en obtener la distancia a una estrella cuando esta sufre un cambio aparente de posición al observarse desde distintos puntos de la órbita de la Tierra 🌎 alrededor del Sol. Es necesario conocer la distancia de la Tierra al Sol (lo cual sí se sabe con bastante precisión), y observar la estrella (o el objeto del que se quiere saber su posición) en dos distintas épocas del año, cuando la Tierra está en distintas posiciones de su órbita alrededor del Sol. Con estos ingredientes, es posible medir el ángulo formado por las dos posiciones de la estrella con respecto a la Tierra, y a partir del mismo, medir la distancia a la que se encuentra. Este método ofrece mediciones con gran precisión de algunos objetos en la bóveda celeste.

Como puedes observar, la trigonometría y las propiedades de los triángulos son de suma importancia para diversos aspectos en nuestra sociedad y en la tecnología. Particularmente los criterios de semejanza son muy útiles para resolver problemas relacionados con el cálculo de medidas y distancias. ¿Qué otras aplicaciones se te ocurren?

Luis Martín Chavelas Astudillo

Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer, reflexiona y realiza lo siguiente.

Dibuja o pega recortes de objetos y herramientas de tu día a día que tengan geometría triangular, y que consideres que son útiles para ti o para resolver alguna problemática.

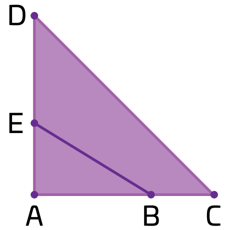
Responde las siguientes preguntas de acuerdo con lo que has aprendido en la lectura. Explica tus respuestas.

¿Conocías la aplicación de la trigonometría en el cálculo de distancias a objetos como las estrellas? ¿Qué piensas de esto?

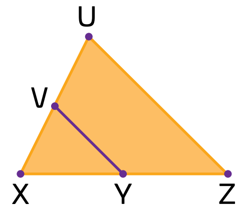
¿Qué conceptos matemáticos se mencionan en la lectura sobre la geometría de los triángulos?

¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, escríbelo aquí y cuando termines la Esfera, regresa y dale solución.

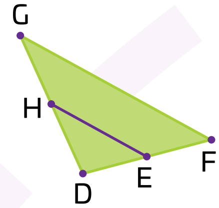
01 **Rodea los triángulos que cumplen con las condiciones para aplicar el teorema de Tales.**



$\overline{AC} \perp \overline{AD}$



$\overline{VY} \parallel \overline{UZ}$

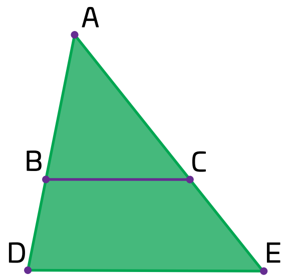


$\measuredangle DEH = \measuredangle DFG$
$\measuredangle DHE = \measuredangle DGF$

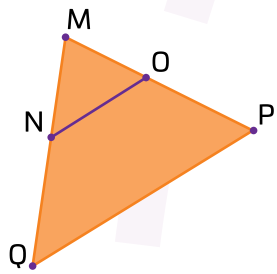
› ¿Qué condiciones se cumplen? Justifica tu respuesta.

02 **Escribe las razones de igualdad que se establecen entre los segmentos.**

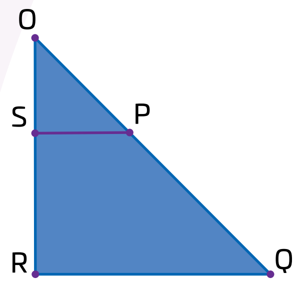
$\overline{BC} \parallel \overline{DE}$



$\overline{ON} \parallel \overline{PQ}$

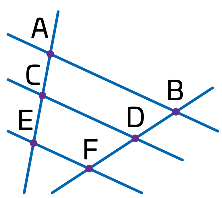


$\measuredangle OPS = \measuredangle OQR$



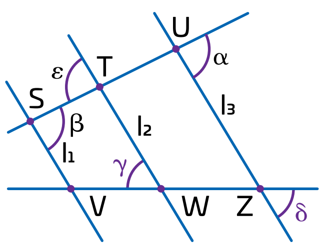
03 **Observa las figuras y completa las razones de igualdad.**

$\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF}$



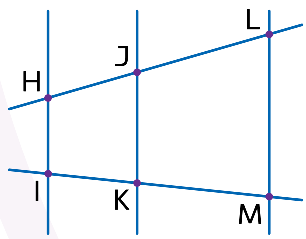
$\frac{\overline{AC}}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

$\alpha = \beta = \varepsilon$
$\delta = \gamma$



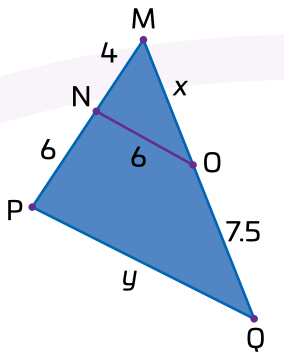
$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\overline{TU}}{\quad}$

$\overline{HI} \parallel \overline{JK} \parallel \overline{LM}$

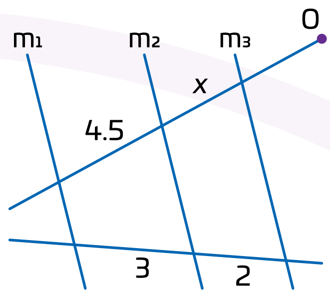


$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\overline{KM}}$

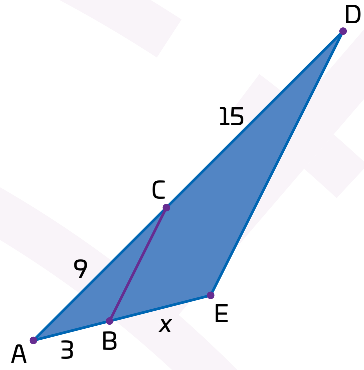
04 Calcula el valor de *x* en cada una de las siguientes figuras.



$\overline{NO} \parallel \overline{PQ}$

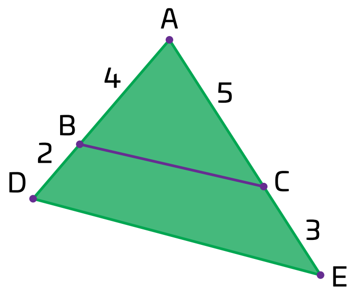


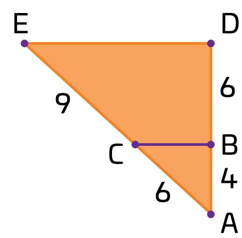
$m_1 \parallel m_2 \parallel m_3$



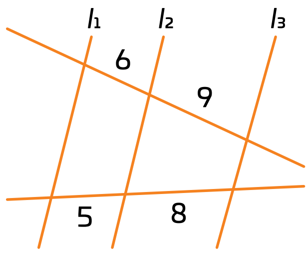
$\overline{BC} \parallel \overline{DE}$

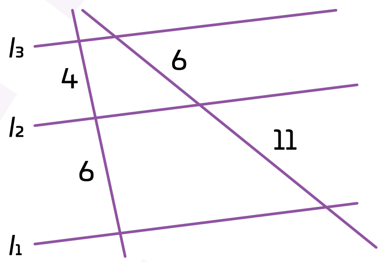
05 En los siguientes triángulos justifica si los segmentos $\overline{BC}$ y $\overline{DE}$ son paralelos.





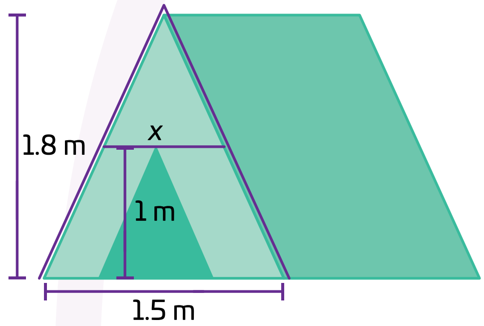
06 En las siguientes figuras justifica si las rectas l_1, l_2 y l_3 son paralelas.

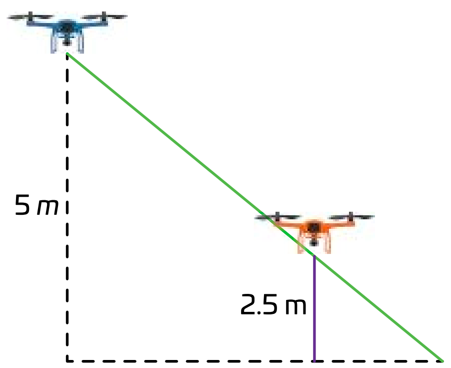




07 Resuelve los siguientes problemas.

› La altura de la casa de campaña es de 1.8 m. Se quiere colocar un refuerzo a un metro del piso, como se muestra en la figura. Si la base de la tienda mide 1.5 m, ¿cuánto medirá la longitud del refuerzo a esa altura?





› Dos drones despegan desde el suelo hacia un punto en el aire siguiendo trayectorias diagonales. El primer dron alcanza 5 m de altura recorriendo 7.6 m de distancia. Si el segundo dron debe llegar a 2.5 m de altura manteniendo la misma inclinación, ¿qué distancia recorrerá?

› Comenta con tus compañeros. ¿Cómo identificaron que las figuras eran semejantes? ¿Qué relación de proporcionalidad usaron y por qué?

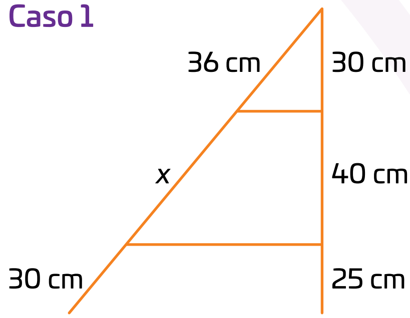
Espacio procedimental

¿Cómo se pueden resolver problemas que implican el uso del teorema de Tales para calcular valores desconocidos?

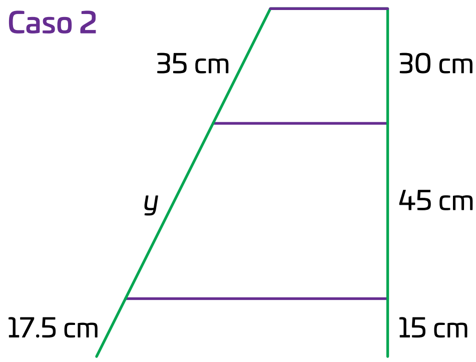
1. Identifico si el problema implica calcular una medida desconocida y analizo si es posible representar la situación planteada mediante un triángulo y un segmento paralelo a uno de sus lados (caso 1 del teorema de Tales) o por al menos tres líneas paralelas que son cortadas por dos líneas transversales (caso 2 del teorema de Tales).

Por ejemplo, se construyen dos modelos de repisas como las de las imágenes de la derecha, cuyas baldas (tablas horizontales) son paralelas entre sí.

Caso 1



Caso 2



2. **Planteo** las relaciones entre los segmentos proporcionales que establece el teorema de Tales, incluyendo la medida desconocida a calcular.

Para el caso 1, se tiene:

$$\frac{36}{x} = \frac{30}{40}$$

Para el caso 2, se tiene:

$$\frac{35}{y} = \frac{30}{45}$$

3. Realizo los cálculos establecidos en las razones planteadas.

Para el caso 1, se tiene:

$$x = \frac{(36)(40)}{30} \qquad x = 48$$

Para el caso 2, se tiene:

$$y = \frac{(35)(45)}{30} \qquad y = 52.5$$

4. Interpreto los resultados en términos del problema.

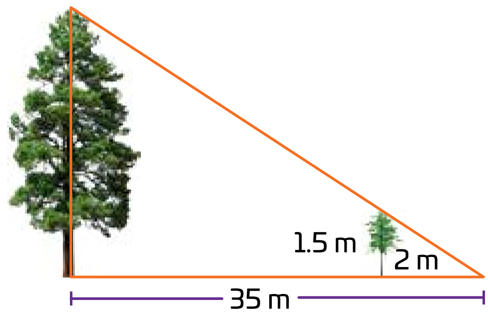
El valor de x en el ejemplo del caso 1 es 48 cm
El valor de y en el ejemplo del caso 2 es 52.5 cm

OBSERVACIÓN IMPORTANTE

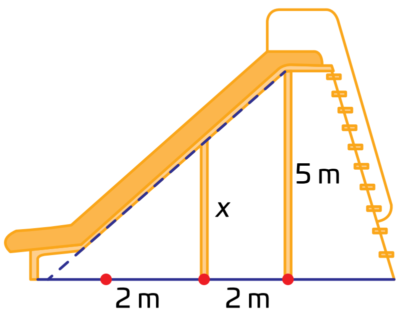
En el caso 1 del teorema de Tales, cuando se tienen dos triángulos, se puede verificar que, por tener dos lados paralelos, tales triángulos tienen ángulos con igual medida. Por tanto, los triángulos son semejantes. Esto permite vincular el caso 1 del teorema de Tales con el trabajo de semejanza de triángulos estudiado en temas anteriores.

08 Lee con atención cada problema y resuelve.

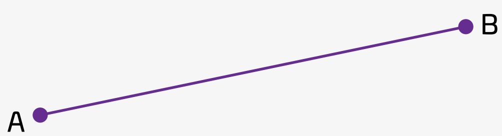
› Noé quiere conocer la altura de un árbol. Para ello, compara su sombra con la de un árbol pequeño de 1.5 m, que proyecta una sombra de 2 m. En ese mismo momento, la sombra del árbol grande mide 35 m. ¿Cuál es su altura?



› Se quiere construir una resbaladilla como la de la imagen. Para reforzarla, se colocará un tubo intermedio según las medidas que se indican. ¿Cuál será la medida del tubo?



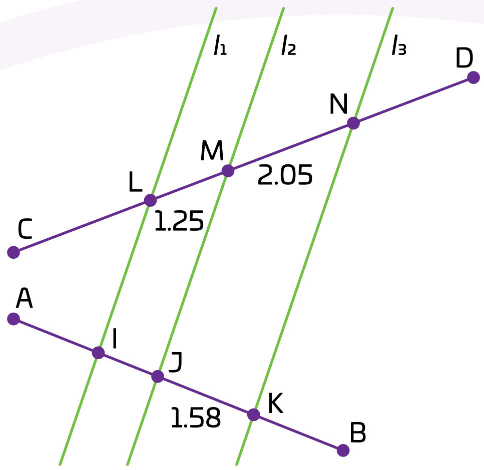
09 Sigue los pasos para trisecar un segmento y observa la construcción geométrica.



1. Se tiene el segmento $\overline{AB}$ que se va a dividir en tres partes iguales (trisectar)
2. A partir del punto A se traza un segmento $\overline{AC}$ de longitud mayor que el segmento $\overline{AB}$.
3. Con el compás se hacen tres marcas de igual longitud (los puntos D, E y F) sobre el segmento $\overline{AC}$. Así $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EF}$.
4. Se traza una recta l_1 uniendo los puntos F y B.
5. Ahora se traza una recta paralela a l_1 que pase por el punto E, llamémosla l_2. Sea G el punto de corte de la recta l_2 con el segmento $\overline{AB}$.
6. Por último, se traza una recta paralela a l_1 y l_2 que pase por el punto D, llamémosla l_3. Esta recta corta al segmento $\overline{AB}$ en el punto H.

Comenta con tus compañeros: ¿el método funciona sin importar la longitud del segmento?

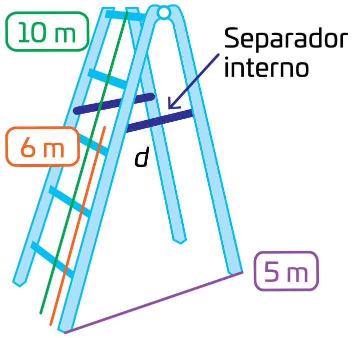
10 Aplica el teorema de Tales y escribe V si el enunciado es verdadero, o F si el enunciado es falso.



- Los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son secantes ☐
- El segmento $\overline{LM}$ mide dos veces la medida de $\overline{MN}$ ☐
- El segmento $\overline{IJ}$ mide aproximadamente 0.96 ☐
- La razón de semejanza es 0.8 ☐
- El segmento $\overline{IJ}$ es 0.64 veces el segmento $\overline{JK}$ ☐
- Los segmentos $\overline{IJ}$, $\overline{JM}$ son paralelos. ☐
- Si $l_1 \parallel l_3$ entonces se cumple que $\frac{\overline{KN}}{\overline{IL}} = \frac{\overline{LN}}{\overline{IK}}$ ☐

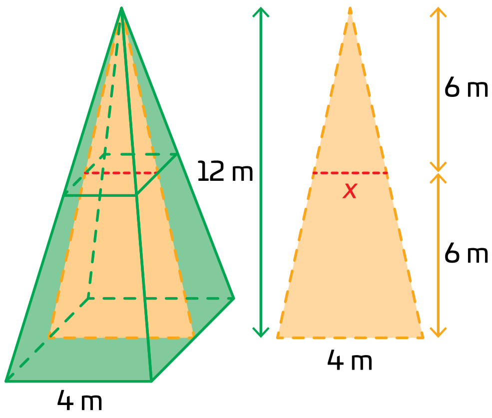
› Comenta con tus compañeros que parte del teorema de Tales se aplica.

11 Resuelve los siguientes problemas.



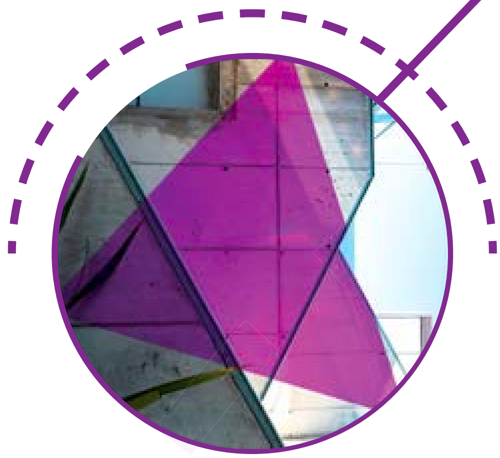
› ¿Cuál es la longitud del separador (d) interno de la escalera?

› Una pirámide se parte a la mitad, de forma paralela a la base. ¿Cuánto medirán los lados del cuadrado que se forma al realizar esa partición?



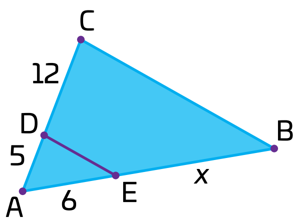
SUBE NIVEL

¡Reta nuevamente tu destreza matemática! Reúnete con un compañero y trabajen de manera individual. Cada uno mida el tiempo que les toma terminar las actividades.



01 Aplica el teorema de Tales para responder las situaciones.

› Si $\overline{BC} \parallel \overline{ED}$. ¿Cuál de las siguientes igualdades permite calcular el valor de x?



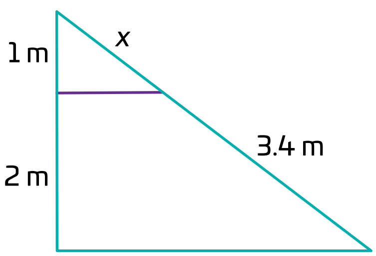
$\frac{6}{x} = \frac{5}{12}$

$\frac{6}{5} = \frac{x}{12}$

$\frac{12}{5} = \frac{6}{x}$

Tu tiempo (en segundos)

› ¿Cuál es la medida de x en el siguiente diseño de cabaña triangular?



$x = 6.8$

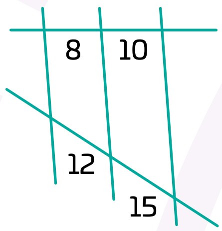
$x = 1.7$

$x = 0.58$

Tu tiempo (en segundos)

› Comenta con tus compañeros, ¿si inviertes el orden de los numeradores y denominadores el resultado cambia?

› ¿Cuál de las siguientes igualdades justifica que las rectas verticales son paralelas entre sí?



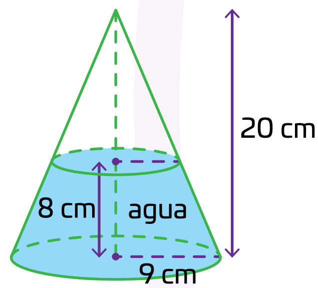
$\frac{8}{12} = \frac{10}{15}$

$\frac{8}{12} = \frac{12}{15}$

$\frac{8}{10} = \frac{15}{2}$

Tu tiempo (en segundos)

› El siguiente cono se ha llenado hasta una altura de 8 cm. ¿Cuál es el radio del nivel alcanzado por el agua?



$r = 3.6$

$r = 10.8$

$r = 5.4$

Tu tiempo (en segundos)

Calcula tus puntos de la actividad.

- Menos de 30 segundos: 10 puntos
- Entre 30 s y 60 s: 5 puntos
- Más de un minuto: 1 punto
- Puntos por respuesta correcta: 10
- Un punto adicional por cada procedimiento replicado por un compañero

Tabla de registro de puntos	
Puntos totales	

APLICO

Reflexiona sobre las preguntas de la sección ANALIZO. ¿Ya puedes contestarlas? Escribe una respuesta. Considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? ¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros!

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve nuevamente la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

¡Regresa a la página 139 y soluciona las dudas que tenías en ese momento!